PENDUGAAN PARAMETER MODEL *NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (NBR) DAN *GENERALIZED POISSON REGRESSION* (GPR) DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) (STUDI KASUS : JUMLAH KEMATIAN IBU DI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI LAMPUNG)

Skripsi

Oleh

ELISABETH PURBA
NPM. 2217031175

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

ABSTRACT

PARAMETER ESTIMATION OF NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION (NBR) AND GENERALIZED POISSON REGRESSION (GPR) MODELS USING THE MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION (MLE) METHOD (A CASE STUDY OF THE NUMBER MATERNAL DEATHS IN THE REGENCIES AND CITIES OF LAMPUNG PROVINCE)

By

Elisabeth Purba

Poisson regression is a non linear regression that models a response variable in the form of discrete data based on the Poisson distribution which assumes that the mean of the response variable is equal to its variance or is called the equidispersion condition. However, the overdispersion condition where the variance is greater than the mean of the response variable is often found in Poisson regression analysis. As a result, the standard error of estimation becomes too small so that a predictor variable appears significant when in fact it is not significant. Alternative models that can be used to overcome the overdispersion problem are the Negative Binomial Regression (NBR) and Generalized Poisson Regression (GPR) models. This study discusses the application of the NBR and GPR models to maternal mortality data in the regencies/cities of Lampung Province in 2024. Parameter estimation was carried out using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method with the aid of Newton-Raphson and Fisher Scoring iterations to obtain the parameter estimates of the models. Furthermore, the best model was selected based on the smallest Akaike Information Criterion (AIC) value. The results showed that the NBR model was the best model with an AIC value of 86.1 smaller than the Poisson regression and GPR models at the 5% significance level, the factors that significantly affected the number of maternal deaths were the School Participation Rate (SPR) in the 19–24 age group (X_1), the percentage of ever-married women aged 15–49 years who obtained modern family planning devices at community health centers (X_2) and the percentage of the sixth visit (K6) of pregnant women (X_3).

Keywords: Overdispersion, NBR, GPR, Maximum Likelihood Estimation (MLE), Number of maternal deaths.

ABSTRAK

PENDUGAAN PARAMETER MODEL *NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (NBR) DAN *GENERALIZED POISSON REGRESSION* (GPR) DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) (STUDI KASUS : JUMLAH KEMATIAN IBU DI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI LAMPUNG)

Oleh

Elisabeth Purba

Poisson regression merupakan regresi non linear yang memodelkan variabel respon berbentuk data diskrit berdasarkan distribusi Poisson yang mengasumsikan bahwa nilai rata-rata variabel respon sama dengan variansnya atau disebut kondisi equidispersi. Namun, kondisi overdispersi dimana nilai varians lebih besar dibandingkan nilai rata-rata variabel respon sering ditemukan dalam analisis *Poisson regression*. Akibatnya, kesalahan standar pendugaan menjadi terlalu kecil sehingga suatu variabel prediktor terlihat signifikan padahal sebenarnya tidak signifikan. Model alternatif yang digunakan untuk mengatasi masalah overdispersi adalah model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR). Penelitian ini membahas penerapan model NBR dan GPR pada data jumlah kematian ibu di kabupaten/kota di Provinsi Lampung tahun 2024. Pendugaan parameter dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan bantuan iterasi Newton-Raphson dan iterasi *Fisher Scoring* untuk memperoleh nilai dugaan parameter model. Selanjutnya, dipilih model terbaik berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model NBR merupakan model terbaik dengan nilai AIC sebesar 86,1 lebih kecil dibandingkan model *Poisson regression* dan GPR pada taraf signifikansi 5%, faktor-faktor yang berpengaruh signifikan terhadap jumlah kematian ibu adalah Angka Partisipasi Sekolah (APS) pada kelompok umur 19–24 tahun (X_1), persentase perempuan pernah kawin berumur 15–49 tahun yang memperoleh alat KB modern di puskesmas (X_2) dan persentase kunjungan ke-6 (K6) ibu hamil (X_3).

Kata kunci: Overdispersi, NBR, GPR, *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), Jumlah kematian ibu.

PENDUGAAN PARAMETER MODEL *NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (NBR) DAN *GENERALIZED POISSON REGRESSION* (GPR) DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) (STUDI KASUS : JUMLAH KEMATIAN IBU DI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI LAMPUNG)

ELISABETH PURBA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

Judul Skripsi	:	**PENDUGAAN PARAMETER MODEL *NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION* (NBR) DAN *GENERALIZED POISSON REGRESSION* (GPR) DENGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION* (MLE) (STUDI KASUS : JUMLAH KEMATIAN IBU DI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI LAMPUNG)**
Nama Mahasiswa	:	Elisabeth Purba
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031175**
Program Studi	:	**Matematika**
Fakultas	:	**Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si.	**Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.**
NIP 198005022005012003	NIP 198406192024061001

2. Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama
FMIPA Universitas Lampung

Mulyono, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197406112000031002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	:	**Widiarti, S.Si., M.Si.**
Sekretaris	:	**Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.**
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc.**

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **25 Mei 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Elisabeth Purba**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031175**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Pendugaan Parameter Model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dengan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) (Studi Kasus : Jumlah Kematian Ibu di kabupaten/kota di Provinsi Lampung)**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 25 Mei 2026

Penulis

Elisabeth Purba

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Elisabeth Purba yang lahir di Doloksanggul, Kabupaten Humbang Hasundutan, Provinsi Sumatera Utara, pada tanggal 14 November 2004. Penulis merupakan anak kedua dari lima bersaudara, pasangan Bapak B. Purba dan Ibu E. Pardosi.

Penulis memulai pendidikan formal di Taman Kanak-Kanak *Christian School* pada tahun 2009 dan lulus pada tahun 2010. Selanjutnya, penulis melanjutkan pendidikan di SD Negeri 173395 Doloksanggul pada tahun 2010 dan lulus pada tahun 2016. Setelah itu, penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 2 Doloksanggul pada tahun 2016 dan lulus pada tahun 2019. Kemudian, penulis menempuh pendidikan di SMA Negeri 1 Doloksanggul dan lulus pada tahun 2022.

Pada tahun 2022, penulis diterima di Program Studi S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA), Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama masa perkuliahan, penulis aktif dalam Unit Kegiatan Mahasiswa Universitas (UKM-U) Sains dan Teknologi sebagai anggota Departemen Hubungan Masyarakat pada tahun 2024. Pada akhir tahun 2024, penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor Imigrasi Kelas I TPI Bandar Lampung selama 40 hari, terhitung sejak 23 Desember 2024 sampai dengan 31 Januari 2025. Selain itu, sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat, penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada periode II tahun 2025 selama 30 hari, terhitung sejak 16 Juli 2025 sampai dengan 16 Agustus 2025 di Kelurahan Jagabaya II, Kecamatan Way Halim, Kota Bandar Lampung.

KATA INSPIRASI

"Sebab di dalam Dialah tersembunyi segala harta hikmat dan pengetahuan."

(Kolose 2:3)

"Janganlah hendaknya kamu kuatir tentang apa pun juga, tetapi nyatakanlah dalam segala hal keinginanmu kepada Allah dalam doa dan permohonan dengan ucapan syukur."

(Filipi 4:6)

"Kehidupanmu akan mejadi lebih cemerlang dari pada siang hari, kegelapan akan menjadi terang seperti pagi hari"

(Ayub 11:17)

"Jatuh tujuh kali, bangkit delapan kali"

(Peribahasa Jepang)

PERSEMBAHAN

Dalam nama Bapa, Putra, dan Roh Kudus, dengan mengucapkan puji dan syukur ke kehadirat Tuhan Yesus Kristus karena limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan penuh rasa syukur dan kebahagiaan, penulis persembahkan rasa terimakasih kepada:

Bapak B. Purba dan Mamak E. Pardosi

Terima kasih kepada kedua orang tua penulis atas segala cinta, kasih sayang, pengorbanan, motivasi, doa, harapan dan perjuangan yang tiada henti demi masa depan penulis. Terima kasih karena selalu menjadi sumber kekuatan dalam setiap langkah penulis, sehingga kelak penulis bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-Sahabat Penulis

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta
Universitas Lampung

SANWACANA

Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yesus Kristus atas berkat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Pendugaan Parameter Model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dengan Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) (Studi Kasus : Jumlah Kematian Ibu di kabupaten/kota di Provinsi Lampung)" dengan baik dan tepat pada waktunya.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi dan saran yang penulis terima sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, rasa terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing I yang telah bersedia membimbing, memberi masukan, arahan, motivasi, dan saran kepada penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc. selaku Pembimbing II yang telah memberikan saran dan masukan kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
3. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembahas yang telah memberikan masukan, kritik, dan evaluasi kepada penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Ibu Dina Eka Nurvazly, S.Pd., M.Si., selaku dosen Pembimbing Akademik yang memberikan bimbingan selama proses perkuliahan.
5. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan alam Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen dan staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

8. Kedua orang tua penulis tercinta, Bapak B. Purba dan Ibu E. Pardosi, serta kakak penulis Friska Margaretha Purba dan adik-adik penulis, yaitu Jois Valentine Purba, Reinhad Purba, dan Alvino Timothy Purba, yang selalu hadir memberikan kasih sayang, dukungan, doa, dan motivasi yang tiada henti kepada penulis.

9. Seluruh keluarga besar penulis yang selalu memberikan doa dan motivasi kepada penulis.

10. Gembala Sidang Gereja Kemenangan Iman Indonesia Cabang Doloksanggul dan Bandar Lampung, kakak dan abang rohani, teman-teman pelayanan, dan jemaat yang selalu memberikan dukungan dan doa kepada penulis.

11. Sahabat-sahabat seperjuangan penulis, yaitu Putri, Mega, Elsa, dan Melgi, yang selalu menemani hari-hari penulis serta menjadi tempat berbagi cerita, pendengar setia, dan pemberi dukungan dalam setiap situasi, baik suka maupun duka.

12. Teman-teman satu bimbingan yang selalu bersama-sama menemani dan saling mendukung dalam menjalani proses bimbingan.

13. Semua pihak yang telah memberikan bantuan, dukungan, dan kontribusi dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki keterbatasan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran, masukan, serta kritik yang membangun sebagai bahan perbaikan di masa yang akan datang. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat dan berguna bagi semua pihak yang membutuhkan.

Bandar Lampung, 25 Mei 2026

Elisabeth Purba

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Analisis regresi merupakan salah satu metode statistik yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel terikat (respon) dengan satu atau lebih variabel bebas (prediktor) (Khan, 2023). Analisis ini bertujuan untuk memperkirakan nilai variabel respon berdasarkan variabel prediktor atau untuk menggambarkan hubungan antara hasil dan prediktor (Heinze *et al*., 2024). Meskipun pada umumnya variabel respon dalam analisis regresi berupa data kontinu, dalam praktiknya variabel tersebut dapat berbentuk data diskrit seperti data hitung (*count*). Apabila variabel respon berupa data *count* yang diasumsikan mengikuti distribusi Poisson dengan nilai rata-rata yang dipengaruhi oleh variabel prediktor, maka *Poisson regression* merupakan metode pemodelan yang tepat (Getaneh *et al*., 2024).

Poisson regression merupakan regresi non linear yang memodelkan variabel respon berbentuk data diskrit berdasarkan distribusi Poisson. Distribusi ini mengasumsikan bahwa rata-rata sama dengan varians atau dikenal dengan kondisi equidispersi. Namun dalam praktiknya, kondisi ini tidak selalu dapat terpenuhi karena terkadang nilai varians dapat lebih besar (overdispersi) atau lebih kecil (underdispersi) dibandingkan dengan nilai rata-rata (Hardin & Hilbe, 2015).

Pelanggaran asumsi equidispersi seperti overdispersi pada *Poisson regression* dapat menyebabkan kesalahan standar dari pendugaan menjadi terlalu kecil sehingga suatu variabel prediktor terlihat signifikan padahal sebenarnya tidak signifikan (Hilbe, 2014). Pelanggaran tersebut dapat diatasi dengan menggunakan *Generalized Linear Model* (GLM) dengan distribusi dan fungsi link yang sesuai, salah satunya melalui model regresi Binomial Negatif (*Negative Binomial Regression*/NBR) yang berasal dari keluarga eksponensial. Model ini sesuai karena tidak harus memenuhi asumsi varians sama dengan mean seperti *Poisson regression*. Selain NBR, *Generalized Poisson Regression* (GPR) juga merupakan alternatif penting dalam kasus overdispersi. Model GPR pertama kali diperkenalkan oleh Consul dan Jain pada tahun 1973 sebagai perluasan dari distribusi Poisson dengan menambah satu parameter tambahan yang memungkinkan varians menjadi lebih besar, sama, atau lebih kecil daripada mean, sehingga model ini mampu menangani overdispersi maupun underdispersi. Kedua model ini memberikan fleksibilitas yang lebih baik dalam memodelkan data *count* yang tidak memenuhi asumsi dasar dari distribusi Poisson.

Pada model NBR dan GPR, metode penduga parameter yang dapat digunakan, yaitu *Method of Moments* (MME), *Bayesian Estimation*, dan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Menurut Casella & Berger (2002), MME memiliki kelebihan karena relatif sederhana untuk diterapkan dan hampir selalu memberikan bentuk pendugaan parameter, namun pada banyak kasus pendugaan yang dihasilkan masih memerlukan perbaikan. Sementara itu, *Bayesian Estimation* kadang-kadang dianggap lebih subjektif karena bergantung pada pemilihan distribusi *prior*, tetapi pada banyak kasus pertimbangan ilmiah diperlukan untuk menetapkan baik komponen *likelihood* maupun *prior* dalam model (Gelman *et al*., 2013). Di sisi lain, MLE memiliki keunggulan dalam menghasilkan estimator yang konsisten dan efisien secara asimtotik, sehingga pendugaan parameter menjadi lebih akurat dan inferensi statistik dapat diandalkan (Greene, 2012). Meskipun demikian, penggunaan MLE pada model hitungan seperti NBR dan GPR masih relatif jarang diterapkan dalam beberapa studi, sehingga penerapannya tetap penting untuk memastikan pendugaan parameter yang valid. Parameter yang dapat diduga melalui penduga MLE meliputi koefisien regresi, intersep, serta parameter dispersi, yang merepresentasikan variasi data melebihi asumsi distribusi Poisson.

Penelitian mengenai model NBR dan GPR telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya, di antaranya Ibnas dkk. (2023) dan Aina dkk. (2025), yang melakukan perbandingan terhadap model NBR dan GPR dan diperoleh hasil bahwa model NBR lebih baik dibandingkan dengan model GPR berdasarkan nilai AIC terkecil. Winata (2023), melakukan penelitian terhadap angka kematian ibu di Kota Bandung dengan model NBR dan diperoleh bahwa ibu hamil yang mendapat FE1 (30 tablet), persalinan yang ditangani oleh tenaga kesehatan, dan cakupan pelayanan nifas berpengaruh signifikan. Pratiwi dkk. (2025) menerapkan GPR pada kasus angka kematian ibu di Provinsi Jawa Timur dan menemukan bahwa persalinan yang ditangani tenaga kesehatan, kunjungan K6, imunisasi difteri dan komplikasi obstetri berpengaruh signifikan.

Menurut *United Nations Children's Fund* (2025), Angka Kematian Ibu (AKI) merupakan banyaknya kematian perempuan yang terjadi dalam suatu periode tertentu untuk setiap 100.000 kelahiran hidup pada periode yang sama. Kematian ibu didefinisikan sebagai kematian perempuan yang terjadi selama masa kehamilan, proses persalinan, atau hingga 42 hari setelah kehamilan berakhir. Artinya, akibat penyebab yang berkaitan dengan kehamilan tersebut, namun pengecualian untuk penyebab kematian akibat kecelakaan atau insiden, atau kejadian eksternal lainnya serta tanpa mempertimbangkan lama maupun tempat berlangsungnya kehamilan.

Berdasarkan hasil Sensus Penduduk (SP) tahun 2020, Angka Kematian Ibu (AKI) di Indonesia tercatat sebanyak 189 per 100.000 kelahiran hidup, mengalami penurunan dibandingkan hasil SUPAS 2015 yang mencapai 305 per 100.000 kelahiran hidup (Badan Pusat Statistik, 2015; Badan Pusat Statistik, 2020). Pada tingkat provinsi, AKI di Provinsi Lampung tercatat sebesar 192 per 100.000 kelahiran hidup, yang masih berada di atas rata-rata nasional pada tahun tersebut (Badan Pusat Statistik, 2020). Pemerintah melalui Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) tahun 2024 menetapkan target penurunan AKI nasional menjadi 183 per 100.000 kelahiran hidup. Sementara itu, AKI Provinsi Lampung tercatat sebanyak 100 per 100.000 kelahiran hidup, yang menunjukkan bahwa pencapaian AKI di provinsi tersebut sudah berada jauh dibawah target RPJMN 2024 (Dinas Kesehatan Provinsi Lampung, 2024). Meskipun demikian, untuk mencapai target yang ditetapkan oleh WHO dalam *Sustainable Development Goals* (SDGs) 2030, yaitu menurunkan AKI hingga di bawah 70 per 100.000 kelahiran hidup, Provinsi Lampung masih memerlukan upaya yang lebih optimal. Oleh karena itu, identifikasi dan pemahaman terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi AKI menjadi hal yang penting guna mendukung upaya penurunan angka tersebut.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, penelitian ini akan membandingkan pendugaan parameter dengan model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan model *Generalized Poisson Regression* (GPR) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dalam menganalisis faktor-faktor yang memengaruhi jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024. Pemilihan model terbaik dilakukan berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil dari hasil seleksi *backward* pada kedua model tersebut.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini disusun dengan tujuan sebagai berikut:

1. Melakukan pendugaan parameter pada model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada data jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024.
2. Menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan informasi terkait hasil pendugaan parameter pada model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) berdasarkan data jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024.
2. Memberikan tambahan informasi mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024, sehingga dapat dimanfaatkan sebagai bahan pertimbangan bagi pihak terkait dalam merumuskan kebijakan.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah teknik yang digunakan untuk menggambarkan dan meringkas data agar menghasilkan informasi yang jelas. Meskipun proses pengumpulan data bisa kompleks, dengan pengolahan data yang tepat, tabel statistik deskriptif yang dihasilkan dapat menghemat banyak waktu peneliti saat menganalisis data dalam jumlah besar (Dong, 2023). Analisis deskriptif bertujuan untuk menyajikan gambaran umum mengenai pola, karakteristik, serta kecenderungan data sebagai tahap awal sebelum dilakukan analisis lanjutan. Menurut Starbuck (2023), bentuk analisis statistik yang paling sederhana adalah analisis univariat. Analisis univariat terdiri dari dua kategori, yaitu:

a. Ukuran tendensi sentral, yaitu ukuran yang meggambarkan posisi tengah dalam sekumpulan data (misalnya: mean, median, dan modus).

b. Ukuran sebaran, yaitu ukuran yang menggambarkan sejauh mana data tersebar (misalnya: varians dan standar deviasi).

Meskipun ukuran statistik memberikan deskripsi yang ringkas, informasi numerik saja tidak selalu menangkap seluruh karakteristik penting data. Oleh karena itu, diperlukan visualisasi data melalui tabel, diagram, dan grafik. Selain bentuk grafis konvensional, visualisasi juga dapat dilakukan dalam bentuk peta seperti *choropleth map*. *Choropleth map* adalah peta tematik yang menggunakan warna untuk merepresentasikan nilai numerik sehingga mampu menyampaikan data kuantitatif secara spasial (Bradley *et al.*, 2024).

2.2 Asumsi Distribusi Poisson pada Variabel Respon

Walpole *et al*. (2011) menyatakan bahwa pengujian distribusi data dapat dilakukan dengan uji *Chi-Square Goodness-of-Fit* untuk mengetahui sejauh mana data empiris sesuai dengan suatu distribusi teoritis tertentu. Uji ini didasarkan pada perbandingan antara frekuensi observasi yang diperoleh dari sampel dengan frekuensi harapan yang dihitung berdasarkan distribusi yang diasumsikan.

Tahapan pengujian *Chi-Suare* sebagai berikut:

1. Susunan hipotesis:

   H_0: Data berdistribusi Poisson
   H_1: Data tidak berdistribusi Poisson

2. Taraf signifikansi (α):

   $\alpha = 5\% = 0{,}05$

3. Statistik uji:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{C} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \tag{2.1}$$

   dengan:

   o_i : frekuensi pengamatan pada kategori ke-i
   e_i : frekuensi harapan pada kategori ke-i
   C : jumlah kategori

4. Kriteria uji:

   Jika $\chi^2_{\text{hitung}} < \chi^2_{\text{tabel}}$ maka tidak tolak H_0

   Jika $\chi^2_{\text{hitung}} \geq \chi^2_{\text{tabel}}$ maka tolak H_0

5. Keputusan

6. Kesimpulan

2.3 Asumsi Multikolinearitas pada Variabel Prediktor

Multikolinearitas adalah fenomena statistik di mana terdapat hubungan yang kuat atau sempurna antara variabel prediktor. Multikolinearitas dapat menyebabkan masalah dalam pendugaan dan interpretasi model (Oke *et al.*, 2019). Salah satu metode yang umum digunakan untuk mendeteksi terjadinya multikolinearitas adalah dengan *Variance Inflation Fector* (VIF). Kriteria pengujian multikolinearitas didasarkan pada nilai VIF, yaitu apabila nilai VIF < 10 maka tidak terdapat multikolinearitas antara variabel independen, dan sebaliknya apabila nilai VIF > 10 mengindikasi adanya multikolinearitas (Basuki & Prawoto, 2015).

Tahapan pengujian multikolinearitas sebagai berikut:

1. Susunan hipotesis:

   H_0: VIF < 10 artinya tidak terdapat multikolinearitas
   H_1: VIF > 10 artinya terdapat multikolinearitas

2. Statistik uji:

   $$VIF_j = (1 - R_j^2)^{-1} \tag{2.2}$$

   dengan:

   R_j^2 : koefisien determinasi dari variabel X_j ke variabel X lainnya

3. Kriteria uji:

   Jika VIF < 10 maka tidak tolak H_0

   Jika VIF > 10 maka tolak H_0

4. Keputusan

5. Kesimpulan

2.4 *Poisson Regression*

Poisson regression adalah dasar pemodelan data hitung atau dengan kata lain model pertama yang secara khusus digunakan untuk memodelkan data hitung. Sebelum melakukan pemodelan saat menganalisis data hitung, perlu dilakukan pemeriksaan terhadap asumsi dasar dari model Poisson. Menurut Hilbe (2014), asumsi-asumsi yang harus dipenuhi adalah sebagai berikut:

1. Distribusi peluang diskrit dengan satu parameter yaitu rata-rata (μ).
2. Nilai variabel respon adalah bilangan bulat non-negatif.
3. Antar pengamatan bersifat independen atau saling bebas.
4. Variabel respon tidak memiliki lebih banyak hitungan nol dari pada yang diharapkan berdasarkan distribusi Poisson dengan rata-rata tertentu.
5. Rata-rata dan varians dari model identik atau hampir sama.
6. Statistik dispersi Pearson χ^2 memiliki nilai mendekati 1,0.

2.4.1 Model *Poisson Regression*

Poisson regression termasuk ke dalam salah satu *Generalized Linear Model* (GLM) dengan fungsi peluangnya dinyatakan oleh Walpole (1992) sebagai berikut:

$$p(y) = p(y, \mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y}}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \ldots \tag{2.3}$$

Menurut McCullagh dan Nelder (1983), terdapat tiga komponen utama dalam *Generalized Linear Model* (GLM), yaitu:

1. Komponen acak
   Komponen acak merupakan bagian dari variabel respon Y yang diasumsikan saling bebas dan mengikuti distribusi dalam keluarga eksponensial, dengan nilai harapan $E(Y) = \mu$ dan varians konstan σ^2.
2. Komponen sistematik
   Komponen sistematik terdiri atas varibel penjelas yaitu $x_1, x_2, \ldots, x_p$ yang membentuk suatu prediktor linear η, yang dapat dinyatakan sebagai:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_p x_p \tag{2.4}$$

atau secara ringkas dapat dituliskan dengan:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_j \tag{2.5}$$

3. Fungsi penghubung
   Fungsi penghubung adalah fungsi $g(\cdot)$ yang mengaitkan prediktor linear η dengan nilai rata-rata μ, yang dinyatakan sebagai:

$$\eta_i = g(\mu_i) \tag{2.6}$$

Berdasarkan komponen GLM tersebut, untuk *Poisson regression* menggunakan fungsi logaritma alami, yaitu:

$$g(\mu_i) = \ln(\mu_i)$$

sehingga:

$$\begin{aligned} \ln(\mu_i) &= \eta_i \\ &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} \end{aligned}$$

Dengan menggunakan sifat invers fungsi logaritma alami, diperoleh bentuk yang ekuivalen sebagai berikut:

$$\mu_i = \exp\left(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip}\right) \tag{2.7}$$

Model *Poisson regression* dinyatakan melalui nilai harapan variabel respon, yaitu:

$$\mu_i = E(Y_i \mid x_i) \tag{2.8}$$

sehingga model *Poisson regression* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mu_i = \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij}\right) + \varepsilon_i \tag{2.9}$$

Persamaan (2.9) dapat diduga dengan:

$$\hat{\mu}_i = \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_{ij}\right) \tag{2.10}$$

dengan:

μ_i	:	rata-rata peubah respon pada pengamatan ke-i
ε_i	:	galat pada pengamatan ke-i
β	:	parameter regresi
$\hat{\beta}$	:	penduga parameter regresi hasil estimasi
i	:	indeks pengamatan (data ke-i), $i = 1, 2, \ldots, n$
j	:	indeks variabel prediktor, $j = 1, 2, \ldots, p$
p	:	jumlah parameter model

2.4.2 Pendugaan Parameter Model *Poisson Regression*

Metode pendugaan parameter untuk menaksirkan parameter suatu model yang telah diketahui distribusinya adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) (Tendriyawati dkk., 2023). Pendugaan parameter *Poisson regression* dilakukan dengan metode MLE. Adapun fungsi *likelihood Poisson regression* adalah sebagai berikut :

$$L(\mu_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\mu_i}\, \mu_i^{y_i}}{y_i!} \tag{2.11}$$

Dengan mensubstitusi bentuk $\mu_i = \exp(x_i^T \beta)$ ke dalam Persamaan (2.11), maka fungsi *likelihood* model *Poisson regression* adalah sebagai berikut:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(-\exp(x_i^T \beta)\right) \left(\exp(x_i^T \beta)\right)^{y_i}}{y_i!} \tag{2.12}$$

Selanjutnya, fungsi likelihood dinyatakan dalam bentuk logaritma natural:

$$\begin{aligned}
\ln L(\beta) &= \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \frac{\exp\left(-\exp(x_i^T\beta)\right)\left(\exp(x_i^T\beta)\right)^{y_i}}{y_i!}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \ln\left(\frac{\exp\left(-\exp(x_i^T\beta)\right)\left(\exp(x_i^T\beta)\right)^{y_i}}{y_i!}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left[\ln\left(\exp\left(-\exp(x_i^T\beta)\right)\right) + \ln\left(\left(\exp(x_i^T\beta)\right)^{y_i}\right) - \ln(y_i!)\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} \left[-\exp(x_i^T\beta) + y_i(x_i^T\beta) - \ln(y_i!)\right] \qquad (2.13)
\end{aligned}$$

Selanjutnya Persamaan (2.13) diturunkan terhadap β untuk memperoleh turunan pertama yang ditunjukkan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \exp(x_i^T\beta)\right) x_i = 0 \qquad (2.14)$$

Aulele (2012) menyatakan bahwa dalam beberapa kasus tertentu cara derivatif kadang tidak menghasilkan suatu solusi yang eksplisit sehingga untuk memperoleh taksiran *Maximum Likelihood* parameter β digunakan iterasi numerik Newton-Raphson. Adapun langkah-langkah iterasi tersebut adalah sebagai berikut:

1. Menentukan nilai taksiran awal parameter $\beta_{(0)}$:

$$\hat{\beta}_{(0)} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \qquad (2.15)$$

dimana:

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & \cdots & x_{k,1} \\ 1 & x_{1,2} & \cdots & x_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1,n} & \cdots & x_{k,n} \end{bmatrix} \text{ dan } \quad \boldsymbol{Y} = [y_1\ y_2\ \cdots\ y_n]^T$$

2. Membentuk vektor gradien $\boldsymbol{g}$.

$$\boldsymbol{g}^T(\beta_{(m)})_{((p+1)\times 1)} = \left(\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_0}, \frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_1}, \ldots, \frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_p}\right)_{\beta=\beta_{(m)}} \qquad (2.16)$$

dengan:

P : jumlah parameter yang diduga

3. Membentuk matriks Hessian $\mathbf{H}$.

$$\mathbf{H}(\beta_{(m)})_{(p+1)\times(p+1)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\beta)}{\partial \beta_p^2} \end{pmatrix}_{\beta=\beta_{(m)}} \tag{2.17}$$

4. Memasukkan nilai $\beta_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\boldsymbol{g}$ dan matriks $\mathbf{H}$, sehingga diperoleh vektor $\boldsymbol{g}(\hat{\beta}_{(0)})$ dan matriks $\mathbf{H}(\hat{\beta}_{(0)})$.

5. Mulai dari $m = 0$ dilakukan iterasi pada persamaan:

$$\hat{\beta}_{(m+1)} = \hat{\beta}_{(m)} - [\mathbf{H}(\hat{\beta}_{(m)})]^{-1}\boldsymbol{g}(\hat{\beta}_{(m)}) \tag{2.18}$$

   Nilai $\hat{\beta}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penduga parameter yang konvergen pada iterasi ke-m. Jika belum diperoleh penduga parameter yang konvergen, maka proses dilanjutkan kembali ke langkah ke-5 hingga iterasi ke-m = $m + 1$. Iterasi berhenti pada keadaan konvergen, yaitu pada saat $\left|\hat{\beta}_{(m+1)} - \hat{\beta}_{(m)}\right| \leq \varepsilon$, dimana ε merupakan bilangan yang sangat kecil.

2.5 Overdispersi

Overdispersi adalah kondisi ketika varians respon lebih besar daripada rata-ratanya ($\mathrm{Var}(Y) > E(Y)$). Dengan kata lain, terjadinya overdispersi menunjukkan adanya pelanggaran terhadap asumsi *Poisson regression* karena secara teori rata-rata dan varians harus sama.

Menurut Hilbe (2014), overdispersi dapat muncul karena:

1. Adanya korelasi positif antar pengamatan atau varians berlebih pada probabilitas maupun jumlah respon, dan

2. Terjadinya pelanggaran terhadap asumsi distribusi Poisson, misalnya ketika data menunjukkan kecenderungan tertentu di mana suatu peristiwa sebelumnya dapat mempengaruhi terjadinya peristiwa berikutnya.

Overdispersi dapat menyebabkan kesalahan standar dari pendugaan menjadi lebih rendah dari nilai yang sebenarnya (*underestimate*) sehingga suatu variabel prediktor yang terlihat signifikan padahal sebenarnya tidak signifikan. Identifikasi terhadap keberadaan overdispersi menjadi langkah penting sebelum menentukan model alternatif yang lebih sesuai, seperti *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) (Hilbe, 2007). Indikasi overdispersi dapat dilihat melalui pendekatan yang dinyatakan oleh Hilbe (2011), sebagai berikut:

1. Rasio devians

   Nilai devians dapat dinyatakan dengan rumus:

$$D^2 = 2\sum_{i=1}^{n}\left\{y_i \ln\left(\frac{y_i}{\hat{\mu}_i}\right) - (y_i - \mu_i)\right\} \tag{2.19}$$

$$\phi_1 = \frac{D^2}{db} \tag{2.20}$$

   dengan:

ϕ_1	:	rasio devians
D^2	:	nilai devians
db	:	derajat bebas , $db = n - p$
n	:	jumlah pengamatan
p	:	jumlah parameter model
μ_i	:	peubah respon pada pengamatan ke-i

2. Rasio *Pearson Chi-Square*

   Pearson Chi-Square dapat dinyatakan dengan rumus:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i - \mu_i)^2}{\mathrm{Var}(\mu_i)} \tag{2.21}$$

$$\phi_2 = \frac{\chi^2}{db} \tag{2.22}$$

dengan:

ϕ_2	:	rasio *Pearson Chi-Square*
χ^2	:	statistik *Pearson Chi-Square*
db	:	derajat bebas , $db = n - p$

Hilbe (2011) menyatakan bahwa apabila nilai Persamaan (2.20) atau Persamaan (2.22) bernilai lebih besar dari 1 maka dapat dikatakan terjadi overdispersi, sehingga analisis dilanjutkan dengan model alternatif NBR dan GPR.

2.6 *Negative Binomial Regression* (NBR)

Menurut Agresti (2002), *negative binomial* adalah distribusi campuran konjugat untuk data hitungan dan digunakan ketika model Poisson pada GLM tidak mampu menangani adanya overdispersi. Dalam pendekatan ini, distribusi Gamma berperan sebagai prior konjugat bagi parameter (μ) pada distribusi Poisson sehingga campuran Poisson-Gamma menghasilkan distribusi marjinal berupa binomial negatif. Melalui pendekatan ini, model binomial negatif mampu mengakomodasi keragaman data yang lebih besar daripada nilai rataan sehingga memberikan pendugaan yang sesuai ketika terjadi overdispersi.

2.6.1 Model *Negative Binomial Regression* (NBR)

Secara matematis, NBR termasuk dalam keluarga eksponensial karena distribusi binomial negatif dapat dibentuk dari campuran Poisson-Gamma. Hal tersebut dapat ditunjukkan dengan 3 komponen utama GLM sebagai berikut.

1. Komponen acak

   Variabel acak Y awalnya mengikuti distribusi Poisson dengan parameter (μ) yaitu:

   $$Y \mid \mu \sim \text{Poisson}(\mu), \quad P(Y = y \mid \mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \ldots \tag{2.23}$$

   Selanjutnya, μ diasumsikan mengikuti distribusi Gamma dengan parameter α

dan β yang dapat dinyatakan dengan:

$$\mu \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta), \quad f(\mu) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\mu^{\alpha-1}e^{-\mu/\beta}, \quad \mu > 0 \tag{2.24}$$

Distribusi marginal Y diperoleh dengan mengintegralkan μ:

$$\begin{aligned} P(Y \mid \alpha, \beta) &= \int_0^\infty P(Y = y \mid \mu) f(\mu)\, d\mu \\ &= \int_0^\infty \left(\frac{e^{-\mu}\mu^y}{y!}\right)\left(\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\mu^{\alpha-1}e^{-\mu/\beta}\right) d\mu \\ &= \frac{1}{y!\,\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\int_0^\infty \mu^{y+\alpha-1}e^{-\mu(1+1/\beta)}d\mu \end{aligned} \tag{2.25}$$

Sifat integral gamma, yaitu:

$$\int_0^\infty \mu^{u-1}e^{-\mu v}\, d\mu = \frac{\Gamma(u)}{v^u} \tag{2.26}$$

dengan $u = y + \alpha$, $v = 1 + \frac{1}{\beta}$.

Menggunakan sifat Persamaan (2.26) ke Persamaan (2.25), diperoleh:

$$\begin{aligned} P(Y \mid \alpha, \beta) &= \frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\,\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^{-(y+\alpha)} \\ &= \frac{\Gamma(y+\alpha)\beta^{y+\alpha}}{y!\,\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}\left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{y+\alpha} \end{aligned} \tag{2.27}$$

Sehingga diperoleh distribusi binomial negatif sebagai berikut:

$$P(Y \mid \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(y+\alpha)}{y!\,\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^y\left(\frac{1}{\beta+1}\right)^\alpha \tag{2.28}$$

Berdasarkan Persamaan (2.28), dengan $Y \mid \mu \sim \text{Poisson}(\mu)$ dan rata-rata bersyarat adalah:

$$E[Y \mid \mu] = \mu$$

Rata-rata Y diperoleh dengan mengambil ekspektasi dari rata-rata bersyarat:

$$E(Y) = E\big(E[Y \mid \mu]\big) = E(\mu)$$

Dengan $\mu \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$:

$$E(\mu) = \alpha\beta$$

Sehingga,

$$E(Y) = \alpha\beta$$

Demikian juga untuk varians, varians bersyarat Poisson adalah:

$$\text{Var}[Y \mid \mu] = \mu$$

Varians Y merupakan penjumlahan varians Poisson bersyarat dan varians μ, sehingga:

$$\begin{aligned}\text{Var}(Y) &= E\big(\text{Var}[Y \mid \mu]\big) + \text{Var}\big(E[Y \mid \mu]\big)\\ &= E(\mu) + \text{Var}(\mu)\end{aligned}$$

Dengan $\mu \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$, diperoleh:

$$E(\mu) = \alpha\beta \quad \text{dan} \quad \text{Var}(\mu) = \alpha\beta^2$$

Sehingga:

$$\text{Var}(Y) = \alpha\beta + \alpha\beta^2$$

Selanjutnya diasumsikan bahwa $\mu = \alpha\beta$ dan $k = \frac{1}{\alpha}$, sehingga model regresi Binomial Negatif diasumsikan:

$$E(Y) = \mu \quad \text{dan} \quad \text{Var}(Y) = \mu + k\mu^2$$

dengan:

k : parameter dispersi model NBR, $k = \frac{1}{\alpha}$

Varians pada distribusi ini merupakan fungsi kuadratik yang mengakomodasi parameter overdispersi ($k > 0$). Sehingga fungsi peluang Binomial Negatif menjadi:

$$f(y, \mu, k) = \frac{\Gamma\left(y + k^{-1}\right)}{y!\,\Gamma\left(k^{-1}\right)} \left(\frac{k\mu}{k\mu + 1}\right)^{y} \left(\frac{1}{k\mu + 1}\right)^{k^{-1}} \tag{2.29}$$

2. Komponen sistematik

   Kovariat $x_1, x_2, \ldots, x_p$ membentuk prediktor linear η yang dinyatakan oleh Simarmata & Ispriyanti (2011) sebagai:

$$\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} \tag{2.30}$$

   Atau dalam bentuk matriks dinyatakan dengan:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

   dengan:

   $\boldsymbol{\eta}$: matriks $n \times 1$ dari pengamatan
   $\mathbf{X}$: matriks $n \times c$ dari variabel bebas, dengan $c = p + 1$
   $\boldsymbol{\beta}$: matriks $c \times 1$ dari koefisien regresi

3. Fungsi penghubung

   Nilai ekspektasi dari variabel respon Y adalah diskrit dan bernilai positif sehingga untuk mentransformasi nilai η_i (bilangan rill) ke rentang yang sesuai dengan rentang pada respon y diperlukan fungsi penghubung $g(\cdot)$, yaitu:

$$g(\mu) = \ln(\mu_i) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \tag{2.31}$$

   Berdasarkan Persamaan (2.31), diperoleh model *Negative Binomial Regression*, yaitu:

$$\hat{\mu}_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) = \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip}) \tag{2.32}$$

2.6.2 Pendugaan Parameter Model *Negative Binomial Regression* (NBR)

Pendugaan parameter dalam *Negative Binomial Regression* dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan prosedur iterasi *Fisher Scoring* dan Newton-Raphson. Adapun parameter yang akan diduga adalah parameter β dan parameter dispersi NBR k. Menurut Simarmata & Ispriyanti (2011), metode MLE membutuhkan turunan pertama dan kedua dari fungsi *likelihood*. Fungsi pada Persamaan (2.29) merupakan fungsi yang saling bebas, sehingga fungsi *likelihood* adalah sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\beta}, k) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right) \Gamma\left(y_i + 1\right)} \left(\frac{1}{1 + k\mu_i}\right)^{\frac{1}{k}} \left(\frac{k\mu_i}{1 + k\mu_i}\right)^{y_i} \tag{2.33}$$

dengan:

$$\frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)} = \prod_{r=0}^{y-1} \left(r + k^{-1}\right) \tag{2.34}$$

Substitusi Persamaan (2.34) ke Persamaan (2.33), diperoleh Persamaan (2.35) sebagai berikut:

$$L(\beta, k) = \prod_{i=1}^{n} \left[\left(\prod_{r=0}^{y_i - 1} \left(r + k^{-1}\right) \right) \frac{1}{y_i!} \left(\frac{1}{1 + k\mu_i}\right)^{\frac{1}{k}} \left(\frac{k\mu_i}{1 + k\mu_i}\right)^{y_i} \right] \tag{2.35}$$

Dengan menggunakan logaritma natural dari fungsi *likelihood* tersebut, diperoleh fungsi *log-likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, k) = \sum_{i=1}^{n} \Bigg[& \left(\sum_{r=0}^{y_i - 1} \ln \left(r + k^{-1}\right) \right) - \ln(y_i!) \\ & + y_i \ln(k\mu_i) - \left(k^{-1} + y_i\right) \ln(1 + k\mu_i) \Bigg] \end{aligned} \tag{2.36}$$

Bentuk persamaan matriks dari turunan pertama fungsi *likelihood* terhadap parameter β yaitu:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \vec{z}$$

dengan:

$\mathbf{X}$	:	matriks $(n \times c)$, dimana n : banyaknya pengamatan dan c : banyaknya peubah $(p + 1)$
$\mathbf{W}_i$	:	matriks weight diagonal ke-i
$\vec{z}$	:	vektor nilai respon sementara dengan baris ke-i

Nilai $\mathbf{W}$ dan $\vec{z}$ masing-masing dapat dicari dengan:

$$\mathbf{W}_i = \frac{\mu_i}{1 + k\mu_i} \quad \text{dan} \quad \vec{z_i} = \frac{(y_i - \mu_i)}{\mu_i}$$

Menurut Simarmata & Ispriyanti (2011), pendugaan parameter β dan k pada *Negative Binomial Regression* (NBR) dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tentukan taksiran awal dari k, misal $\hat{k}_1 = 0$.

2. Tentukan pendugaan *maksimum likelihood* dari parameter β menggunakan prosedur iterasi *Fisher Scoring* dengan asumsi k = $\hat{k}_1$.

$$\hat{\beta}_{i+1} = \hat{\beta}_i + \left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}_i\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}_i\vec{z}_i \tag{2.37}$$

   Iterasi berakhir jika diperoleh $\hat{\beta}_{i+1} \approx \hat{\beta}_i$.

3. Gunakan $\hat{\beta}$ untuk menghasilkan pendugaan dari parameter k dengan menggunakan prosedur iterasi Newton-Raphson satu dimensi.

$$\hat{k}_{i+1} = \hat{k}_i - \frac{f'(k_i)}{f''(k_i)} \tag{2.38}$$

   Iterasi berakhir jika diperoleh $\hat{k}_{i+1} \approx \hat{k}_i$.

4. Jika $|\hat{k}_{i+1} - \hat{k}_i| < \varepsilon$ maka pendugaan selesai; bila tidak, gunakan parameter $k = \hat{k}_{i+1}$ dan kembali ke langkah (2). Nilai ε merupakan bilangan positif yang sangat kecil, misalnya $\varepsilon = 0{,}001$.

2.6.3 Pemilihan Model *Negative Binomial Regression* (NBR) Terbaik

Pemilihan model dalam analisis regresi dapat dilakukan melalui *forward selection*, *backward elimination*, atau *stepwise selection* (Mamun & Paul, 2023). Dalam model *Negative Binomial Regression* (NBR), pemilihan model terbaik dilakukan dengan membangun model penuh yang memuat seluruh variabel prediktor, kemudian menerapkan prosedur *backward elimination* untuk mengeluarkan variabel yang tidak signifikan berdasarkan nilai *p-value* atau statistik Wald. Setiap model hasil reduksi dibandingkan menggunakan *Akaike Information Criterion* (AIC), di mana model dengan nilai AIC terkecil menunjukkan keseimbangan terbaik antara kesederhanaan dan kecocokan model. Model NBR yang dipilih sebagai model terbaik biasanya hanya memuat prediktor signifikan.

2.7 *Generalized Poisson Regression* (GPR)

Generalized Poisson mirip dengan *Negative Binomial* karena memasukkan parameter heterogenitas atau dispersi tambahan pada model (Hilbe, 2007). Perbedaannya terletak pada sifat dari *Generalized Poisson* dan varians Poisson yang memungkinkan pemodelan pada data hitung yang terlalu tersebar (overdispersi) dan kurang tersebar (underdispersi) sedangkan *Negative Binomial* hanya mampu mengatasi overdispersi. Pada model *Generalized Poisson*, overdispersi ditunjukkan oleh parameter dispersi yang positif ($\omega > 0$), sedangkan underdispersi ditunjukkan oleh parameter dispersi yang negatif ($\omega < 0$) (Famoye, 1993).

2.7.1 Model *Generalized Poisson Regression* (GPR)

Misalkan Y_i merupakan variabel respon berupa jumlah kejadian pada pengamatan ke-i yang diasumsikan mengikuti distribusi *Generalized Poisson*. Pemodelan Y_i dinyatakan melalui fungsi probabilitas yang dinyatakan oleh Famoye *et al*. (2004) sebagai berikut:

$$f_i(y_i;\mu_i,\omega) = \left(\frac{\mu_i}{1+\omega\mu_i}\right)\frac{(1+\omega y_i)^{y_i-1}}{y_i!}\exp\left[-\frac{\mu_i(1+\omega y_i)}{1+\omega\mu_i}\right], \quad y_i = 0,1,2,\ldots \tag{2.39}$$

dimana:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \mu_i(x_i,\boldsymbol{\beta}) \\ &= \exp(x_i^T\boldsymbol{\beta}) = \exp(\beta_0+\beta_1x_{i1}+\beta_2x_{i2}+\cdots+\beta_px_{ip}) \end{aligned} \tag{2.40}$$

dengan:

x_i : vektor variabel prediktor

$\boldsymbol{\beta}$: vektor dari parameter regresi dengan dimensi $(p+1)\times 1$

ω : parameter dispersi GPR

Adapun rata-rata dan varians dari Y_i masing-masing diberikan sebagai berikut:

$$E(Y_i \mid x_i) = \mu_i$$

dan

$$\mathrm{Var}(Y_i \mid x_i) = \mu_i(1 + \omega\mu_i)^2$$

Model *Generalized Poisson Regression* (GPR) merupakan model generalisasi dari model *Poisson regression*. Perbedaan utama antara kedua model tersebut terletak pada asumsi distribusi peubah respon. Pada model *Poisson regression*, komponen random dalam GLM diasumsikan berdistribusi Poisson sedangkan model GPR diasumsikan berdistribusi *Generalized Poisson* (GP). Adanya parameter dispersi ω pada GPR memungkinkan varians data tidak harus sama dengan nilai mean. Apabila parameter dispersi bernilai nol ($\omega = 0$), distribusi *Generalized Poisson* akan tereduksi menjadi distribusi Poisson, sehingga fungsi probabilitas dan model regresinya kembali menjadi model *Poisson regression*.

2.7.2 Pendugaan Parameter Model *Generalized Poisson Regression* (GPR)

Pendugaan parameter *Generalized Poisson Regression* (GPR) dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan cara memaksimalkan fungsi *Likelihood*. Fungsi *likelihood* model GPR dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(\beta, \omega) &= \prod_{i=1}^{n} \left[\left(\frac{\mu_i}{1 + \omega\mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + \omega y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp\left(\frac{-\mu_i(1 + \omega y_i)}{1 + \omega\mu_i} \right) \right] \\ &= \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\mu_i}{1 + \omega\mu_i} \right)^{y_i} \prod_{i=1}^{n} \frac{(1 + \omega y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{-\mu_i(1 + \omega y_i)}{1 + \omega\mu_i} \right) \end{aligned} \tag{2.41}$$

Dengan menggunakan logaritma natural dari fungsi *likelihood* tersebut, diperoleh fungsi *log-likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \omega) &= \ln \left[\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{\mu_i}{1 + \omega\mu_i} \right)^{y_i} \prod_{i=1}^{n} \frac{(1 + \omega y_i)^{y_i - 1}}{y_i!} \exp\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{-\mu_i(1 + \omega y_i)}{1 + \omega\mu_i} \right) \right] \\ \ln L(\beta, \omega) &= \sum_{i=1}^{n} \Big[y_i \ln(\mu_i) - y_i \ln(1 + \omega\mu_i) + (y_i - 1)\ln(1 + \omega y_i) \\ &\qquad - \ln(y_i!) - \frac{\mu_i(1 + \omega y_i)}{1 + \omega\mu_i} \Big] \end{aligned} \tag{2.42}$$

Substitusikan $\mu_i = e^{x_i^T\beta}$ ke dalam Persamaan (2.42), diperoleh bentuk akhir fungsi *log-likelihood*:

$$\ln L(\beta, \omega) = \sum_{i=1}^{n} \Bigg[y_i \ln(e^{x_i^T\beta}) - y_i \ln(1 + \omega e^{x_i^T\beta}) + (y_i - 1)\ln(1 + \omega y_i) \\ - \ln(y_i!) - \frac{e^{x_i^T\beta}(1 + \omega y_i)}{1 + \omega e^{x_i^T\beta}} \Bigg] \tag{2.43}$$

Pada proses penurunan fungsi *likelihood* sering kali diperoleh persamaan yang implisit sehingga tidak dapat diselesaikan secara analitik dan diperlukan metode numerik untuk memperoleh solusi yang konvergen, salah satunya dengan metode iterasi Newton Raphson. Adapun langkah-langkah algoritma metode iterasi Newton Raphson menurut Agresti (2002) adalah sebagai berikut:

1. Menghitung nilai awal parameter dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Y} \tag{2.44}$$

2. Membentuk vektor gradien $\boldsymbol{g}$ yang merupakan turunan parsial pertama dari fungsi *log-likelihood* model *Generalized Poisson* terhadap parameter yang akan diduga, yaitu $\boldsymbol{\theta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p, \omega)$:

$$\boldsymbol{g}^T(\boldsymbol{\theta}_{(m)})_{(p+2)\times 1} = \left(\frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0}, \ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1}, \ \ldots, \ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p}, \ \frac{\partial \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \omega} \right) \tag{2.45}$$

3. Membentuk matriks Hessian dari model *Generalized Poisson* sebagai berikut:

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{(m)})_{(p+2)\times(p+2)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0 \partial \omega} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1 \partial \omega} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p^2} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_p \partial \omega} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \omega \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \omega \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \omega \partial \beta_p} & \frac{\partial^2 \ln L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \omega^2} \end{pmatrix}_{\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_{(m)}} \tag{2.46}$$

4. Memasukkan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)}$ ke dalam elemen-elemen vektor $\boldsymbol{g}$ dan matriks $\mathbf{H}$, sehingga diperoleh vektor $\boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$ dan matriks $\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(0)})$.

5. Proses iterasi dilakukan mulai dari $m = 0$ sebagai nilai dugaan awal. Selanjutnya, parameter diperbarui menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)} - \left[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)})\right]^{-1} \boldsymbol{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}) \tag{2.47}$$

   dengan:
   $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)}$: vektor taksiran parameter pada iterasi ke-$m+1$
   $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$: vektor taksiran parameter pada iterasi ke-m

6. Nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}$ merupakan sekumpulan penduga parameter pada iterasi ke-m. Proses iterasi pada langkah ke-5 dilakukan secara berulang hingga diperoleh penduga parameter yang konvergen, yaitu jika:

$$\left|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m+1)} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{(m)}\right| \leq \varepsilon$$

   dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil.

2.7.3 Pemilihan Model *Generalized Poisson Regression* (GPR) Terbaik

Dalam model *Generalized Poisson Regression* (GPR), Pemilihan model terbaik dilakukan menggunakan pendekatan yang sama dengan NBR, yaitu dimulai dari model penuh kemudian secara bertahap mengeluarkan variabel yang tidak signifikan melalui *backward elimination* berdasarkan nilai *p-value* atau statistik Wald. Setiap perubahan model dievaluasi menggunakan nilai AIC serta ukuran kecocokan seperti devians untuk memastikan bahwa model yang dipilih memiliki keseimbangan yang baik antara ketepatan dan kesederhanaan tanpa kompleksitas yang tidak diperlukan. Model GPR terbaik adalah model yang hanya memuat prediktor signifikan dan memiliki nilai AIC paling rendah.

2.8 *Akaike Information Criterion* (AIC)

Akaike Information Criterion (AIC) diperkenalkan oleh Hirotugu Akaike pada tahun 1974 sebagai metode pemilihan model berdasarkan prinsip memaksimalkan entropi yang diharapkan, yang berkaitan dengan informasi Kullback–Leibler. AIC merupakan ukuran *log-likelihood* yang diberi penalti terhadap jumlah parameter, sehingga dapat menghindari *overfitting* (Montgomery *et al.*, , 2012). Misalkan L adalah fungsi *likelihood* dari suatu model, maka AIC dirumuskan sebagai:

$$\text{AIC} = -2\ln(L) + 2p \tag{2.48}$$

Model terbaik adalah model dengan nilai AIC terkecil.

2.9 Pengujian Signifikansi Model dan Parameter

Pengujian signifikansi model dilakukan dengan menguji model secara simultan dan menguji parameter secara parsial.

2.9.1 Pengujian Signifikansi Model

Pengujian signifikansi model bertujuan untuk mengetahui apakah variabel prediktor secara simultan memberikan pengaruh terhadap variabel respon sehingga model layak digunakan. Pengujian model dapat dilakukan dengan uji *Likelihood Ratio Test* (LRT) (Mamun & Paul, 2023).

1. Susunan hipotesis:

   $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_p = 0$ (model tidak signifikan)
   H_1 : setidaknya ada satu $\beta_i \neq 0$ (model signifikan)

2. Taraf signifikansi:
   $\alpha = 5\% = 0{,}05$

3. Statistik uji:

   $$G = -2\left[\ln(L_0) - \ln(L_1)\right] \tag{2.49}$$

   dengan:
   L_0 : *likelihood* model tanpa prediktor (*null model*)
   L_1 : likelihood model penuh

4. Kriteria uji:

   Jika $G < \chi^2_{(\alpha,p)}$, maka tidak tolak H_0
   Jika $G > \chi^2_{(\alpha,p)}$, maka tolak H_0

5. Keputusan
6. Kesimpulan

2.9.2 Pengujian Signifikansi Parameter

Pengujian signifikansi parameter bertujuan untuk mengetahui apakah masing-masing variabel prediktor secara individu berpengaruh signifikan terhadap variabel respon dalam model regresi.

Tahapan uji Wald sebagai berikut:

1. Susunan hipotesis:

   $H_0 : \beta_i = 0$ (parameter tidak signifikan)
   $H_1 : \beta_i \neq 0$ (parameter signifikan)

2. Taraf signifikansi:
   $\alpha = 5\% = 0{,}05$

3. Statistik uji:

$$Z_{\text{hit}} = \frac{\hat{\beta}_i}{\mathrm{SE}(\beta_i)} \tag{2.50}$$

   dengan:
   $\hat{\beta}_i$: penduga parameter ke-i dari hasil estimasi
   $\mathrm{SE}(\hat{\beta}_i)$: galat baku dari penduga parameter ke-i

4. Kriteria uji:

   Jika $|Z_{\text{hit}}| < Z_{\alpha/2}$, maka tidak tolak H_0
   Jika $|Z_{\text{hit}}| > Z_{\alpha/2}$, maka tolak H_0

5. Keputusan
6. Kesimpulan

2.10 Angka Kematian Ibu dan Faktor-faktornya

Angka Kematian Ibu (AKI) merupakan indikator yang digunakan untuk menilai derajat kesehatan ibu di suatu wilayah. AKI didefinisikan sebagai jumlah kematian ibu yang terjadi selama proses kehamilan, persalinan, dan paska persalinan per 100.000 kelahiran hidup pada masa tertentu (Dinas Kesehatan Provinsi Lampung, 2024). Kematian ibu dikategorikan sebagai kejadian yang dapat dicegah, sehingga pemantauan AKI sangat penting dalam mengevaluasi upaya peningkatan kualitas pelayanan kesehatan ibu dan anak.

Berdasarkan laporan Dinas Kesehatan Provinsi Lampung (2024), jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung masih menunjukkan adanya tantangan dalam penanganan komplikasi kehamilan dan pemerataan akses layanan kesehatan. Tingginya AKI dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor, baik yang mempengaruhi secara langsung maupun secara tidak langsung.

Menurut *United Nations Children's Fund* (UNICEF) (2025), sebagian besar penyebab kematian ibu sebenarnya dapat dicegah melalui intervensi kesehatan yang tepat dan peningkatan akses terhadap layanan kesehatan yang berkualitas. Namun demikian, risiko kematian ibu tidak hanya dipengaruhi oleh faktor medis semata, melainkan juga berbagai faktor sosial, ekonomi, dan lingkungan. Faktor-faktor tersebut termasuk dalam indikator sosial kesehatan seperti tingkat pendapatan, tingkat pendidikan, dan paparan lingkungan.

Peningkatan tingkat pendidikan berperan penting dalam meningkatkan kemampuan perempuan untuk memperoleh, memahami, dan memanfaatkan informasi kesehatan dasar, termasuk mengenai manfaat perawatan prenatal yang berkualitas. Penelitian menunjukkan bahwa perempuan dengan tingkat pendidikan rendah memiliki risiko kematian ibu dan hasil maternal-perinatal yang merugikan lebih tinggi dibandingkan dengan mereka yang berpendidikan tinggi (Bello-Álvarez *et al*., 2025). Oleh karena itu, dalam penelitian ini Angka Partisipasi Sekolah (APS) pada kelompok umur 19-24 tahun digunakan sebagai faktor yang berpotensi mempengaruhi terhadap jumlah kematian ibu.

Selain faktor sosial ekonomi, akses terhadap layanan keluarga berencana juga merupakan indikator penting dalam upaya penurunan angka kematian ibu.

Penggunaan alat kontrasepsi modern dapat mencegah kehamilan dan menghindari 4T (terlalu muda, terlalu tua, terlalu dekat, dan terlalu banyak), serta mengurangi kemungkinan komplikasi kehamilan dan persalinan. WHO menegaskan bahwa perempuan termasuk remaja membutuhkan akses ke kontrasepsi untuk menghindari kematian ibu dan mencegah kehamilan yang tidak diinginkan. Dengan demikian, dalam penelitian ini persentase perempuan pernah kawin berumur 15-49 tahun yang memperoleh alat KB modern di puskesmas digunakan sebagai indikator akses layanan keluarga berencana yang berpotensi mempengaruhi jumlah kematian ibu.

Selain itu, pemanfaatan pelayanan antenatal care (ANC) juga berperan penting menurunkan risiko kematian ibu. Kunjungan kehamilan yang sesuai standar memungkinkan deteksi dini komplikasi, pemantauan kondisi ibu dan janin, serta penanganan yang lebih cepat apabila terjadi risiko kehamilan. Kepatuhan terhadap kunjungan ANC, termasuk kunjungan ke-6 (K6) ibu hamil berkonstribusi terhadap pencegahan komplikasi persalinan (Mustika dkk., 2024).

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari Profil Kesehatan Provinsi Lampung 2024 yang diterbitkan oleh Dinas Kesehatan Provinsi Lampung, Indikator Kesejahteraan Rakyat Provinsi Lampung 2025, dan Statistik Kesejahteraan Rakyat Provinsi Lampung 2024 yang diterbitkan oleh Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung. Data tersebut bersifat *cross-section*, yaitu data yang dikumpulkan dari beberapa objek pengamatan dalam suatu periode waktu tertentu. Dalam penelitian ini, objek pengamatannya adalah 15 kabupaten/kota di Provinsi Lampung dan pada periode waktu yang sama yaitu pada tahun 2024. Data tersebut terdiri dari variabel respon yaitu jumlah kematian ibu (Y) dan variabel prediktor yaitu Angka Partisipasi Sekolah (APS) pada kelompok umur 19–24 tahun (X_1), persentase perempuan pernah kawin berumur 15–49 tahun yang memperoleh alat KB modern di puskesmas (X_2), dan persentase kunjungan ke-6 (K6) ibu hamil (X_3).

Tabel 1. Variabel Penelitian

Variabel	Definisi	Skala
Jumlah kematian ibu (Y)	Jumlah kematian perempuan yang terjadi selama masa kehamilan, proses persalinan, atau hingga 42 hari setelah kehamilan berakhir di setiap kabupaten/kota.	Rasio
Angka Partisipasi Sekolah (APS) pada kelompok umur 19–24 tahun (X_1)	Jumlah penduduk usia 19-24 tahun yang masih bersekolah atau menganyam pendidikan perguruan tinggi (tanpa memperhatikan jenjang pendidikan yang ditempuh) dibagi jumlah penduduk usia 19-24 tahun dikalikan 100 persen.	Rasio
Persentase kunjungan ke-6 (K6) ibu hamil (X_2)	Jumlah ibu hamil yang memperoleh pelayanan anternatal K6 sesuai standar di satu wilayah kerja pada kurun waktu tertentu dibagi jumlah keseluruhan ibu hamil di wilayah dan kurun waktu yang sama dikali 100 persen.	Rasio
Persentase perempuan pernah kawin berumur 15–49 tahun yang memperoleh alat KB modern di puskesmas (X_3)	Jumlah perempuan pernah kawin usia 15–49 tahun yang memperoleh KB modern di puskesmas dibagi jumlah perempuan pernah kawin usia 15–49 tahun dikali 100 persen.	Rasio

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis deskripsi jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024 dan indikator-indikator yang diduga memengaruhinya.
   a. Melakukan pengumpulan data sekunder.
   b. Melakukan analisis karakteristik menggunakan statistika deskriptif terhadap data jumlah kematian ibu dan indikator-indikatornya.
2. Analisis regresi dengan model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR).
   a. Melakukan uji asumsi multikolinearitas pada variabel prediktor menggunakan kriteria *Variance Inflation Factor* (VIF). Jika nilai VIF ≤ 10,

maka tidak terjadi multikolinearitas.

b. Melakukan uji distribusi pada variabel respon menggunakan statistik uji *Chi-Square*. Jika $\chi^2_{\text{hit}} < \chi^2_{\text{tabel}}$, maka variabel respon mengikuti distribusi Poisson.

c. Melakukan pemodelan dan pendugaan parameter *Poisson regression* menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

d. Melakukan pengujian overdispersi dengan membandingkan nilai devians terhadap derajat bebas.

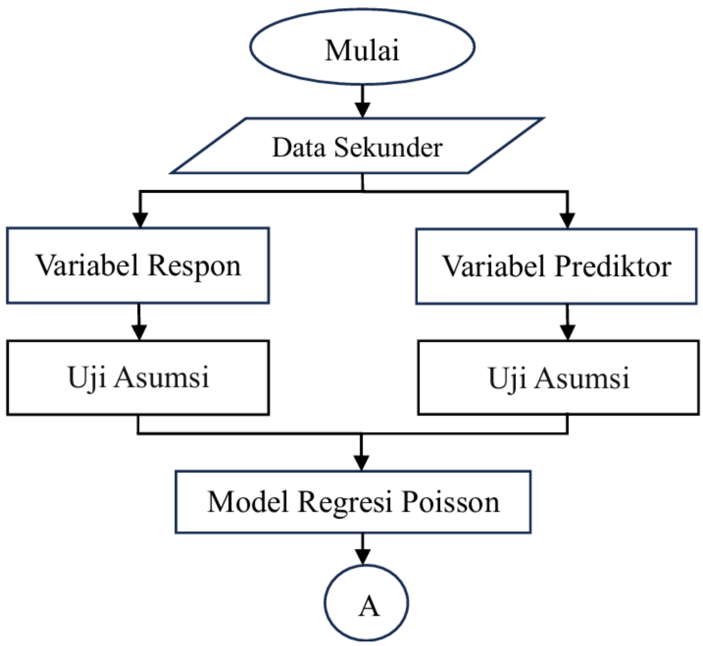
e. Melakukan pemodelan pada *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR), serta melakukan pendugaan parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

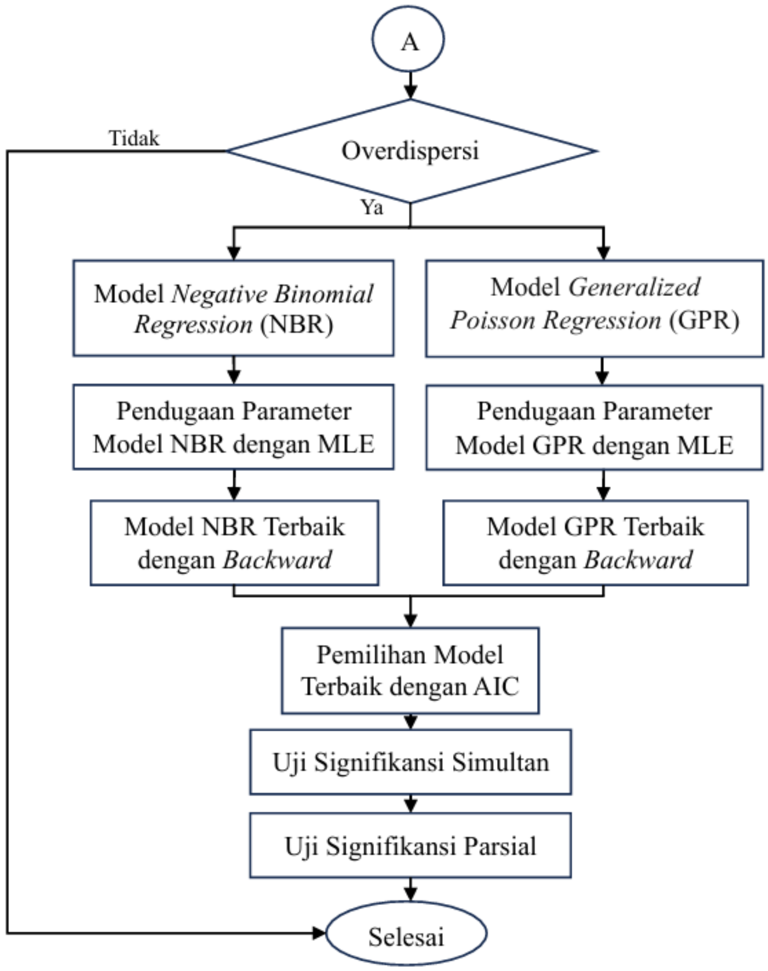
f. Menentukan model terbaik pada NBR dan GPR menggunakan metode eliminasi langkah mundur (*backward elimination*), kemudian memilih model terbaik berdasarkan kriteria nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil.

3. Melakukan pengujian signifikansi parameter secara simultan dan parsial.

4. Melakukan interpretasi model dan penarikan kesimpulan.

Berdasarkan metode penelitian yang telah dijabarkan sebelumnya, langkah-langkah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.





Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan mengenai pendugaan parameter model *Negative Binomial Regression* (NBR) dan *Generalized Poisson Regression* (GPR) dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) pada data jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Model *Negative Binomial Regression*(NBR) pada data jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024 diperoleh sebagai berikut:

   $$\hat{\mu} = \exp\Big(4,5410 + 0,07158X_1 - 0,07976X_2 - 0,03921X_3\Big)$$

   Sedangkan model *Generalized Poisson Regression* (GPR) yang diperoleh adalah:

   $$\hat{\mu} = \exp\Big(3,6033 + 0,05958X_1 - 0,06380X_2 - 0,03197X_3\Big)$$

2. Berdasarkan perbandingan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC), model *Negative Binomial Regression* (NBR) memiliki nilai AIC terkecil yaitu 86,1. Hal ini menunjukkan bahwa model NBR merupakan model terbaik dalam memodelkan jumlah kematian ibu di Provinsi Lampung tahun 2024.

3. Berdasarkan model NBR yang telah terbentuk, faktor-faktor yang berpengaruh secara signifikan adalah Angka Partisipasi Sekolah (APS) pada kelompok umur 19-24 tahun (X_1), persentase perempuan pernah kawin berumur 15-49 tahun yang memperoleh alat KB modern di puskesmas (X_2) dan persentase kunjungan ke-6 (K6) ibu hamil (X_3).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, penulis selanjutnya disarankan untuk membandingkan berbagai model alternatif dalam mengatasi overdispersi pada data yang berdistribusi Poisson, seperti *Quasi-Poisson Regression*, *Conway-Maxwell Poisson Regression*, ataupun model relevan lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis*. **69**(4). John Wiley & Sons.

Aina, S. Q., Darnah, Fauziyah, M., & Nurmayanti, W. P. 2025. Comparison of Generalized Poisson Regression and Negative Binomial Regression Models Based on Akaike Information Criterion Values. *Statistika*. **25**(1): 86–101.

Aulele, S. N. 2012. Pemodelan Jumlah Kematian Bayi di Provinsi Maluku tahun 2010 dengan Menggunakan Regresi Poisson. *Barekeng*. **6**(2).

Badan Pusat Statistik. 2015. *Profil Penduduk Indonesia Hasil SUPAS2015*. Badan Pusat Statistik.

Badan Pusat Statistik. 2020. *Mortalitas di Indonesia Hasil Long Form Sensus Penduduk 2020*. Badan Pusat Statistik.

Badan Pusat Statistik. 2024. *Statistik Kesejahteraan Rakyat Provinsi Lampung 2024*. Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung.

Badan Pusat Statistik. 2025. *Indikator Kesejahteraan Rakyat Provinsi Lampung 2025*. BPS Provinsi Lampung.

Basuki, A. T., & Prawoto, N. 2015. *Analisis Regresi dalam Penelitian Ekonomi dan Bisnis*. Rajawali Pers.

Bello-Álvarez, L. M., Fernández-Félix, B. M., Allotey, J., Thangaratinam, S., & Zamora, J. 2025. Effects of Maternal Education on Maternal and Perinatal Outcomes: An Individual Participant Data Meta-Analysis of 2 356 402 Pregnancies. *International Journal of Gynecology and Obstetrics*. **172**: 886–895.

Bradley, D., Zhang, B., Jay, C., & Stewart, A. J. 2024. Choropleth maps can convey absolute magnitude through the range of the accompanying colour legend. *Behaviour and Information Technology*. **43**(12): 2821–2837.

Casella, G., & Berger, R. L. 2002. *Statistical Inference*. 2nd Edition. Duxbury.

Dinas Kesehatan Kota Metro. 2024. *Profil Kesehatan Kota Metro 2024*.

Dinas Kesehatan Provinsi Lampung. 2024. *Profil Kesehatan Provinsi Lampung Tahun 2024*.

Dong, Y. 2023. Descriptive Statistics and Its Applications. *Highlights in Science, Engineering and Technology*. **47**: 16–23.

Famoye, F. 1993. Restricted Generalized Poisson Regression Model. *Communications in Statistics - Theory and Methods*. **22**(5): 1335-1354.

Famoye, F., Wulu, J. T., Jr., & Singh, K. P. 2004. On the Generalized Poisson Regression Model with an Application to Accident Data. *Journal of Data Science*. **2**(3): 287–295.

Gelman, A., Carlin, J., Stern, H., Dunson, D., Vehtari, A., & Rubin, D. 2013. *Bayesian Data Analysis*. 3rd Edition. CRC Press.

Getaneh, F. B., Belete, A. G., Ayres, A., Ayalew, T., Muche, A., & Derseh, L. 2024. A generalized Poisson regression analysis of determinants of early neonatal mortality in Ethiopia using 2019 Ethiopian mini demographic health survey. *Scientific Reports*. **14**(1): 1–9.

Greene, W. H. 2012. Econometric Analysis. In *Litigation Services Handbook*. 7th Edition. Pearson.

Hardin, J. W., & Hilbe, J. M. 2015. Regression models for count data from truncated distributions. *The Stata Journal*. **15**(1): 226–246.

Heinze, G., Baillie, M., Lusa, L., Sauerbrei, W., Schmidt, C. O., Harrell, F. E., & Huebner, M. 2024. Regression without regrets – initial data analysis is a prerequisite for multivariable regression. *BMC Medical Research Methodology*. **24**(1).

Hilbe, J. M. 2007. *Negative Binomial Regression*. New York: Cambridge University Press.

Hilbe, J. M. 2011. *Negative Binomial Regression*. 2nd Edition. New York: Cambridge University Press.

Hilbe, J. M. 2014. *Modeling Count Data*. Cambridge University Press.

Ibnas, R., Satriani, S., & Nurfadilah, K. 2023. Negative Binomial and Generalized Poisson Regression Model for Death Due to Dengue Hemorrhagic Fever Data. *Eigen Mathematics Journal*. **6**(1): 39–48.

Khan, E. 2023. Regression Analysis: An Overview of Techniques for Modelling Relationships between Variables. *Research & Reviews: Journal of Statistics and Mathematical Sciences*. **9**(2).

Mamun, A., & Paul, S. 2023. Model Selection in Generalized Linear Models. *Symmetry*. **15**(10): 1–25.

McCullagh, P., & Nelder, J. A. 1983. *Generalized linear models*. 2nd Edition. Chapman and Hall.

Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. 2012. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 5th Edition. John Wiley & Sons.

Mustika, D., Hapisah, Prihatanti, N. R., & Megawati. 2024. Analisis Kepatuhan Kunjungan Anternatal Care (ANC) Terhadap Kejadian Komplikasi Persalinan di RSD Idaman Kota BanjarBaru Tahun 2024. *Medic Nutricia Jurnal Ilmu Kesehatan*. **9**(6): 25–31.

Oke, J. A., Akuinkunmi, W. B., & Etebefia, S. 2019. Use of Correlation, Tolerance and Variance Inflation Factor. *Global Scientific Jurnals*. **7**(5): 652–659.

Pratiwi, Y. I., Khaulasari, H., Farida, Y., & Ferdani, A. 2025. Analysis of Factors that Influence Maternal Mortality Rates Using Generalized Poisson Regression. *Enthusiastic International Journal of Applied Statistics and Data Science*. **5**(2): 118–129.

Qomariyah, S. N., Sethi, R., Izati, Y. N., Rianty, T., Latief, K., Zazri, A., Besral, Bateman, M., Pawestri, E. A., Ahmed, S., & Achadi, E. L. 2020. No One Data Source Captures All: A Nested Case-Control Study of the Completeness of Maternal Death Reporting in Banten Province, Indonesia. *PLoS ONE*. **15**(5).

Simarmata, R. T., & Ispriyanti, D. 2011. Penanganan Overdispersi pada Model Regresi Poisson Menggunakan Model Rgresi Binomial Negatif. *Media Statistika*. **4**(2): 95–104.

Starbuck, C. 2023. *The Fundamentals of People Analytics With Applications in R*. Cham: Springer Nature Switzerland AG.

Tendriyawati, Wibawa, G. N. A., & Abapihi, B. 2023. Pemodelan Regresi Poisson terhadap Faktor-faktor yang Mempengaruhi Terjadinya Hipertensi di Kota Kendari. *Jurnal Matematika, Komputasi dan Statistika*. **3**(1): 255–262.

UNICEF. 2025. *Maternal Mortality*. `https://data.unicef.org/topic/maternal-health/maternal-mortality/`.

Walpole, R. E. 1992. *Pengantar Statistika*. 3rd Edition. Gramedia Pustaka Utama.

Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. 2011. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists*. 9th Edition. Pearson Education.

WHO. 2023. *SDG Target 3.1 Maternal mortality*. `https://www.who.int/data/gho/data/themes/topics/sdg-target-3-1-maternal-mortality`.

Winata, H. M. 2023. Mengatasi Overdispersi Dengan Regresi Binomial Negatif Pada Angka Kematian Ibu Di Kota Bandung. *Jurnal Gaussian*. **11**(4): 616–622.