

**PENERAPAN METODE *ROBUST SPATIAL AUTOREGRESSIVE*  
PADA KASUS PENYAKIT TUBERKULOSIS DI SUMATERA UTARA**

**Skripsi**

**Oleh**

**AISYAH SALWA NABILA  
2217031023**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2026**

## ABSTRACT

### APPLICATION OF THE ROBUST SPATIAL AUTOREGRESSIVE METHOD TO TUBERCULOSIS CASES IN NORTH SUMATERA

By

**Aisyah Salwa Nabila**

Indonesia Robust Spatial Autoregressive (RSAR) M-Estimator is a regression method used when residuals are not normally distributed or when outliers influence the model. The parameter estimation is obtained by minimizing the objective function  $\rho$ , namely  $\min_{\beta} \rho(u_i)$ . This study applies the RSAR method to model Tuberculosis (TB) cases across regencies and municipalities in North Sumatra Province with the aim of obtaining the best model and identifying factors affecting TB cases. The data used are secondary data from 2022, with the predictor variables consisting of the number of smokers aged over 15 years ( $X_1$ ), the number of medical personnel ( $X_2$ ), and the number of malnutrition cases ( $X_3$ ). The modeling process was carried out through spatial pattern analysis, multicollinearity testing, the construction of spatial weight matrices using two approaches, namely queen contiguity and K-Nearest Neighbor (KNN), spatial effect testing, Spatial Autoregressive (SAR) modeling, model selection based on the Akaike Information Criterion (AIC), and spatial outlier detection using Moran's scatterplot. When spatial outliers were detected, the analysis was continued using the Robust Spatial Autoregressive (RSAR) method. The results showed that the RSAR model with the queen contiguity spatial weight matrix provided more stable estimation results by overcoming the influence of outliers in the data and produced the best model based on the AIC value.

**Keywords:** Tuberculosis, Robust Spatial Autoregressive, Spatial Autoregressive, Queen Contiguity, K-Nearest Neighbor.

## ABSTRAK

### PENERAPAN METODE *ROBUST SPATIAL AUTOREGRESSIVE* PADA KASUS PENYAKIT TUBERKULOSIS DI SUMATERA UTARA

Oleh

Aisyah Salwa Nabila

*Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) *M-Estimator* merupakan metode regresi yang digunakan ketika residual tidak berdistribusi normal atau ada beberapa pencilan yang memengaruhi model dengan estimasi meminimumkan fungsi obyektif  $\rho$  yaitu  $\min_{\beta} \rho(u_i)$ . Penelitian ini menerapkan metode RSAR untuk memodelkan kasus penyakit Tuberkulosis (TBC) kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Utara dengan tujuan memperoleh model terbaik serta mengidentifikasi faktor-faktor yang memengaruhi kasus penyakit TBC. Data yang digunakan merupakan data sekunder tahun 2022 dengan variabel prediktor yaitu jumlah perokok di atas 15 tahun ( $X_1$ ), jumlah tenaga medis ( $X_2$ ), dan jumlah gizi buruk ( $X_3$ ). Pemodelan dilakukan melalui *spatial pattern*, uji multikolinearitas, pembentukan matriks pembobot spasial dengan dua pendekatan matriks pembobot spasial, yaitu *queen contiguity* dan *K-Nearest Neighbor* (KNN), uji efek spasial, pemodelan *Spatial Autoregressive* (SAR), pemilihan model terbaik dengan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC), pendeteksian pencilan spasial menggunakan *moran scatterplot* serta jika terjadi pencilan spasial dilanjutkan metode *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model RSAR dengan matriks pembobot spasial *queen contiguity* memberikan hasil estimasi yang lebih stabil karena mengatasi pengaruh *outlier* dalam data dengan nilai AIC.

**Kata Kunci:** Tuberkulosis, *Robust Spatial Autoregressive*, *Spatial Autoregressive*, *Queen Contiguity*, *K-Nearest Neighbor*

**PENERAPAN METODE *ROBUST SPATIAL AUTOREGRESSIVE*  
PADA KASUS PENYAKIT TUBERKULOSIS DI SUMATERA UTARA**

**AISYAH SALWA NABILA**

**Skripsi**

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar  
**SARJANA MATEMATIKA**

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2026**

Judul Skripsi : **PENERAPAN METODE *ROBUST SPATIAL*  
AUTOREGRESSIVE PADA KASUS PENYAKIT  
TUBERKULOSIS DI SUMATERA UTARA**

Nama Mahasiswa : **Aisyah Salwa Nabila**


Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031023**


Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**




**MENYETUJUI**  
1. **Komisi Pembimbing**

  
**Widiarti, S.Si., M.Si.**  
NIP. 198005022005012003

  
**Dr. Bernadhita H. S. U., S.Si., M.Sc.**  
NIP. 199206302023212034


2. **Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama  
FMIPA Universitas Lampung**

  
**Mulvono, S.Si., M.Si., Ph.D.**  
NIP. 197406112000031002

**MENGESAHKAN**

**1. Tim Penguji**

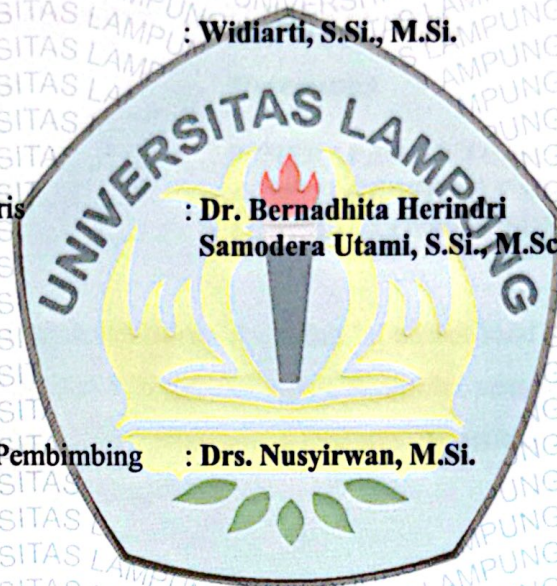
**Ketua : Widiarti, S.Si., M.Si.**



**Sekretaris : Dr. Bernadhita Herindri  
Samodera Utami, S.Si., M.Sc.**



**Penguji  
Bukan Pembimbing : Drs. Nusyirwan, M.Si.**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.  
NIP. 197110012005011002**



**Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 26 Mei 2026**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Aisyah Salwa Nabila**  
Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031023**  
Program Studi : **Matematika**  
Judul : **PENERAPAN METODE *ROBUST SPATIAL*  
*AUTOREGRESSIVE* PADA KASUS PENYAKIT  
TUBERKULOSIS DI SUMATERA UTARA**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila di kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 26 Mei 2026

Penulis,



Aisyah Salwa Nabila

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Aisyah Salwa Nabila dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 1 Januari 2005. Penulis merupakan anak kedua dari dua bersaudara, putri satu-satunya dari pasangan Bapak Agus Sugiri dan Ibu Siti Muksidah.

Penulis mengawali pendidikan di TK As-Syifa pada tahun 2010, kemudian melanjutkan sekolah di SD Negeri 2 Rajabasa tahun 2010-2016, kemudian melanjutkan sekolah di SMP Negeri 8 Bandar Lampung tahun 2016-2019, kemudian melanjutkan sekolah di SMA Al-Kautsar Bandar Lampung tahun 2019-2022. Pada tahun 2022 penulis terdaftar sebagai mahasiswi program studi S1 Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN).

Selama menjadi mahasiswi, penulis aktif mengikuti beberapa organisasi, kegiatan kemahasiswaan dan kepanitiaan. Pada tahun 2022, penulis bergabung di Generasi Muda HIMATIKA (GEMATIKA). Pada tahun 2023, penulis menjadi pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai anggota Bidang Eksternal. Pada tahun 2024, penulis menjadi pengurus Badan Eksekutif Mahasiswa (BEM) Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam sebagai anggota dinas Hubungan Eksternal dan Internal (HIE). Pada bulan Desember sampai dengan Januari 2025 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di PT PLN Nusantara Power Unit Pembangkitan Bandar Lampung. Selanjutnya pada bulan Juli sampai dengan Agustus 2025 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) selama 30 hari di Kelurahan Beringin Raya, Kecamatan Kemiling, Kota Bandar Lampung.

## KATA INSPIRASI

*“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”*

**(QS. Al-Baqarah: 286)**

*“Maka sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan.”*

**(QS. Al-Insyirah: 6)**

*“Barang siapa menempuh jalan untuk mencari ilmu, Allah akan mudahkan baginya jalan menuju Surga.”*

**(HR. Muslim)**

*“Opportunities don't happen, but if you keep raising your hands, they will naturally come to you.”*

**(Park Jongseong)**

*“Continue to reach what your heart desires and always remember that your dreams are excited to meet you too.”*

**(Park Sunghoon)**

## **PERSEMBAHAN**

Dengan mengucap Alhamdulillah, segala puji dan syukur kehadiran Allah SWT atas limpahan nikmat dan karunia-Nya. Berkat rahmat dan pertolongan-Nya, skripsi ini dapat diselesaikan dengan penuh usaha dan ketekunan. Penulis persembahkan skripsi ini kepada:

### **Ayah Tercinta**

Terima kasih yang tak terhingga kepada Ayah untuk cinta, kasih sayang, motivasi, doa, serta pengorbanan yang tak pernah habis karena atas doa dan ridho, Allah memberikan kemudahan setiap langkah perjalanan.

### **Kakakku Tersayang**

Terima kasih atas segala dukungan, perhatian, dan semangat yang selalu berikan dengan caramu sendiri. Kehadiranmu menjadi salah satu penyemangat untuk terus berusaha dan berkembang menjadi lebih baik.

### **Dosen Pembimbing dan Pembahas**

Terima kasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah membantu dalam memberikan motivasi dan arahan serta memberikan ilmu yang berharga.

### **Almamater Tercinta**

Universitas Lampung

## SANWACANA

Segala puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT yang telah memberikan begitu banyak nikmat dan karunia-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penerapan Metode *Robust Spatial Autoregressive* Pada Kasus Penyakit Tuberkulosis di Sumatera Utara”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, dukungan, serta doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, kritik, dan saran yang sangat berarti dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktunya, serta memberikan bimbingan, arahan, dan saran untuk penulis hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku dosen pembahas yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun demi penyempurnaan skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang telah membimbing penulis hingga akhir perkuliahan.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

6. Seluruh dosen dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Ayahanda Agus Sugiri dan Kakak Muhammad Farhan Hanif yang penuh kasih sayang dan ketulusan berhasil menggantikan peranan Almh. Ibunda Siti Muksidah dengan senantiasa memberikan doa, motivasi, dukungan, dan semangat kepada penulis untuk senantiasa melanjutkan hidup dan pendidikan dengan penuh semangat. Kehadiran dan kasih sayang yang diberikan menjadi penguat bagi penulis dalam menghadapi berbagai tantangan, sehingga penulis mampu bertahan, bangkit, dan menyelesaikan pendidikan serta skripsi ini dengan baik.
8. Najla Khansa Alifah dan Zahra Wulan Ramadhani selaku sahabat penulis di bangku kuliah yang selalu memberikan dukungan, semangat, serta keluh kesah sejak awal masa perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
9. Nasywa Alya Syahidah, selaku sahabat terbaik yang selalu hadir dalam setiap fase kehidupan penulis, memberikan dukungan tanpa henti, serta menjadi tempat berbagi cerita, keluh kesah, dan kebahagiaan selama proses perkuliahan hingga penyelesaian skripsi.
10. Salsabila Firdaus, Adinda Karinina Gustin, dan Refi Meika Putri, selaku sahabat penulis yang selalu hadir dengan segala dukungan, memberikan warna untuk berbagi cerita, canda, kebersamaan yang tulus, kekuatan serta kesediaannya untuk tetap menemani penulis di setiap keadaan.
11. Amanda Afifah, selaku sahabat sejak kecil yang telah menjadi bagian terpenting dalam kehidupan penulis atas segala dukungan, motivasi, serta kebersamaan yang diberikan selama ini.
12. Amelia Finka Anosa, Nabila Anindia Putri, Thania Raya Tri Moerbi dan Alvisa Zahara, selaku sahabat penulis di bangku SMA yang senantiasa menjaga kebersamaan, saling menguatkan dan menyemangati dalam menghadapi berbagai proses hingga penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan.
13. Andina Isnaina, Mirandha Adiba dan Futri Puspita Sari, selaku sahabat penulis sejak bangku SMP yang senantiasa menjaga silaturahmi dan memberikan dukungan.

14. Kakak Fanny dan Syalu, yang senantiasa hadir dan memberikan perhatian, dukungan, serta menjadi sumber semangat bagi penulis dalam menghadapi berbagai tantangan selama masa perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini dapat diselesaikan.
15. Nasya, Zia, dan Dif, yang telah menjadi teman berbagi cerita, kebahagiaan, dan pengalaman sebagai sesama penggemar ENHYPEN, serta senantiasa memberikan dukungan dan semangat kepada penulis dalam menjalani perkuliahan hingga menyelesaikan skripsi ini.
16. Teman-teman satu bimbingan yang telah kebersamai, membantu, memberikan masukan, serta saling menyemangati selama proses penyusunan skripsi ini berlangsung.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengharapkan adanya saran yang membangun untuk dijadikan pelajaran kedepannya dan bermanfaat bagi pihak yang memerlukannya.

Bandar Lampung, 26 Mei 2026

Penulis,

Aisyah Salwa Nabila

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xvi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xvii</b>
<b>I. PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang dan Masalah .....	1
1.2 Tujuan Penelitian.....	4
1.3 Manfaat Penelitian.....	4
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>5</b>
2.1 Data Spasial.....	5
2.2 <i>Spatial Pattern</i> .....	6
2.3 Multikolinearitas .....	7
2.4 Matriks Pembobot Spasial.....	7
2.5 Matriks Pembobot Kontiguitas.....	8
2.6 Matriks Pembobot Jarak.....	11
2.6.1 Matriks <i>K-Nearest Neighbor</i> (KNN) .....	12
2.7 Uji Efek Spasial.....	13
2.7.1 Uji Dependensi Spasial .....	13
2.7.2 Uji Heterogenitas Spasial .....	15
2.8 <i>Lagrange Multiplier</i> (LM) .....	16
2.8.1 <i>Lagrange Multiplier Lag</i> .....	16
2.8.2 <i>Lagrange Multiplier Error</i> .....	17
2.9 <i>Spatial Autoregressive</i> (SAR) .....	18
2.10 Pemilihan Model Terbaik.....	20
2.11 Pendeteksian <i>Outlier</i> Spasial.....	21
2.12 <i>Robust Spatial Autoregressive</i> (RSAR) .....	22
2.12.1 <i>Robust M-Estimator</i> .....	22
2.13 Tuberkulosis .....	26

2.14	Merokok .....	26
2.15	Tenaga Medis .....	26
2.16	Gizi Buruk .....	27
<b>III.</b>	<b>METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>28</b>
3.1	Tempat dan Waktu Penelitian .....	28
3.2	Data Penelitian .....	28
3.3	Metode Penelitian.....	30
<b>IV.</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>33</b>
4.1	Eksplorasi Data .....	33
4.2	Uji Asumsi Multikolinearitas .....	36
4.3	Penentuan Matriks Pembobot Spasial .....	37
4.3.1	Matriks Pembobot Spasial <i>Queen Contiguity</i> .....	37
4.3.1.1	Karakteristik Distribusi Ketetanggaan .....	37
4.3.1.2	Identifikasi Hubungan Ketetanggaan Spasial .....	39
4.3.2	Matriks Pembobot Spasial <i>K-Nearst Neighbor</i> (KNN).....	44
4.3.2.1	Penentuan Titik Koordinat Wilayah.....	44
4.3.2.2	Perhitungan Jarak <i>Euclidean</i> .....	45
4.3.2.3	Pengurutan Nilai Jarak dan Penentuan Nilai k Optimum.....	47
4.4	Analisis Efek Spasial.....	51
4.4.1	Pengujian Heterogenitas Spasial .....	52
4.4.2	Pengujian Dependensi Spasial dengan Indeks Moran.....	53
4.5	Uji <i>Lagrange Multiplier</i> (LM) .....	54
4.5.1	Pengujian <i>Lagrange Multiplier Lag</i> .....	55
4.5.2	Pengujian <i>Lagrange Multiplier Error</i> .....	56
4.6	Model <i>Spatial Autoregressive</i> (SAR).....	57
4.6.1	Model <i>Spatial Autoregressive</i> (SAR) dengan Matriks Pembobot Spasial <i>Queen Contiguity</i> .....	58
4.6.2	Model <i>Spatial Autoregressive</i> (SAR) dengan Matriks Pembobot Spasial KNN.....	60
4.7	Uji Kebaikan Model .....	61
4.8	Identifikasi <i>Outlier</i> Spasial Melalui <i>Moran Scatterplot</i> .....	62

4.9 Model <i>Robust Spatial Autoregressive</i> (RSAR).....	63
<b>V. KESIMPULAN .....</b>	<b>66</b>
5.1 Kesimpulan.....	66
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>67</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>70</b>

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
3. 1 Pendefinisian Variabel .....	28
4. 1 Statistika Deskriptif.....	34
4.2 Klasifikasi Kasus Penyakit Tuberkulosis.....	35
4. 3 Hasil Pengujian Multikolinearitas.....	36
4. 4 Wilayah Ketetangaan di Provinsi Sumatera Utara.....	40
4. 5 Matriks Pembobot Spasial <i>Queen Contiguity</i> .....	41
4. 6 Matriks Pembobot Spasial <i>Queen Contiguity</i> yang Telah Terstandarisasi ...	42
4. 7 Koordinat Lintang dan Bujur di Sumatera Utara .....	44
4. 8 Matriks Jarak <i>Euclidean</i> .....	46
4. 9 Matriks Pembobot Spasial KNN.....	48
4. 10 Matriks Pembobot Spasial KNN yang Telah Terstandarisasi.....	50
4. 11 Hasil Uji Heterogenitas Spasial .....	52
4. 12 Hasil Uji Dependensi Spasial Indeks Moran .....	53
4. 13 Hasil Pengujian <i>Lagrange Multiplier Lag</i> .....	55
4. 14 Hasil Pengujian <i>Lagrange Multiplier Error</i> .....	56
4. 15 Hasil Model <i>Spatial Autoregressive (SAR)</i> Matriks <i>Queen Contiguity</i> .....	59
4. 16 Hasil Model <i>Spatial Autoregressive (SAR)</i> Matriks KNN.....	60
4. 17 Hasil Nilai AIC SAR.....	61
4. 18 Hasil Iterasi dengan <i>Robust Spatial Autoregressive (RSAR)</i> .....	63
4. 19 Hasil Model <i>Robust Spatial Autoregressive (RSAR)</i> .....	64
4. 20 Hasil Nilai AIC RSAR.....	65

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2. 1 Matriks <i>Queen Contiguity</i> .....	10
2. 2 <i>Moran Scatterplot</i> .....	21
4. 1 Peta Konektivitas Kasus Penyakit Tuberkulosis (TBC) di Sumatera Utara ...	38
4. 2 Grafik Distribusi Tetangga Spasial .....	39
4. 3 Grafik Indeks Moran .....	47
4. 4 Grafik <i>Moran Scatterplot</i> .....	62

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Data spasial merupakan data yang memuat informasi lokasi, tidak hanya apa yang diukur tetapi menunjukkan lokasi dimana data itu berada (Banerjee dkk., 2004). Di dalam analisis spasial terdapat *spatial pattern* atau pola spasial yang merupakan suatu pola yang berhubungan dengan penempatan objek atau susunan benda di muka bumi. Pola spasial dapat disajikan dalam pola titik yang teratur atau tidak teratur dan wilayah pada sebuah peta (Anselin, 1988). Dalam hal ini sesuai dengan Hukum I Tobler yang menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang lebih dekat mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh. Hubungan tersebut dinamakan efek spasial yang menjelaskan adanya autokorelasi spasial antar wilayah. Adanya pengaruh spasial dapat menimbulkan autokorelasi spasial, sehingga menyebabkan perkiraan parameter yang dihasilkan menjadi bias dan tidak konsisten karena asumsi suatu *error* dilanggar (McMillen, 1992).

Metode yang umum digunakan untuk tipe data yang memiliki efek lokasi (*spatial effect*) adalah analisis regresi spasial. Efek lokasi (*spatial effect*) terdiri dari dua jenis yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial. Dependensi spasial dapat diartikan bahwa pengamatan pada lokasi  $i$  bergantung pada pengamatan lain di lokasi  $j$ ,  $i \neq j$ . Sedangkan heterogenitas spasial terjadi akibat adanya efek spasial random, yaitu perbedaan antara satu lokasi dengan lokasi yang lainnya. Dasar berkembangnya metode regresi spasial adalah metode regresi linear klasik atau regresi linear berganda (Yasin dkk., 2021).

Salah satu model regresi spasial adalah *Spatial Autoregressive* atau disebut SAR (LeSage, 1999). Model *Spatial Autoregressive* (SAR) merupakan model yang menggabungkan model regresi linear dengan spasial *lag* pada variabel respon dengan menggunakan data *cross section* (Anselin, 1988). Akan terjadi ketidaktepatan dalam memprediksi model pada model regresi spasial dikarenakan terdapat objek pengamatan yang menyimpang jauh dari objek pengamatan lainnya pada *error* model disebut dengan *spatial outlier* (Weisberg & Sanford, 2014). *Spatial outlier* dapat mempengaruhi nilai koefisien estimasi parameter regresi spasial sehingga diperlukan metode *robust* pada *spatial outlier* yaitu *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR).

Dalam analisis spasial tidak terlepas dari penentuan matriks pembobot spasial. Penentuan matriks pembobot dalam analisis dilakukan untuk memperoleh pendugaan parameter yang akurat. Menurut Getis & Aldstadt (2004), matriks pembobot spasial di dalam model spasial merupakan komponen penting dalam regresi spasial karena hasil analisis sangat sensitif terhadap spesifikasi dari masing-masing pembobot. Komponen dasar dalam pembentukan model regresi spasial yaitu matriks pembobot spasial yang mencerminkan hubungan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya (Wuryandari dkk., 2014). Contoh dari matriks pembobot adalah matriks persinggungan (*contiguity*), *inverse distance*, *K-Nearest Neighbor* (KNN), dan lain lain (Anselin, 1988).

Beberapa penelitian terdahulu, di antaranya yaitu penelitian oleh Mahading dkk., (2019) mengenai *Spatial Autoregressive* dalam analisis kerawanan Demam Berdarah *Dengue* (DBD) di Kota Gorontalo menggunakan matriks pembobot *queen contiguity* dan memiliki hasil terkait faktor-faktor yang mempengaruhi kerawanan wabah DBD di Kota Gorontalo. Penelitian oleh Jaya dkk., (2017) mengenai optimalisasi matrik bobot spasial berdasarkan KNN dalam spasial *lag* model menemukan bahwa penggunaan metode *K-Nearest Neighbor* (KNN) dalam matriks bobot spasial yang paling optimum memberikan hasil akhir yang baik berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang paling kecil dan  $R^2$  yang paling besar. Kemudian penelitian oleh Suryowati dkk., (2023) mengenai penerapan

model spasial menggunakan matriks pembobot *queen contiguity* dan *euclidean distance* terhadap kasus gizi buruk balita di Provinsi Nusa Tenggara Timur untuk membandingkan pemodelan spasial ketika menggunakan pembobot *queen contiguity* dan *euclidean distance*. Sementara itu, penelitian oleh Abrari dkk., (2023) mengenai pemodelan gizi buruk balita di Indonesia dengan model *robust* spasial autoregresif memberikan kesimpulan bahwa data yang digunakan terdapat *spatial outlier* dan model RSAR terbukti mampu menganalisis faktor-faktor yang mempengaruhi gizi buruk balita di Indonesia.

Indonesia menghadapi tantangan besar dalam upaya eliminasi kasus Tuberkulosis (TBC). Dengan lebih dari 1 juta kasus dan 125.000 kematian setiap tahunnya, TBC menjadi ancaman kesehatan serius masyarakat. Menurut Kementerian Kesehatan (2023), Indonesia menempati peringkat kedua kasus TBC terbanyak di dunia, dengan beberapa provinsi di Jawa, Sumatera Utara, dan Sulawesi Selatan sebagai penyumbang kasus tertinggi. Hal ini menunjukkan pada jumlah kasus TBC di Sumatera Utara termasuk ke dalam wilayah tertinggi. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dibahas mengenai kasus penyakit TBC di Sumatera Utara tahun 2022 menggunakan metode *Spatial Autoregressive Model* (SAR) dengan dua pendekatan matriks pembobot spasial yaitu matriks *queen contiguity* dan *K-Nearest Neighbor* untuk mengetahui faktor apa saja yang mempengaruhi kasus penyakit TBC dengan nilai AIC serta jika terjadi pencilan spasial dilanjutkan metode *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR).

## 1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menerapkan model regresi SAR menggunakan matriks pembobot *queen contiguity* dan KNN sehingga mendapatkan model terbaik yang tepat dalam kasus penyakit Tuberkulosis (TBC) kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Utara.
2. Menerapkan *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) saat terdapat *spatial outlier* dan membandingkan nilai SAR dan RSAR berdasarkan nilai AIC.

## 1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah keterampilan mahasiswa dalam mengumpulkan, mengolah, menganalisis, dan menyajikan data.
2. Sebagai penerapan teori statistika tentang regresi spasial menggunakan matriks pembobot jarak dan ketetanggaan.
3. Mengembangkan wawasan pembaca berkaitan dengan pemodelan regresi spasial.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Data Spasial

Menurut Cressie (1993), data spasial tersusun atas pasangan lokasi dan nilai pengamatan yang diobservasi pada lokasi tertentu. Data ini dapat dipandang sebagai hasil pengamatan dari suatu proses stokastik pada domain spasial. Terdapat tiga tipe data spasial yaitu sebagai berikut (Cressie, 1993):

1. Data geostatistika (*geostatistical data*), merupakan tipe data yang mengarah pada data sampel berupa titik, baik yang beraturan maupun tidak beraturan dari suatu distribusi kontinu. Setiap sampel titik diartikan sebagai lokasi dan objek pengamatan yang diamati.
2. Data area (*lattice data*), merupakan tipe data yang berhubungan dengan daerah spasial seperti provinsi, kabupaten/kota, kecamatan, desa, baik untuk area yang beraturan maupun tidak beraturan dari suatu distribusi diskrit. Setiap area diartikan sebagai lokasi dan objek pengamatan yang diamati.
3. Data pola titik (*point pattern*), merupakan tipe data yang dapat memunculkan suatu pola dari objek yang diamati pada lokasi yang menjadi sampel, baik sampel yang beraturan maupun tidak beraturan. Lokasi yang menjadi sampel tersebut, diperoleh berdasarkan dari data koordinat kartesius  $(x,y)$  dari titik yang diamati.

## 2.2 *Spatial Pattern*

Menurut Lee dan Wong (2001), *spatial pattern* atau pola spasial objek geografis sering kali merupakan hasil dari proses fisik atau budaya yang terjadi di permukaan bumi. *Spatial pattern* adalah konsep statis karena pola-pola ini hanya menunjukkan bagaimana objek geografis didistribusikan pada satu waktu tertentu. Namun, proses spasial adalah konsep yang dinamis karena proses ini untuk menunjukkan bagaimana distribusi objek geografis berubah dari waktu ke waktu. Untuk setiap fenomena geografis yang diberikan perlu mempelajari pola spasialnya dan proses spasial yang terkait dengan pola-pola ini. Bentuk distribusi data pada *spatial pattern* antara lain sebagai berikut:

- a. *Random*, yaitu beberapa titik terletak secara random di beberapa lokasi. Posisi untuk titik tidak dipengaruhi oleh posisi titik lainnya.
- b. *Uniform*, yakni setiap titik berada secara merata dan berjauhan dengan titik-titik lainnya.
- c. *Clustered*, yaitu beberapa titik membentuk suatu kelompok dan saling berdekatan.

Untuk mencari klasifikasi jarak (*range*) kelas digunakan rumus interval kelas atau rumus Kingma (Kingma, 1991):

$$K_i = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{k} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Keterangan:

- $K_i$  : interval klasifikasi  
 $Y_{max}$  : nilai tertinggi (maksimum)  
 $Y_{min}$  : nilai terendah (minimum)  
 $k$  : jumlah kelas/tingkatan yang diinginkan

### 2.3 Multikolinearitas

Model regresi digunakan dalam berbagai jenis aplikasi. Salah satu permasalahan serius yang dapat secara signifikan mempengaruhi kegunaan suatu model regresi adalah multikolinearitas. Multikolinearitas berarti adanya ketergantungan linear atau ketergantungan linear yang hampir sempurna di antara variabel-variabel regresor. Multikolinearitas dideteksi dengan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF). Rumus mencari nilai VIF adalah sebagai berikut (Montgomery & Peck, 2012):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.2)$$

dengan  $R_j^2$  adalah koefisien determinasi dari regresi  $x_j$  terhadap regressor lainnya. Apabila  $x_j$  hampir merupakan kombinasi linear dari regressor-regresor lainnya, maka  $R_j^2$  mendekati 1 dan VIF akan bernilai besar. Umumnya, VIF lebih dari 10 dianggap menunjukkan masalah multikolinearitas yang serius. Model regresi dengan multikolinearitas kuat menghasilkan prediksi yang buruk, koefisiennya tidak stabil dan sangat sensitif terhadap perubahan kecil pada data.

### 2.4 Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial atau matriks  $W$  adalah matriks yang menunjukkan hubungan kedekatan antara wilayah atau lokasi yang diamati, dengan ukuran  $n \times n$ . Untuk setiap lokasi pengamatan ke- $i$ , elemen matriks  $w_{ij}$  menunjukkan lokasi  $j$  mana saja yang dipengaruhi oleh nilai variabel di lokasi  $i$  (LeSage, 1999). Dalam matriks  $W$ , setiap satuan luas ditunjukkan dengan baris dan kolom. Misalnya, nilai  $w_{1,2}$  atau  $w_{2,1}$  menunjukkan bobot antara lokasi pertama dan kedua. Lokasi yang dekat dengan lokasi tertentu biasanya memiliki nilai  $w_{ij}$  yang besar, sedangkan

lokasi yang jauh cenderung memiliki nilai  $w_{ij}$  yang lebih kecil (Suryowati dkk., 2018).

Bentuk umum matriks pembobot spasial adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_{11} & \cdots & W_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Ada beberapa metode untuk menentukan bobot spasial, salah satunya dengan menerapkan konsep ketetanggaan dan jarak (Fitriani & Efendi, 2019).

## 2.5 Matriks Pembobot Kontiguitas

Dua lokasi disebut bertetangga jika saling berbagi batas wilayah. Untuk menentukan ketetanggaan dari suatu lokasi, dapat dibentuk dengan matriks kontiguitas spasial  $\mathbf{C}$ . Matriks ini adalah matriks biner dengan ukuran  $n \times n$  dengan elemen angka 0 atau 1. Secara umum, definisi elemen-elemen dalam matriks  $\mathbf{C}$  adalah sebagai berikut:

$$C_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ dan } j \text{ bertetangga} \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan  $i, j = 1, 2, \dots, n$ . Matriks kontiguitas spasial  $\mathbf{C}$  kemudian digunakan untuk membentuk matriks pembobot spasial. Matriks pembobot ini merupakan hasil standarisasi dari matriks  $\mathbf{C}$  dengan rumus:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} c_{11}/c_1 & c_{12}/c_1 & \cdots & c_{1n}/c_1 \\ c_{21}/c_2 & c_{22}/c_2 & \cdots & c_{2n}/c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1}/c_n & c_{n2}/c_n & \cdots & c_{nn}/c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

dengan  $c_i = \sum_{j=1}^n c_{ij}$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$  sedemikian sehingga  $\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$ . Standarisasi seperti pada persamaan tersebut adalah standarisasi baris.

Matriks pembobot spasial yang terbentuk dapat membantu dalam memudahkan interpretasi. Ketika digunakan untuk memberi bobot pada variabel yang dianggap mempunyai pengaruh spasial, setiap baris dalam matriks  $W$  merupakan bobot yang membentuk rata-rata dari variabel tersebut dari lokasi tetangga. Elemen  $w_{ij}$  didasarkan pada persinggungan batas suatu wilayah (*contiguity*) dengan wilayah yang bertetangga. Jika suatu wilayah memiliki tetangga, maka nilai elemennya adalah  $w_{ij} = 1$ , sedangkan jika wilayah tidak memiliki tetangga, maka nilai elemennya adalah  $w_{ij} = 0$ . Matriks  $W$  berdasarkan ketetanggaan secara umum memiliki beberapa macam matriks yaitu sebagai berikut:

#### 1. Rook Contiguity

Merupakan wilayah tetangga yang ditentukan berdasarkan persinggungan sisi. Wilayah yang bersisian dengan wilayah yang menjadi perhatian diberi pembobot  $w_{ij} = 1$  untuk wilayah lainnya adalah  $w_{ij} = 0$

#### 2. Bishop Contiguity

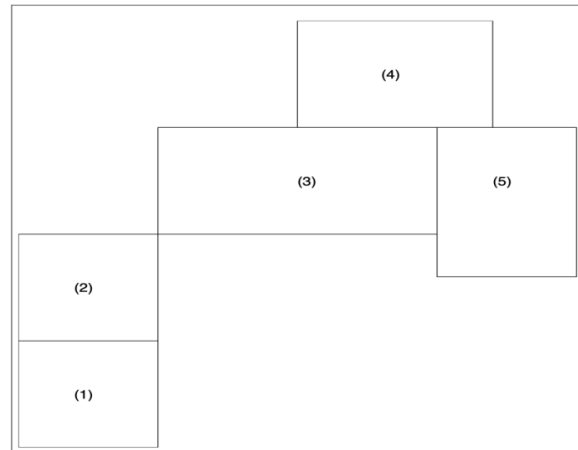
Merupakan wilayah tetangga yang ditentukan berdasarkan persinggungan sudut. Wilayah yang titik sudutnya bertemu dengan sudut lokasi yang menjadi perhatian diberi pembobot  $w_{ij} = 1$  dan untuk wilayah lainnya adalah  $w_{ij} = 0$

#### 3. Queen Contiguity

Merupakan wilayah tetangga yang ditentukan berdasarkan persinggungan sisi dan sudut. Wilayah yang bersisian dan titik sudutnya bertemu dengan wilayah yang menjadi perhatian diberi pembobot  $w_{ij} = 1$  dan untuk wilayah lainnya adalah  $w_{ij} = 0$

Dalam penelitian ini, metode matriks pembobot yang digunakan adalah *queen contiguity* (persinggungan sisi-sudut). Gambar berikut merupakan ilustrasi mengenai perhitungan matriks pembobotan menggunakan *queen contiguity*. Ilustrasi tersebut menggunakan lima daerah sebagai pengamatannya. Elemen

matriks didefinisikan 1 untuk wilayah yang bersisian (*common side*) atau sudutnya (*common vertex*) dengan daerah yang menjadi perhatiannya. Sedangkan, yang lainnya didefinisikan dengan elemen matriks pembobot dengan 0.



Gambar 2. 1 Matriks *Queen Contiguity*

Dari Gambar 2.1, diperoleh matriks *queen contiguity* berukuran  $5 \times 5$  sebagai berikut:

$$\mathbf{W}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Jadi, elemen diagonal utama dari matriks  $\mathbf{W}_{ij}$  adalah 0 pada bagian wilayah yang tidak dianggap tetangga yang merupakan wilayah itu sendiri. Selanjutnya untuk membentuk kombinasi *linear* dari pengamatan tetangga, dilakukan standarisasi matriks agar di setiap baris elemen-elemen matriks akan bernilai antara 0 dan 1 dengan melalui perhitungan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\mathbf{W}_{ij(std)} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i=j}^n w_{ij}} ; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

dengan  $\mathbf{W}_{ij(std)}$  adalah elemen matriks bobot yang sudah distandarisasi. Matriks pembobot spasial terstandarisasi yang terbentuk dari Gambar 2.1 adalah sebagai berikut (LeSage, 1999):

$$\mathbf{W}_{ij(std)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

## 2.6 Matriks Pembobot Jarak

Lokasi yang dinyatakan dengan *longitude* (bujur) dan *latitude* (lintang) dalam satuan *Degree Minute Second* adalah sumber informasi yang memungkinkan dilakukannya perhitungan jarak antar dua titik dalam ruang. Posisi *longitude* dan *latitude* umumnya diproyeksikan menjadi koordinat titik lokasi secara dua dimensi yaitu menggunakan konsep *Universal Transverse Mercator Coordinate System*. Hasil dari proyeksi tersebut dinyatakan sebagai koordinat *easting* dan *northing* suatu lokasi dalam satuan meter (Fitriani & Efendi, 2019).

Misalkan  $s_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$  merupakan vektor koordinat *easting* ( $x$ ) dan *northing* ( $y$ ) dari lokasi  $i$  dalam satuan meter, sehingga jarak di antara lokasi  $i$  dan lokasi  $j$  didefinisikan sebagai jarak *euclidean* yaitu sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(s_i - s_j)^T (s_i - s_j)} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} ; \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (2.8)$$

Keterangan:

$u_i$  = koordinat lintang lokasi ke- $i$

$u_j$  = koordinat lintang lokasi ke- $j$

$v_i$  = koordinat bujur lokasi ke- $i$

$v_j$  = koordinat bujur lokasi ke- $j$

Matriks pembobot jarak terdiri dari *K-Nearest Neighbor* (KNN), jarak radial, jarak invers, jarak eksponensial, dan bobot jarak ganda.

### 2.6.1 Matriks *K-Nearest Neighbor* (KNN)

Pembobot spasial *K-Nearest Neighbor* atau KNN adalah pembobot yang berdasarkan pada  $k$  tetangga terdekat dari suatu lokasi amatan. Dalam pembobotan ini memanfaatkan informasi terkait lokasi amatan yang didasarkan pada garis lintang dan garis bujur. Misalnya, ketika lokasi ke- $i$  memiliki  $k$  tetangga terdekat maka  $k$  pada jarak terdekat antar lokasi ke- $i$  dengan lokasi ke- $j$  dinyatakan  $N_k(i) = \{d_{ij[1]}, d_{ij[2]}, d_{ij[3]}, \dots, d_{ij[k]}\}$  yang dimana jarak antar lokasi amatan  $d_{ij}$ . Setiap baris  $i$  dalam matriks pembobot spasial menurut  $k$  tetangga terdekat memiliki  $k$  buah kolom  $j$  dengan elemen 1 dan kolom lainnya bernilai 0 (Anselin, 1988).

Menurut Jaya, dkk. (2017), *K-Nearest Neighbor* atau KNN dilakukan dengan beberapa tahapan yaitu:

1. Menghitung jarak *euclidean* lokasi  $i$  ke  $j$ .
2. Mengurutkan jarak yang diperoleh.
3. Memilih  $k$  lokasi dengan jarak terdekat sebagai nilai optimum.

Penentuan nilai  $k$  pertama kali yaitu berdasarkan statistik moran I. Prosesnya dilakukan secara iterasi. Nilai  $k$  terpilih berdasarkan nilai moran I terbesar. Kemudian nilai ini digunakan untuk menentukan matriks jarak yang optimum dalam pemodelan *spatial lag dependent*.

Menyusun matriks pembobot  $\mathbf{W}$  dengan elemen matriks dihitung menggunakan cara sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika } j \in N_k(i) \\ 0, & \text{j selainnya} \end{cases} ; \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, n \end{matrix}$$

Selanjutnya, melakukan standarisasi baris dengan rumus sebagai berikut:

$$W_{ij(std)} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i=j}^n w_{ij}} ; \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (2.9)$$

## 2.7 Uji Efek Spasial

Pengujian efek spasial dilakukan untuk mengidentifikasi keberadaan efek spasial dalam data. Uji efek spasial terdiri dari dua macam yaitu uji dependensi spasial dan uji heterogenitas spasial.

### 2.7.1 Uji Dependensi Spasial

Pengujian secara global melalui *indeks moran* merupakan pengujian adanya autokorelasi dengan asumsi lokasi sama tetapi variabel berbeda dan berbasis kovarian. Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut:

$H_0$  : tidak ada autokorelasi spasial

$H_1$  : terdapat autokorelasi spasial

Statistik Uji:

$$Z_{hitung} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \quad (2.10)$$

Kriteria uji: Tolak  $H_0$  jika  $|Z_{hitung}| > Z_{\alpha/2}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$

Statistik *indeks moran* dapat diukur dengan rumus sebagai berikut (Lee & Wong, 2001):

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.11)$$

Dimana  $x_i$  adalah nilai dari interval atau variabel rasio dalam unit areal  $i$ . Nilai  $I$  Moran berkisar dari -1 untuk autokorelasi spasial negatif hingga 1 untuk autokorelasi spasial positif. Autokorelasi positif yaitu ketika objek-objek yang berdekatan memiliki nilai atau kategori yang serupa. Autokorelasi spasial negatif

yaitu ditandai dengan perubahan warna yang sering terjadi antara *polygon* yang bersebelahan. Tidak ada autokorelasi yaitu menunjukkan pola yang mendekati acak.

Selain jenis atau sifatnya, autokorelasi spasial juga dapat diukur berdasarkan tingkat kekuatannya. Autokorelasi spasial yang kuat berarti nilai antar objek geografis yang berdekatan memiliki hubungan yang tinggi, baik hubungan tersebut bersifat positif maupun negatif. Sebaliknya, apabila antar objek yang berdekatan tidak menunjukkan pola yang jelas atau tidak teratur, maka pola tersebut dikatakan memiliki autokorelasi spasial yang lemah atau bahkan bersifat acak (Lee & Wong, 2001).

Jika tidak ada autokorelasi spasial, nilai yang diharapkan dari *indeks moran* adalah:

$$E(I) = -\frac{1}{(n-1)} \quad (2.12)$$

dengan  $n$  adalah jumlah kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Utara

Pada perhitungan *indeks moran*, jika unit wilayah  $i$  dan  $j$  merupakan tetangga, maka bobot spasial  $w_{ij}$  akan bernilai 1. Sebaliknya, jika  $i$  dan  $j$  bukan tetangga, maka nilai  $w_{ij}$  bernilai 0. Jika merupakan tetangga, maka nilai dari  $i$  dan  $j$  terlebih dahulu dibandingkan dengan nilai rata-rata variabel tersebut. Selisih keduanya dari rata-rata kemudian dikalikan. Hasil perkalian selisih dari rata-rata tersebut lalu dijumlahkan untuk seluruh pasangan unit yang menjadi tetangga. Apabila kedua unit yang bertetangga memiliki nilai di atas rata-rata, maka hasil perkalian akan bernilai positif besar. Hal yang sama terjadi jika keduanya berada di bawah rata-rata (Lee & Wong, 2001).

### 2.7.2 Uji Heterogenitas Spasial

Heterogenitas spasial merupakan nilai dari sisaan suatu model yang diamati memiliki ragam yang bersifat tidak konstan. Uji heterogenitas yang dilakukan adalah uji *Breusch-Pagan* (BP) yaitu sebagai berikut (Anselin, 1988):

1. Hipotesis:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$  (antar daerah yang memiliki ragam sama)

$H_1 : \text{minimal ada satu } \sigma_1^2 \neq \sigma^2, i = 1, 2, \dots, k$  (antar daerah memiliki ragam yang berbeda)

2. Tingkat signifikansi :  $\alpha$

3. Statistik Uji:

$$BP = \left(\frac{1}{2}\right) f' \mathbf{Z} (\mathbf{Z}' \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}' f + \left(\frac{1}{T}\right) \left(\frac{e' \mathbf{W} e}{\sigma^2}\right)^2 \quad (2.13)$$

dengan:

$$f_i = \frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1 \quad (2.14)$$

$$T = \text{tr}(\mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{W}^2)$$

Keterangan:

$\mathbf{Z}$  : matriks variabel  $k$  berdimensi  $n \times (k + 1)$

$\mathbf{W}$  : matriks pembobot spasial terstandarisasi berdimensi  $n \times n$

$f_i$  : gangguan yang sudah ditransformasi

$e_i$  : galat untuk pengamatan ke- $i$

$e$  : vektor *error*  $e_i$

$\sigma^2$  : ragam *error*  $e_i$

4. Kriteria Uji:

Tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  apabila  $BP > \chi^2_{\alpha, p+1}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$

5. Kesimpulan:

Jika tolak  $H_0$  maka dapat disimpulkan bahwa ragam *error* tidak konstan atau terdapat heterogenitas spasial.

## 2.8 Lagrange Multiplier (LM)

Uji *Lagrange Multiplier* (LM) digunakan sebagai dasar memilih model regresi spasial yang sesuai dan untuk memperoleh informasi apakah terdapat ketergantungan spasial.

### 2.8.1 Lagrange Multiplier Lag

Uji *lagrange multiplier lag* digunakan untuk mengidentifikasi dependensi spasial pada lag dimana jika hasil uji signifikan maka penelitian dapat dilanjutkan dengan model regresi SAR.

1. Hipotesis:

$H_0 : \rho = 0$  (tidak ada efek spasial *lag*)

$H_1 : \rho \neq 0$  (ada efek spasial *lag*)

2. Statistik Uji:

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{e^T W y}{s^2}\right)^2}{nJ} \quad (2.15)$$

dengan

$$nJ = T + \frac{(WX\beta)^T M (WX\beta)}{s^2}$$

$$T = \text{tr}(W^2 + W^T W)$$

$$M = I - X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$s^2 = \frac{e^T e}{n}$$

Keterangan:

$e$  : nilai residual dari hasil OLS

$n$  : banyaknya lokasi amatan

$W$  : matriks pembobot spasial terstandarisasi berukuran  $n \times n$

$X$  : matriks variabel independen berukuran  $n \times (p + 1)$

$\beta$  : vektor koefisien parameter regresi dengan ukuran  $(p + 1) \times 1$

$I$  : matriks identitas

$y$  : vektor variabel dependen berukuran  $n \times 1$

### 3. Kriteria Uji

Tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  apabila  $LM_{lag} > \chi^2_{\alpha,1}$

### 4. Kesimpulan

Tolak  $H_0$  apabila  $p - value < \alpha$  yang artinya terdapat dependensi spasial lag pada variabel dependen.

## 2.8.2 Lagrange Multiplier Error

Uji *lagrange multiplier error* digunakan untuk mengidentifikasi dependensi spasial pada *error* dimana jika hasil uji signifikan maka penelitian dapat dilanjutkan dengan model regresi SEM.

### 1. Hipotesis:

$H_0 : \lambda = 0$  (tidak ada efek spasial *error*)

$H_1 : \lambda \neq 0$  (ada efek spasial *error*)

### 2. Statistik Uji:

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{e^T W e}{s^2}\right)^2}{T} \quad (2.16)$$

dengan

$$T = tr(W^2 + W^T W)$$

$$s^2 = \frac{e^T e}{n}$$

Keterangan:

$e$  : nilai residual dari hasil OLS

$n$  : banyaknya lokasi amatan

$W$  : matriks pembobot spasial terstandarisasi berukuran  $n \times n$

### 3. Kriteria Uji

Tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  apabila  $LM_{error} > \chi^2_{\alpha,1}$

### 4. Kesimpulan

Tolak  $H_0$  apabila  $p - value < \alpha$  yang artinya terdapat dependensi spasial *error* pada *error*.

## 2.9 Spatial Autoregressive (SAR)

*Spatial Autoregressive Model* (SAR) disebut juga *Spatial Lag Model* (SLM) adalah salah satu model spasial dengan pendekatan area dengan memperhitungkan pengaruh spasial lag pada variabel dependen saja. Model ini dinamakan juga *Mixed Regressive Autoregressive* karena mengkombinasikan model regresi biasa dengan model regresi spasial *lag* pada variabel dependen (Anselin, 1988). Bentuk model umum SAR adalah sebagai berikut:

$$y = \rho W y + X \beta + \varepsilon; \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I_n) \quad (2.17)$$

Keterangan:

$y$  : vektor variabel respon berukuran  $n \times 1$

$\rho$  : koefisien parameter spasial *lag* dari variabel respon

$W$  : matriks pembobot spasial terstandarisasi berukuran  $n \times n$

$X$  : matriks variabel prediktor berukuran  $n \times (k + 1)$

$\beta$  : vektor koefisien parameter regresi berukuran  $(k + 1) \times 1$

$\varepsilon$  : vektor *error* spasial *autoregressive* berukuran  $n \times 1$

$I$  : matriks identitas berukuran  $n \times n$

Metode estimasi parameter model regresi SAR pada persamaan (2.17) menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Nilai dari fungsi *likelihood* dari  $\varepsilon$  adalah

$$L(\sigma^2; \varepsilon) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\varepsilon^T \varepsilon)\right) \quad (2.18)$$

Kemudian diferensialkan persamaan  $\varepsilon = (\mathbf{I} - \rho\mathbf{W})\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$  terhadap  $\mathbf{y}$  sehingga diperoleh nilai Jacobian:

$$J = \left| \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{y}} \right| = |\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}| \quad (2.19)$$

Setelah itu substitusi persamaan  $\varepsilon = \mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$  dan (2.19) ke persamaan (2.18) sehingga didapatkan fungsi *likelihood* dari variabel  $\mathbf{y}$ :

$$L(\boldsymbol{\beta}, \rho, \sigma^2; \mathbf{y}) = \frac{|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})\right) \quad (2.20)$$

Berdasarkan persamaan di atas didapatkan fungsi logaritma natural atau *In likelihood* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ln\{L\} &= \left\{ \ln \frac{|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})\right) \right\} \\ \ln\{L\} &= -\frac{n}{2} \ln\{2\pi\} - \frac{n}{2} \ln\{\sigma^2\} + \ln\{|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|\} \\ &\quad - \frac{(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Estimasi dari parameter  $\boldsymbol{\beta}$  dengan menurunkan fungsi logaritma natural atau *In likelihood* pada persamaan (2.21) terhadap  $\boldsymbol{\beta}$ . Sehingga didapatkan bentuk estimasi MLE dari parameter  $\boldsymbol{\beta}$  sebagai berikut (Yasin dkk., 2021):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W})\mathbf{y} \quad (2.22)$$

Selanjutnya diperoleh estimasi parameter  $\rho$  dengan optimalisasi fungsi persamaan (2.21) sehingga dihasilkan:

$$\hat{\rho} = (\mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{y})^{-1} \mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{y} \quad (2.23)$$

Uji yang digunakan adalah Uji Wald. Uji Wald dapat digunakan untuk menguji signifikansi koefisien model secara individu (Anselin, 1988).

1. Hipotesis

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

2. Statistik Uji

$$Wald = \left( \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \right)^2$$

$$SE(\hat{\beta}_j) = \sqrt{(\sigma^2(\hat{\beta}_j))}$$

Keterangan:

$SE(\hat{\beta}_j)$  : dugaan galat baku untuk koefisien  $\beta_j$

$\hat{\beta}_j$  : nilai dugaan untuk parameter ( $\hat{\beta}_j$ )

3. Kriteria uji :  $H_0$  ditolak jika nilai  $Wald > \chi^2_{(\alpha,1)}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$

## 2.10 Pemilihan Model Terbaik

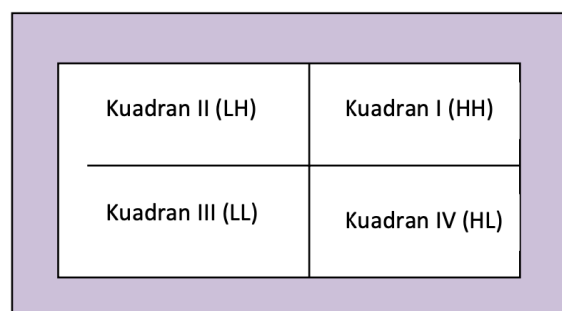
Metode yang digunakan untuk mengukur kebaikan model adalah nilai Akaike's Information Criterion (AIC). Nilai AIC dapat mengukur kebaikan dan kesesuaian model dalam menduga parameter. Suatu model regresi dikatakan model terbaik jika memiliki nilai AIC terkecil. Nilai AIC dapat dihitung menggunakan (Anselin, 1988):

$$AIC = 2k - 2\ln L(\boldsymbol{\beta}) \quad (2.24)$$

Dengan  $k$  adalah jumlah parameter yang digunakan dan  $L(\boldsymbol{\beta})$  adalah maksimum logaritma *likelihood*.

## 2.11 Pendeteksian *Outlier* Spasial

Pola penyebaran dan pengelompokkan antara lokasi dapat ditunjukkan dengan *Moran Scatterplot*. *Moran Scatterplot* digunakan untuk melihat hubungan antara nilai pengamatan yang terstandarisasi dengan nilai rata-rata yang sudah terstandarisasi. Dalam grafik *Moran Scatterplot* dengan sumbu horizontal menunjukkan rata-rata nilai pengamatan pada suatu lokasi dan sumbu vertikal menunjukkan rata-rata nilai pengamatan (distandarisasi) dari lokasi-lokasi yang bertetanggan dengan lokasi yang bersangkutan (Lee & Wong, 2001). *Moran Scatterplot* terbagi menjadi empat kuadran, yaitu sebagai berikut:



Gambar 2. 2 *Moran Scatterplot*

Pada Gambar 2.2 *Moran Scatterplot* terbagi menjadi empat kuadran, yaitu sebagai berikut:

1. Kuadran I (terletak di kanan atas) disebut *High-High* (HH), menunjukkan daerah yang mempunyai nilai pengamatan tinggi dikelilingi oleh daerah yang mempunyai nilai pengamatan tinggi.
2. Kuadran II (terletak di kiri atas) disebut *Low-High* (LH), menunjukkan daerah dengan pengamatan rendah tapi dikelilingi daerah dengan nilai pengamatan tinggi.

3. Kuadran III (terletak di kiri bawah) disebut *Low-Low* (LL), menunjukkan daerah dengan nilai pengamatan rendah dan dikelilingi daerah yang juga mempunyai nilai pengamatan rendah.
4. Kuadran IV (terletak di kanan bawah) disebut *High-Low* (HL), menunjukkan daerah dengan nilai pengamatan tinggi yang dikelilingi oleh daerah dengan nilai pengamatan rendah.

*Moran Scatterplot* yang banyak menempatkan di kuadran HH dan kuadran LL akan cenderung mempunyai nilai autokorelasi spasial yang positif (*cluster*). Sedangkan *Moran Scatterplot* yang banyak menempatkan pengamatan di kuadran HL dan LH akan cenderung mempunyai nilai autokorelasi spasial yang negatif.

## **2.12 Robust Spatial Autoregressive (RSAR)**

*Outlier* adalah pengamatan yang tampak berbeda dengan pengamatan lainnya pada sekumpulan data yang ada (Barnett dan Lewis, 1994). Menurut Draper dan Smith (1998), regresi *robust* adalah metode regresi yang digunakan ketika residual tidak berdistribusi normal atau ada beberapa pencilan yang memengaruhi model. Metode ini adalah alat yang penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi oleh pencilan dan dapat memberikan hasil yang resisten akan kehadiran pencilan. Perhitungan regresi robust dilakukan secara iteratif sehingga diperoleh nilai dugaan yang memiliki standar error parameter yang paling kecil. Salah satu metode estimasi dengan regresi robust adalah *Robust M-Estimator*.

### **2.12.1 Robust M-Estimator**

Menurut Chen (2002), *M-Estimator* adalah metode estimasi secara komputasi maupun teoritisnya dapat mengakomodir keberadaan *outlier* dalam model regresi spasial *Robust M-Estimator* merupakan estimasi yang meminimumkan fungsi

obyektif  $\rho$  yaitu  $\min_{\beta} \rho(u_i)$ . Fungsi obyektif  $\rho$  adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi tersebut. Fungsi pembobot atau  $w(u_i)$  digunakan untuk menghasilkan nilai pembobot. Fungsi pembobot yang digunakan adalah *Tukey Bisquare*. Fungsi obyektif  $\rho$  pada robust SAR M-Estimator yaitu sebagai berikut:

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho(u_i) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{s}\right) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right) \quad (2.25)$$

Dengan  $s$  adalah skala estimasi *robust*. Estimasi  $s$  yang digunakan adalah:

$$s = \frac{MAD}{0,6745} = \frac{\text{median}|e_i - \text{median}(e_i)|}{0,6745} \quad (2.26)$$

Nilai 0,6745 menjadikan  $s$  sebagai estimator tak bias dari  $\sigma$  jika  $n$  besar dan error berdistribusi normal (Montgomery dan Peck, 1992).

Untuk mendapatkan estimasi parameter  $\beta_j (j = 0, 1, \dots, k)$  dengan meminimumkan persamaan (2.25) dan turunkan parsial pertama dari  $\rho$  terhadap  $\beta_j$  disamakan dengan 0, sehingga:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \psi\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right) = 0, j = 0, 1, \dots, k \quad (2.27)$$

Dengan  $\psi = \rho'$  dan  $x_{ij}$  adalah pengamatan ke-  $i$  pada parameter ke-  $j$  dan  $x_{i0} = 1$ .

Draper dan Smith (1998) memberikan solusi pada persamaan (2.27) dengan mendefinisikan fungsi pembobot:

$$w(u_i) = \frac{\psi\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right)}{\left(\frac{y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij}\beta_j}{s}\right)} \quad (2.28)$$

dan  $w_i = w(u_i)$ . Kemudian estimasi persamaan (19) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} w_i \left( y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \beta_j \right) = 0, j = 0, 1, \dots, k \quad (2.29)$$

Persamaan (2.29) dapat diselesaikan dengan estimasi kuadrat terkecil dengan pembobot iteratif yaitu *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS). Iterasi ini membutuhkan proses iterasi dengan nilai  $w_i$  akan berubah nilainya di setiap iterasi. Pada IRLS ini diasumsikan bahwa  $\hat{\beta}_0$  ada dan  $s$  adalah skala estimasi robust. Kemudian ditulis  $p = k + 1$ .

Estimasi  $\beta_j$  dapat diperoleh dengan persamaan:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i \left( y_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \hat{\beta}_j \right) &= 0, j = 0, 1, \dots, k ; i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i y_i - \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i \sum_{j=0}^k x_{ij} \hat{\beta}_j &= 0, j = 0, 1, \dots, k ; i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i - \sum_{j=0}^k x_{ij} \hat{\beta}_j &= \sum_{i=1}^n x_{ij} w_i y_i, j = 0, 1, \dots, k ; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Pada notasi matriks, persamaan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \hat{\beta} &= \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \\ \hat{\beta} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \end{aligned} \quad (2.30)$$

dengan  $\mathbf{W}$  adalah matriks diagonal berukuran  $n \times n$  dengan elemen-elemen diagonal  $w_1, w_2 = \dots = w_n$ . Jadi estimasi parameter regresi robust dengan IRLS, untuk  $m+1$  iterasi:

$$\hat{\beta}^{(m+1)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(m)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}^{(m)} \mathbf{y} \quad (2.31)$$

Iterasi akan berhenti sampai didapatkan nilai  $\hat{\beta}_j$  yang konvergen yaitu selisih nilai  $\hat{\beta}_j^{(m+1)}$  dan  $\hat{\beta}_j^{(m)}$  mendekati 0.

### Fungsi Obyektif

Fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust* adalah fungsi obyektif (Fox, 2002). Salah satu fungsi pembobot yang digunakan adalah fungsi pembobot *Tukey Bisquare* sebagai berikut:

$$w(u_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c}\right)^2\right]^2, & \text{untuk } |u_i| \leq c \\ 0, & \text{untuk } |u_i| > c \end{cases} \quad (2.32)$$

Nilai  $c$  disebut *tunning constant*. Fox (2002) menyatakan bahwa *tunning constant* untuk fungsi pembobot *Tukey Bisquare* pada metode estimasi *M-Estimator* adalah  $c = 4,685$ .

Langkah-langkah dalam proses iterasi menggunakan IRLS untuk pendugaan parameter RSAR *M-Estimator* adalah sebagai berikut (Chen, 2002):

1. Mengatur nilai awal parameter SAR dengan estimasi parameter  $\hat{\beta}$  pada model SAR yaitu:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W})\mathbf{Y} \quad (2.33)$$

2. Melakukan proses iterasi sampai diperoleh nilai  $\hat{\beta}_j$  yang konvergen artinya  $|\hat{\beta}_j^{(m+1)} - \hat{\beta}_j^{(m)}|$  mendekati nol. Estimasi parameter RSAR dengan menggunakan IRLS untuk  $m + 1$  iterasi adalah sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{(m+1)} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(m)}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}^{(m)}(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W})\mathbf{Y} \quad (2.34)$$

Dimana  $m$  adalah banyak iterasi,  $w_i^{(m)}$  adalah matriks diagonal berukuran  $n \times n$  dengan elemen-elemen diagonal  $w_1, w_2 = \dots = w_n$ ,  $w_i$  adalah fungsi pembobot dengan rumus sebagai berikut:

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{4,685}\right)^2\right]^2, & \text{untuk } |u_i| \leq 4,685 \\ 0, & \text{untuk } |u_i| > 4,685 \end{cases}$$

Iterasi berhenti jika nilai  $\hat{\beta}_j$  konvergen yaitu  $|\hat{\beta}_j^{(m+1)} - \hat{\beta}_j^{(m)}|$  mendekati nol.

### **2.13 Tuberkulosis**

Tuberkulosis (TBC) merupakan salah satu penyakit menular yang menjadi perhatian global. Penyakit ini disebabkan oleh *Mycobacterium Tuberculosis* dan terutama menyerang paru-paru, meskipun dapat menyebar ke organ lain seperti otak, ginjal, dan tulang. Penyakit ini menyebar melalui udara ketika penderita TBC batuk, bersin, atau meludah (WHO, 2026).

### **2.14 Merokok**

Kebiasaan merokok masyarakat Indonesia adalah faktor yang sangat sering dijumpai pada kegiatan sehari-hari. Indonesia merupakan negara ketiga dengan jumlah perokok terbesar di dunia setelah Cina dan India. Berdasarkan data dari hasil Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) pada tahun 2018, prevalensi merokok pada masyarakat Indonesia yang memiliki usia > 10 tahun menyentuh angka 28,8% (WHO, 2020).

### **2.15 Tenaga Medis**

Kesehatan merupakan komponen sangat penting dalam kesejahteraan. Penyelenggaraan jaminan sosial bagi seluruh rakyat Indonesia diamanatkan dalam Undang-Undang Dasar (UUD) Tahun 1945 dan Undang-Undang Nomor 36 Tahun 2009 tentang Kesehatan. Salah satu faktor yang sangat penting yaitu peran tenaga medis dalam memberikan pelayanan kesehatan bagi masyarakat. Tenaga medis adalah setiap orang yang mengabdikan diri dibidang kesehatan, memiliki pengetahuan dan atau keterampilan melalui pendidikan dibidang kesehatan yang memerlukan kewenangan dalam menjalankan pelayanan kesehatan (UU Nomor 36 tahun 2014).

## 2.16 Gizi Buruk

Menurut Kementerian Kesehatan (2023), gizi buruk adalah kondisi dimana saat berat badan anak terlalu rendah bila dibandingkan dengan tinggi badannya. Anak yang memiliki gizi buruk biasanya memiliki daya tahan tubuh yang sangat lemah dan berisiko terkena penyakit parah. Penyebab utama gizi buruk yaitu kekurangan asupan makanan bernutrisi sesuai dengan kebutuhan masing-masing tiap kelompok usia anak.

### III. METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat penelitian merupakan tempat atau daerah yang dilaksanakannya penelitian dalam melakukan pengambilan data. Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Lampung dan waktu penelitiannya adalah Tahun Ajaran 2025/2026.

#### 3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder di kabupaten/kota Provinsi Sumatera Utara tahun 2022 mengenai kasus penyakit Tuberkulosis (TBC) dan faktor-faktor yang mempengaruhi penyakit Tuberkulosis (TBC) yang diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Utara. Data diakses secara berkala melalui <https://sumut.bps.go.id/id>. Pendefinisian variabel disajikan sebagai berikut :

Tabel 3. 1 Pendefinisian Variabel

Variabel	Kode	Pengertian	Satuan
Jumlah Kasus Penyakit Tuberkulosis di Sumatera Utara	Y	Tuberkulosis adalah penyakit infeksi menular serius yang yang disebabkan oleh bakteri <i>Mycobacterium tuberculosis</i> .	Orang

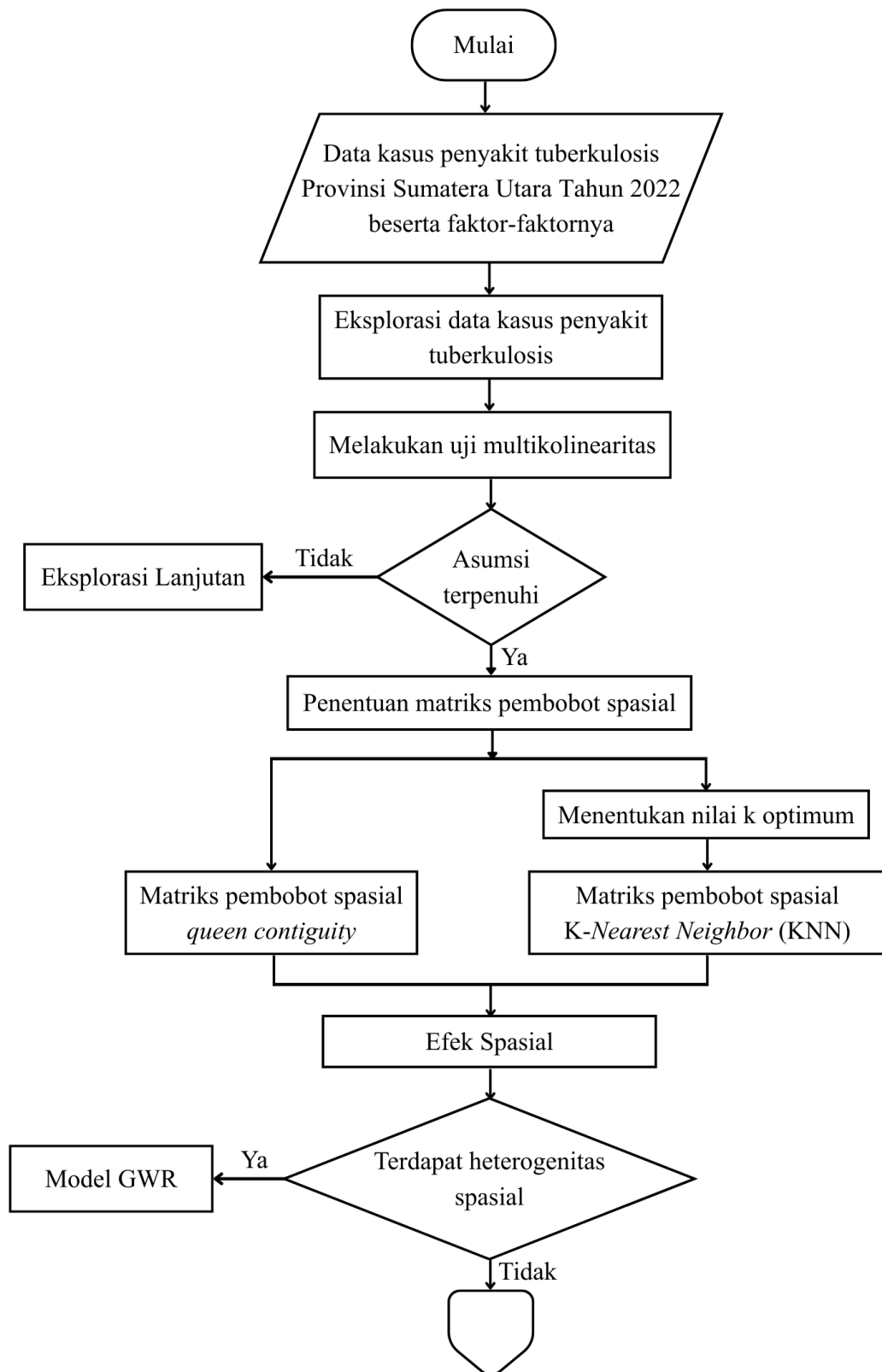
		Penyakit infeksius kronik dan berulang biasanya mengenai organ paru-paru dan dapat menyerang semua bagian tubuh.	
Jumlah Perokok di Atas 15 Tahun	$X_1$	Jumlah Perokok di Atas 15 Tahun adalah jumlah orang yang secara aktif menghisap rokok atau produk tembakau lain. Rokok merupakan salah satu barang yang berbahaya yang paling mematikan di dunia, konsumsi rokok secara berkelanjutan dapat mengakibatkan berbagai masalah kesehatan.	Orang
Jumlah Tenaga Medis	$X_2$	Tenaga medis adalah setiap orang yang mengabdikan diri di bidang kesehatan, memiliki pengetahuan dan atau keterampilan melalui pendidikan dibidang kesehatan. Ketersediaan tenaga medis yang memadai dan merata serta fasilitas kesehatan menjadi faktor utama dalam menjamin pelayanan kesehatan.	Orang
Jumlah Gizi Buruk	$X_3$	Status gizi merupakan tolak ukur keberhasilan dalam memenuhi kebutuhan nutrisi anak. Gizi Buruk adalah kondisi kekurangan atau kelebihan nutrisi penting (kalori, protein, vitamin, mineral)	Orang

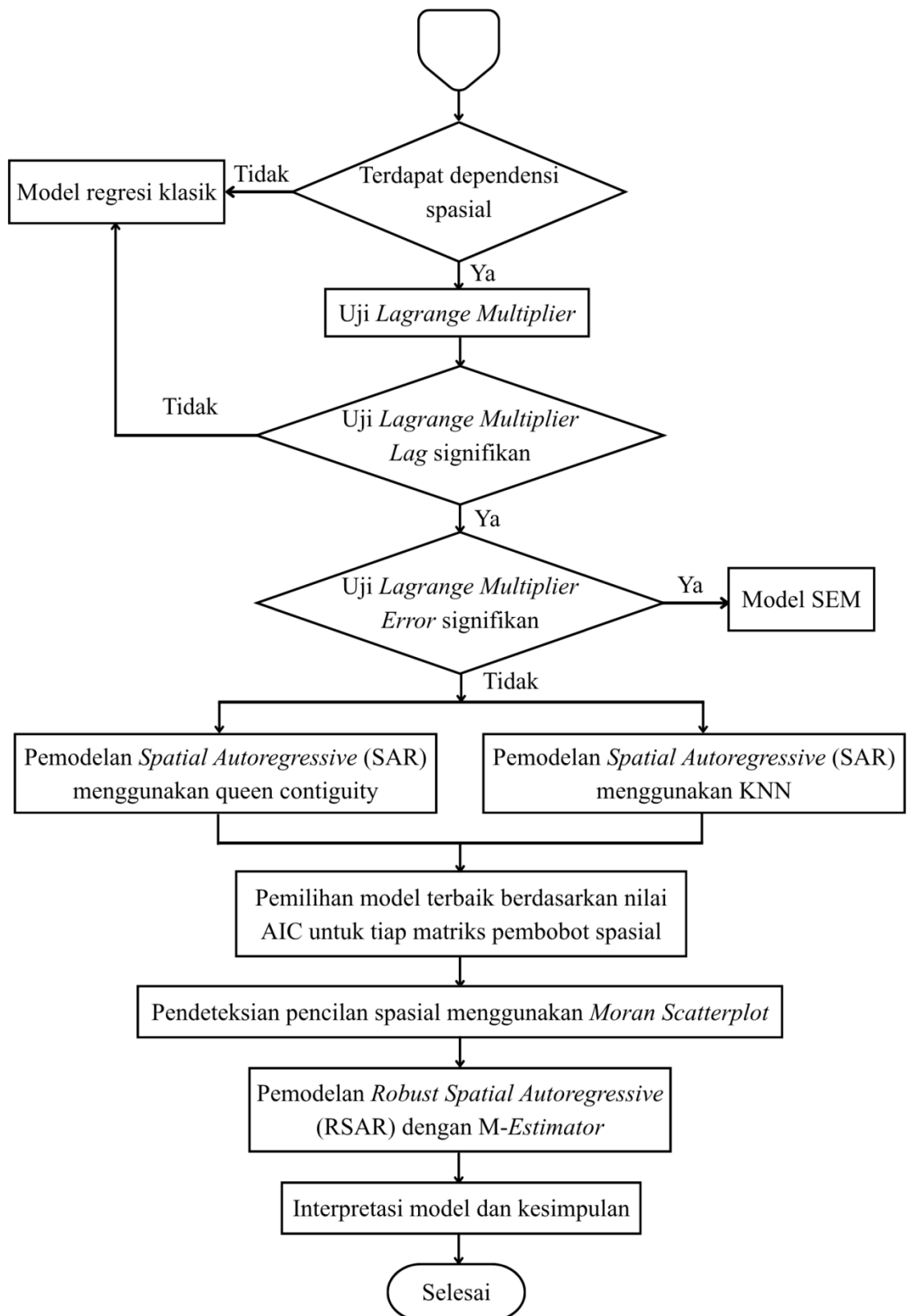
### 3.3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang dilakukan adalah metode *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) pada kasus penyakit tuberkulosis di kabupaten/kota Provinsi Sumatera Utara. Pengolahan data digunakan dengan bantuan software R, Geoda, dan Excel. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan gambaran umum data kasus penyakit tuberkulosis Provinsi Sumatera Utara tahun 2022 beserta faktor-faktor yang dapat mempengaruhi.
2. Melakukan uji multikolinearitas pada setiap variable bebas yang digunakan dalam analisis. Fungsi dari uji ini adalah untuk melihat ada atau tidaknya suatu korelasi yang tinggi antar variabel-variabel prediktor. Pengujian ini dilakukan menggunakan *Variance Inflation Factor* (VIF). Jika nilai VIF mendapatkan hasil kurang dari 10 maka dapat disimpulkan tidak terjadi multikolinearitas.
3. Menentukan matriks pembobot spasial  
Pada penelitian ini menggunakan dua matriks pembobot spasial, yaitu:
  - a. *Queen contiguity*.
  - b. *K-Nearest Neighbor* (KNN).
4. Melakukan uji efek spasial, yaitu:
  - a. Uji dependensi spasial dengan pengujian Indeks Moran.
  - b. Uji heterogenitas spasial dengan menggunakan uji *Breusch-Pagan* (BP).
5. Uji *Lagrange Multiplier* (LM)
  - a. *Lagrange Multiplier Lag*.
  - b. *Lagrange Multiplier Error*.
6. Pemodelan *Spatial Autoregressive* (SAR)
7. Pemilihan model terbaik  
Dalam pemilihan model terbaik berdasarkan nilai AIC untuk tiap matriks pembobot spasial yang digunakan.
8. Pendeteksian pencilan spasial menggunakan *Moran Scatterplott*.
9. Mengestimasi parameter *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) dengan *M-Estimator*.
10. Interpretasi model *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR).

Berikut merupakan *flowchart* untuk metode penelitian menggunakan regresi spasial:





## V. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan penelitian ini, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Dalam pemodelan SAR, digunakan dua pendekatan matriks pembobot spasial, yaitu *queen contiguity* dan *K-Nearest Neighbor* (KNN). Pemilihan matriks pembobot spasial terbaik dilakukan dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dari masing-masing model. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa model dengan matriks pembobot *queen contiguity* menghasilkan nilai AIC yang lebih kecil yaitu 465,2407 dibandingkan dengan model menggunakan *K-Nearest Neighbor* (KNN).
2. Model *Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) memberikan hasil estimasi yang lebih stabil karena mengatasi pengaruh *outlier* dalam data. Berdasarkan hasil estimasi parameter menggunakan *Robust M-Estimator*, diperoleh *model Robust Spatial Autoregressive* (RSAR) sebagai berikut:

$$Y = 0.2341 \sum w_{ij} TBC_{ij} + 57,7959 + 0,00427X_1$$

## DAFTAR PUSTAKA

- Abrari, T., Yanuar, F., & Devianto, D. 2023. Pemodelan Gizi Buruk Balita di Indonesia dengan Model Robust Spasial Autoregresif. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*. 9(2):97-107.
- Anselin, L. 1988. *Spatial Econometrics Statistical Foundation Application to Regional Convergence*. Springer, Berlin.
- Badan Pusat Statistik. 2022. *Indikator Kemiskinan Kabupaten Ogan Ilir Tahun 2022*. No. Publikasi: 16100.2226. BPS Kabupaten Ogan Ilir. <https://oganiirkab.bps.go.id/>.
- Banerjee, S., Carlin, B.P., and Gelfand, A.E. 2004. *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton.
- Barnett, V., and Lewis, T. 1994. *Outliers in Statistical Data (3<sup>rd</sup> ed.)*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Chen, C. 2002. *Robust Regression and Outlier Detection with the Robustreg Procedur*. 265-27. SAS Institute., Inc.
- Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics for Spatial Data Revised Edition*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Draper, N. R., & Smith, H., 1998. *Applied Regression Analysis*. New York, John Wiley and Sons.
- Fitriani R. dan Efendi A. 2019. *Ekonometrika Spasial Terapan Dengan R*. Malang: Tim UB Press, 2019.

- Fox, J. 2002. *Robust Regression : Appendix to An R and S-Plus Companion to Applied Regression*.
- Getis A. and Aldstadt J. 2004. Constructing the spatial weights matrix using local statistics. *Geographical Analysis*. **36**(2):90-104.
- Jaya, I. G. N. M., Tantular, B., dan Zulhanif. 2017. Optimalisasi Matrik Bobot Spasial Berdasarkan K-Nearest Neighbor Dalam Spasial Lag Model. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya II (KNPMP II)*, 104-111.
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2023. Penanganan Gizi Buruk dan Upaya Pencegahannya. Direktorat Jenderal Kesehatan.
- Kingma, N.C. 1991. *Natural Hazard: Geomorphological Aspect of Flood Hazard*. ITC, The Netherlands.
- Lee J. and Wong D. W. S. 2001. *Statistical Analysis Are View GIS*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- LeSage, J.P. 1999. *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. University of Taledo, Ohio.
- Mahading, T. S., Resmawan, Yahya, L., & Akolo, I. R. 2019. Metode Spatial Autoregressive Dalam Analisis Kerawanan Demam Berdarah Dengue di Kota Gorontalo. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*. **5**(2):9-19.
- McMillen, D. P. 1992. Probit with spatial autocorrelation. *Journal of Regional Science*. **32**(3):335-348.
- Montgomery, D.C. & Peck, E. A. 2012. *Introduction Linear Regression Analysis*. Edisi ke-5. John Wiley dan Sons, New York.
- Suryowati, K., Bekti R. D., & Faradila, A. 2018. A Comparison of Weights Matrices on Computation of Dengue Spatial Autocorrelation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. **335**(1):012052.

Suryowati, K., Nahak, M., & Bekt, R. D. 2023. Penerapan Model Spasial Menggunakan Matriks Pembobot Queen Contiguity dan Euclidean Distance Terhadap Kasus Gizi Buruk Balita di Provinsi Nusa Tenggara Timur. *Jurnal Statistika*. **16**(1):298-308.

Undang-Undang Negara Republik Indonesia Nomor 36 Tahun 2014 tentang Tenaga Kesehatan.

Weisberg & Sanford. 2014. Applied Linear Regression. Edisi ke-4. John Wiley & Sons, New York.

World Health Organization. 2020. *Tobacco: Health Benefits of Smoking Cessation*. <https://www.who.int/news-room/questions-and-answers/item/tobacco-health-benefits-of-smoking-cessation>.

World Health Organization. 2026. *Tuberculosis*. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/tuberculosis>.

Wuryandari, T., Hoyyi, A., Kusumawardani, D. S., & Rahmawati, D. 2014. Identifikasi autokorelasi spasial pada jumlah pengangguran di Jawa Tengah Menggunakan Indeks Moran. *Media Statistika*. **7**(1):1-10.

Yasin, H., Warsito, B., & Hakim, A. R. 2021. *Modifikasi Model Regresi Spasial*. Ponorogo: CV Wade Group.