PENDUGAAN PARAMETER PEMBEDA DALAM MODEL
AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED
***MOVING AVERAGE* (ARFIMA)**
(KAJIAN PARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK)

Skripsi

Oleh

PUTRI LUSIANA
NPM. 2217031121

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

ABSTRACT

ESTIMATION OF THE FRACTIONAL DIFFERENCING PARAMETER IN THE AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE (ARFIMA) MODEL (A PARAMETRIC AND SEMIPARAMETRIK STUDY)

By

Putri Lusiana

The *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) model is an extension of the *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) model used to model time series data with long memory characteristics through a fractional differencing parameter. The accuracy of estimating the differencing parameter is an important factor in constructing the ARFIMA model. This study aims to examine the estimation of the differencing parameter using parametric and semiparametric approaches and to apply the ARFIMA model. The data used in this study are monthly export value data of Lampung Province for the period 2015-2024. The analysis was conducted through stationarity testing, Hurst test, and estimation of the differencing parameter using the *Exact Maximum Likelihood* (EML), Geweke Porter-Hudak (GPH), and *Smoothed* Geweke Porter-Hudak methods, followed by ARFIMA model construction and selection of the best model. The results showed that the three methods produced differencing parameter values within the range of $0 < d < 0.5$, with estimated values of $\hat{d}_{GPH} = 0.47$, $\hat{d}_{SGPH} = 0.44$, and $\hat{d}_{EML} = 0.39$. The best model obtained was ARFIMA $(2, \hat{d}_{GPH}, 2)$ with a MAPE value of 22%.

Keywords: ARFIMA, differencing parameter, Geweke Porter-Hudak, Smoothed Geweke Porter-Hudak (SGPH), Exact Maximum Likelihood.

ABSTRAK

PENDUGAAN PARAMETER PEMBEDA DALAM MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) (KAJIAN PARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK)

Oleh

Putri Lusiana

Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) merupakan pengembangan dari model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang digunakan untuk memodelkan data deret waktu dengan karakteristik jangka panjang melalui parameter pembeda fraksional. Ketepatan pendugaan parameter pembeda menjadi faktor penting dalam pembentukan model ARFIMA. Penelitian ini bertujuan mengkaji pendugaan parameter pembeda menggunakan pendekatan parametrik dan semiparametrik serta menerapkan model ARFIMA. Data yang digunakan merupakan data bulanan nilai ekspor Provinsi Lampung periode tahun 2015–2024. Analisis dilakukan melalui pengujian stasioneritas, uji Hurst, pendugaan parameter pembeda menggunakan metode *Exact Maximum Likelihood* (EML), Geweke Porter-Hudak (GPH), dan *Smoothed* Geweke Porter-Hudak, kemudian pembentukan model ARFIMA dan pemilihan model terbaik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga metode menghasilkan nilai parameter pembeda yang berada pada rentang $0 < d < 0.5$ dengan nilai dugaan parameter pembeda yang diperoleh berturut-turut $\hat{d}_{GPH} = 0.47$, $\hat{d}_{SGPH} = 0.44$, dan $\hat{d}_{EML} = 0.39$. Model terbaik yang diperoleh adalah ARFIMA (2, $\hat{d}_{GPH}$, 2) dengan nilai MAPE sebesar 22%.

Kata-kata kunci: ARFIMA, parameter pembeda, Geweke Porter Hudak, *Smoothed* Geweke Porter-Hudak (SGPH), *Exact Maximum Likelihood*.

PENDUGAAN PARAMETER PEMBEDA DALAM MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) (KAJIAN PARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK)

PUTRI LUSIANA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026

Judul Skripsi : **PENDUGAAN PARAMETER PEMBEDA DALAM MODEL *AUTOREGRESSIVE FRACTIONALLY INTEGRATED MOVING AVERAGE* (ARFIMA) (KAJIAN PARAMETRIK DAN SEMIPARAMETRIK)**

Nama Mahasiswa : *Putri Lusiana*

Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031121**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Widiarti, S.Si., M.Si.	**Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.**
NIP. 198005022005012003	NIP. 198406192024061001

2. Wakil Dekan Bidang Akademik dan Kerjasama, FMIPA Universitas Lampung

Mulyono, S.Si., M.Si., Ph.D.
NIP. 197406112000031002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	:	**Widiarti, S.Si., M.Si.**	....
Sekretaris	:	**Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	:	**Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: **02 Juni 2026**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	**Putri Lusiana**
Nomor Pokok Mahasiswa	:	**2217031121**
Jurusan	:	**Matematika**
Judul Skripsi	:	**Pendugaan Parameter Pembeda dalam Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) (Kajian Parametrik dan Semiparametrik)**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 02 Juni 2026

Penulis,

Putri Lusiana

RIWAYAT HIDUP

Penulis memiliki nama lengkap Putri Lusiana yang lahir di Tangerang pada tanggal 25 November 2003. Penulis merupakan anak perempuan ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak M. Manullang dan Ibu N. Nainggolan.

Penulis menempuh pendidikan dasar di SDN Karang Sari 2 Tangerang pada tahun 2009 hingga 2015, kemudian melanjutkan pendidikan di SMPN 5 Kota Tangerang pada tahun 2015 hingga 2018. Penulis juga menyelesaikan pendidikan menengah atas di SMAN 6 Kota Tangerang pada tahun 2018 hingga 2021. Pada tahun 2022, penulis diterima di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN).

Selama masa perkuliahan, penulis aktif dalam Unit Kegiatan Mahasiswa (UKM) tingkat universitas pada bidang sains dan teknologi sebagai anggota Departemen Dana dan Usaha pada tahun 2023. Penulis juga telah melaksanakan kegiatan Kerja Praktik di Kantor Imigrasi Kelas I TPI Bandar Lampung pada bidang Tata Usaha pada tanggal 23 Desember 2024 hingga 31 Januari 2025. Selain itu, penulis telah melaksanakan kegiatan Kuliah Kerja Nyata di Kelurahan Gunung Sulah, Kecamatan Way Halim selama 30 hari pada bulan Juli hingga Agustus 2025.

KATA INSPIRASI

To God Be The Glory

Waktu aku takut, aku ini percaya kepada-Mu
(Mazmur 56:4)

Sebab TUHAN, Dia sendiri akan berjalan di depanmu, Dia sendiri akan menyertai engkau, Dia tidak akan membiarkan engkau dan tidak akan meninggalkan engkau; janganlah takut dan janganlah patah hati
(Ulangan 31:8)

Ketakutanku kuserahkan kepada-Mu dan dalam doa, aku bernyanyi, sebab kemenangan ini hanya milik-Mu
(Phil Wickham)

No matter what situation, just don't give up even if you feel like giving up
(Mark Lee)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas berkat dan penyertaan-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan bahagia, penulis persembahkan rasa terimakasih kepada:

Bapak dan Mama Tercinta

Terima kasih kepada kedua orang tua penulis atas setiap doa, pengorbanan, cinta serta kasih sayang yang selalu menguatkan penulis sampai saat ini. Terima kasih karena telah menjadi rumah terbaik tempat penulis pulang, menjadi alasan untuk tetap bertahan di setiap proses, dan menjadi panutan yang mengajarkan arti kehidupan, keikhlasan, serta perjuangan yang sesungguhnya. Semoga setiap doa dan pengorbanan yang telah bapak dan mama berikan membuat penulis kelak menjadi pribadi yang bermanfaat. Penulis juga berharap kelak dapat memberikan yang terbaik untuk bapak dan mama dimasa depan.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada Dosen Pembimbing I, II dan Pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabat Penulis

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yesus Kristus, atas kebaikan-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Pendugaan Parameter Pembeda dalam Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) (Kajian Parametrik dan Semiparametrik)" dengan baik.

Penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu, membimbing, mendukung, dan memberi masukan kepada penulis sehingga skripsi ini dapat tersusun dengan baik. Maka dari itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan waktu, saran, dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc., selaku pembimbing II yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang membangun kepada penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini.
3. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku Penguji yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan yang membangun kepada penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si. selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Ibu Dr. Notiragayu, S.Si.,M.Si., selaku dosen pembimbing akademik.
7. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

8. Orang tua hebat penulis yaitu Bapak M. Manullang dan Mama N. Nainggolan yang selalu mendukung, memberikan doa, kasih sayang, dan nasehat yang menjadi kekuatan penulis dalam mengejar cita-cita.
9. Partner bertengkar sejak kecil yaitu Kak Len dan Kak El, yang selalu hadir menjaga penulis, memberikan dukungan, dan nasehat selama kuliah.
10. Kedua keponakan penulis yaitu Naomi dan Joshua yang selalu menghibur dan memberikan semangat bagi penulis.
11. Sahabat - sahabat penulis yang sangat berisik, *absurd*, dan banyak tingkah yaitu Elsa, Elisabeth, Insyafiatul dan Megawati yang telah membersamai penulis mengerjakan skripsi ini dengan setiap momen yang selalu berhasil mengundang tawa, perdebatan kecil, dan kebersamaan yang pada akhirnya menjadi kenangan berharga bagi penulis.
12. Semua pihak yang telah membantu memberikan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari berbagai kekurangan dan ketidaksempurnaan dalam menyelesaikan skripsi ini, berbagai kritik dan saran yang bersifat membangun demi penyempurnaan skripsi ini akan sangat membantu. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua dan dapat menjadi bahan masukan bagi pihak – pihak yang membutuhkan.

Bandar Lampung, 02 Juni 2026

Putri Lusiana

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Data deret waktu (*time series*) merupakan serangkaian data yang dikaji secara beruntun berdasarkan waktu (hari, minggu, bulan dan tahun) dengan tujuan memberikan gambaran perkembangan pada suatu pengamatan. Proses pengelolaan suatu data deret waktu biasa disebut analisis deret waktu. Analisis deret waktu adalah kumpulan suatu pengamatan pada data deret waktu yang dilakukan secara bertahap dan didasarkan pada rentang waktu. Berbagai macam metode analisis deret waktu yang telah dikembangkan untuk meramalkan gambaran perkembangan di waktu mendatang antara lain model *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), hingga model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) dan sebagainya (Box *et al.*, 2016).

Model AR merupakan model yang memprediksi nilai saat ini yang didasarkan pada nilai masa lalu dari sebuah variabel (Raihansyah dkk., 2024). Model *Moving Average*, memanfaatkan kesalahan (*error*) pada nilai masa lalu dalam melakukan sebuah peramalan. Kedua model tersebut digabungkan menjadi model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) yang memiliki keunggulan dari model AR dan MA untuk menghasilkan hasil peramalan yang akurat. Meski demikian, ARMA masih memiliki keterbatasan karena hanya dapat diterapkan pada deret waktu yang stasioner.

Box dan Jenkins mengembangkan model ARMA dan memperkenalkan model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang memiliki komponen *differencing* (I) untuk solusi kasus pada data yang non stasioner. Model ini menjadi model yang umum digunakan hingga saat ini dalam melakukan peramalan. Namun ARIMA tidak mampu menghadapi kondisi *long memory* atau ketergantungan jangka panjang pada data deret waktu. Sebuah data deret waktu dapat dikatakan memiliki ketergantungan jangka panjang (*long memory*) apabila data tidak stasioner dan plot *Autocorrelation Function* (ACF) yang dihasilkan menurun secara hiperbolik. Indikasi yang menunjukkan ketergantungan jangka panjang terhadap nilai masa depan tidak dapat dimodelkan dengan baik. Untuk mengatasi keterbatasan model ARIMA, dikembangkan sebuah model yang mampu menghadapi ketergantungan jangka panjang yaitu *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA) (Hosking, 1981).

Model ARFIMA memperbarui ARIMA dengan konsep *fractional differencing* yaitu sebuah proses *differencing* dengan bilangan pecahan atau desimal dimana dalam ARIMA, *differencing* hanya menggunakan bilangan bulat. *Fractional differencing* memungkinkan model menangkap pola autokorelasi yang melemah perlahan, tanpa menghilangkan terlalu banyak informasi dari data seperti yang terjadi jika *differencing* dilakukan secara penuh (*integer differencing*). Pemilihan estimasi parameter pembeda menjadi sangat penting dalam menentukan model terbaik ARFIMA. Hal ini diperkuat dengan penelitian oleh Sahu *et al*., 2024 yang memberikan hasil bahwa estimasi parameter pembeda (d) untuk setiap metode memiliki perbedaan, sehingga perlu pemilihan teknik pendugaan yang tepat agar model ARFIMA memberikan hasil terbaik.

Penelitan oleh Octaviyani dkk., 2019 mengenai estimasi parameter pembeda (d) menyatakan bahwa dalam model ARFIMA pendugaan parameter pembeda dilakukan menggunakan dua jenis pendekatan, yakni pendekatan parametrik dan pendekatan semiparametrik. Pendekatan parametrik mengestimasi parameter secara simultan, metode yang digunakan adalah *Exact Maximum Likelihood* (EML). Metode ini mendasari fungsi *likelihood* dalam mengestimasi parameter pembedanya. Pendekatan semiparametrik mengestimasi parameter pembeda terlebih dahulu tanpa mengetahui nilai orde AR dan MA. Metode yang dapat digunakan yaitu *Geweke Porter-Hudak* (GPH), dimana metode ini didasarkan pada persamaan regresi linear dari fungsi densitas spektral dan *Ordinary Least Square* (OLS), atau *Smoothed* GPH yang merupakan penghalusan dari metode GPH. Selain pada model ARFIMA, beberapa pendekatan lain juga dikembangkan untuk menangani masalah *long memory*, seperti model volatilitas jangka panjang *Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditionally Heteroskedastic* (FIGARCH) maupun metode transformasi spektral. Pendekatan-pendekatan tersebut umumnya tidak secara langsung mengacu pada pendugaan parameter pembeda pada mean. Berdasarkan hal tersebut model ARFIMA tetap menjadi pilihan yang lebih tepat apabila fokus analisis mengenai pendugaan parameter pembeda dan karakteristik *long memory* pada mean.

Nilai ekspor merupakan salah satu indikator yang mencerminkan aktivitas perdagangan internasional dan kondisi perekonomian suatu daerah (Yudha dkk., 2025). Pergerakan nilai ekspor cenderung berfluktuasi dari waktu ke waktu, sehingga analisis terhadap nilai ekspor perlu dilakukan untuk memahami pola pergerakannya serta memberikan gambaran nilai ekspor untuk periode mendatang. Mengingat Provinsi Lampung aktif dalam perdagangan internasional melalui ekspor komoditas unggulan seperti kopi robusta, lada, dan produksi lainnya, yang berkontribusi terhadap perekonomian suatu daerah. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengkaji pendugaan parameter pembeda melalui pendekatan parametrik dengan metode *Exact Maximum Likelihood* dan pendekatan semiparametrik yaitu *Geweke Porter-Hudak*, dan *Smoothed* GPH pada data deret waktu. Hasil pendugaan parameter pembeda dari ketiga metode tersebut akan diterapkan dalam pemodelan ARFIMA pada data nilai ekspor Provinsi Lampung untuk mengevaluasi hasil peramalan.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji metode parametrik (*Exact Maximum Likelihood*) dan semiparametrik (GPH dan *Smoothed* GPH) dalam pendugaan parameter pembeda pada model ARFIMA.
2. Menerapkan model ARFIMA pada data Nilai Ekspor Provinsi Lampung untuk peramalan.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah pemahaman mengenai pemodelan deret waktu khususnya model ARFIMA serta teknik pendugaan parameter pembeda.
2. Menambah pengetahuan mengenai penerapan parameter pembeda dalam model ARFIMA.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu

Deret waktu atau *time series* merupakan sekumpulan hasil pengamatan yang dicatat secara berurutan dalam rentang waktu untuk menggambarkan perkembangan suatu peristiwa atau kejadian (Box *et al.*, 2016). Setiap hasil pengamatan dalam deret waktu memiliki keterkaitan dengan waktu sebelumnya, sehingga urutan pencatatannya menjadi aspek yang sangat penting dalam analisis. Untuk mengetahui informasi yang terdapat dalam hasil pengamatan deret waktu, maka diperlukan analisis deret waktu. Analisis deret waktu merupakan analisis statistika yang berguna dalam mengelolah data hasil pengamatan (observasi) deret waktu (Khoiri, 2023). Analisis deret waktu digunakan untuk meramalkan atau memprediksi data observasi di masa yang akan datang, menggambarkan sebuah peristiwa pada saat ini berdasarkan pola yang terdapat pada data observasi antara lain tren (*trend*), musiman (*seasonal*), siklikal (*cylical*), dan acak.

2.2 Stasioneritas

Dalam analisis deret waktu, pemodelan deret waktu memerlukan adanya asumsi data dengan keadaan stasioner. Hal ini dilakukan agar mendapatkan jenis model yang sesuai untuk peramalan. Stasioner merupakan suatu keadaan data deret waktu dimana karakteristik statistiknya tidak berubah dari waktu ke waktu yaitu data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang relatif konstan, memiliki varians yang stabil dari waktu ke waktu, dan tidak menunjukan adanya pola tren meningkat atau menurun secara konsisten atau pola musiman yang kuat dari waktu ke waktu. Stasioner dalam rata-rata secara matematis dapat dituliskan sebagai persamaan:

$$E(Y_t) = \mu \tag{2.1}$$

Sedangkan stasioner dalam varians konstan dapat dinyatakan sebagai persamaan berikut:

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 \tag{2.2}$$

Jika data tidak stasioner dalam varians, maka transformasi data perlu dilakukan. Salah satu metode transformasi yang biasa digunakan dalam analisis deret waktu adalah transformasi Box-Cox. Menurut Montgomery *et al.*, (2008) transformasi Box–Cox digunakan untuk menstabilkan varians data dalam deret waktu agar fluktuasi nilai tidak bergantung pada waktu. Secara matematis, transformasi Box-Cox dinyatakan sebagai:

$$Y_t^{(\lambda)} = \begin{cases} \dfrac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda Y_g^{\lambda-1}}, & \lambda \neq 0, \\ Y_g \ln(Y_t), & \lambda = 0 \end{cases} \tag{2.3}$$

dengan,

$$Y_g = \exp\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \ln Y_t\right) \tag{2.4}$$

merupakan rata-rata geometrik dari pengamatan, T adalah jumlah pengamatan, λ adalah parameter transformasi yang dipilih secara empiris agar varians menjadi lebih stabil. Transformasi Box-Cox ditunjukkan pada tabel 1 berikut:

Tabel 1. Transformasi Box–Cox

λ	-1	-0.5	0	0.5	1
Transformasi Box–Cox	$\frac{1}{Y_t}$	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$	$\ln(Y_t)$	$\sqrt{Y_t}$	Y_t

Sedangkan jika data tidak stasioner dalam rata-rata, maka diperlukan proses differensiasi untuk mengatasi rataan yang tidak konstan sepanjang waktu, dimana deret asli diganti dengan pembeda yang disimbolkan dengan d. Proses differensiasi dapat dituliskan dengam persamaan berikut.

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.5}$$

Pengujian stasioneritas rata-rata dari suatu deret waktu dapat dilakukan menggunakan uji *Augmented Dickey Fuller*, yang bertujuan untuk mengidentifikasi adanya *unit root* (Makridakis et al., 2008). Jika terdapat *unit root*, maka data tersebut dinyatakan sebagai tidak stasioner.

1. Model *Augmented Dickey Fuller*
   Uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) dapat dijabarkan pada persamaan berikut:

$$\Delta Y_t = \beta_0 + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{2.6}$$

   dengan α_i merupakan koefisien autoregressive pada *lag* k dengan $k = 1, 2, 3, \ldots, p$ dan β_0 merupakan suatu konstanta δ merupakan parameter yang menggambarkan keberadaan unit *root* pada deret waktu.

2. Hipotesis uji
   $H_0 : \delta = 0$ (terdapat *unit root*, data tidak stasioner)
   $H_1 : \delta < 0$ (tidak terdapat *unit root*, data stasioner)

3. Statistik uji
   Statistik uji yang digunakan pada uji ADF adalah statistik uji t, yaitu:

$$t = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \tag{2.7}$$

4. Taraf signifikansi
   Kriteria pengujian menggunakan taraf signifikansi $\alpha = 0.05$.

5. Keputusan
   Tolak H_0 apabila nilai statistik uji yaitu ADF$_{hitung}$ $<$ ADF$_{tabel}$ atau tolak H_0 jika p-value $< \alpha$.

2.3 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

2.3.1 *Autocorrelation Function* (ACF)

Menurut Cryer & Chan (2008), fungsi autokorelasi menjelaskan hubungan linear antara pengamatan dengan deret waktu yang terpisah oleh *lag* tertentu. Fungsi autokorelasi digunakan untuk mengukur keterkaitan nilai – nilai data pada waktu yang berbeda. Analisis fungsi autokorelasi penting dalam mengidentifikasi keberadaan autokorelasi dan menentukan orde pada model *moving average*. Pola ACF digunakan sebagai indikasi awal stasioneritas dengan melihat apabila nilai

ACF menurun dengan bertambahnya *lag*. Misalkan suatu deret waktu pada suatu proses stasioner dinyatakan sebagai $Y_t = Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$, dan selang waktu sepanjang k, pengamatan pada waktu t hingga $t+k$ dinyatakan sebagai $Y_{t+k} = Y_{t+1}, Y_{t+2}, \ldots, Y_{t+k-1}$ memiliki nilai harapan yaitu $E(Y_t) = \mu$ dan varians yaitu $\mathrm{Var}(Y_t) = E(Y_t - \mu) = \sigma^2$ yang konstan. Selain itu, kovarians antara Y_t dan pengamatannya pada waktu ke-$t+k$, yaitu $\mathrm{Cov}(Y_t, Y_{t+k})$ juga bersifat konstan dan disebut sebagai autokovarians pada *lag* k, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\gamma_k = \mathrm{Cov}(Y_t, Y_{t+k}) = E(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu) \tag{2.8}$$

Sehingga terbentuk fungsi autokorelasi yang dinyatakan dengan nilai ρ_k untuk $k = 1, 2, 3, \ldots$, secara matematis fungsi autokorelasi pada *lag* ke-k dituliskan dengan persamaan berikut:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\mathrm{Cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{\mathrm{Var}(Y_t)}\,\sqrt{\mathrm{Var}(Y_{t+k})}} \tag{2.9}$$

Menurut Makridakis *et al.*, (1983), adapun pengujian koefisien autokorelasi yang digunakan agar mengetahui apakah terdapat autokorelasi yang signifikan dalam nol.

1. Hipotesis
   $H_0 : \rho_k = 0$ (autokorelasi pada *lag* ke-k yang signifikan dari nol)
   $H_1 : \rho_k \neq 0$ (autokorelasi pada *lag* ke-k tidak signifikan dari nol)

2. Statistik uji
   Pengujian signifikansi autokorelasi dilakukan dengan dua cara. Pertama, secara individual terhadap setiap *lag* autokorelasi yang dituliskan sebagai berikut:

$$t = \frac{\rho_k}{SE(\rho_k)} \tag{2.10}$$

   Standar *error* autokorelasi yaitu:

$$SE(\rho_k) = \frac{1}{\sqrt{T}} \tag{2.11}$$

   Kedua, dilakukan secara simultan untuk beberapa jumlah *lag* tertentu menggunakan uji Ljung-Box.

3. Kriteria uji
   Kriteria uji yang digunakan adalah menolak H_0 apabila $t_{hitung} > t_{(n-1,\alpha/2)}$ atau $t_{hitung} < -t_{(n-1,\alpha/2)}$.

2.3.2 *Partial Autocorrelation Function* (PACF)

Menurut Wei (2006), fungsi autokorelasi parsial menjelaskan hubungan antara Y_t dan Y_{t+k} tanpa pengaruh $Y_{t+k-1}, Y_{t+k-2}, \ldots Y_{t+1}$. Himpunan nilai fungsi autokorelasi parsial untuk berbagai *lag* k dilambangkan dengan ϕ_{kk}. Maka, PACF dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\phi_{kk} = \text{Corr}(Y_t, Y_{t+k}|Y_{t+1}, Y_{t+2}, \ldots, Y_{t+k-1}) \tag{2.12}$$

Nilai ϕ_{kk} ditentukan melalui model AR, dimana model ini menyatakan variabel Y_{t+k} sebagai variabel terikat yang telah stasioner pada *lag* ke-k, dapat ditulis menjadi:

$$Y_{t+k} = \phi_{k1}Y_{t+k-1} + \phi_{k2}Y_{t+k-2} + \cdots + \phi_{kk}Y_t + \varepsilon_{t+k} \tag{2.13}$$

dengan ε_{t+k} merupakan galat acak. Selanjutnya ϕ_{kk} dihitung menggunakan persamaan Yule-Walker, sehingga diperoleh:

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{(k-1,j)}\rho_{(k-j)}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{(k-1,j)}\rho_j} \tag{2.14}$$

Pengujian signifikansi fungsi autokorelasi parsial dilakukan menggunakan batas kritis $\pm\frac{2}{\sqrt{T}}$. Autokorelasi parsial pada *lag* ke-k dapat dikatakan signifikan, apabila nilai $\hat{\phi}_{kk}$ berada diluar batas kritis tersebut (Cryer & Chan, 2008).

2.4 *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA)

2.4.1 Model *Autoregressive* (AR)

Model *Autoregressive* merupakan model deret waktu yang menjelaskan keterkaitan nilai pada suatu variabel saat ini dengan nilai–nilai pada waktu sebelumnya dari variabel yang sama (Wei, 2006) Model *autoregressive* pada orde ke-p atau AR(p) dapat dituliskan dengan persamaan berikut:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.15}$$

Model AR mengasumsikan nilai saat ini merupakan hasil kombinasi linear dari nilai – nilai sebelumnya yang dipengaruhi komponen acak disebut *white noise* (ε_t)

yang merepresentasikan variasi yang tidak dijelaskan oleh masa lalu. Komponen ε_t bersifat independen dari observasi masa lalu (Cryer & Chan, 2008).

2.4.2 Model *Moving Average* (MA)

Menurut Wei (2006), model *moving average* (MA) digunakan untuk menggambarkan fenomena sebuah peristiwa yang menyebabkan pengaruh langsung yang berlangsung dalam waktu singkat. Model ini menyatakan bahwa nilai saat ini merupakan kombinasi linear antara komponen acak pada periode sekarang dan beberapa periode sebelumnya. Model moving average berordo q atau MA (q) dapat dituliskan dengan persamaan berikut:

$$Y_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.16}$$

Keterangan:
ε_t = komponen kesalahan acak
θ = parameter model (MA).

2.4.3 Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA)

Model *autoregressive moving average* (ARMA) merupakan model deret waktu yang menggabungkan model *autoregressive* (AR) dan model *moving average* (MA). Menurut Wei (2006), model ARMA merupakan perluasan dari model AR dan MA yang dipengaruhi oleh nilai masa lalunya sekaligus oleh komponen acak pada periode sebelumnya. Model ARMA (p, q) memiliki p sebagai komponen *autoregressive* dan q sebagai komponen *moving average*, yang dapat ditulis sebagai persamaan berikut:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \tag{2.17}$$

Keterangan:
Y_t : nilai deret waktu pada periode ke-t
ε_t : komponen kesalahan acak
ϕ : parameter model AR
θ : parameter model MA

2.4.4 Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Model *autoregresif intergrated moving avarage* (ARIMA) merupakan pengembangan dari model ARMA. Apabila model ARMA tidak stasioner, maka dilakukan proses diferensiasi (proses pengurangan) terhadap data hingga menjadi stasioner. Jadi untuk model ARIMA (p,d,q) yaitu model AR berordo p, model MA berordo q, dan proses differencing berordo d. Secara umum, suatu deret waktu dikatakan ARIMA (p,d,q) jika dilakukan pembedaan (*differencing*) sebanyak d kali terhadap deret aslinya, diperoleh deret yang stasioner dan mengikuti proses ARMA(p,q) (Montgomery *et al.*, 2008). Pada umumnya, nilai d hanya 1 atau 2 karena apabila dilakukan diferensiasi terlalu banyak dapat menghilangkan informasi penting dalam data (Cryer & Chan, 2008). Model ARIMA (p,d,q) ditulis dalam bentuk operator sebagai berikut:

$$\phi_p(B)\,(1-B)^d Y_t = \theta_q(B)\,\varepsilon_t \tag{2.18}$$

dengan

B	:	operator *backshift*
p	:	orde AR
q	:	orde MA
d	:	orde pembeda (*differencing*)
$\phi_p(B)$	:	persamaan polinomial AR (p)
		$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p$
$\theta_q(B)$	:	persamaan polinomial MA (q)
		$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$

2.4.5 Model *Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (ARFIMA)

Model *autoregressive fractionally integrated moving average* (ARFIMA) merupakan pengembangan model ARIMA yang dikembangkan oleh Hosking. Model ARFIMA ini dikembangkan karena model ARIMA tidak dapat menjelaskan akomodasi data deret waktu yang menunjukan karakteristik jangka panjang (*long memory*). Model ARFIMA mampu menjelaskan deret waktu jangka panjang dengan d berupa nilai pecahan. Nilai d dengan pecahan ini mengindikasikan tingkat ketergantungan jangka panjang dalam deret waktu. Menurut Wei (2006), model ARFIMA(p,d,q) dapat dinyatakan sebagai persamaan berikut:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_q(B)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0,\sigma^2) \tag{2.19}$$

dimana d bernilai pecahan, operator *differencing* fraksional merupakan filter pembeda pada model ARFIMA (p,d,q) yang menjadi pengembangan dari perluasan deret binomial, ditulis dengan persamaan berikut:

$$\nabla^d = (1-B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-1)^k B^k, \quad d > k \tag{2.20}$$

dengan $\binom{d}{k} = \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)}$, di mana $\Gamma(x)$ merupakan fungsi gamma. Apabila dijabarkan secara berurutan akan terbentuk deret sebagai berikut:

$k=0$	diperoleh	$\dfrac{d!}{(d-0)!0!}$	$=1$
$k=1$	diperoleh	$\dfrac{d!}{(d-1)!1!}$	$=d$
$k=2$	diperoleh	$\dfrac{d!}{(d-2)!2!}$	$=\frac{d(d-1)}{2}$
$k=3$	diperoleh	$\dfrac{d!}{(d-3)!3!}$	$=\frac{d(d-1)(d-2)}{6}$

dan seterusnya sehingga tersusun dalam deret lengkap sebagai berikut:

$$(1-B)^d = 1 - dB - \frac{1}{2}d(1-d)B^2 - \frac{1}{6}d(1-d)(2-d)B^3 + \cdots \tag{2.21}$$

Maka persamaan differencing fraksional dapat dituliskan sebagai berikut:

$$(1-B)^d = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Gamma(-d+k)}{\Gamma(-d)\,k!} B^k \tag{2.22}$$

dengan,

$\phi(B)$	: operator AR (p)
$\theta(B)$	: operator MA (q)
B	: operator backshift
$(1-B)^d$	: operator pembeda pecahan
ε_t	: *white noise*

2.4.6 Karakteristik *Fractional Differencing*

Pengembangan model ARFIMA dapat dikatakan lebih fleksibel selain karena dapat digunakan pada data jangka panjang, ARFIMA juga memiliki karakteristik antara stasioner dan nonstasioner menurut Wei (2006) sebagai berikut:

- $d = 0$, model ARFIMA menjadi seperti model ARMA dengan fungsi autokorelasi menurun secara eksponensial.
- $0 < d < 0.5$, model ARFIMA bersifat stasioner dengan *long memory*, autokorelasi menurun secara lambat (hiperbolik) mendekati nol.
- $-0.5 < d < 0$, model ARFIMA bersifat stasioner, autokorelasi menurun lebih cepat, dinamakan memori menengah (*intermediate memory*).
- $0.5 < d < 1$, model ARFIMA bersifat tidak stasioner, karena variansi data meningkat tanpa batas.

2.5 Deret Waktu Jangka Panjang (*Long Memory*)

Beberapa data deret waktu menunjukan adanya pola deret waktu jangka panjang (*long memory*). Hal ini merupakan kondisi dimana nilai observasi pada periode sebelumnya masih memiliki pengaruh yang kuat pada nilai observasi periode sekarang walaupun terpisah jarak waktu yang panjang (Natanael dkk., 2018). Pola jangka panjang seperti ini dapat dilihat melalui fungsi autokorelasi (ACF) yaitu apabila turun mendekati nol perlahan dengan bertambahnya *lag* (tidak menurun drastis seperti stasioner biasa) (Hosking, 1981). Indikasi adanya jangka panjang dapat di uji dengan menggunakan uji Hurst (H) yang diperoleh dengan langkah perhitungan statistik R/S (*Rescaled range analysis*) sebagai berikut:

1. Menghitung nilai rata-rata

$$\bar{Y} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{t} Y_i$$

2. Menghitung deviasi terhadap rata-rata

$$
\begin{aligned}
&Y_1 - \bar{Y}\\
&Y_2 - \bar{Y}\\
&\quad\vdots\\
&Y_i - \bar{Y}
\end{aligned}
$$

3. Menghitung simpangan kumulatif

$$Z_t = \sum_{i=1}^{t} Y_i^a$$

4. Menghitung nilai range

$$R = \max\left(Z_1, Z_2, \ldots, Z_T\right) - \min\left(Z_1, Z_2, \ldots, Z_T\right)$$

5. Menghitung standar deviasi

$$S = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{t}\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2}$$

6. Menghitung statistik *Rescaled Range* (R/S)

$$(R/S) = \frac{R}{S}$$

7. Menghitung eksponen Hurst (H)

$$H = \frac{\log\left(R/S\right)}{\log(T)} \tag{2.23}$$

dengan kriteria nilai H sebagai berikut:

Tabel 2. Kriteria Nilai H

Nilai H	Indikasi
0.5	bersifat acak
$0 < H < 0.5$	ketergantungan jangka pendek
$0.5 < H < 1.0$	ketergantungan jangka panjang

2.6 Pendugaan Parameter Pembeda (d)

Pendugaan parameter d pada model ARFIMA merupakan tahapan untuk menentukan tingkat jangka panjang dari suatu deret waktu sehingga nilai d ini memerlukan dugaan yang tepat.

2.6.1 Pendekatan Parametrik

Pendekatan parametrik merupakan metode pendugaan parameter yang mengasumsikan bentuk model yang lengkap dan mengestimasi seluruh parameter (p, d, q) pada model ARFIMA secara bersamaan (Alijani *et al.*, 2022). Pendekatan parametrik yang biasa digunakan dalam ARFIMA adalah *Exact Maximum Likelihood* (EML). Untuk mengestimasi parameter model (ϕ, d, θ) dengan metode *exact maximum likelihood*, Metode ini mendasari asumsi bahwa setelah dilakukan *diferrencing* fraksional, proses yang dihasilkan menggambarkan proses ARMA yang bersifat stasioner dan memiliki galat berdistribusi normal. Seluruh parameter model selanjutnya diduga secara simultan melalui pemaksimuman fungsi *likelihood*. Misalkan Y_t merupakan deret waktu yang diamati dengan mengikuti proses ARFIMA(p, d, q) dengan rataan μ. Untuk keperluan estimasi, didefinisikan vektor data yang telah dikurangi rata-ratanya (demeaned data) $z_t = Y_t - \mu$ maka fungsi autokovarians dituliskan secara umum yaitu:

$$c(i) = \mathbb{E}[z_t z_{t-i})\big], \quad i = 0, 1, \ldots \tag{2.24}$$

Berdasarkan fungsi autokovarians dibentuk matriks kovarians toeplitz:

$$\mathbf{V}[\mathbf{z}] = \begin{pmatrix} c(0) & c(1) & c(2) & \cdots & c(T-1) \\ c(1) & c(0) & c(1) & \cdots & c(T-2) \\ c(2) & c(1) & c(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & c(1) \\ c(T-1) & c(T-2) & \cdots & c(1) & c(0) \end{pmatrix} = \mathbf{\Sigma} \tag{2.25}$$

Matriks $\mathbf{\Sigma}$ inilah yang menjadi komponen penting dalam perhitungan likelihood metode EML. Misalkan $\boldsymbol{z}$ adalah vektor pengamatan yang diasumsikan berdistribusi normal dengan rataan nol dan matriks kovarians $\mathbf{\Sigma}$:

$$\mathbf{z} \sim N(0, \mathbf{\Sigma}), \qquad \mathbf{\Sigma} = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{R}$$

dengan fungsi kepekatan peluang:

$$f(\boldsymbol{z}) = (2\pi)^{-\frac{T}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{-\frac{1}{2}} \exp\bigl(-\tfrac{1}{2}\boldsymbol{z}^{\top}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{z}\bigr) \tag{2.26}$$

Log-likelihood awal dituliskan sebagai:

$$\log L(\phi, \theta, d, \beta, \sigma_\varepsilon^2) = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}| - \frac{1}{2}\boldsymbol{z}^{\top}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{z} \tag{2.27}$$

Subtitusikan $\boldsymbol{\Sigma} = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{R}$ ke dalam fungsi *log-likelihood* maka persamaan menjadi:

$$\begin{aligned}
\log L(\phi, \theta, d, \beta, \sigma_\varepsilon^2) &= -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log\left|\boldsymbol{R}\sigma_\varepsilon^2\right| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \\
&= -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\log(\sigma_\varepsilon^2)^T - \frac{1}{2}\log|\boldsymbol{R}| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \\
&= -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{T}{2}\log(\sigma_\varepsilon^2) - \frac{1}{2}\log|\boldsymbol{R}| - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Selanjutnya, persamaan 2.28 diturunkan terhadap σ_ϵ^2 sehingga:

$$\frac{\partial\bigl(\log L(\phi, \theta, d, \beta, \sigma_\varepsilon^2)\bigr)}{\partial\sigma_\varepsilon^2} = -\frac{T}{2\sigma_\varepsilon^2} + \frac{1}{2(\sigma_\varepsilon^2)^2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \tag{2.29}$$

Apabila turunan pertama diatas = 0, maka menjadi

$$-\frac{T}{2\sigma_\varepsilon^2} = -\frac{1}{2(\sigma_\varepsilon^2)^2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \quad\Longrightarrow\quad \hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{T}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \tag{2.30}$$

Subtitusi ke dalam *log-likelihoo*d menghasilkan bentuk terkonsentrasi:

$$l_k(d, \phi, \theta, \beta) = -\frac{T}{2}\log(2\pi) - \frac{T}{2} - \frac{1}{2}\log|\boldsymbol{R}| - \frac{T}{2}\log\Bigl[T^{-1}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z}\Bigr] \tag{2.31}$$

Proses estimasi akan lebih efisien jika parameter regresi β dikeluarkan dari fungsi *likelihood* agar sepenuhnya bergantung pada parameter ARFIMA. Setelah parameter β dieliminasi, bentuk *profile log-likelihood* yang diperoleh adalah:

$$l_p(\phi, d, \theta) = -\frac{T}{2}\Bigl(1 + \log(2\pi)\Bigr) - \frac{1}{2}\log|\boldsymbol{R}| - \frac{T}{2}\log\Bigl[T^{-1}\,\hat{\boldsymbol{z}}'\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}\hat{\boldsymbol{z}}\Bigr] \tag{2.32}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}\boldsymbol{y}$
maka diperoleh fungsi *log-likelihood* yang telah terkonsentrasi dan digunakan dalam

proses maksimisasi yaitu:

$$l(\phi, d, \theta) = -\frac{1}{2}\Big\{T^{-1}\log|\boldsymbol{R}| + \log\sigma_\varepsilon^2\Big\} \tag{2.33}$$

Pendugaan parameter model ARFIMA dilakukan dengan memaksimumkan fungsi log-likelihood terkonsentrasi tersebut secara numerik, sehingga diperoleh:

$$(\hat{\phi}, \hat{d}, \hat{\theta}) = \underset{\phi,d,\theta}{\arg\max}\ l(\phi, d, \theta) \tag{2.34}$$

persamaan (2.34) Inilah yang menjadi fungsi *likelihood* pada metode EML yang dimaksimumkan agar diperoleh penduga $\hat{\phi}, \hat{d}, \hat{\theta}$ (Doornik & Ooms, 1999)

2.6.2 Pendekatan Semiparametrik

Pendekatan semiparametrik merupakan metode estimasi parameter d pada model ARFIMA yang dilalui melalui dua tahap secara terpisah (Alijani *et al.*, 2022). Tahap pertama yaitu parameter d diestimasi terlebih dahulu, lalu dilanjut pada tahap kedua yaitu mengestimasi parameter *autoregressive* (AR) serta *moving average* (MA). Salah satu metode semiparametrik yang biasa digunakan adalah metode Geweke Porter-Hudak dan *Sperio* (*Smoothed* GPH).

1. Metode Geweke Porter-Hudak

   Menurut Wei (2006) metode ini dilandaskan teori fungsi kepekatan spektral (*spectral density function*) dari model ARFIMA, yang kemudian ditransformasikan ke dalam bentuk regresi linier antara log-periodogram dan fungsi sinusoidal frekuensi. Transformasi tersebut berawal dari sifat spektral proses ARFIMA yang pada frekuensi rendah. Untuk suatu proses deret waktu yang stasioner (Wei, 2006), fungsi kepekatan spektral didefinisikan sebagai yaitu:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\gamma_k e^{-ik\omega}, \quad -\pi < \omega < \pi \tag{2.35}$$

   Fungsi kepekatan spektral ini merupakan alat untuk melihat varians data deret waktu yang dipecah dalam berbagai frekuensi. Untuk model ARFIMA dengan tujuan mengestimasi GPH, komponen AR dan MA diabaikan sementara, sehingga fokus pada proses fraksional dan model disederhanakan menjadi:

$$(1-B)^d Y_t = w_t, \tag{2.36}$$

di mana w_t merupakan proses *short memory* yang dapat berupa proses ARMA atau *white noise*. Untuk ε_t merupakan *white noise* dengan varians σ_ε^2, dan autokovariansnya:

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2, & k = 0, \\ 0, & k \neq 0. \end{cases}$$

Autokovarians tersebut disubstitusikan ke dalam definisi fungsi kepekatan spektral, maka fungsi kepekatan spektral untuk *whitenoise* yaitu:

$$\begin{aligned} f_\varepsilon(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-ik\omega} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\gamma_0 e^{-i(0)\omega} + \sum_{k\neq 0} 0 \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \sigma_\varepsilon^2 e^0 \\ &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{2\pi} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Persamaan (2.37) menunjukkan bahwa fungsi kepekatan spektral dari *white noise* bernilai konstan untuk semua frekuensi. Selanjutnya, w_t mengikuti proses ARMA:

$$\begin{aligned} \phi(B) w_t &= \theta(B) \varepsilon_t \\ w_t &= \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.38}$$

Berdasarkan model tersebut, autokovarians Persamaan (2.38) dituliskan sebagai:

$$\gamma(B) = \sigma^2 \frac{\theta(B)\theta(B^{-1})}{\phi(B)\phi(B^{-1})} \tag{2.39}$$

maka fungsi kepekatan spektral w_t (ARMA) menjadi:

$$\begin{aligned} f_w(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-ik\omega} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k \left(e^{-i\omega}\right)^k \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k B^k \\ &= \frac{1}{2\pi} \gamma(B) \\ &= \frac{1}{2\pi} \gamma(e^{-i\omega}) \\ &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{\theta(e^{-i\omega})\theta(e^{i\omega})}{\phi(e^{-i\omega})\phi(e^{i\omega})} \\ &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{|\theta(e^{-i\omega})|^2}{|\phi(e^{-i\omega})|^2} \end{aligned} \tag{2.40}$$

Karena fungsi $\phi(B)$ dan $\theta(B)$ merupakan polinomial dalam operator *lag* B, maka keduanya bersifat kontinu. Oleh karena itu, pada frekuensi rendah $(\omega \to 0)$, berlaku $e^{-i\omega} \to 1$ sehingga $\theta(e^{-i\omega}) \to \theta(1)$ dan $\phi(e^{-i\omega}) \to \phi(1)$.

$$\begin{aligned} f_w(\omega) &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{|\theta(e^{-i\omega})|^2}{|\phi(e^{-i\omega})|^2} \\ &\approx \frac{\sigma^2}{2\pi} \frac{|\theta(1)|^2}{|\phi(1)|^2} \\ &= f_w(0) \end{aligned} \tag{2.41}$$

Oleh karena itu, fungsi kepekatan spektral dari proses ARMA dapat dituliskan sebagai:

$$f_w(\omega) \approx f_w(0) \tag{2.42}$$

Setelah diperoleh spektrum proses *short memory* atau ARMA (w_t) yang bersifat mendekati konstan pada frekuensi rendah, maka untuk mengetahui bagaimana deret waktu Y_t pada model Persamaan (2.36)dengan:

$$\begin{aligned} (1-B)^d Y_t &= w_t \\ Y_t &= (1-B)^{-d} w_t \end{aligned} \tag{2.43}$$

Berdasarkan Persamaan (2.43), fungsi kepekatan spektral dari Y_t untuk model ARFIMA dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian antara spektrum komponen *short memory* dan faktor fraksional (Wei, 2006), yaitu:

$$f_Y(\omega) = |1 - e^{-i\omega}|^{-2d} f_w(\omega) \tag{2.44}$$

menggunakan identitas trigonometri:

$$\begin{aligned}
|1 - e^{-i\omega}|^{-2d} &= \left[|1 - e^{-i\omega}|^2\right]^{-d} \\
&= \left[(1 - \cos\omega)^2 + \sin^2\omega\right]^{-d} \\
&= [2(1 - \cos\omega)]^{-d} \\
&= \left[4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\right]^{-d}
\end{aligned}$$

maka fungsi kepekatan spektral Y_t dari Persamaan (2.44) dapat dituliskan sebagai:

$$f_Y(\omega) \propto \left[4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\right]^{-d} f_w(\omega) \tag{2.45}$$

Berdasarkan fungsi kepekatan spektral untuk model ARFIMA pada Persamaan (2.45), parameter *differencing* fraksional (d) dapat diestimasi menggunakan metode Geweke Porter-Hudak (GPH) melalui pendekatan regresi spektral. Untuk memperoleh hubungan linier antara fungsi kepekatan spektral dan frekuensi, dilakukan transformasi logaritma natural terhadap Persamaan (2.45), dengan memanfaatkan pendekatan pada Persamaan (2.42), sehingga diperoleh:

$$\ln f_Y(\omega) = \ln f_w(0) - d \ln\left[4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)\right] \tag{2.46}$$

Karena fungsi kepekatan spektral ($f_Y(\omega)$) tidak diketahui secara langsung, maka digunakan periodogram $I(\omega_j)$ sebagai estimatornya, sehingga diperoleh pendekatan regresi spektral untuk mengestimasi parameter d dengan metode Geweke Porter-Hudak (GPH) yaitu:

$$\ln I(\omega_j) = \beta_0 - d \ln\left[4\sin^2\left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right] + \varepsilon_j \tag{2.47}$$

Berdasarkan teori regresi spektral tersebut, maka langkah-langkah estimasi parameter d menggunakan metode Geweke Porter-Hudak (GPH) adalah sebagai berikut:

a. Menentukan frekuensi harmonik (ω_j) untuk setiap pengamatan dengan persamaan:

$$\omega_j = \frac{2\pi j}{T}, \quad j = 1, 2, \ldots, m \tag{2.48}$$

dengan m merupakan parameter *bandwidth* yang menyatakan banyaknya frekuensi awal yang akan digunakan dalam mengestimasi parameter pembeda d (Reisen *et al.*, 2001). Nilai m umumnya ditentukan sebagai:

$$m = T^{\eta}, \quad 0 < \eta < 1 \tag{2.49}$$

b. Menentukan nilai periodogram

Pada Persamaan (2.45) fungsi kepekatan spektral $f_Y(\omega)$ tidak diketahui secara langsung, maka maka digunakan periodogram sebagai penduga yang dapat dihitung dari data sampel. Periodogram dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi autokovarians sebagai berikut:

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi}\left\{\gamma_0 + 2\sum_{k=1}^{T-1}\gamma_k \cos(\omega_j k)\right\} \tag{2.50}$$

Selain itu, periodogram juga dapat dinyatakan dalam bentuk transformasi Fourier diskrit (DFT) dari data deret waktu, yaitu:

$$I(\omega_j) = \frac{1}{2\pi T}\left|\sum_{t=1}^{T} Y_t e^{-i\omega_j t}\right|^2 \tag{2.51}$$

c. Membentuk variabel penjelas dan variabel respon

variabel penjelas dalam model regresi spektral dinyatakan sebagai:

$$X_j = \ln\left[4\sin^2\left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right] \tag{2.52}$$

sedangkan variabel respon:

$$Y_j = \ln I(\omega_j) \tag{2.53}$$

Berdasarkan Persamaan (2.47), hubungan antara variabel respon dan variabel penjelas dapat dinyatakan dalam bentuk model regresi linier sebagai berikut:

$$Y_j = \beta_o + \beta_1 X_j + \varepsilon_j$$

Parameter pembeda (d) ARFIMA diestimasi melalui kemiringan (*slope*) dari model regresi tersebut menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) sehingga diperoleh:

$$\hat{d} = -\hat{\beta}_1 = -\frac{\sum_{j=1}^{m}(X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{j=1}^{m}(X_j - \bar{X})^2} \tag{2.54}$$

2. Metode *Smoothed* Geweke Porter Hudak

   Metode *smoothed* GPH merupakan metode hasil modifikasi dari GPH. Berdasarkan Persamaan (2.45), metode GPH klasik menggunakan periodogram $I(\omega)$ sebagai penduga fungsi kepekatan spektral. Namun, periodogram memiliki variansi yang tinggi sehingga menghasilkan estimasi yang kurang stabil. Oleh karena itu, digunakan *smoothed* periodogram melalui fungsi autokovarians (γ_k) yang dihaluskan (*smoothed spectral estimator*). Dalam metode *smoothed* GPH, periodogram pada Persamaan (2.50) diganti menjadi estimator spektral berbasis autokovarians yang diperhalus yaitu:

$$\hat{f}(\omega_j) = \tilde{\gamma}(0) + 2\sum_{k=1}^{L} \tilde{\gamma}(k)\cos(\omega_j k) \tag{2.55}$$

dengan,

$$\tilde{\gamma}(k) = W\left(\frac{k}{L}\right)\gamma(k) \tag{2.56}$$

dimana $W(\frac{k}{L})$ adalah fungsi kernel yang digunakan sebagai pembobot pada autokovarians untuk menghaluskan spektrum. Salah satu fungsi kernel yang digunakan dalam pendugaan spektrum adalah jendela Parzen yang didefinisikan sebagai:

$$W(x) = \begin{cases} 1 - 6x^2 + 6|x|^3, & |x| \leq 0.5 \\ 2(1 - |x|)^3, & 0.5 < |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \tag{2.57}$$

dengan $x = \frac{k}{L}$, dan parameter L disebut parameter *truncation* yang mengatur tingkat penghalusan (Reisen *et al.*, 2001) dan biasanya dinyatakan sebagai:

$$L = T^{\tau}, \quad 0 < \tau < 1 \tag{2.58}$$

Dengan menggunakan estimator spektral yang telah dihaluskan pada Persamaan (2.55), maka diperoleh pendekatan regresi spektral untuk mengestimasi parameter pembeda d menggunakan Smoothed GPH yaitu:

$$\ln \tilde{f}(\omega_j) = \beta_0 - d \ln \left[4 \sin^2 \left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right] + \varepsilon_j \tag{2.59}$$

Berdasarkan Persamaan (2.59), parameter pembeda d dapat diestimasi menggunakan metode *Smoothed* Geweke Porter-Hudak (SGPH) melalui langkah-langkah sebagai berikut:

a. Menentukan frekuensi harmonik (ω_j) untuk setiap pengamatan menggunakan Persamaan (2.48) dan (2.49)

b. Menghitung fungsi autokovarians

   Fungsi autokovarians dihitung dengan:

$$\gamma(k) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y}), \quad k = 0, 1, \ldots, L \tag{2.60}$$

c. Melakukan smoothing autokovarians dengan kernel pada Persamaan (2.56), dimana autokovarians dihaluskan menggunakan fungsi kernel Parzen pada Persamaan (2.57).

d. Menentukan nilai fungsi kepekatan spektral Estimator fungsi kepekatan spektral yang telah dihaluskan ditentukan menggunakan Persamaan (2.55).

e. Membentuk variabel penjelas dan variabel respon

   Berdasarkan Persamaan (2.59), variabel penjelas model regresi spektral metode Smoothed GPH dinyatakan sebagai:

$$X_j = \ln \left[4 \sin^2 \left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right] \tag{2.61}$$

   sedangkan variabel respon:

$$Y_j = \ln \tilde{f}(\omega_j) \tag{2.62}$$

   Berdasarkan model Persamaan (2.59), hubungan antara variabel respon dan variabel penjelas dalam metode *Smoothed* GPH dapat dinyatakan dalam bentuk model regresi linear sebagai berikut:

$$Y_j^* = \beta_o + \beta_1 X_j + \varepsilon_j$$

Pendugaan parameter pembeda d pada model ARFIMA dengan metode *Smoothed* GPH dilakukan dengan pendekatan yang sama seperti pada metode GPH dengan mengestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (OLS) sehingga diperoleh:

$$\hat{d}_{SGPH} = \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{m}(X_j - \bar{X})(Y_j^* - \bar{Y}^*)}{\sum_{j=1}^{m}(X_j - \bar{X})^2} \tag{2.63}$$

2.7 Uji Signifikansi Parameter

Uji signifikansi parameter dilakukan untuk mengetahui apakah koefisien parameter model signifikan secara statistik sehingga model layak digunakan.

1. Hipotesis uji

   $H_0 : \hat{\phi} = 0$ atau $\hat{\theta} = 0$ (parameter tidak signifikan)
   $H_1 : \hat{\phi} \neq 0$ atau $\hat{\theta} \neq 0$ (parameter signifikan)

2. Statistik uji

$$t_{\text{hitung}} = \frac{\hat{\theta}_k}{\text{SE}(\hat{\theta}_k)} = \frac{\hat{\phi}_k}{\text{SE}(\hat{\phi}_k)} \tag{2.64}$$

3. Taraf signifikansi

   Kriteria uji signifikansi parameter menggunakan taraf signifikansi pada $\alpha = 0.05$.

4. Keputusan

   Tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{tabel}$ atau jika *p-value* $< \alpha$.

2.8 Pengujian Diagnostik

Pengujian diagnostik model ARFIMA dilakukan dengan menguji independesi residual dan uji normalitas residual.

2.8.1 Uji Independensi Residual

Uji independensi residual atau dikenal dengan *white noise* dilakukan agar dapat mengetahui kemungkinan adanya korelasi antar *lag* dalam residual dari hasil estimasi dengan model yang diamati. Menurut Wei (2006), uji independensi residual sebuah model dapat menggunakan uji Ljung-Box (Q) untuk memeriksa kebebasan residual.

1. Hipotesis uji

   $H_0 : \rho_1 = \cdots = \rho_k = 0$ (residual bersifat *white noise*)

   H_1 : minimal terdapat satu $\rho_k = 0$ (residual tidak bersifat *white noise*)

2. Statistik uji

$$Q = T(T+2)\sum_{k=1}^{h}\frac{\rho_k^2}{T-k} \tag{2.65}$$

   dengan
   n : banyaknya pengamatan
   ρ_k : koefisien autokorelasi sisa pada *lag* k
   h : *lag* maksimum yang diuji

3. Taraf signifikansi
   Kriteria uji Ljung-Box menggunakan taraf signifikansi pada $\alpha = 0.05$

4. Keputusan
   Tolak H_0 jika $Q > \chi^2_{\alpha,\text{df}=k-p-q}$ atau jika *p-value* $< \alpha$.

2.8.2 Uji Normalitas Residual

Normalitas residual dapat dinilai secara visual dan formal. Secara visual, normalitas dapat dilihat dari *normal probability plot* (*QQ*-plot). Apabila titik-titik pada *QQ*-plot mengikuti garis lurus, maka residual cenderung berdistribusi normal (Cryer & Chan, 2008). Secara formal, normalitas residual dapat diuji menggunakan uji statistik seperti *Jarque-Bera*, yang memeriksa apakah nilai *skewness* dan *kurtosis* residual konsisten dengan distribusi normal (Gujarati, 2003).

1. Hipotesis uji

   H_0 : residual berdistribusi normal

   H_1 : residual tidak berdistribusi normal

2. Statistik uji

$$JB = T\left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24}\right] \tag{2.66}$$

3. Taraf signifikansi

   Kriteria uji snormalitas menggunakan taraf signifikansi pada $\alpha = 0.05$.

4. Keputusan
   Tolak H_0 jika p-value $< \alpha$ atau $\chi_{Hitung} > \chi_{Tabel}$.

2.9 Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dapat dilihat malalui nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) yang diperkenalkan oleh Hirotugu Akaike pada tahun 1973. Menurut Wei (2006), *Akaike Information Criterion* (AIC) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\mathrm{AIC} = -2\ln(\textit{maximum likelihood}) + 2M \tag{2.67}$$

Nilai M merupakan jumlah parameter dalam model. Nilai AIC yang lebih kecil menunjukakan model yang lebih baik tanpa kehilangan ketepatan estimasi.

2.10 Akurasi Model

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) diperoleh dengan membagi nilai selisih absolut antara hasil peramalan dan nilai aktual pada setiap periode terhadap nilai aktual pada periode tersebut, kemudian dirata-ratakan untuk memperoleh tingkat kesalahan persentase secara keseluruhan (Nuha, 2024). MAPE merupakan pengukuran kesalahan yang menghitung ukuran persentase penyimpangan antara data aktual dengan data peramalan.

$$\mathrm{MAPE} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t} \times 100\% \tag{2.68}$$

Kriteria nilai MAPE dapat dilihat pada Tabel 3 berikut:

Tabel 3. Kriteria Nilai MAPE

Kriteria MAPE	Tingkat Akurasi
Sangat Baik	MAPE $<$ 10%
Baik	10% $\leq$ MAPE $<$ 20%
Cukup Baik	20% $\leq$ MAPE $<$ 50%
Buruk	MAPE $>$ 50%

2.11 Nilai Ekspor

Ekspor adalah suatu kegiatan pengiriman barang dan jasa yang diproduksi oleh suatu negara untuk dijual ke negara lain yang ingin membeli (Widyawati dkk., 2021). Sementara nilai ekspor merupakan besaran transaksi moneter dari barang yang di ekspor pada saat dikapalkan atau dengan ata lain dalam keadaaan *free on board* (Putri dkk., 2024). Provinsi Lampung aktif dalam perdagangan internasional melalui ekspor komoditas unggulan seperti kopi robusta dan lada. Nilai ekspor ini berkontribusi terhadap pendapatan daerah dan devisa negara.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2025/2026 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

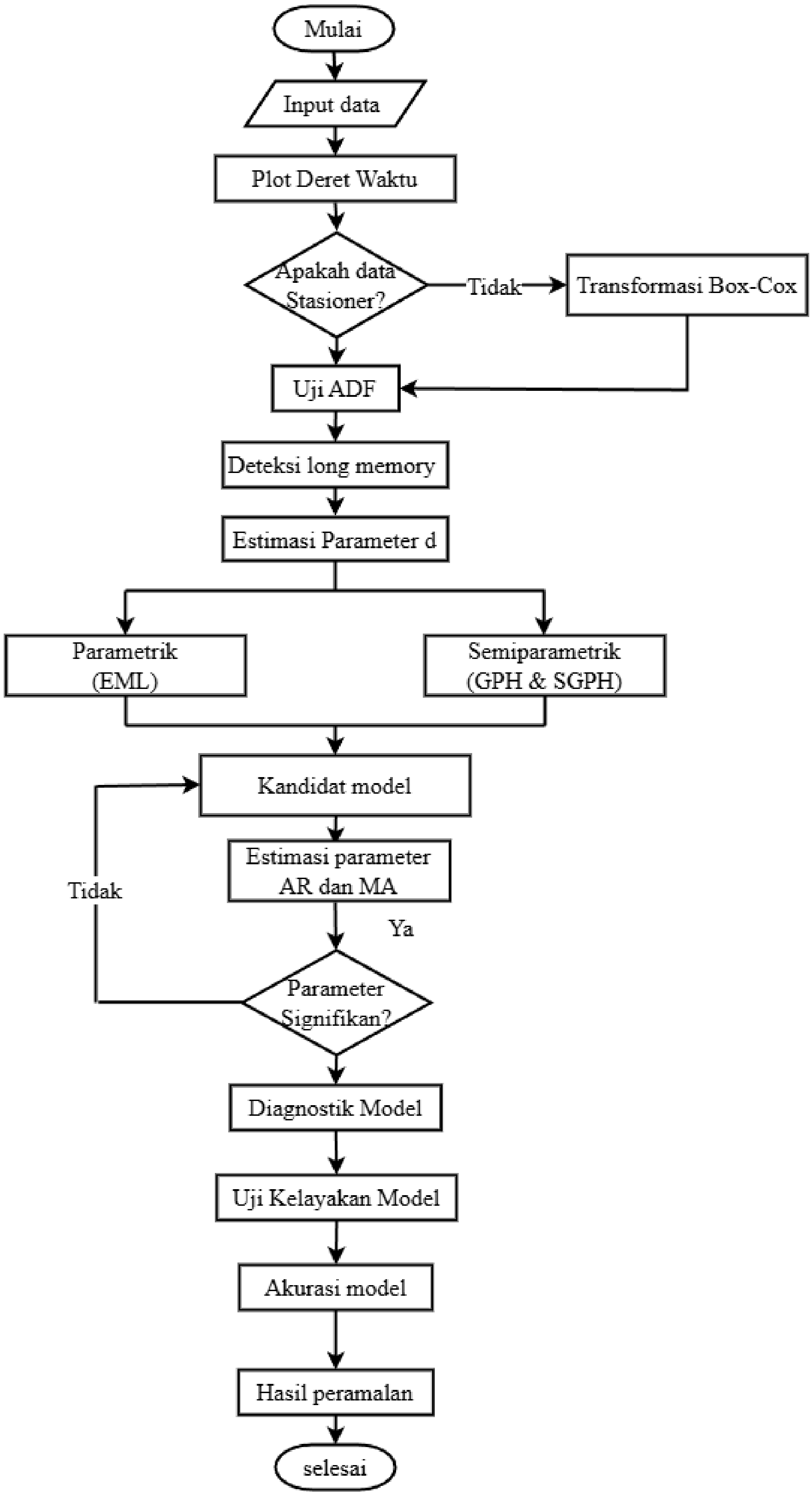
3.2 Data Penelitian

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari situs resmi Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung. Data yang digunakan mencakup data nilai ekspor Provinsi Lampung dalam rentang waktu Januari 2015 hingga Desember 2024 dengan jumlah keseluruhan data yaitu 120 data `https://lampung.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTUzIzI=/neraca-perdagangan--juta-us--.html`.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini berfokus pada penduga parameter pembeda dalam model ARFIMA (*Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average*) untuk menganalisis dinamika nilai ekspor Provinsi Lampung. Proses analisis dilakukan melalui beberapa tahapan yang mencakup pengujian stasioneritas, identifikasi pola *long memory*, hingga pembentukan dan evaluasi model ARFIMA. Seluruh analisis dilakukan menggunakan perangkat lunak *Rstudio*, sedangkan pemilihan model terbaik ditentukan berdasarkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) dan tingkat akurasi peramalan yang diukur melalui *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Adapun langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data nilai ekspor Provinsi Lampung dalam rentang waktu bulan dari Januari 2015 hingga Desember 2024 melalui situs resmi BPS Provinsi Lampung.
2. Menginput data nilai ekspor ke dalam *software* R dan minitab untuk proses pengolahan dan analisis data.
3. Melakukan analisis deskriptif dengan plot time series terhadap data nilai ekspor untuk mendapatkan gambaran umum terhadap pola pergerakan nilai ekspor.
4. Menguji stasioneritas data menggunakan transformasi *box-cox* untuk ragam dan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) untuk rata-rata.
5. Memeriksa adanya indikasi *long memory* pada data dengan memperoleh nilai *Hurst* untuk melihat efek *long memory*.
6. Mengestimasi parameter d menggunakan metode (GPH dan *Sperio*) dan menganalisis hasil parameter d yang didapat apakah memenuhi kriteria uji. Kemudian melakukan *fractional differencing* dengan nilai d yang memenuhi dan menganalisis plot ACF/PACF untuk menentukan kandidat orde AR dan MA.
7. Melakukan estimasi parameter d secara simultan dengan parameter AR dan MA menggunakan metode *Exact Maximum Likelihood*.
8. Melakukan pemeriksaan diagnostik model untuk memeriksa kelayakan model dengan uji signifikansi parameter dan uji asumsi residual white noise dengan menggunakan uji L-Jung Box.
9. Melakukan pemilihan model ARFIMA dengan masing-masing metode yang memiliki nilai d yang stasioner berdasarkan nilai Akaike Information Criterion (AIC) terkecil dari kandidat model yang diperoleh.
10. Mengevaluasi performa model pada setiap metode melalui pengukuran akurasi peramalan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*.
11. Melakukan peramalan nilai ekspor Provinsi Lampung menggunakan model ARFIMA dari masing-masing metode pendugaan parameter.



Gambar 1. Diagram Alir Analisis Model ARFIMA pada Data Nilai Ekspor

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian ini, dapat disimpulkan:

1. Berdasarkan nilai dugaan parameter d pada masing-masing metode yang diterapkan pada data nilai ekspor Provinsi Lampung, terdapat indikasi jangka panjang dan stasioner dimana berada dalam rentang $0 < d < 0.5$ dengan nilai dugaan d dari ketiga metode relatif berdekatan yaitu:
   - $\hat{d}_{GPH} = 0.47$
   - $\hat{d}_{SGPH} = 0.44$
   - $\hat{d}_{EML} = 0.39$
2. Berdasarkan penerapan model ARFIMA pada data Nilai Ekspor Provinsi Lampung untuk peramalan, diperoleh bahwa model terbaik adalah ARFIMA $(2, 0.47, 2)$ dengan pendugaan parameter pembeda menggunakan metode GPH. Model ARFIMA $(2, \hat{d}_{GPH}, 2)$ menghasilkan tingkat kesalahan peramalan terkecil dibanding lainnya dengan nilai MAPE sebesar 22% sehingga model dapat dikatakan cukup baik dalam meramalkan nilai ekspor Provinsi Lampung.

5.2 Saran

Penelitian selanjutnya disarankan untuk mengembangkan model ARFIMA menjadi model *Seasonal Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average* (SARFIMA) agar mempertimbangkan kemungkinan adanya pola musiman pada data Nilai Ekspor Provinsi Lampung dan juga dapat mempertimbangkan penggunaan model *Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (FIGARCH) untuk mempertimbangkan kemungkinan adanya heteroskedastisitas dan efek *long memory* pada variansi. Penggunaan model SARFIMA atau FIGARCH diharapkan dapat meningkatkan akurasi peramalan apabila terdapat komponen lain diluar model ARFIMA yang signifikan pada data.

DAFTAR PUSTAKA

Alijani, M., Banimahd, B., & Yaghobnezhad, A. 2022. New Criterion for Fractal Parameter in Financial Time Series. *Advances in Mathematical Finance & Applications*. **7**: 1025–1043.

Badan Pusat Statistik Provinsi Lampung. 2025. *Neraca Perdagangan (Juta US$)*. `https://lampung.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTUzIzI=/neraca-perdagangan--juta-us--.html`.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. 2016. *Time Series Analysis: Forecasting and Control (5th ed.)*. John Wiley & Sons Inc, New Jersey.

Cryer, J. D., & Chan, K. S. 2008. *Time Series Analysis: With Applications in R*. Springer Science Business Media, New York.

Doornik, J. A., & Ooms, M. 1999. A Package for Estimating , Forecasting and Simulating Arfima Models : Arfima package 1 . 0 for Ox. Nuffield College, The Netherlands. 1–31.

Gujarati, D. N. 2003. *Basic Economitrics*. Fourth Edition. McGraw-Hill Higher, New York.

Hosking, J. R. M. 1981. Fractional Differencing. *Biometrika*. **68**(1): 165–176.

Khoiri, H. A. 2023. *Analisis Deret Waktu Univariat (Issue 85)*. UNIPMA Press, Madiun.

Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & McGee, V. E. 2008. *Forecasting: Methods and applications*. John Wiley & Sons, United State.

Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Natanael, K., Safitri, D., & Suparti. 2018. Prediksi Harga Minyak Dunia Dengan Metode Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA). *Statistika*. **6**: 65–72.

Nuha, H. H. 2024. Mean Absolute Percentage Error (MAPE) dan Penggunaannya. *Jurnal Pemanfaatan Teknologi Untuk Masyarakat*. **3**: 3–5.

Octaviyani, D. I., Wijaya, M. Y., & Fitriyati, N. 2019. Estimation Parameter in Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average Model in Predicting Wind Speed. *Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*. **1**(2): 110–121.

Putri, H. M., Yamin, F. M., Hidayat, F., Dermawan, F., & Kurniawan, M. 2024. Pengaruh Ekspor Migas Dan Non Migas Terhadap Cadangan Devisa Di Indonesia Tahun 2014 – 2023. *Jurnal Ilmu Manajemen, Ekonomi Dan Kewirausahan*. **2**(3): 188–201.

Raihansyah, H., Paendong, M. S., & Mananohas, M. L. 2024. Penerapan Model Autoregressive Integrated Moving Average (Arima) untuk Memprediksi Harga Penutupan Saham Bulanan Amrt.Jk. *D'Cartesian: Jurnal Matematika Dan Aplikasi*. **13**(1): 62–68.

Reisen, V. A., Abraham, B., & Toscano, E. M. M. 2001. Parametric and semiparametric estimations of stationary univariate ARFIMA model. *Brazilian Journal of Probability and Statistics*. **14**: 185–206.

Sahu, C. R., Basak, S., & Gupta, D. S. 2024. Long Memory Time-series Model (ARFIMA) Based Modelling of Jute Prices in the Samsi Market of Malda Distric., West Bengal. *Journal of Scientific Research and Reports Volume*. **30**(6): 600–614.

Wei, W. W. S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multavariate Methods, 2nd Edition*. Pearson Education Inc., Canada.

Widyawati, M., Suluh, I. S., & Sabirin. 2021. Analisis perkembangan nilai komoditi ekspor non-migas di propinsi kalimantan tengah Marheni. *Jurnal Ekonomi Pembangunan Dan Pariwisata*. **1**:43–55.

Yudha, Y. D. P., Anwar, M. Z. K., & Putra, D. D. 2025. Dampak Ekspor dan Impor Terhadap Pertumbuhan Ekonomi di Indonesia. *Jurnal Riset Manajemen dan Ekonomi*. **3**(1): 171–182.