

**MODEL *PANEL VECTOR AUTOREGRESSION* (PVAR) DENGAN
PENDEKATAN *GENERALIZED METHOD OF MOMENTS* (GMM)
PADA DATA EKSPOR DAN INVESTASI DI INDONESIA**

Skripsi

Oleh

FADIA AULIA NOOR PRAJA

NPM 2217031012



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2026**

ABSTRACT

PANEL VECTOR AUTOREGRESSION (PVAR) MODEL WITH THE GENERALIZED METHOD OF MOMENTS (GMM) APPROACH ON EXPORT AND INVESTMENT DATA IN INDONESIA

By

Fadia Aulia Noor Praja

The Panel Vector Autoregression model is used to analyze the relationship between variables by considering lag effects, reciprocal interactions, and changes in the relationship between variables over time simultaneously. The PVAR model is estimated using the Generalized Method of Moments approach to address endogeneity, heterogeneity across units, and dynamic bias in panel data with a relatively short time period. The results show a two-way causal relationship between exports and investment in Indonesia at lag 1. This indicates that changes in exports can affect investment in the following period, and vice versa. The Impulse Response Function results show that a shock to one variable is responded to positively by the other variable, with the response increasing in the early periods and then gradually declining toward a stable condition. In addition, the Forecast Error Variance Decomposition results show that the contribution of each variable to the variation of the other variable increases as the period progresses. Thus, exports and investment have a dynamic relationship that influences each other, particularly in the short to medium term.

Keywords: PVAR, GMM, exports, investment, IRF, FEVD.

ABSTRAK

MODEL *PANEL VECTOR AUTOREGRESSION* (PVAR) DENGAN PENDEKATAN *GENERALIZED METHOD OF MOMENTS* (GMM) PADA DATA EKSPOR DAN INVESTASI DI INDONESIA

Oleh

Fadia Aulia Noor Praja

Model *Panel Vector Autoregression* digunakan untuk menganalisis hubungan antarvariabel dengan mempertimbangkan pengaruh lag, interaksi timbal balik, dan perubahan hubungan antarvariabel dari waktu ke waktu secara simultan. Model PVAR diestimasi menggunakan pendekatan *Generalized Method of Moments* untuk mengatasi permasalahan endogenitas, heterogenitas antar unit, dan bias dinamis pada data panel dengan periode waktu yang relatif pendek. Hasil analisis menunjukkan adanya hubungan kausalitas dua arah antara ekspor dan investasi di Indonesia pada lag 1. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan pada ekspor dapat memengaruhi investasi pada periode berikutnya, begitu pula sebaliknya. Hasil *Impulse Response Function* menunjukkan bahwa guncangan pada salah satu variabel direspon positif oleh variabel lainnya, dengan respon yang meningkat pada awal periode dan kemudian menurun secara bertahap menuju kondisi stabil. Selain itu, hasil *Forecast Error Variance Decomposition* menunjukkan bahwa kontribusi masing-masing variabel terhadap variasi variabel lainnya meningkat seiring bertambahnya periode. Dengan demikian, ekspor dan investasi memiliki hubungan dinamis yang saling memengaruhi, khususnya dalam jangka pendek hingga menengah.

Kata-kata kunci: PVAR, GMM, ekspor, investasi, IRF, FEVD.

**MODEL *PANEL VECTOR AUTOREGRESSION* (PVAR) DENGAN
PENDEKATAN *GENERALIZED METHOD OF MOMENTS* (GMM) PADA
DATA EKSPOR DAN INVESTASI DI INDONESIA**

FADIA AULIA NOOR PRAJA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA MATEMATIKA

Pada

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG**

2026

Judul Skripsi : **MODEL PANEL VECTOR AUTOREGRESSION (PVAR) DENGAN PENDEKATAN GENERALIZED METHOD OF MOMENTS (GMM) PADA DATA EKSPOR DAN INVESTASI DI INDONESIA**

Nama Mahasiswa : **Fadia Aulia Noor Praja**

Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031012**

Program Studi : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



1. Komisi Pembimbing

Dr. Bernadhita H. S. U., S.Si., M.Sc.
NIP 199206302023212034

Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.
NIP 198406192024061001

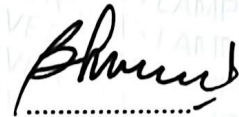
2. Ketua Jurusan Matematika

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP. 197403162005011001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dr. Bernadhita Herindri**
Samodera Utami, S.Si., M.Sc.



Sekretaris : **Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc.**



Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Khoirin Nisa, M.Si**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam


Dr. Eng. Heri Satria, S.Si., M.Si.
NIP. 197110012005011002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 4 Juni 2026

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Fadia Aulia Noor Praja**
Nomor Pokok Mahasiswa : **2217031012**
Jurusan : **Matematika**
Judul Skripsi : **Model *Panel Vector Autoregression (PVAR)* dengan Pendekatan *Generalized Method Of Moments (GMM)* pada Data Ekspor dan Investasi di Indonesia**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 4 Juni 2026

Penulis,



Fadia Aulia Noor Praja

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama Fadia Aulia Noor Praja, lahir di Bandar Lampung pada tanggal 23 Mei 2004. Penulis berdomisili di Bandar Lampung. Penulis menempuh pendidikan di SMA Negeri 7 Bandar Lampung dan selama masa sekolah aktif mengikuti ekstrakurikuler English Club.

Pada tahun 2022, penulis diterima sebagai mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN atau Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri. Selama masa perkuliahan, penulis pernah menjadi anggota Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) Biro Kesekretariatan periode 2023. Penulis pernah menjadi anggota panitia Divisi Lomba Poster pada kegiatan DINAMIKA XXIV tahun 2023. Kemudian, penulis menjadi Sekretaris Koordinator Divisi Lomba Poster pada DINAMIKA XXV tahun 2024. Selain itu, pada tahun 2024 penulis pernah menjadi Sekretaris Pelaksana Musyawarah IKAHIMATIKA Indonesia Wilayah II.

Penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) periode I tahun 2025 di Desa Sri Basuki, Kecamatan Seputih Banyak, Lampung Tengah. Penulis juga melaksanakan Praktik Kerja Lapangan (PKL) periode II tahun 2025 di Bank BRI KC Tanjung Karang.

KATA INSPIRASI

”Maka sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan. Sesungguhnya beserta kesulitan ada kemudahan.”

(QS. Al-Insyirah: 5–6)

”Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”

(QS. Al-Baqarah: 286)

”Satu-satunya orang yang bisa menyelamatkan masa depanmu adalah dirimu sendiri.”

“Masa depan tidak dibangun dalam satu malam, tapi dari kebiasaan kecil yang kamu lakukan setiap hari saat tidak ada yang melihat perjuanganmu.”

”Whats not meant for you will disappoint you a thousand times until you understand.”

”Long story short, I survived.”

(Taylor Swift)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan Alhamdulillah dan syukur kepada Allah SWT atas nikmat serta hidayah-Nya sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat pada waktunya. Dengan rasa syukur dan Bahagia, saya persembahkan rasa terimakasih saya kepada:

Ibuku Tercinta

Terimakasih kepada Ibuku atas segala pengorbanan, motivasi, doa dan ridho serta dukungannya selama ini. Terimakasih telah memberikan pelajaran berharga kepada anakmu ini tentang makna perjalanan hidup yang sebenarnya sehingga kelak bisa menjadi orang yang bermanfaat bagi banyak orang.

Dosen Pembimbing dan Pembahas

Terimakasih kepada dosen pembimbing dan pembahas yang sudah sangat membantu, memberikan motivasi, memberikan arahan serta ilmu yang berharga.

Sahabat-sahabatku

Terimakasih kepada semua orang-orang baik yang telah memberikan pengalaman, semangat, motivasinya, serta doa-doanya dan senantiasa memberikan dukungan dalam hal apapun.

Almamater Tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Alhamdulillah, puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "Model *Panel Vector Autoregression* (PVAR) dengan Pendekatan *Generalized Method Of Moments* (GMM) pada Data Ekspor dan Investasi di Indonesia" dengan baik dan lancar serta tepat pada waktu yang telah ditentukan. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah membantu memberikan bimbingan, dukungan, arahan, motivasi serta saran sehingga skripsi ini dapat terselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Dr. Bernadhita Herindri Samodera Utami, S.Si., M.Sc. selaku Pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan arahan, bimbingan, motivasi, saran serta dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Edwin Russel, S.E., M.Sc. selaku Pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan dan dukungan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Ibu Dr. Khoirin Nisa, M.Si. selaku Penguji yang telah bersedia memberikan kritik dan saran serta evaluasi kepada penulis sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.
4. Bapak Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Prof. Dr. Mustofa Usman, M.A., Ph.D. selaku dosen pembimbing akademik.
6. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

7. Orang tua dan keluarga yang senantiasa memberikan doa dan motivasi kepada penulis.
8. Teman-teman perkuliahan penulis yaitu Elsy, Desi, Meli, Niluh, dan Tri, yang sudah selalu menemani penulis dalam suka dan duka, serta banyak membantu selama berada di bangku perkuliahan.
9. Teman-teman seperjuangan Jurusan Matematika angkatan 2022.

Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun untuk menjadikan skripsi ini lebih baik lagi.

Bandar Lampung, 4 Juni 2026

Fadia Aulia Noor Praja

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
I. PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Tujuan Penelitian	4
1.3. Manfaat Penelitian	4
II. TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1. Deret Waktu	6
2.2. Deret Waktu Multivariat	6
2.3. Data Panel	7
2.4. Model <i>Fixed Effects</i>	7
2.5. Stasioneritas Data Panel	12
2.6. Penentuan Lag Optimal	14
2.7. Model <i>Panel Vector Autoregression</i>	16
2.8. Estimasi Parameter Model PVAR dengan GMM	18
2.9. Pengujian Validitas Variabel Instrumen	24
2.10. Uji Autokorelasi Arellano-Bond	25
2.11. Pengujian Signifikansi Model PVAR	26
2.12. Uji Kausalitas Granger	27
2.13. Uji Stabilitas	29
2.14. <i>Impulse Response Function</i>	32
2.15. <i>Forecast Error Variance Decomposition</i>	34
2.16. Ekspor	35
2.17. Investasi	36

III. METODOLOGI PENELITIAN	37
3.1. Waktu dan Tempat Penelitian	37
3.2. Data Penelitian	37
3.3. Metode Penelitian	37
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN	41
4.1. Analisis Statistik Deskriptif	41
4.2. Model <i>Fixed Effect</i>	45
4.3. Uji Stasioneritas	51
4.4. Penentuan Lag Optimal	52
4.5. Model PVAR dengan Estimasi GMM	53
4.6. Uji Validitas Variabel Instrumen	60
4.7. Uji Autokorelasi Arellano-Bond	60
4.8. Uji Signifikansi Parameter Model PVAR	61
4.9. Uji Kausalitas Granger	62
4.10. Uji Stabilitas Model PVAR	63
4.11. Analisis <i>Impulse Response Function</i>	65
4.12. Analisis <i>Forecast Error Variance Decomposition</i>	71
V. KESIMPULAN	74
DAFTAR PUSTAKA	76

DAFTAR TABEL

	Halaman
4.1 Statistika Deskriptif	41
4.2 Hasil Uji F	45
4.3 Hasil Estimasi <i>Fixed Effect</i> Dua Arah dengan <i>Within Model</i>	46
4.4 Hasil Estimasi Efek Tetap Individu	47
4.5 Hasil Estimasi Efek Tetap Waktu	49
4.6 Hasil Uji Durbin-Watson	50
4.7 Hasil Uji Im-Pesaran-Shin	51
4.8 Hasil Uji Im-Pesaran-Shin setelah Diferensiasi Pertama	51
4.9 Hasil Nilai Kriteria Informasi	52
4.10 Hasil Estimasi Model PVAR GMM	59
4.11 Hasil Uji Hansen	60
4.12 Hasil Uji Autokorelasi Arellano-Bond	61
4.13 Hasil Uji Kausalitas Granger	62
4.14 Uji Stabilitas PVAR	64
4.15 Hasil <i>Variance Decomposition</i> Variabel Ekspor	71
4.16 Hasil <i>Variance Decomposition</i> Variabel Investasi	72

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
3.1 Diagram Alir PVAR GMM	40
4.1 Plot Deret Waktu Berdasarkan Nilai Rata-rata	42
4.2 Data Asli Ekspor	43
4.3 Data Asli Investasi	43
4.4 Data Ekspor Setelah Transformasi ln	44
4.5 Data Investasi Setelah Transformasi ln	44
4.6 Plot Stabilitas	64
4.7 Respon Ekspor dan Investasi Terhadap Guncangan	70

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Data deret waktu merupakan data yang dikumpulkan dan diamati secara berurutan menurut dimensi waktu, sehingga memungkinkan analisis terhadap perubahan dan pola suatu variabel dari waktu ke waktu (Wei, 2006). Karakteristik utama data deret waktu adalah adanya keterkaitan antara nilai variabel pada periode sekarang dengan nilai pada periode sebelumnya. Berdasarkan karakteristik tersebut, model dinamis digunakan untuk menjelaskan hubungan antar variabel yang berubah seiring waktu, yaitu kondisi suatu sistem pada periode saat ini dipengaruhi oleh kondisi pada periode sebelumnya (Lütkepohl, 2005).

Dari konsep tersebut, dikembangkan model *Vector Autoregression* (VAR) sebagai perluasan dari model autoregresif tunggal ke bentuk multivariat. Model ini dapat digunakan untuk analisis hubungan dinamis antar beberapa variabel endogen dalam suatu sistem melalui representasi linear berbasis lag. VAR memungkinkan setiap variabel dalam sistem bergantung tidak hanya pada nilai masa lalunya, tetapi juga pada nilai masa lalu dari variabel lain (Sims, 1980).

Dalam banyak fenomena, variabel yang diamati tidak hanya bergantung pada dimensi waktu, tetapi juga menunjukkan perbedaan karakteristik antar unit pengamatan. Oleh karena itu, dikembangkan model PVAR yang menggabungkan model VAR dengan struktur data panel. Model ini memungkinkan analisis hubungan dinamis serta arah kausalitas antar variabel endogen secara simultan melalui keterkaitan nilai masa lalu antar variabel, dengan tetap mempertimbangkan variasi antar unit pengamatan dan perubahan dari waktu ke waktu (Love & Zicchino, 2006).

Selain itu, analisis *Impulse Response Function* (IRF) digunakan untuk mengidentifikasi bagaimana suatu guncangan (*shock*) pada salah satu variabel memengaruhi variabel lainnya dalam sistem dari waktu ke waktu. Melalui analisis ini dapat diketahui arah respon, besaran pengaruh yang ditimbulkan, serta lamanya dampak tersebut bertahan dalam beberapa periode ke depan. Hasil dari IRF ini kemudian dilengkapi dengan *Forecast Error Variance Decomposition* (FEVD) yang berfungsi untuk mengukur kontribusi relatif setiap guncangan variabel dalam menjelaskan perubahan keseluruhan antar variabel, sehingga dapat diketahui variabel yang paling dominan dalam menjelaskan dinamika hubungan antar variabel (Lütkepohl, 2005).

Dalam konteks ekonomi, kinerja ekspor tidak hanya dipengaruhi oleh satu variabel, tetapi merupakan hasil interaksi berbagai faktor ekonomi, salah satunya adalah investasi. Investasi, khususnya dalam bentuk Pembentukan Modal Tetap Bruto (PMTB), berperan dalam meningkatkan kapasitas produksi domestik sehingga dapat mendukung peningkatan ekspor. Rajni (2013) menemukan adanya hubungan jangka panjang yang signifikan antara ekspor dan pembentukan modal tetap, yang menunjukkan bahwa akumulasi modal fisik berperan penting dalam mendorong pertumbuhan ekspor. Dengan demikian, ekspor dan investasi merupakan dua komponen yang memiliki kontribusi dalam mendorong pertumbuhan ekonomi, sehingga diperlukan kebijakan yang tepat untuk mengelola keduanya secara efektif.

Hubungan antara ekspor dan investasi tersebut mencerminkan adanya interaksi dinamis dalam sistem perekonomian. Oleh karena itu, diperlukan pendekatan analisis yang mampu menangkap hubungan timbal balik serta dinamika penyesuaian antar variabel secara simultan. Model *Panel Vector Autoregression* digunakan karena memperlakukan seluruh variabel dalam sistem sebagai variabel endogen, sehingga memungkinkan analisis hubungan dinamis serta respon guncangan antar variabel ekonomi dari waktu ke waktu.

Penelitian Amar dkk., (2023) menggunakan kerangka PVAR dengan pendekatan estimasi *Ordinary Least Squares* (OLS) untuk menganalisis hubungan beberapa variabel ekonomi. Hasil penelitian menunjukkan adanya hubungan antar variabel, termasuk pengaruh investasi terhadap ekspor. Namun, penggunaan metode OLS dalam model dinamis berpotensi menghasilkan penduga yang bias dan tidak konsisten, terutama ketika jumlah periode waktu relatif pendek dibandingkan dengan jumlah unit *cross-section*, seperti pada data panel provinsi di Indonesia.

Sigmund & Ferstl (2021) menunjukkan bahwa metode PVAR dengan GMM efektif dalam mengatasi masalah endogenitas, heterogenitas antar unit, serta bias dinamis pada data panel dengan periode waktu pendek, sehingga mampu menghasilkan estimasi yang lebih konsisten dibandingkan pendekatan OLS. Oleh karena itu, pendekatan estimasi yang lebih sesuai untuk model PVAR adalah *Generalized Method of Moments* (GMM).

Keunggulan penggunaan GMM untuk kerangka PVAR telah banyak diterapkan dalam berbagai penelitian empiris. Syarifuddin & Setiawan (2022) menggunakan PVAR GMM untuk menganalisis hubungan antara pandemi COVID-19, *Foreign Direct Investment* (FDI), dan Produk Domestik Bruto (PDB) di Indonesia, dan menemukan bahwa guncangan pandemi memberikan dampak negatif terhadap interaksi antara FDI dan pertumbuhan ekonomi. Selain itu, Irfan dkk., (2024) menunjukkan adanya kausalitas Granger dua arah antara inflasi dan PDB pada sepuluh negara ASEAN dalam kerangka PVAR GMM. Penelitian lain oleh Saidi (2025) pada negara-negara GCC juga menemukan adanya hubungan kausalitas dua arah antara konsumsi listrik dan pertumbuhan ekonomi serta dampak positif konsumsi listrik terhadap pertumbuhan.

Berdasarkan temuan-temuan tersebut, penelitian ini melakukan analisis hubungan dinamis dan arah kausalitas antara ekspor dan investasi di Indonesia menggunakan model PVAR dengan pendekatan estimasi GMM untuk mengatasi permasalahan

endogenitas dan bias dinamis, sehingga menghasilkan estimasi yang lebih konsisten dalam menganalisis hubungan dan guncangan antar variabel. Oleh karena itu, hasil penelitian ini dapat menjadi gambaran dalam merumuskan rekomendasi kebijakan bagi pemerintah untuk mendorong pertumbuhan ekonomi.

1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membentuk model PVAR dengan GMM pada data ekspor dan investasi di Indonesia, guna mengatasi permasalahan endogenitas dan bias dinamis dalam data panel.
2. Menganalisis hubungan dinamis dan arah kausalitas antara ekspor dan investasi di Indonesia pada model PVAR.
3. Mengidentifikasi respon guncangan antara ekspor dan investasi di Indonesia melalui analisis IRF serta mengukur kontribusi masing-masing variabel terhadap variasi keseluruhan variabel menggunakan FEVD, guna mengetahui arah, besaran, dan lamanya dampak yang ditimbulkan dalam periode waktu tertentu.
4. Memberikan rekomendasi kebijakan ekonomi yang dapat diterapkan pemerintah berdasarkan hasil analisis hubungan antara ekspor dan investasi di Indonesia.

1.3. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah mampu membangun model PVAR dengan pendekatan GMM pada data ekspor dan investasi di Indonesia. Dengan demikian, analisis hubungan kausalitas, IRF, dan FEVD dapat memberikan

gambaran yang lebih baik mengenai mekanisme respon antara ekspor dan investasi di Indonesia terhadap guncangan yang terjadi. Selain itu, hasil penelitian ini juga dapat digunakan sebagai dasar dalam memberikan rekomendasi kebijakan ekonomi yang dapat diterapkan pemerintah untuk mendorong pertumbuhan ekspor dan investasi di Indonesia secara berkelanjutan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Deret Waktu

Deret waktu merupakan sekumpulan observasi suatu variabel yang dicatat dan diurutkan berdasarkan waktu, biasanya pada interval waktu yang sama (Chatfield, 2004). Data dalam deret waktu memiliki karakteristik khas yaitu adanya ketergantungan antara observasi yang berdekatan, sehingga nilai pada periode tertentu dipengaruhi oleh nilai pada periode sebelumnya (Box dkk., 2015). Analisis deret waktu bertujuan untuk mengidentifikasi dinamika perubahan suatu variabel sepanjang periode pengamatan serta menghasilkan estimasi kondisi masa depan berdasarkan pola historis yang teramati (Hamilton, 1994).

Data deret waktu adalah sekumpulan pengamatan kuantitatif yang disusun dari satu objek yang terdiri dari beberapa waktu periode, seperti harian, bulanan, triwulanan, dan tahunan.

2.2. Deret Waktu Multivariat

Deret waktu multivariat merupakan pendekatan analisis statistik yang digunakan ketika terdapat lebih dari satu variabel yang diamati secara berurutan dalam rentang waktu tertentu dan memiliki hubungan dinamis satu sama lain. Analisis ini bertujuan untuk menangkap interaksi antar variabel yang bergerak seiring waktu dengan mempertimbangkan autokorelasi dan korelasi antar variabel (Box dkk., 2015).

Menurut Wei (2006), metode yang dapat digunakan dalam analisis multivariat adalah *Vector Autoregression* (VAR) dan *Vector Autoregressive Moving Average* (VARMA), yang memungkinkan setiap variabel dalam sistem dipengaruhi tidak hanya oleh nilai masa lalunya sendiri, tetapi juga oleh nilai masa lalu variabel lain.

2.3. Data Panel

Data panel merupakan bentuk struktur data yang berupa penggabungan data deret waktu dan data *cross section*. Menurut Wooldridge (2010), data panel terdiri atas observasi dari sejumlah unit seperti individu, perusahaan, atau negara yang diamati secara berulang dalam kurun waktu tertentu, sehingga memungkinkan analisis dinamika temporal sekaligus variasi antar-unit. Sejalan dengan itu, Baltagi (2005) menjelaskan bahwa data panel mampu mengatasi keterbatasan analisis yang hanya menggunakan data *cross section* atau *time series*, karena menyediakan informasi yang lebih banyak, variabilitas yang lebih besar, dan mengurangi risiko multikolinearitas.

Data panel memungkinkan *pooling* observasi baik lintas unit maupun lintas waktu, sehingga data yang digabungkan dapat digunakan untuk analisis deskriptif, sementara untuk keperluan estimasi diperlukan pengujian lebih lanjut terhadap kelayakan *pooling* (Baltagi, 2005).

2.4. Model *Fixed Effects*

Data panel dapat dibentuk menjadi model panel statis, yaitu model yang tidak memasukkan nilai lag dari variabel dependen maupun independen. Bentuk umum

model panel statis dinyatakan sebagai (Wooldridge, 2010),

$$y_{it} = \alpha + \beta x_{it} + u_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.1)$$

dengan:

y_{it} = variabel dependen untuk unit ke- i pada waktu ke- t ,

α = intersep,

β = parameter koefisien regresi,

x_{it} = variabel independen untuk unit ke- i pada waktu ke- t ,

u_{it} = komponen galat gabungan.

Komponen galat dapat diuraikan sebagai $u_{it} = \eta_i + v_{it}$, dengan η_i merepresentasikan efek individual pada setiap unit dan bersifat konstan sepanjang waktu dan v_{it} adalah galat yang bervariasi antar waktu dan individu (Baltagi, 2005). Berdasarkan bagaimana efek individual η_i diperlakukan, model panel statis berkembang menjadi beberapa pendekatan utama, yaitu *Common Effect Model* (CEM), *Fixed Effects Model* (FEM), dan *Random Effects Model* (REM).

Pada *Common Effect Model*, efek individual diabaikan sehingga diasumsikan tidak ada perbedaan tetap antar unit. Pada *Fixed Effects Model*, efek individual diperlakukan sebagai parameter tetap yang boleh berkorelasi dengan variabel penjelas dan dieliminasi melalui transformasi *within* atau penggunaan *Least Square Dummy Variable*. Sementara itu, pada *Random Effects Model*, efek individual dianggap sebagai komponen acak yang tidak berkorelasi dengan variabel penjelas dan dimasukkan ke dalam struktur galat (Baltagi, 2005). Pada data panel dengan *cross-section* berupa provinsi, model *Fixed Effects* digunakan karena mampu mengakomodasi perbedaan karakter antar provinsi yang tetap dan saling memengaruhi dalam data panel.

Model *Fixed Effect* merupakan metode analisis data panel yang memperhitungkan

adanya efek individual tiap unit dalam menjelaskan hubungan antara variabel dependen dan variabel independen. Setiap unit memiliki intersep berbeda untuk mengakomodasi heterogenitas yang tidak teramati dan konstan sepanjang waktu (Baltagi, 2005).

Model *Fixed Effects* dapat diperluas dengan memasukkan efek individu dan efek waktu untuk mengontrol heterogenitas tetap antar individu maupun antar waktu (Baltagi, 2005). Bentuk umum model *Two-way Fixed Effects* dinyatakan sebagai,

$$Y_{it} = \eta_i + \lambda_t + \beta X_{it} + v_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.2)$$

dengan:

Y_{it} = variabel dependen untuk unit ke- i pada waktu ke- t ,

η_i = efek tetap individu,

λ_t = efek tetap waktu,

β = parameter koefisien regresi,

X_{it} = variabel independen untuk unit ke- i pada waktu ke- t ,

v_{it} = galat.

Sebelum estimasi parameter dilakukan, model terlebih dahulu ditransformasi dengan metode *within*, yaitu dengan mengurangi rata-rata individu dan waktu pada setiap variabel (Wooldridge, 2010). Transformasi ini dilakukan sebagai berikut:

$$\tilde{Y}_{it} = Y_{it} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_t + \bar{Y} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

dengan:

\tilde{Y}_{it} = variabel dependen yang telah ditransformasi,

Y_{it} = nilai asli variabel dependen,

\bar{Y}_i = rata-rata variabel dependen,

\bar{Y}_t = rata-rata variabel dependen,

\bar{Y} = rata-rata keseluruhan variabel dependen.

$$\tilde{X}_{it} = X_{it} - \bar{X}_i - \bar{X}_t + \bar{X} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T$$

dengan:

\tilde{X}_{it} = variabel independen yang telah ditransformasi,

X_{it} = nilai asli variabel independen,

\bar{X}_i = rata-rata variabel independen,

\bar{X}_t = rata-rata variabel independen,

\bar{X} = rata-rata keseluruhan variabel independen.

Dengan demikian, model hasil transformasi tersebut dapat diestimasi dan dinyatakan sebagai berikut:

$$\tilde{Y}_{it} = \beta \tilde{X}_{it} + \tilde{v}_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T \quad (2.3)$$

Melalui transformasi tersebut, efek tetap individu dan waktu dihilangkan sehingga koefisien regresi β dapat diestimasi secara konsisten menggunakan metode *Ordinary Least Squares* (Wooldridge, 2010). Setelah diperoleh $\hat{\beta}$, efek tetap kemudian dapat dihitung kembali secara manual, dengan efek tetap individu diperoleh dari:

$$\hat{\eta}_i = \bar{Y}_i - \hat{\beta} \bar{X}_i - \bar{\lambda}$$

dengan:

- $\hat{\eta}_i$ = estimasi efek tetap individu ke- i ,
- \bar{Y}_i = rata-rata variabel dependen untuk individu ke- i ,
- $\hat{\beta}$ = estimasi koefisien regresi,
- \bar{X}_i = rata-rata variabel independen untuk individu ke- i ,
- $\bar{\lambda}$ = rata-rata efek tetap waktu.

sedangkan efek tetap waktu diperoleh dari:

$$\hat{\lambda}_t = \bar{Y}_t - \hat{\beta}\bar{X}_t - \bar{\eta}$$

dengan:

- $\hat{\lambda}_t$ = estimasi efek tetap waktu ke- t ,
- \bar{Y}_t = rata-rata variabel dependen pada waktu ke- t ,
- $\hat{\beta}$ = estimasi koefisien regresi,
- \bar{X}_t = rata-rata variabel independen pada waktu ke- t ,
- $\bar{\eta}$ = rata-rata efek tetap individu.

Sehingga kombinasi $\hat{\eta}_i + \hat{\lambda}_t$ merepresentasikan intersep yang berbeda untuk setiap individu dan periode waktu dalam model.

Model *Fixed Effects* dua arah pada Persamaan (2.2) digunakan sebagai gambaran awal untuk menganalisis hubungan statis antara dua variabel dengan mengontrol efek tetap individu dan waktu (Wooldridge, 2010). Setelah model diperoleh, dilakukan uji Durbin-Watson sebagai pendeteksian awal terhadap adanya autokorelasi, yaitu kondisi ketika residual pada suatu periode memiliki hubungan dengan residual pada periode lainnya (Gujarati & Porter, 2009). Pengujian autokorelasi dilakukan menggunakan uji Durbin-Watson sebagai berikut:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2}$$

dengan:

d = nilai statistik Durbin-Watson,

e_t = residual pada periode ke- t ,

e_{t-1} = residual pada periode sebelumnya,

T = banyaknya periode waktu.

Hipotesis yang digunakan dalam uji Durbin-Watson adalah $H_0 : \rho = 0$, yaitu tidak terdapat autokorelasi pada residual, dan $H_1 : \rho \neq 0$, yaitu terdapat autokorelasi pada residual. Keputusan uji berdasarkan nilai p -value dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$. Jika p -value $< \alpha$, maka terdapat autokorelasi pada residual.

Jika residual menunjukkan adanya autokorelasi, maka hal tersebut mengindikasikan adanya ketergantungan antarperiode yang belum sepenuhnya dijelaskan oleh model statis. Oleh karena itu, diperlukan model dinamis yang mampu mempertimbangkan pengaruh lag antarvariabel.

2.5. Stasioneritas Data Panel

Stasioneritas adalah sifat deret waktu dengan karakteristik statistik seperti rata-rata, varians, serta struktur autokorelasi tetap konstan sepanjang waktu. Stasioneritas berarti deret waktu tidak memiliki tren sistematis dan fluktuasinya berada pada rentang yang stabil. Deret waktu yang tidak stasioner dapat menghasilkan estimasi regresi yang menyesatkan (*spurious regression*) (Gujarati & Porter, 2009).

Deret waktu dalam data panel harus diperiksa apakah variabel-variabelnya bersifat stasioner pada seluruh unit atau hanya pada sebagian unit, karena ketidakstasioneran dapat menimbulkan estimasi yang bias (Baltagi, 2005). Stasioneritas data panel dapat diuji menggunakan beberapa pendekatan, salah satunya adalah uji

Im-Pesaran-Shin (IPS), yang dirancang untuk menangkap ketidakstasioneran baik pada level individu maupun secara keseluruhan (Wooldridge, 2010). Apabila hasil pengujian menunjukkan bahwa data bersifat tidak stasioner, maka data tersebut perlu ditransformasi menjadi stasioner melalui proses pembedaan (*differencing*), yaitu dengan mengganti nilai asli deret waktu menjadi deret selisih antar periode (Cryer & Chan, 2008).

Sebelum menerapkan uji IPS, setiap unit individu dalam data *cross-section* perlu dilakukan uji akar unit ADF secara terpisah pada masing-masing unit individu (Barbieri, 2006):

$$\Delta y_{it} = \alpha_{0i} + \rho_i y_{it-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \varphi_{ij} \Delta y_{it-j} + \varepsilon_{it} \quad (2.4)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; j = 1, \dots, p$$

dengan:

Δy_{it} = diferensi pertama variabel y untuk individu i pada waktu t ,

α_{0i} = efek tetap individu,

ρ_i = koefisien autoregresif untuk individu i ,

y_{it-1} = nilai variabel y pada periode sebelumnya,

p_i = panjang lag individu i ,

φ_{ij} = koefisien lag dari variabel yang didiferensiasi,

ε_{it} = komponen galat.

Persamaan (2.4) diestimasi menggunakan metode *Ordinary Least Squares* untuk setiap unit individu secara terpisah guna memperoleh nilai dugaan koefisien autoregresi ($\hat{\rho}_i$) sehingga dapat dihitung nilai statistik t (t_{ρ_i}) yaitu hasil bagi antara pendugaan parameter dengan kesalahan bakunya, $t_{\rho_i} = \frac{\hat{\rho}_i}{Se(\hat{\rho}_i)}$.

Uji IPS memiliki hipotesis nol bahwa seluruh individu dalam panel memiliki

akar unit, melawan hipotesis alternatif yang bersifat heterogen, yaitu sebagian unit bersifat stasioner sementara yang lain tetap memiliki akar unit, $H_0 : \rho_i = 0$ untuk semua i (data tidak stasioner)

$$H_1 : \begin{cases} \rho_i < 0 & \text{untuk } i = 1, \dots, N_1 \\ \rho_i = 0 & \text{untuk } i = N_1 + 1, \dots, N \end{cases} \quad \text{dengan } 0 < N_1 \leq N \quad (\text{data stasioner}).$$

Langkah inti dari uji IPS adalah menghitung rata-rata dari nilai statistik $t(t_{\rho_i})$ yang diperoleh dari masing-masing unit individu. Perhitungan statistik uji IPS dinyatakan pada persamaan berikut:

$$\bar{t}_{IPS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{\rho_i} \quad (2.5)$$

dengan t_{ρ_i} merupakan statistik uji ADF untuk setiap unit *cross section* (i). Kriteria pengambilan keputusannya adalah jika nilai statistik uji IPS lebih kecil dari nilai kritis tabel Dickey-Fuller sesuai dengan tingkat signifikansi yang digunakan atau *p-value* lebih kecil dari tingkat signifikansi 5% maka tolak H_0 . Hal ini menunjukkan bahwa data panel telah mencapai keadaan stasioner.

Jika data panel belum stasioner, maka perlu dilakukan proses *differencing*. Bentuk *differencing* untuk setiap unit dalam *cross section* adalah sebagai berikut (Gujarati & Porter, 2009):

$$\Delta y_{it} = y_{it} - y_{it-1} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.6)$$

2.6. Penentuan Lag Optimal

Menentukan lag optimal adalah langkah penting dalam analisis deret waktu karena jumlah lag yang dipilih memengaruhi akurasi estimasi. Lag diperlukan untuk menangkap dinamika keterlambatan antar variabel, sehingga pemilihan lag yang

tepat dapat meminimalkan bias dan mengurangi autokorelasi residual (Gujarati & Porter, 2009).

Penentuan lag optimal melalui kriteria informasi dapat meningkatkan keandalan model dalam menangkap struktur dinamis tanpa menambah parameter secara berlebihan (Judge dkk., 1985). Beberapa kriteria informasi yang dapat digunakan untuk menentukan lag optimal adalah *Akaike Information Criterion* (AIC), *Schwarz Information Criterion* (SIC) dan *Hannan-Quinn Information Criterion* (HQ) (Lütkepohl, 2005). AIC sangat penting dalam analisis deret waktu multivariat karena dapat membantu menentukan panjang lag yang paling sesuai untuk menggambarkan dinamika data tanpa menambah parameter secara berlebihan (Lütkepohl, 2005).

Kriteria informasi untuk menentukan lag optimum adalah dengan rumus sebagai berikut (Lütkepohl, 2005):

$$AIC(p) = \ln |\tilde{\Sigma}_u(p)| + \frac{2pK^2}{T} \quad (2.7)$$

dengan:

$|\tilde{\Sigma}_u(p)|$ = determinan dari estimasi matriks kovarians residual untuk model dengan lag p ,

p = panjang lag yang diestimasi,

K = jumlah variabel endogen dalam sistem VAR,

T = jumlah observasi (ukuran sampel).

Pemilihan lag berdasarkan kriteria informasi tidak selalu menghasilkan orde yang paling sesuai, karena masih terdapat kemungkinan pemilihan lag yang keliru. Lag yang terlalu panjang dapat menyebabkan overparameterisasi, sehingga estimasi menjadi tidak efisien dan hasil *impulse response* kurang akurat (Ivanov & Kilian, 2005). Oleh karena itu, panjang lag perlu disesuaikan dengan tujuan analisis (Lütkepohl, 2005).

2.7. Model Panel Vector Autoregression

Model VAR adalah model yang menggunakan nilai masa lalu dari semua variabel dalam sistem untuk menjelaskan dinamika hubungan di antaranya. VAR memodelkan sistem variabel yang seluruhnya dianggap endogen, dengan setiap variabel diregresikan terhadap lag dirinya dan lag variabel lainnya untuk menangkap pola interaksi timbal balik (Gujarati & Porter, 2009).

Pendekatan model VAR dapat diperluas ke data panel yang menggabungkan dimensi waktu dan individu yang disebut *Panel Vector Autoregression*. Pengintegrasian struktur VAR ke dalam data panel memungkinkan analisis hubungan timbal balik antar variabel pada berbagai unit *cross section* secara simultan (Love & Zicchino, 2006). Bentuk model umum sistem persamaan linear k variabel Panel VAR dengan lag sampai p adalah sebagai berikut (Hayakawa, 2016):

$$\mathbf{y}_{it} = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{i,t-1} + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{i,t-p} + \boldsymbol{\eta}_i + \mathbf{v}_{it} \quad (2.8)$$

dengan:

i = individu atau unit *cross section* (negara, provinsi) dengan $i = 1, \dots, N$,

t = periode waktu (tahun, bulan) dengan $t = 1, \dots, T$,

k = jumlah variabel endogen dengan $k = 1, \dots, K$,

\mathbf{y}_{it} = vektor variabel endogen berukuran $K \times 1$ pada unit ke- i dan periode ke- t ,

$\mathbf{y}_{i,t-p}$ = vektor variabel lag unit ke- i dengan $l = 1, \dots, p$,

\mathbf{v}_{it} = vektor galat,

$\boldsymbol{\eta}_i$ = vektor efek tetap individu yang tidak teramati,

\mathbf{A}_j = matriks koefisien yang diestimasi berukuran $K \times K$ dengan $j = 1, \dots, p$.

Persamaan (2.8) dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{y}_{it} = \begin{bmatrix} y_{it}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{it}^{(K)} \end{bmatrix}_{K \times 1} \quad \mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} a_{11}^{(j)} & a_{12}^{(j)} & \dots & a_{1K}^{(j)} \\ a_{21}^{(j)} & a_{22}^{(j)} & \dots & a_{2K}^{(j)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{K1}^{(j)} & a_{K2}^{(j)} & \dots & a_{KK}^{(j)} \end{bmatrix}_{K \times K}$$

$$\mathbf{v}_{it} = \begin{bmatrix} v_{it}^{(1)} \\ \vdots \\ v_{it}^{(K)} \end{bmatrix}_{K \times 1} \quad \boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} \eta_i^{(1)} \\ \vdots \\ \eta_i^{(K)} \end{bmatrix}_{K \times 1}$$

sehingga dapat ditulis menjadi bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_{it}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{it}^{(K)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & \dots & a_{1K}^{(1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{K1}^{(1)} & \dots & a_{KK}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i,t-1}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{i,t-1}^{(K)} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} a_{11}^{(p)} & \dots & a_{1K}^{(p)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{K1}^{(p)} & \dots & a_{KK}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i,t-p}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{i,t-p}^{(K)} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \eta_i^{(1)} \\ \vdots \\ \eta_i^{(K)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{it}^{(1)} \\ \vdots \\ v_{it}^{(K)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

dengan $j = 1, \dots, p$; $i = 1, \dots, N$ dan $t = 1, \dots, T$.

Persamaan tersebut adalah bentuk dari model VAR(p) jika nilai pengamatan di satu unit pada waktu ke- t dipengaruhi oleh nilai pengamatan di-“ p ” lag sebelumnya beserta pengamatan di unit lain.

Sebagai contoh untuk unit berjumlah dua atau $k = 2$ dan $p = 1$, maka model VAR(p) adalah

$$\begin{aligned}
y_{it}^{(1)} &= a_{11}^{(1)} y_{i,t-1}^{(1)} + a_{12}^{(1)} y_{i,t-1}^{(2)} + \eta_i^{(1)} + v_{it}^{(1)} \\
y_{it}^{(2)} &= a_{21}^{(1)} y_{i,t-1}^{(1)} + a_{22}^{(1)} y_{i,t-1}^{(2)} + \eta_i^{(2)} + v_{it}^{(2)}
\end{aligned}$$

persamaan dapat ditulis dalam bentuk persamaan matriks,

$$\begin{bmatrix} y_{it}^{(1)} \\ y_{it}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(1)} & a_{12}^{(1)} \\ a_{21}^{(1)} & a_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i,t-1}^{(1)} \\ y_{i,t-1}^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_i^{(1)} \\ \eta_i^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{it}^{(1)} \\ v_{it}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

2.8. Estimasi Parameter Model PVAR dengan GMM

Pendugaan parameter dalam model dapat dilakukan menggunakan pendekatan efek tetap, baik sebelum maupun sesudah dilakukan transformasi tertentu menggunakan metode kuadrat terkecil (Baltagi, 2005). Namun, keberadaan variabel dependen yang di-lag pada sisi kanan persamaan menyebabkan estimasi menjadi bias dan tidak konsisten, bahkan ketika jumlah unit *cross section* (N) besar, karena lag variabel dependen tersebut berkorelasi dengan galat (Hsiao, 2014). Untuk mengatasi permasalahan ini, pendugaan parameter yang lebih tepat dilakukan dengan menggunakan *Generalized Method of Moments* (Arellano & Bond, 1991).

GMM berprinsip dengan memanfaatkan momen dari data, yaitu $E[y_{i,t-l}, v] = 0$ (Hayakawa, 2016). Arellano & Bover (1995) memperkenalkan transformasi *Forward Orthogonal Deviation* (FOD) sebagai alternatif untuk menghilangkan efek individu dalam model. Transformasi ini menggunakan deviasi dari periode sebelumnya, sehingga mengurangi pengaruh rata-rata dari pengamatan masa depan yang tersedia, sehingga meminimalkan *missing data* (Abrigo & Love, 2016).

Diasumsikan terdapat N unit *cross section* dan T periode, i sebagai indeks untuk pengamatan *cross section* dan t sebagai indeks untuk waktu. Model dengan efek tetap seperti pada (2.8). Untuk mengidentifikasi parameter pada model (2.8),

efek individu perlu diperhatikan dan diamati terlebih dahulu. Jika model yang mengandung variabel lag diestimasi dengan memasukkan efek individu, koefisien yang diperoleh akan menjadi tidak konsisten (Nerlove, 2002). Oleh karena itu, diperlukan transformasi untuk menghilangkan efek individu. Dengan penghilangan efek individu (η_i), model PVAR umum menjadi berlaku sama untuk seluruh wilayah. Estimasi parameter dapat dilakukan setelah koefisien efek individu dan koefisien lag menjadi stasioner, kemudian dapat ditulis kembali menjadi model sebagai berikut:

$$\mathbf{y}_{it}^* = \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{it-1}^* + \cdots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{i,t-p}^* + \mathbf{v}_{it}^* \quad i = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, T.$$

Dengan tanda bintang (*) merupakan variabel yang telah ditransformasi. Untuk transformasi FOD menggunakan rumus:

$$y_{it}^* = c_t \left(y_{it} - \frac{1}{T-t} \sum_{s=t+1}^T y_{is} \right) \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.10)$$

dengan faktor pembobot c_t didefinisikan sebagai:

$$c_t = \sqrt{\frac{T-t}{T-t+1}} \quad (2.11)$$

dengan:

y_{it}^* = variabel hasil transformasi FOD,

y_{it} = nilai variabel asli pada unit individu i dan waktu t ,

T = total periode waktu (jumlah tahun observasi).

t = indeks waktu saat ini,

s = indeks waktu masa depan (berjalan dari $t + 1$ hingga T),

c_t = faktor pembobot untuk menstandarisasi varians.

Dengan menggabungkan pengamatan dari setiap unit waktu dan menetapkan p

sebagai jumlah parameter, diperoleh model berikut:

$$\mathbf{Y}_i^* = \mathbf{X}_i^* \mathbf{A}' + \mathbf{V}_i^* \quad i = 1, \dots, N \quad (2.12)$$

dengan:

\mathbf{Y}_i^* = matriks berisi data variabel endogen yang telah ditransformasi,

\mathbf{X}_i^* = matriks berisi variabel lag setelah ditransformasi,

\mathbf{A}' = matriks parameter atau koefisien yang akan diestimasi,

\mathbf{V}_i^* = matriks komponen galat yang telah ditransformasi.

$$\mathbf{Y}_i^* = \begin{bmatrix} y_{i1}^{*(1)} & \dots & y_{i1}^{*(K)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{iT}^{*(1)} & \dots & y_{iT}^{*(K)} \end{bmatrix}_{T \times K} \quad \mathbf{X}_i^* = \begin{bmatrix} x_{i1}^{*(1)} & \dots & x_{i1}^{*(Kp)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{iT}^{*(1)} & \dots & x_{iT}^{*(Kp)} \end{bmatrix}_{T \times Kp}$$

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{Kp,1} & \dots & \alpha_{Kp,K} \end{bmatrix}_{Kp \times K} \quad \mathbf{V}_i^* = \begin{bmatrix} v_{i1}^{*(1)} & \dots & v_{i1}^{*(K)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{iT}^{*(1)} & \dots & v_{iT}^{*(K)} \end{bmatrix}_{T \times K}$$

Persamaan model selanjutnya divektorisasi menggunakan sifat perkalian matriks yang dikenal sebagai Lemma Kolom Roth atau hubungan *vec-Kronecker* tujuannya untuk mendapatkan bentuk persamaan linear standar agar dapat dilakukan estimasi.

Definisi 2.1 Untuk setiap matriks \mathbf{A} , \mathbf{B} , dan \mathbf{C} dengan hasil kali matriks \mathbf{ABC} terdefinisi, maka berlaku persamaan berikut:

$$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}' \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B}) \quad (2.13)$$

(Magnus & Neudecker, 2019)

Contoh 2.1 Misalkan didefinisikan tiga matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = [3], \quad \mathbf{C} = [4 \ 5]$$

Akan dihitung hasil perkalian \mathbf{ABC} terlebih dahulu:

$$\begin{aligned} \mathbf{ABC} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} [3] [4 \ 5] \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} [4 \ 5] \\ &= \begin{bmatrix} 12 & 15 \\ 24 & 30 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Maka, vektorisasinya adalah menumpuk kolom secara vertikal:

$$\text{vec}(\mathbf{ABC}) = \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \\ 15 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Kemudian hitung untuk sisi kanan. Berdasarkan teorema $\text{vec}(\mathbf{ABC}) = (\mathbf{C}' \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B})$:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}' \otimes \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ 5 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Lalu dikalikan dengan $\text{vec}(\mathbf{B}) = [3]$:

$$(\mathbf{C}' \otimes \mathbf{A})\text{vec}(\mathbf{B}) = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} [3] = \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \\ 15 \\ 30 \end{bmatrix}$$

Jadi, terbukti bahwa hasil perhitungan langsung sama dengan hasil menggunakan rumus Kronecker.

Berdasarkan Definisi 2.1, maka model tersebut dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{Y}_i^*) &= \text{vec}(\mathbf{X}_i^* \mathbf{A}' \mathbf{I}_K) + \text{vec}(\mathbf{V}_i^*) \\ \text{vec}(\mathbf{Y}_i^*) &= (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{X}_i^*) \text{vec}(\mathbf{A}') + \text{vec}(\mathbf{V}_i^*). \end{aligned}$$

Dalam estimasi parameter model PVAR menggunakan GMM, matriks instrumen \mathbf{Z}_{Fi} berdimensi $T \times m_f$ dibentuk sebagai matriks diagonal blok yang berisi vektor instrumen berupa lag variabel endogen. Instrumen ini digunakan untuk menjamin tidak adanya korelasi antara peubah prediktor dan galat model. Nilai m_f merepresentasikan jumlah total komponen instrumen atau kondisi momen yang terakumulasi seiring bertambahnya periode waktu dan berperan penting karena menentukan dimensi matriks pembobot Ω_F^{-1} serta menjadi dasar dalam perhitungan derajat bebas pada uji validitas instrumen Hansen/Sargan. Matriks variabel instrumen tersebut ditunjukkan sebagai berikut (Hayakawa, 2016):

$$\mathbf{Z}_{Fi} = \text{diag}(\mathbf{z}'_{F,i1}, \dots, \mathbf{z}'_{F,iT}) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}'_{F,i1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{z}'_{F,i2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{z}'_{F,iT} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

dengan $\mathbf{z}_{F,it} = (\mathbf{y}'_{i,t-q}, \dots, \mathbf{y}'_{i,t-1})'$ $i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$ dan $1 \leq q \leq t - 1$.

Pendugaan terhadap \mathbf{A} dapat dilakukan dalam dua tahap. GMM tahap pertama mengikuti momen kondisi $E[(\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi})' \text{vec}(\mathbf{V}_i^*)] = \mathbf{0}$, kemudian diperoleh estimasi model awal dengan $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{A}}')$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{KpK \times 1} &= \text{vec}(\tilde{\mathbf{A}}') \\ &= \left[(\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{S}_{ZX}^* \mathbf{S}_{ZZ}^{*-1} \mathbf{S}_{ZX}^*) \right]^{-1} \left[(\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{S}_{ZX}^* \mathbf{S}_{ZZ}^{*-1}) \text{vec}(\mathbf{S}_{ZY}^*) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

dengan:

$$\mathbf{S}_{ZZ}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}'_{Fi} \mathbf{Z}_{Fi} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{S}_{ZX}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}'_{Fi} \mathbf{X}_i^* \quad (2.17)$$

$$\mathbf{S}_{ZY}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{Z}'_{Fi} \mathbf{Y}_i^* \quad (2.18)$$

keterangan:

\mathbf{Z}_{Fi} = matriks instrumen unit ke- i ,

\mathbf{S}_{ZZ}^* = matriks momen instrumen,

\mathbf{S}_{ZX}^* = matriks momen instrumen-prediktor,

\mathbf{S}_{ZY}^* = matriks momen instrumen-respon,

\mathbf{Y}_i^* = matriks berisi data variabel endogen yang telah ditransformasi,

\mathbf{X}_i^* = matriks berisi variabel lag setelah ditransformasi.

Selanjutnya $\tilde{\mathbf{V}}_i^*$ dapat diperoleh dengan

$$\tilde{\mathbf{V}}_i^* = \mathbf{Y}_i^* - \mathbf{X}_i^* \tilde{\mathbf{A}}' \quad (2.19)$$

dan $\tilde{\mathbf{A}}'$ didapatkan dari (2.15).

GMM tahap kedua diawali dengan pendugaan terhadap \mathbf{A} dengan memanfaatkan variabel $\tilde{\alpha}$, dengan $\tilde{\alpha} = \text{vec}(\tilde{\mathbf{A}}')$. Dengan demikian, pendugaan $\hat{\alpha}$ dapat dilakukan menggunakan perhitungan sebagai berikut (Hayakawa, 2016):

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{KpK \times 1} &= \text{vec}(\hat{\mathbf{A}}') \\ &= \left[(\mathbf{I}_k \otimes \mathbf{S}_{ZX}^{*'}) \hat{\Omega}_F^{-1} (\mathbf{I}_k \otimes \mathbf{S}_{ZX}^*) \right]^{-1} \left[(\mathbf{I}_k \otimes \mathbf{S}_{ZX}^{*'}) \hat{\Omega}_F^{-1} \text{vec}(\mathbf{S}_{ZY}^*) \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

dengan \mathbf{S}_{ZX}^* dan \mathbf{S}_{ZY}^* seperti pada 2.17 dan 2.18, dan $\hat{\Omega}_F^{-1}$ merupakan suatu matriks pembobot dalam pendugaan parameter yang bersifat non-singular, yaitu:

$$\hat{\Omega}_F^{-1}_{Kmf \times Kmf} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi})' \text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*) \text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*)' (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi}) \right)^{-1} \quad (2.21)$$

2.9. Pengujian Validitas Variabel Instrumen

Dalam pengujian kelayakan model, salah satu aspek yang perlu diperhatikan adalah validitas instrumen yang digunakan dalam estimasi. Validitas instrumen menunjukkan bahwa instrumen yang digunakan dalam model bersifat eksogen, yaitu tidak berkorelasi dengan galat (ε_{it}). Pengujian validitas instrumen dapat dilakukan dengan menggunakan uji Hansen (J_n) (Andrews & Lu, 2001).

Berikut adalah hipotesis dan statistik uji Hansen:

$$H_0 : E \left((\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi})' \text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*) \right) = 0 \text{ (instrumen valid)}$$

$$H_1 : E \left((\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi})' \text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*) \right) \neq 0 \text{ (instrumen tidak valid)}$$

$$J_n = n \mathbf{m}'_n \hat{\Omega}_F^{-1} \mathbf{m}_n \quad (2.22)$$

dan

$$\mathbf{m}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{Z}_{Fi})' \text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*)$$

dengan:

n = jumlah sampel atau unit individu,

$\hat{\Omega}_F^{-1}$ = matriks pembobot,

\mathbf{Z}_{Fi} = matriks variabel instrumen,

$\text{vec}(\tilde{\mathbf{V}}_i^*)$ = vektor residual (galat) pendugaan pada tahap pertama GMM,

\mathbf{m}_n = vektor kondisi momen sampel.

Gagal tolak H_0 jika nilai J_n lebih kecil dari nilai kritis χ^2 dengan derajat bebas r , yaitu selisih antara jumlah instrumen yang digunakan dan jumlah parameter. Alternatif lainnya, keputusan dapat dibuat dengan membandingkan p -value statistik uji dengan taraf signifikansi α . Jika p -value $> \alpha$, maka H_0 gagal ditolak, yang menunjukkan bahwa instrumen (\mathbf{Z}_{Fi}) yang digunakan dalam pendugaan parameter dengan metode GMM dinyatakan valid.

2.10. Uji Autokorelasi Arellano-Bond

Autokorelasi merupakan kondisi adanya korelasi antara residual pada suatu periode dengan periode lainnya. Dalam model PVAR, keberadaan autokorelasi menunjukkan bahwa model belum sepenuhnya mampu menangkap informasi dalam data, sehingga dapat memengaruhi keakuratan hasil estimasi (Wooldridge, 2010).

Model PVAR dengan GMM dinyatakan layak apabila tidak terdapat autokorelasi pada orde kedua. Hal ini karena tidak adanya autokorelasi pada orde kedua menunjukkan bahwa galat asli tidak saling berkorelasi antar waktu, sehingga asumsi dasar model terpenuhi (Arellano & Bond, 1991).

Pengujian autokorelasi dalam model dilakukan menggunakan uji Arellano-Bond yang didasarkan pada pengujian korelasi antar residual yang telah ditransformasi. Statistik uji yang digunakan secara umum berbentuk statistik z , yaitu:

$$AR(m) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=m+1}^T \hat{\varepsilon}_{it} \hat{\varepsilon}_{i,t-m}}{\sqrt{Var \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=m+1}^T \hat{\varepsilon}_{it} \hat{\varepsilon}_{i,t-m} \right)}} \quad (2.23)$$

dengan:

$\hat{\varepsilon}_{it}$ = residual hasil estimasi pada unit ke- i pada waktu ke- t ,

m = orde lag,

N = jumlah individu,

T = jumlah periode waktu.

Hipotesis yang digunakan dalam uji Arellano-Bond adalah sebagai berikut:

H_0 : Tidak terdapat autokorelasi pada orde ke- m

H_1 : Terdapat autokorelasi pada orde ke- m

Kriteria pengambilan keputusan adalah tolak H_0 apabila nilai p -value lebih kecil dari tingkat signifikansi α yang berarti terdapat autokorelasi pada orde yang diuji. Dalam pengujian model PVAR GMM, penolakan H_0 pada AR(1) masih dapat diterima karena merupakan konsekuensi dari proses transformasi data. Namun, apabila H_0 juga ditolak pada AR(2), maka hal tersebut mengindikasikan adanya autokorelasi pada galat asli, sehingga model belum memenuhi asumsi dan dinyatakan tidak layak untuk digunakan dalam analisis lebih lanjut.

2.11. Pengujian Signifikansi Model PVAR

Pengujian signifikansi dilakukan untuk menilai sejauh mana variabel penjelas memengaruhi variabel respon. Uji parsial digunakan untuk melihat pengaruh setiap variabel penjelas secara individual terhadap variabel respon. (Hayakawa, 2016):

Hipotesis nol dalam pengujian ini menyatakan bahwa variabel penjelas tidak terdapat pengaruh signifikan terhadap variabel respon serta hipotesis alternatifnya adalah variabel penjelas memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon, atau yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$H_0 : \hat{\alpha} = 0$$

$$H_1 : \hat{\alpha} \neq 0$$

dan statistik uji t

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\alpha}}{Se(\hat{\alpha})} \quad (2.24)$$

dengan:

$\hat{\alpha}$ = hasil pendugaan parameter,

$Se(\hat{\alpha})$ = salah baku nilai duga parameter.

Tolak H_0 apabila nilai t_{hitung} lebih besar dari nilai kritis $t(NT - 1)$ pada taraf signifikansi α atau keputusan dapat dibuat dengan membandingkan p -value dengan taraf nyata α . Jika p -value $\leq \alpha$, maka H_0 ditolak, yang berarti variabel penjelas memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon.

2.12. Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas Granger digunakan untuk menilai apakah nilai masa lalu (lag) suatu variabel memberikan informasi tambahan yang signifikan dalam memprediksi variabel lain. Jika lag variabel X tidak signifikan dalam persamaan Y , maka X tidak menyebabkan Y secara Granger. Uji dilakukan menggunakan uji Wald pada parameter lag (Lütkepohl, 2005).

Pengujian dilakukan dengan membandingkan model lengkap (*unrestricted*) yang memasukkan lag variabel penjelas dan model terbatas (*restricted*) yang menghilangkan lag tersebut (Lütkepohl, 2005). Langkah awal adalah membangun

model lengkap yang memasukkan lag variabel endogen lain sebagai prediktor, maka dibentuk model berikut (Lütkepohl, 2005):

$$y_{it}^{(1)} = \mu_1 + \sum_{j=1}^p a_{11}^{(j)} y_{i,t-j}^{(1)} + \sum_{j=1}^p a_{12}^{(j)} y_{i,t-j}^{(2)} + v_{it}^{(1)} \quad (2.25)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; j = 1, \dots, p$$

dengan:

$y_{it}^{(1)}$ = nilai variabel ke-1 pada unit i waktu t ,

$y_{i,t-j}^{(2)}$ = nilai lag variabel ke-2 terhadap variabel ke-1 pada unit i sejauh j ,

$a_{11}^{(j)}$ = pengaruh $y^{(1)}$ masa lalu ke $y^{(1)}$ sekarang,

$a_{12}^{(j)}$ = pengaruh $y^{(2)}$ masa lalu ke $y^{(1)}$ sekarang,

$v_{it}^{(1)}$ = komponen galat.

Selanjutnya dibangun model terbatas dengan dengan asumsi bahwa variabel ke-2 tidak memiliki pengaruh terhadap variabel ke-1. Oleh karena itu, diberlakukan restriksi bahwa $a_{12}^{(j)} = 0$ untuk semua $j = 1, \dots, p$ sehingga modelnya menjadi:

$$y_{it}^{(1)} = \mu_1 + \sum_{j=1}^p a_{11}^{(j)} y_{i,t-j}^{(1)} + v_{it}^{(1)} \quad (2.26)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; j = 1, \dots, p$$

Hipotesis pengujian kausalitas Granger dilakukan dengan menguji apakah seluruh koefisien lag ($a_{12}^{(j)}$) secara bersama-sama bernilai nol, dengan hipotesisnya adalah,
 H_0 : variabel 2 tidak menyebabkan variabel 1 secara Granger

H_1 : variabel 2 menyebabkan variabel 1 secara Granger

atau yang dapat juga ditulis:

$$H_0 : a_{12}^{(1)} = a_{12}^{(2)} = \dots = a_{12}^{(p)} = 0$$

$$H_1 : \exists a_{12}^{(j)} \neq 0$$

Setelah kedua model diestimasi akan diberikan hasil estimasi yaitu $\hat{\beta}$. Selanjutnya

dilakukan uji Wald sebagai berikut:

$$W = (\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - r)'[\mathbf{R}\hat{\mathbf{V}}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\mathbf{R}']^{-1}(\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}} - r) \quad (2.27)$$

dengan:

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ = vektor estimasi parameter,

\mathbf{R} = matriks seleksi untuk koefisien $a_{12}^{(j)}$,

r = vektor nol,

$\hat{\mathbf{V}}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ = matriks kovarian dari estimasi GMM.

Statistik Wald tersebut mengikuti distribusi χ^2 dengan derajat bebas setara jumlah lag p yang diuji. Jika nilai $W > \chi_{p,\alpha}^2$ atau $p\text{-value} < \alpha$, maka H_0 ditolak hal ini menunjukkan bahwa variabel ke-2 dianggap menyebabkan variabel ke-1 secara Granger.

2.13. Uji Stabilitas

Proses uji stabilitas dimulai dengan melakukan substitusi rekursif maju untuk melihat bagaimana nilai variabel saat ini (y_{it}) terbentuk dari kondisi paling awal ($t = 0$). Pengujian dimulai dari model umum PVAR, yang kemudian disederhanakan menjadi model VAR orde 1 (Mustofa dkk., 2017).

$$y_{i,t} = \mu + \Phi_1 y_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T$$

Persamaan tersebut diekspansi secara bertahap mulai dari waktu $t = 1$ terus menerus hingga periode ke- t .

Saat $t = 1$:

$$y_{i,1} = \mu + \Phi_1 y_{i,0} + \varepsilon_{i,1}$$

Saat $t = 2$, substitusikan persamaan $y_{i,1}$ ke dalam persamaan untuk $t = 2$:

$$\begin{aligned}
 y_{i,2} &= \mu + \Phi_1(y_{i,1}) + \varepsilon_{i,2} \\
 &= \mu + \Phi_1(\mu + \Phi_1 y_{i,0} + \varepsilon_{i,1}) + \varepsilon_{i,2} \\
 &= \mu + \Phi_1 \mu + \Phi_1^2 y_{i,0} + \Phi_1 \varepsilon_{i,1} + \varepsilon_{i,2} \\
 &= (\Phi_0 + \Phi_1) \mu + \Phi_2 y_{i,0} + (\Phi_1 \varepsilon_{i,1} + \Phi_0 \varepsilon_{i,2})
 \end{aligned}$$

dengan $\Phi_1^2 = \Phi_2$ dan $\Phi_0 = I$.

Jika pola ini diteruskan hingga periode ke- t , akan didapatkan persamaan:

$$y_{i,t} = \left(\sum_{s=0}^{t-1} \Phi_s \right) \mu + \Phi_t y_{i,0} + \sum_{s=0}^{t-1} \Phi_s \varepsilon_{i,t-s} \quad (2.28)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; s = 0, \dots, t - 1$$

keterangan:

i = unit *cross section*,

t = periode waktu saat ini,

s = jarak waktu terjadinya suatu guncangan (ε) relatif terhadap waktu saat ini (t),

Φ_s = bobot respon variabel terhadap guncangan tersebut,

μ = vektor intersep/konstanta,

Φ_t = matriks koefisien yang dipangkatkan sebanyak t kali,

$y_{i,0}$ = nilai variabel pada titik awal observasi,

$\varepsilon_{i,t-s}$ = guncangan yang terjadi s periode yang lalu.

Berdasarkan Persamaan (2.28), y_{it} merupakan penjumlahan dari tiga komponen utama, yaitu akumulasi komponen deterministik atau konstanta (μ), pengaruh kondisi awal ($y_{i,0}$) yang dikalikan dengan matriks koefisien dinamis pada waktu ke- t (Φ_t), serta akumulasi seluruh guncangan struktural ($\varepsilon_{i,t-s}$) dari periode sebelumnya hingga saat ini. Dalam model PVAR, stabilitas sistem ditentukan oleh perilaku

komponen-komponen tersebut dalam jangka panjang. Model dikatakan stabil apabila nilai matriks koefisien (Φ) meluruh menuju nol seiring waktu, sehingga pengaruh kondisi awal ($y_{i,0}$) dan akumulasi guncangan ($\sum \Phi_s \varepsilon_{i,t-s}$) bersifat konvergen. Secara matematis, stabilitas terpenuhi jika nilai eigen (modulus) dari matriks pembentuk Φ harus < 1 , yang menjamin varians data tetap terbatas dan analisis IRF valid karena sistem mampu kembali ke keseimbangan setelah mengalami guncangan.

Selanjutnya model umum dilakukan substitusi mundur (*recursive substitution*) untuk melihat hubungan variabel saat ini dengan variabel pada j periode sebelumnya,

$$y_{i,t} = \left(\sum_{s=0}^j \Phi_s \right) \mu + \Phi_{j+1} y_{i,t-j-1} + \sum_{s=0}^j \Phi_s \varepsilon_{i,t-s} \quad (2.29)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; j = 0, \dots, t-1; s = 0, \dots, j$$

keterangan:

i = unit *cross section*,

t = periode waktu saat ini,

j = batas jumlah periode mundur ke belakang,

s = jarak waktu terjadinya suatu guncangan (ε) relatif terhadap waktu saat ini (t) dengan batas j ,

Φ_s = matriks koefisien dinamis pada lag ke- s ,

μ = vektor intersep/konstanta,

Φ_{j+1} = matriks koefisien yang dipangkatkan sebanyak $j + 1$ kali,

$y_{i,t-j-1}$ = nilai variabel pada $j + 1$ periode sebelum waktu sekarang (t),

$\varepsilon_{i,t-s}$ = guncangan/galat yang terjadi s periode yang lalu.

Persamaan (2.29) menjadi dasar dalam pengujian stabilitas pada model PVAR. Sistem dikatakan stabil apabila pengaruh kondisi awal berkurang dan mendekati nol ketika batas waktu ditarik menuju tak hingga. Kondisi ini terpenuhi jika seluruh nilai eigen matriks koefisien memiliki modulus kurang dari satu. Dalam keadaan tersebut,

persamaan model akan berubah ke bentuk *Vector Moving Average* sempurna, sebagaimana digunakan dalam analisis IRF.

Sejalan dengan kondisi konvergensi, yaitu ketika seluruh nilai eigen matriks koefisien memiliki modulus kurang dari satu, stabilitas model PVAR diuji melalui kondisi akar polinomial karakteristik. Model dikatakan stabil apabila seluruh akar dari persamaan determinan matriks polinomial karakteristik bernilai lebih besar dari satu, sehingga nilai modulus eigennya bernilai kurang dari satu, yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$\det(\Phi_0 - \Phi_1 z - \dots - \Phi_p z^p) = 0 \quad \text{dengan } |z| > 1 \quad (2.30)$$

dengan:

Φ_0 = matriks identitas berukuran $K \times K$,

Φ = matriks koefisien dinamis,

p = panjang lag,

z = variabel kompleks untuk mencari akar karakteristik.

2.14. *Impulse Response Function*

IRF digunakan untuk menggambarkan respon dinamis suatu variabel terhadap kejutan atau *shock* pada variabel lain. IRF menunjukkan bagaimana suatu *shock* satu unit pada sebuah variabel menyebar ke variabel lain dari waktu ke waktu serta berapa lama pengaruh tersebut bertahan (Lütkepohl, 2005).

Langkah pertama dalam memperoleh IRF adalah menyatakan model VAR(p) dalam bentuk representasi *Moving Average* (MA) (Lütkepohl, 2005). Diberikan model VAR(p) sebagai berikut:

$$y_{i,t} = \mu + \Phi_1 y_{i,t-1} + \dots + \Phi_p y_{i,t-p} + \varepsilon_{i,t} \quad (2.31)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Model tersebut kemudian ditransformasikan menjadi bentuk MA melalui substitusi mundur (*recursive substitution*) dengan proses yang sama seperti pada Persamaan (2.29). Jika proses ini dilakukan terus menerus hingga batas tak hingga ($j \rightarrow \infty$) dan syarat stabilitas terpenuhi (nilai eigen $\bar{\Phi} < 1$), maka pengaruh nilai awal akan hilang (menjadi nol). Sehingga Persamaan (2.31) berubah menjadi bentuk representasi *Vector Moving Average* (VMA) (Lütkepohl, 2005):

$$y_{i,t} = \mu + \Phi_0 \varepsilon_t + \Phi_1 \varepsilon_{t-1} + \Phi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \mu + \sum_{s=0}^{\infty} \Phi_s \varepsilon_{i,t-s} \quad (2.32)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, \infty$$

dengan:

$y_{i,t}$ = nilai variabel untuk unit ke- i pada waktu sekarang (t),

μ = nilai rata-rata atau komponen deterministik,

Φ_s = bobot dampak guncangan yang terjadi s periode lalu,

$\varepsilon_{i,t-s}$ = guncangan yang masuk ke dalam sistem pada waktu $t - s$.

Karena unsur pada $\varepsilon_{i,t}$ biasanya saling berkorelasi maka perlu dilakukan ortogonalisasi menggunakan dekomposisi Cholesky sehingga diperoleh komponen galat yang saling bebas/ortogonal. Misalkan Σ_ε adalah matriks kovarians dari galat asli. Matriks ini didekomposisi menjadi matriks segitiga bawah \mathbf{P} sedemikian sehingga $\Sigma_\varepsilon = \mathbf{P}\mathbf{P}'$. Hubungan antara galat asli (ε) dan galat ortogonal (u) yaitu $\varepsilon_{i,t} = \mathbf{P}u_{i,t}$ dengan $u_{i,t}$ adalah vektor orthogonal *shock* yang memiliki sifat saling bebas dengan varians satuan (Hamilton, 1994). Substitusi $\varepsilon_{i,t}$ pada persamaan (2.32) dengan $\mathbf{P}u_{i,t}$ sehingga diperoleh:

$$y_{i,t} = \mu + \sum_{s=0}^{\infty} (\Phi_s \mathbf{P}) u_{i,t-s} \quad (2.33)$$

$$i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, \infty.$$

Dibentuk komponen matriks ortogonal $\Psi_h = \Phi_h \mathbf{P}$ yang akan digunakan sebagai dasar perhitungan IRF. Untuk mengambil nilai spesifik dari matriks Ψ_h digunakan vektor seleksi yaitu e_k adalah vektor kolom untuk memilih variabel penyebab guncangan. Bernilai 1 pada indeks ke- k dan 0 di tempat lain. Serta e_j adalah vektor kolom untuk memilih variabel yang merespons. Bernilai 1 pada indeks ke- j dan 0 di tempat lain.

Setelah itu, IRF untuk respon variabel ke- j akibat guncangan satu unit pada variabel ke- k pada horizon h dirumuskan sebagai,

$$IRF_{jk}(h) = \mathbf{e}'_j \Psi_h \mathbf{e}_k \quad (2.34)$$

Nilai tersebut menunjukkan seberapa besar dan ke arah mana variabel j merespon guncangan sebesar satu unit dari variabel k pada periode ke- h .

2.15. Forecast Error Variance Decomposition

FEVD digunakan untuk mengidentifikasi seberapa besar kontribusi setiap *shock* pada variabel tertentu terhadap varians kesalahan peramalan pada berbagai horizon. FEVD membantu mengidentifikasi pentingnya relatif masing-masing *shock* dalam mempengaruhi dinamika variabel (Lütkepohl, 2005).

FEVD diperoleh dengan mengubah model VAR dalam bentuk *moving average* dan menghitung komponen galat peramalan pada horizon h , kemudian memisahkan kontribusi masing-masing *shock* yang telah diortogonalisasi (Hamilton, 1994).

Untuk menghitung FEVD pada horizon, varians galat peramalan variabel ke- i pada

horizon h dihitung sebagai (Lütkepohl, 2005):

$$\text{Var}(e_{i,t}(h)) = \sum_{i=0}^{h-1} (\Psi_i \Psi_i')_{ii} \quad (2.35)$$

di mana $\Psi_i = \Phi_i \mathbf{P}$ adalah matriks respons impuls setelah ortogonalisasi, yang digunakan dalam perhitungan FEVD.

Kontribusi *shock* variabel ke- k terhadap varians galat peramalan variabel ke- i pada horizon ditulis sebagai berikut (Lütkepohl, 2005):

$$\text{FEVD}_{i,k}(h) = \frac{\sum_{j=0}^{h-1} (\Psi_j)_{ik}^2}{\sum_{j=0}^{h-1} (\Psi_j \Psi_j')_{ii}} \times 100\%. \quad (2.36)$$

2.16. Ekspor

Ekspor merupakan kegiatan ekonomi menjual barang dan jasa yang dihasilkan oleh suatu negara kepada pembeli di negara lain, yang mencerminkan transaksi ekonomi dalam perdagangan internasional. Menurut Sutedi (2014), tujuan utama ekspor antara lain mengoptimalkan laba melalui perluasan pasar ke luar negeri, memanfaatkan kelebihan kapasitas produksi (*idle capacity*), serta melatih daya saing produk dalam kompetisi global.

Kinerja ekspor di Indonesia direpresentasikan oleh data Ekspor Barang dan Jasa Atas Dasar Harga Berlaku dengan satuan miliar rupiah. Data ini mencerminkan nilai moneter sesungguhnya dari barang dan jasa yang diekspor selama periode tertentu tanpa disesuaikan dengan inflasi. Pengukuran pada dasar harga berlaku berarti nilai ekspor dihitung berdasarkan harga pasar saat barang atau jasa tersebut benar-benar dijual ke luar negeri, sehingga mencerminkan nilai nominal aktual transaksi perdagangan internasional yang dilakukan Indonesia.

2.17. Investasi

Mankiw (2018) mendefinisikan investasi sebagai pembelian barang yang akan digunakan di masa depan untuk menghasilkan lebih banyak barang dan jasa. Investasi merupakan aktivitas akumulasi modal fisik (*capital accumulation*), yang mencakup belanja peralatan bisnis, struktur bangunan pabrik, serta penambahan persediaan (*inventories*).

Pengukuran investasi dapat direpresentasikan oleh indikator Pembentukan Modal Tetap Bruto (PMTB). Menurut Bank Dunia, PMTB menggambarkan pengeluaran yang mencakup akuisisi (membeli barang modal baru atau bekas dari luar negeri, atau membangun sendiri) dikurangi pelepasan aset tetap (*net disposal*). Indikator ini mencerminkan seberapa besar perekonomian mengalokasikan sumber daya untuk penambahan atau perluasan aset fisik yang akan digunakan dalam produksi di masa depan.

Investasi memegang peran penting terhadap kinerja ekspor karena investasi merupakan komponen utama dalam pembentukan modal (*capital formation*) yang menentukan kapasitas produksi jangka panjang (Mankiw, 2018). Peningkatan investasi memungkinkan penambahan dan modernisasi aset produktif, seperti mesin, teknologi, dan infrastruktur, sehingga meningkatkan volume dan kualitas *output* yang pada akhirnya mendorong peningkatan nilai ekspor ke pasar internasional. Hubungan ini telah dibuktikan secara empiris, di antaranya oleh Rajni (2013) yang menemukan adanya keterkaitan signifikan antara pembentukan modal dan ekspor dalam konteks negara berkembang.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2025/2026 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung yang beralamatkan di Jalan Prof. Dr. Ir. Soemantri Brojonegoro, Gedong Meneng, Kecamatan Rajabasa, Kota Bandar Lampung, Lampung.

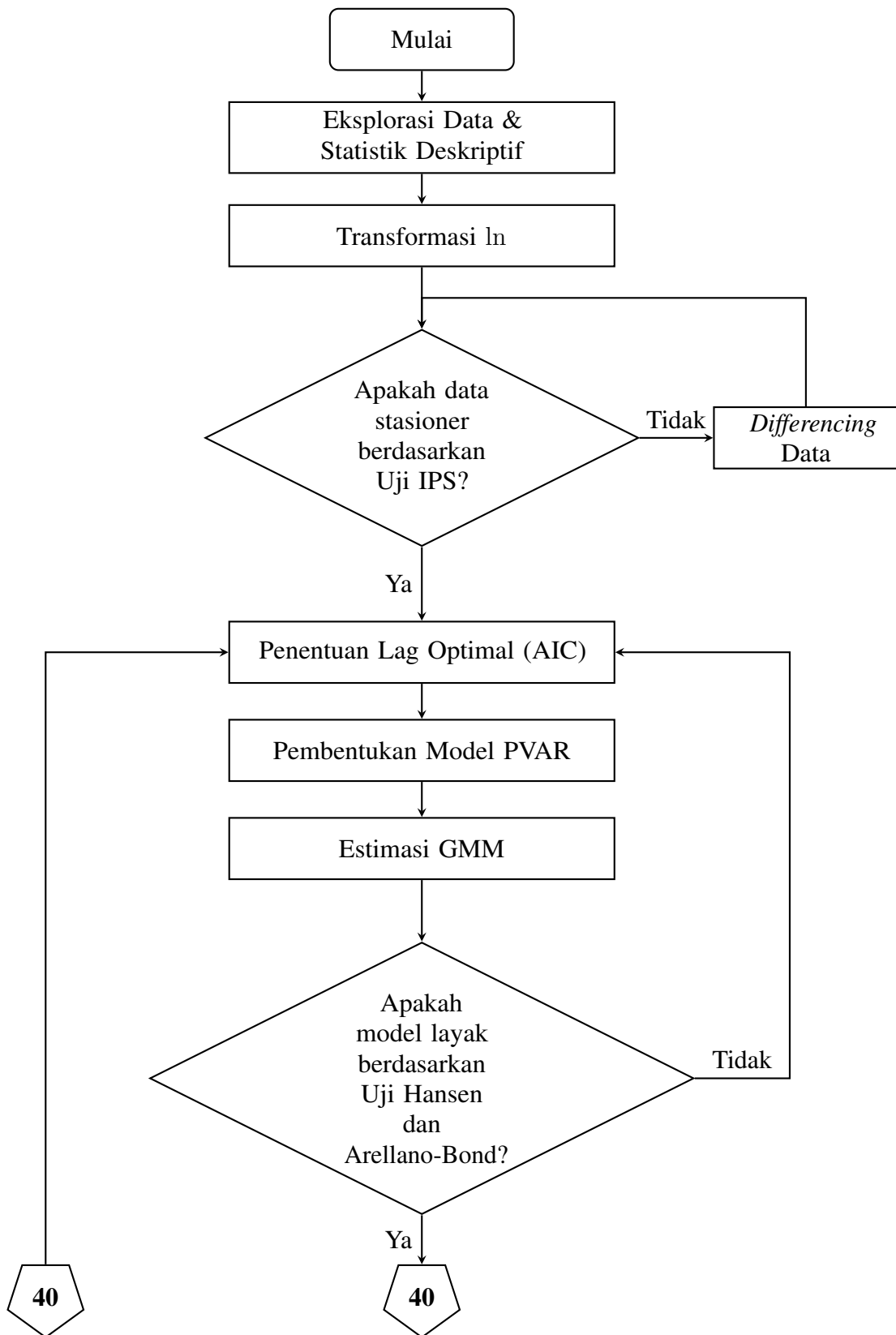
3.2. Data Penelitian

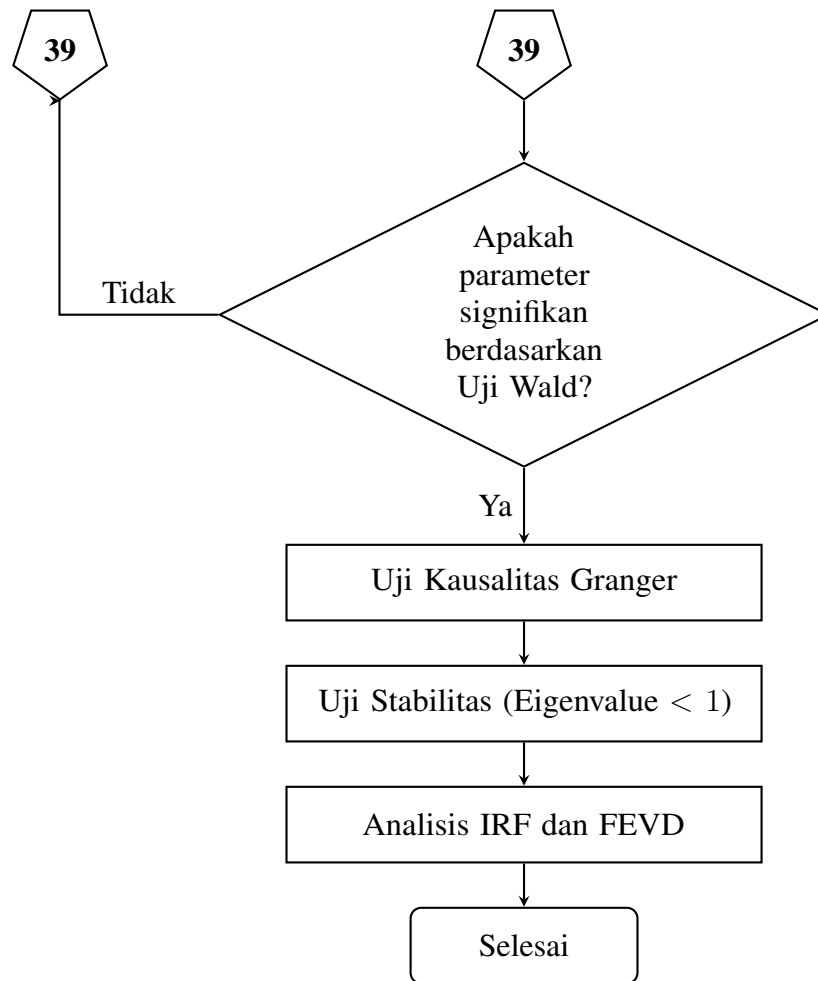
Penelitian ini menggunakan data sekunder yang disusun dalam bentuk data panel, mencakup 33 provinsi di Indonesia dari tahun 2010 - 2024. Variabel ekspor diambil berdasarkan data Ekspor Barang dan Jasa Atas Dasar Harga Berlaku (dalam miliar rupiah) yang diperoleh dari publikasi resmi Badan Pusat Statistik (BPS) dan variabel investasi direpresentasikan oleh data Pembentukan Modal Tetap Bruto Atas Dasar Harga Berlaku (dalam miliar rupiah) yang bersumber dari publikasi BPS.

3.3. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan bantuan program *RStudio*. Berikut adalah urutan langkah penelitian yang dilakukan:

1. Melakukan eksplorasi data guna memperoleh gambaran umum statistika deskriptif setiap variabel serta mengidentifikasi karakteristik data.
2. Mentransformasikan variabel bersatuan besar (miliar rupiah) ke dalam bentuk logaritma natural agar memiliki skala yang proporsional.
3. Melakukan uji stasioneritas data panel menggunakan uji IPS, dan apabila hasil uji menunjukkan variabel tidak stasioner, maka dilakukan diferensiasi serta lakukan kembali uji stasioneritas untuk memastikan seluruh variabel telah memenuhi sifat stasioneritas.
4. Menentukan panjang lag optimal dalam model menggunakan kriteria informasi seperti AIC.
5. Membentuk model PVAR dan mengestimasi parameter dengan GMM untuk merepresentasikan hubungan dinamis antar variabel.
6. Menguji kelayakan model melalui uji validitas instrumen dengan uji Hansen serta uji autokorelasi Arellano-Bond.
7. Menguji signifikansi parameter dengan menggunakan uji Wald.
8. Menguji hubungan kausalitas Granger antar variabel dalam model PVAR.
9. Menguji stabilitas model PVAR dengan memeriksa eigenvalue dan akar karakteristiknya.
10. Menganalisis IRF dan FEVD untuk melihat respon dinamis variabel terhadap guncangan serta mengukur kontribusi variabel terhadap variasi keseluruhan variabel.





Gambar 3.1. Diagram Alir PVAR GMM

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan terkait pemodelan PVAR dengan metode GMM untuk menggambarkan hubungan dinamis antara Ekspor dan Investasi di Indonesia periode 2010–2024, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model terbaik yang diperoleh dalam penelitian ini adalah model PVAR(2) dengan bentuk model sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ln(\text{Ekspor}_{it}) &= 0,7315 \ln(\text{Ekspor}_{i,t-1}) + 0,2321 \ln(\text{Investasi}_{i,t-1}) \\ &\quad - 0,1482 \ln(\text{Ekspor}_{i,t-2}) + 0,1476 \ln(\text{Investasi}_{i,t-2}) \\ \ln(\text{Investasi}_{it}) &= 0,2797 \ln(\text{Ekspor}_{i,t-1}) + 0,8486 \ln(\text{Investasi}_{i,t-1}) \\ &\quad + 0,0890 \ln(\text{Ekspor}_{i,t-2}) - 0,2284 \ln(\text{Investasi}_{i,t-2})\end{aligned}$$

2. Berdasarkan hasil estimasi model PVAR, terdapat hubungan dinamis dan kausalitas dua arah antara Ekspor dan Investasi di Indonesia. Hal ini ditunjukkan oleh pengaruh positif Investasi terhadap Ekspor, terutama pada lag 1 dan lag 2, serta pengaruh positif Ekspor terhadap Investasi pada lag 1 dan lag 2. Oleh karena itu, perubahan pada salah satu variabel tidak hanya dipengaruhi oleh nilainya sendiri pada periode sebelumnya, tetapi juga oleh perubahan variabel lain pada periode sebelumnya, sehingga hubungan antara Ekspor dan Investasi bersifat timbal balik dan dinamis.
3. Hasil analisis IRF menunjukkan bahwa respon yang ditimbulkan akibat guncangan antar variabel bersifat sementara dan secara bertahap melemah dalam beberapa periode hingga kembali ke kondisi stabil. Sementara itu, hasil FEVD menunjukkan bahwa pada periode awal, variabilitas masing-masing variabel masih didominasi oleh guncangan dari variabel itu sendiri, namun kontribusi

variabel lainnya dalam menjelaskan variasi tersebut cenderung meningkat seiring bertambahnya periode. Hal ini menunjukkan bahwa keterkaitan antara Ekspor dan Investasi semakin kuat dalam jangka panjang.

4. Berdasarkan hasil estimasi model yang telah diperoleh, peningkatan investasi dapat mendorong kenaikan ekspor dalam waktu dekat, begitu pula sebaliknya, sehingga pemerintah perlu meningkatkan investasi dan ekspor secara bersama-sama. Namun, pengaruh tersebut tidak berlangsung lama dan cenderung melemah seiring waktu, sehingga kebijakan perlu dilakukan secara berkelanjutan agar dampaknya tetap terjaga. Oleh karena itu, kebijakan yang diterapkan tidak hanya berfokus pada hasil jangka pendek, tetapi juga perlu memperhatikan keberlanjutan jangka panjang, seperti meningkatkan kualitas investasi dan memperluas jenis komoditas ekspor.

DAFTAR PUSTAKA

- Abrigo, M. R. M., & Love, I. (2016). Estimation of Panel Vector Autoregression in Stata. *Stata Journal*, 16(3): 778–804.
- Amar, S., Satrianto, A., Ariusni, Kurniadi, A. P. (2023). Shock Response Analysis of Indonesian Macroeconomic Variables. *International Journal of Sustainable Development and Planning*, 18(5): 1351-1363.
- Andrews, D. W. K., & Lu, B. (2001). Consistent Model and Moment Selection Procedures for GMM Estimation with Application to Dynamic Panel Data Models. *Journal of Econometrics*, 101(1): 123–164.
- Arellano, M., & Bond, S. (1991). Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations. *The Review of Economic Studies*, 58(2): 277–297.
- Arellano, M., & Bover, O. (1995). Another Look at The Instrumental-Variable Estimation of Error-Components Models. *Journal of Econometrics*, 68(1): 29–51.
- Badan Pusat Statistik. (2015). *Produk Domestik Regional Bruto Provinsi-Provinsi di Indonesia Menurut Pengeluaran, 2010–2014*. <https://www.bps.go.id/id/publication/2015/10/30/bd0e19d80d21570116f42b5a/produk-domestik-regional-bruto-provinsi-provinsi-di-indonesia-menurut-pengeluaran-2010---2014.html>
- Badan Pusat Statistik. (2020). *Produk Domestik Regional Bruto Provinsi-Provinsi di Indonesia Menurut Pengeluaran, 2015–2019*. <https://www.bps.go.id/id/publication/2020/04/30/25e3ca3836c003ffcaa1bacc/produk-domestik-regional-bruto-provinsi-provinsi-di-indonesia-menurut-pengeluaran--2015-2019.html>
- Badan Pusat Statistik. (2021). *Produk Domestik Regional Bruto Provinsi-Provinsi di Indonesia Menurut Pengeluaran, 2016–2020*. <https://www.bps.go.id/id/publication/2021/04/29/3b07d2da8d2cc85f281f80b5/produk-domestik-regional-bruto-provinsi-provinsi-di-indonesia-menurut-pengeluaran--2016-2020.html>

- Badan Pusat Statistik. (2025). *Produk Domestik Regional Bruto Provinsi-Provinsi di Indonesia Menurut Pengeluaran, 2020–2024*. <https://www.bps.go.id/id/publication/2025/04/30/844e1c10df6aaf240a5d41e4/produk-domestik-regional-bruto-provinsi-provinsi-di-indonesia-menurut-pengeluaran--2020-2024.html>
- Baltagi, B. H. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data (3rd ed.)*. John Wiley & Sons, England.
- Barbieri, L. (2006). Panel Unit Root Tests: A Review. *Quaderno No. 43, Serie Rossa: Economia, Università Cattolica del Sacro Cuore*.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control (5th ed.)*. Wiley, New Jersey.
- Chatfield, C. (2004). *The Analysis of Time Series: An Introduction (6th ed.)*. Chapman & Hall/CRC, New York.
- Cryer, J. D., & Chan, K.-S. (2008). *Time Series Analysis: With Applications in R (2nd ed.)*. Springer, New York.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic Econometrics (5th ed.)*. McGraw-Hill, Boston.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey.
- Hayakawa, K. (2016). Improved GMM Estimation of Panel VAR Models. *Journal Data Analysis*, 100: 240-264.
- Holtz-Eakin, D., Newey, W., & Rosen, H.S. (1988). Estimating Vector Autoregressions with Panel Data. *Econometrica*, 56(6): 1371–1395.
- Hsiao, C. (2014). *Analysis of Panel Data (3rd ed.)*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Irfan, M., Usman, M., Warsono, & Wamiliana. (2024). Modelling and Forecasting Data With Panel Vector Autoregressive GMM Estimation on Economic Growth and Inflation Data in 10 ASEAN Countries. *AIP Conference Proceedings*.

- Ivanov, V., & Kilian, L. (2005). A Practitioner's Guide to Lag Order Selection for VAR Impulse Response Analysis. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 9(1).
- Judge, G. G., Griffiths, W. E., Hill, R. C., Lütkepohl, H., & Lee, T.-C. (1985). *The Theory and Practice of Econometrics (2nd ed.)*. John Wiley & Sons, New York.
- Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer, Berlin.
- Love, I., & Zicchino, L. (2006). Financial development and dynamic investment behavior: Evidence from panel VAR. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 46(2): 190–210.
- Magnus, J. R., & Neudecker, H. (2019). *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Econometrics (3rd ed.)*. John Wiley & Sons.
- Mankiw, N. G. (2018). *Macroeconomics (10th Edition)*. Worth Publishers, New York.
- Mustofa, U., Dhia, F. F., Yusuf, S. B., Faiz, A. M. E., & Widiarti. (2017). Application of Vector Error Correction Model (VECM) and Impulse Response Function for Analysis Data Index of Farmers Terms of Trade. *Indian Journal of Science and Technology*, 10(19): 1-14.
- Nerlove, M. (2002). *Essays in Panel Data Econometric*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Rajni, P. (2013). Linkages between Export, Import and Capital Formation in India. *International Research Journal of Social Sciences*, 2(3): 16-19.
- Saidi, H. (2025). The Endogenous Linkages Among Electricity Consumption, Government Spending and Economic Growth in the GCC Countries: New Insights from GMM Panel VAR Framework. *Energy Nexus*, 19.
- Sigmund, M., & Ferstl, R. (2021). Panel Vector Autoregression in R With The Package panelvar. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 80: 693–720.

Sims, C. A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1): 1–48.

Sutedi, A. (2014). *Hukum Ekspor Impor*. Raih Asa Sukses, Jakarta.

Syarifuddin, F., & Setiawan, M. (2022). The Relationship Between COVID-19 Pandemic, Foreign Direct Investment, and Gross Domestic Product in Indonesia. *Sustainability*, 14(5), 2786.

Wei, W. W. S. (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods (2nd ed.)*. Pearson/Addison Wesley, Boston.

Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric Analysis of Cross section and Panel Data (2nd ed.)*. MIT Press, Cambridge.