II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Indeks Harga Konsumen (IHK)

Menurut Monga (1977) indeks harga konsumen adalah ukuran statistika dari perubahan harga yang dibayar konsumen atau masyarakat dari gaji atau upah yang didapatkan. Indeks harga yang didapatkan merupakan harga eceran dari beberapa komoditas barang dan jasa seperti bahan makanan, sandang, kesehatan, transportasi, listrik, dan sebagainya.

Indeks harga konsumen mempelajari akibat dari perubahan harga dari kombinasi yang terpilih sebagai standard dari mata pencaharian pertimbangan konsumen. Indeks harga konsumen dapat dihitung sebagai persentase dari harga suatu tahun yang dibandingkan dengan harga tahun dasar.

Secara umum untuk menghitung indeks harga konsumen ataupun indeks harga dari setiap komoditas adalah :

$$I_n = \frac{p_n}{p_0} x\ 100$$

Dengan : p_n = harga IHK atau komoditas tahun ke-n

p_0 = harga IHK atau komoditas tahun yang dijadikan dasar

2.2 Analisis *Time Series*

Time series adalah sekumpulan data hasil pengamatan dari waktu ke waktu. Analisis *time series* merupakan analisis terhadap pengamatan, pencatatan, dan penyusunan peristiwa yang diambil berdasarkan waktu. Pada umumnya pengamatan dan pencatatan itu dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Misalnya data harian kenaikan saham, data mingguan untuk daftar biaya pengiriman barang, data bulanan indeks harga konsumen, data kuartalan jumlah uang yang beredar, data tahunan jumlah penjualan dan jumlah produksi suatu barang dan jasa (J. D. Cryer and K. S. Chan, 2008).

Metode analisis *time series* didasarkan pada pola data di masa lampau. Menurut Chatfield (2004) data *time series* memiliki variasi (gerakan) yang berbeda. Terdapat empat variasi (gerakan) dari data rangkaian waktu, yaitu :

1. Variasi musim (*seasonal variation)* adalah pergerakan naik dan turun secara teratur yang cenderung berulang kembali secara periodik dalam runtun waktu tidak lebih dari satu tahun.
2. Gerak Siklis (*cyclic variation*) menunjukkan pergerakan naik dan turun secara berulang dengan panjang dari setiap siklis tidak panjang dan relatif pendek secara periodik dalam waktu lebih dari satu tahun.
3. Trend adalah gerakan yang menunjukkan arah perkembangan secara umum baik pergerakan naik ataupun turun. Pola trend memiliki arah gerakan yang bertahan dalam jangka waktu yang lama.
4. Gerak tidak beraturan (*random variation)* menunjukkan pergerakan naik atau turun secara tiba-tiba.

2.3 Stasioner

Data dikatakan stasioner jika data tersebut mempunyai nilai rata-rata dan varians yang konstan terhadap waktu.

2.3.1 Stasioner dalam Varians

Suatu data dikatakan stasioner dalam varians jika struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah, atau dapat dikatakan tidak ada perubahan varians.

Apabila ketidak stasioneran terjadi dalam varians, untuk menstabilkan varians dilakukan dengan *Box-Cox transformation* yang di definisikan dengan :

$$Z_t' = \frac{Z_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \qquad (2.1)$$

Dengan **λ** adalah parameter transformasi *Box-Cox*, dan Z_t adalah nilai data *time series* pada waktu ke-t. Beberapa nilai **λ** yang umum digunakan sebagai berikut:

Tabel 2.1 Bentuk Transformasi Box-Cox

λ	Bentuk Transformasi
-1	$\frac{1}{Z_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0	Ln Z_t
0,5	$\sqrt{Z_t}$
1	Z_t

Namun dalam banyak penerapan yang telah dilakukan, jenis transformasi yang sering digunakan untuk menstabilkan varians agar data stasioner dalam varians yaitu transformasi logaritma atau ditulis lnZt dan transformasi akar kuadrat atau ditulis $\sqrt{Z_t}$ (Pankratz, 1991).

2.3.2 Stasioner dalam Rata-Rata

Suatu data dikatakan stasioner dalam rata-rata adalah jika rata-rata tetap, atau dapat dikatakan tidak terdapat unsur trend dalam data. Apabila data tidak stasioner dalam rata-rata dilakukan *differencing* untuk membuat rata-rata yang konstan pada data (Pankratz, 1991).

Secara umum bentuk *differencing* pertama didefinisikan sebagai berikut :

$$w_t = Z_t - Z_{t-1} \tag{2.2}$$

Dengan : w_t= *Differencing* pertama

Z_t= nilai Z pada waktu ke-t

Z_{t-1} = nilai Z pada waktu ke t-1

Notasi yang dapat digunakan dalam melakukan *differencing* adalah *backshift notation* B, yang penggunaannya sebagai berikut :

$$B^i Z_t = Z_{t-i} \tag{2.3}$$

Dengan : B^i= *differencing* ke i

Notasi B^i yang digunakan pada Z_t mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang, untuk dua penerapan notasi B^i pada Z_t maka akan menggeser data tersebut dua periode ke belakang, yang penggunaannya sebagai berikut:

$$B^2 Z_t = Z_{t-2} \tag{2.4}$$

Differencing pertama dengan menggunakan notasi *backshift* dapat ditulis sebagai berikut :

$$w_t = Z_t - Z_{t-1}$$

$$w_t = Z_t - B Z_t$$

$$w_t = (1 - B) Z_t \tag{2.5}$$

Differencing pertama dinyatakan oleh $(1 - B)$, sama halnya dengan *differencing* kedua (*differencing* pertama dari *differencing* pertama sebelumnya) dapat ditulis sebagai berikut :

$$w'_t = w_t - w_{t-1}$$

$$= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2})$$

Dengan : w'_t = *differencing* kedua

Dengan notasi *backshift* dapat ditulis sebagai berikut :

$$w'_t = w_t - w_{t-1}$$

$$= (Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-1} - Z_{t-2})$$

$$= Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2}$$

$$= Z_t - 2BZ_t + B^2 Z_t$$

$$= (1 - 2B + B^2)\, Z_t$$

$$= (1 - B)^2\, Z_t \qquad (2.6)$$

Pembedaan orde kedua dinotasikan dengan $(1 - B)^2$. Tujuan melakukan *differencing* adalah untuk mendapatkan kestasioneran pada data. Jika data stasioner pada orde ke $-d$, ditulis sebagai berikut :

$$differencing \text{ orde ke} - \text{d} = (1 - B)^d\, Z_t \qquad (2.7)$$

2.4 *Autocorrelation Function* / Fungsi Autokorelasi (ACF)

Autokorelasi merupakan hubungan antar data pengamatan suatu data *time series*. Menurut Wei (2006), koefisien autokorelasi untuk lag k dari data *time series* dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\rho_k = \frac{Cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{VarZ_t}\sqrt{VarZ_{t+k}}} = \frac{E(Z_t-\mu)(Z_{t+k}-\mu)}{\sqrt{E(Z_t-\mu)^2}\sqrt{E(Z_{t+k}-\mu)^2}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \qquad (2.8)$$

Dengan : μ = rata-rata

γ_k = autokovarians pada lag ke-k

ρ_k = autokorelasi pada lag ke-k

t = waktu pengamatan ke t, t = 1,2,3, . . .

Dimana $VarZ_t = VarZ_{t+k} = \gamma_0$

Hubungan antara koefisien autokorelasi ρ_k dengan lagnya disebut dengan fungsi autokorelasi. Koefiesien autokorelasi ρ_k diduga dengan koefisien autokorelasi sampel r_k.

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n-k}(Z_t - \bar{Z})^2} \qquad (2.9)$$

Dengan : r_k = koefisien autokorelasi pada lag ke-k, k=0,1,2,...,k

n = jumlah observasi

$\bar{Z}$ = nilai rata-rata

Z_t = nilai data pada waktu t

2.5 *Partial Autocorrelation Function* / Fungsi Autokorelasi Parsial (PACF)

Autokorelasi parsial merupakan korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} dengan mengabaikan ketidakbebasan $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$. Autokorelasi parsial Z_t dan Z_{t+k} dapat diturunkan dari model regresi linier, dengan variabel dependent Z_{t+k} dan independent $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$ yaitu:

$$Z_{t+k} = \Phi_{k1}Z_{t+k-1} + \Phi_{k2}Z_{t+k-2} + \cdots + \Phi_{kk}Z_t + e_{t+k} \qquad (2.10)$$

Dengan : Φ_{ki} = parameter regresi ke-i , i = 1, 2, . . ., k

e_{t+k} = residu dengan rata-rata nol

e_{t+k} tidak berkorelasi dengan Z_{t+k-j} , j = 1, 2, . . . ,k. Dengan mengalikan kedua ruas pada persamaan (2.10) dan dengan nilai harapannya nol, diperoleh :

$$E\left(Z_{t+k-j}\, Z_{t+k}\right) = \Phi_{k1}\left(Z_{t+k-j}\, Z_{t+k}\right) + \Phi_{k2}\left(Z_{t+k-j}\, Z_{t+k-1}\right) + \cdots + \Phi_{kk}(Z_t) + e_{t+k}$$

$$\gamma_j = \Phi_{k1}\gamma_{j-1} + \Phi_{k2}\gamma_{j-2} + \cdots + \Phi_{kk}\gamma_{j-k} \qquad (2.11)$$

dan

$$\rho_j = \Phi_{k1}\rho_{j-1} + \Phi_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{j-k} \qquad (2.12)$$

untuk j = 1, 2, . . ., k diperoleh persamaan :

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \Phi_{k1}\rho_0 + \Phi_{k2}\rho_1 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-1}\\
\rho_2 &= \Phi_{k1}\rho_1 + \Phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \Phi_{kk}\rho_{k-2}\\
\vdots \quad & \quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\\
\rho_k &= \Phi_{k1}\rho_{k-1} + \Phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \Phi_{kk}\rho_0
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan aturan Cramer’s, berturut-tururt k = 1, 2, . . . diperoleh

$$\Phi_{11} = \rho_1$$

$$\Phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\Phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\vdots$$

$$\Phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k=2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \tag{2.13}$$

Dengan Φ_{kk} merupakan fungsi autokorelasi parsial (Wei, 2006).

2.6 Model *Autoregressive Integrated Moving Average (*ARIMA)

Model *Autoreggresive Integrated Moving Average* (ARIMA) merupakan model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) non stasioner yang telah di *differencing* sehingga menjadi model yang stasioner.

2.6.1 *Autoregressive* (AR)

Model AR adalah model yang menggambarkan bahwa nilai masa sekarang dipengaruhi oleh nilai masa lampau. Model AR dengan order p dinotasikan dengan AR(p). Bentuk umum model AR(p) adalah :

$$Z_t = C + \Phi_1 Z_{t-1} + \Phi_2 Z_{t-2} + \cdots + \Phi_p Z_{t-p} + a_t \tag{2.14}$$

Dimana

$$C = \mu(1 - \sum_{i=1}^{p} \Phi_i)$$

Dengan : Z_t = data pada waktu ke-t

Φ_p = Parameter AR orde ke-p

a_t = nilai residual pada waktu ke-t

Persamaan (2.14) dapat ditulis dengan menggunakan notasi B (*backshift notation)* menjadi ,

$$Z_t = C + \Phi_1 B Z_t + \Phi_2 B^2 Z_t + \cdots + \Phi_p B^p Z_t + a_t \qquad (2.15)$$

Atau

$$\left(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \cdots - \Phi_p B^p\right) Z_t = C + a_t$$

Orde dalam model AR yang sering digunakan dalam analisis *time series* adalah p=1 atau p=2 (Pankratz, 1991).

2.6.2 *Moving Average* (MA)

Model *Moving Average* (MA) adalah model perataan nilai dengan mengambil sekelompok nilai pengamatan yang kemudian dicari nilai rata-rata nya, MA atau rata-rata bergerak menggunakan angka rata-rata yang baru dihitung sebagai ramalan dikarenakan setiap kali data observasi baru tersedia maka nilai rata-rata baru juga akan didapatkan. Model MA dengan orde q dinotasikan dengan MA(q). Secara umum model MA(q) adalah :

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \qquad (2.16)$$

Dengan : Z_t = data pada waktu ke-t

θ_q = Parameter MA orde ke-q

a_t = nilai residual pada waktu ke-t

Persamaan (2.16) dapat ditulis menggunakan *backshift notation* (B) menjadi :

$$Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)a_t \qquad (2.17)$$

$$Z_t = \theta_q(B)\ a_t$$

Dimana

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$$

Secara umum, order MA yang sering digunakan dalam analisis *time series* adalah q=1 atau q=2 (Pankratz, 1991).

2.6.3 *Autoregressive Integrated Moving Average (*ARIMA)

Model ARIMA(p,d,q) merupakan model yang terdiri dari *Autoregressive* (AR) dengan orde p, *Integrated* yang didapat dari hasil *differencing* dengan d adalah orde dari *differencing* yang dilakukan, dan *Moving Average* (MA) dengan orde q.

Secara umum bentuk model ARIMA(p,d,q) adalah :

$$\Phi_p(B)\nabla^d = C + \theta_q(B)a_t \qquad (2.18)$$

Dengan : $\nabla^d = (1 - B)^d Z_t$

$$\Phi_p(B) = \left(1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \cdots - \Phi_p B^p\right)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - B^2 - \cdots - \theta_q B^q)$$

Jika p=0 maka model ARIMA (p,d,q) disebut juga *Integrated Moving Average* model dinotasikan IMA (d,q). Jika q=0 maka model ARIMA (p,d,q) disebut juga *Atoregressive Integrated* yang dinotasikan dengan ARI(p,d) (Pankratz, 1991).

2.6.4 Model *Random Walk*

Model *random walk* adalah model ARIMA(p,d,q) dengan orde AR p=0 , orde *differencing* d=1, dan orde MA q=0. Secara umum bentuk model *random walk* adalah :

$$(1 - B)Z_t = a_t \tag{2.19}$$

atau

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t \tag{2.20}$$

Model *random walk* adalah proses limit dari AR(1), proses $(1 - \Phi B)\, Z_t = a_t$ dengan $\Phi \rightarrow 1$. Berdasarkan persamaan (2.18) dengan konstanta tak nol menjadi :

$$(1 - B)Z_t = C + a_t \tag{2.21}$$

Atau

$$Z_t = Z_{t-1} + C + a_t$$

Proses *random walk* dengan nilai konstanta tak nol disebut dengan *random walk with drift* (Wei, 2006).

2.7 *White Noise*

Menurut Wei (2006) suatu proses pada (a_t) disebut *white noise* jika merupakan barisan variabel acak yang tidak berkorelasi dengan rata-rara $E(a_t) = \mu_t$ yang diasumsikan $\mu_t = 0$, varians konstan $Var(a_t) = \sigma_t^2$. Oleh karena itu, suatu proses *white noise* (a_t) adalah stasioner dengan :

Fungsi autokovarians

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_t^2, jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi

$$\rho_k = \begin{cases} 1, jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi parsial

$$\Phi_{kk} = \begin{cases} 1, jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Langkah –langkah pengujian *white noise* :

Hipotesis : $H_0 = \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$ (residual memenuhi proses *white noise)*

$H_1 = \exists \rho_k \neq 0\ , k = 1,2, \ldots , K$ (residual tidak memenuhi proses *white noise)*

Statistik uji yang digunakan yaitu uji Ljung Box-Pierce yang didefinisikan dengan:

$$Q_k = n\ (n+2) \sum_{k=1}^{K} \frac{{r_k}^2}{n-k}$$

Dimana: n = banyaknya observasi

k = banyaknya lag yang diuji

r_k = nilai koefisien autokorelasi pada lag k

Kriteria keputusan adalah H_0 ditolak jika $Q_k > X^2$ tabel dengan derajat bebas $db = k - p$ dengan p adalah banyaknya parameter atau p-value $< \alpha$.

Selain itu, autokorelasi residual dapat dilihat dari plot ACF residual. Apabila tidak ada lag yang keluar dari garis signifikan, maka dapat dikatakan bahwa tidak ada autokorelasi.