

Lampiran 24

Regresi X_1 X_2 dan X_3 terhadap Y

No. Res	X_1	X_2	X_3	Y	X_1^2	X_2^2	X_3^2	Y^2	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	X_1Y	X_2Y	X_3Y
1	68	70	62	51	4639	4872	3803	2594	4754	4200	4305	3469	3555	3141
2	48	60	60	58	2285	3627	3633	3308	2879	2881	3630	2749	3464	3466
3	54	68	53	73	2933	4625	2828	5388	3683	2880	3617	3976	4992	3904
4	54	74	63	48	2962	5412	3989	2350	4004	3438	4646	2638	3566	3062
5	67	47	62	51	4518	2201	3813	2643	3153	4150	2897	3456	2412	3175
6	61	57	51	51	3715	3223	2572	2555	3460	3091	2879	3081	2870	2564
7	44	55	59	71	1916	2985	3465	5061	2391	2576	3216	3113	3887	4188
8	58	52	70	68	3372	2713	4967	4588	3024	4092	3670	3933	3528	4774
9	68	58	59	57	4599	3378	3433	3210	3941	3973	3405	3842	3293	3320
10	68	67	61	59	4666	4534	3708	3479	4599	4159	4100	4029	3972	3592
11	64	70	75	67	4142	4848	5557	4554	4481	4798	5190	4343	4698	5031
12	68	64	67	72	4651	4134	4530	5146	4385	4590	4328	4892	4613	4828
13	70	58	63	61	4858	3320	4002	3691	4016	4409	3645	4234	3501	3843
14	64	73	72	51	4075	5270	5251	2650	4634	4626	5260	3286	3737	3730
15	66	67	66	62	4381	4496	4320	3834	4438	4350	4407	4098	4152	4070
16	70	64	63	59	4847	4109	3957	3476	4463	4380	4032	4105	3779	3709
17	54	64	79	55	2961	4114	6168	3046	3490	4274	5037	3003	3540	4335
18	66	47	60	50	4365	2247	3576	2533	3132	3951	2835	3325	2386	3010
19	60	67	63	61	3561	4451	3996	3734	3981	3772	4217	3646	4076	3863
20	69	71	82	60	4796	5044	6673	3613	4919	5657	5802	4163	4269	4910
21	65	62	60	56	4228	3823	3570	3175	4020	3885	3694	3664	3484	3367
22	63	65	53	60	3972	4174	2841	3583	4072	3359	3444	3772	3867	3190
23	68	62	80	59	4572	3830	6432	3474	4184	5423	4963	3985	3648	4727

24	59	63	64	64	3453	3990	4063	4093	3712	3746	4027	3760	4041	4078
25	67	61	53	65	4550	3662	2844	4262	4082	3597	3227	4404	3951	3482
26	60	64	63	69	3649	4103	4015	4746	3869	3828	4059	4161	4413	4365
27	54	67	60	71	2876	4554	3600	5069	3619	3218	4049	3818	4805	4272
28	57	60	45	65	3253	3550	1986	4176	3398	2542	2656	3686	3851	2880
29	63	58	71	65	3971	3379	4975	4239	3663	4445	4100	4103	3785	4592
30	59	64	70	61	3427	4101	4954	3749	3749	4121	4507	3585	3921	4310
31	49	70	65	65	2380	4842	4163	4225	3395	3148	4490	3171	4523	4194
32	61	56	79	67	3680	3082	6205	4463	3368	4779	4373	4053	3709	5262
33	58	57	59	61	3344	3221	3483	3733	3282	3413	3350	3533	3468	3606
34	73	58	60	63	5386	3367	3648	3968	4258	4432	3505	4623	3655	3805
35	72	61	59	67	5179	3699	3474	4448	4377	4242	3585	4800	4056	3931
36	58	63	70	50	3401	4027	4917	2521	3701	4089	4450	2928	3186	3521
37	62	66	68	62	3802	4331	4685	3903	4058	4221	4505	3852	4111	4276
38	50	68	65	56	2519	4644	4195	3134	3421	3251	4414	2810	3815	3626
39	57	58	82	66	3242	3369	6673	4350	3305	4652	4742	3756	3828	5388
40	67	57	56	62	4442	3214	3183	3860	3778	3760	3199	4141	3522	3505
41	61	63	55	59	3775	4025	3074	3535	3898	3406	3517	3653	3772	3296
42	66	61	82	64	4373	3728	6673	4134	4037	5402	4987	4252	3925	5252
43	70	60	65	56	4856	3599	4229	3099	4181	4532	3902	3879	3340	3620
44	57	52	53	65	3242	2744	2791	4214	2983	3008	2767	3696	3400	3429
45	72	57	59	57	5247	3257	3454	3255	4134	4257	3354	4133	3256	3353
46	71	50	54	50	5092	2490	2967	2535	3560	3887	2718	3593	2512	2743
47	71	53	49	54	5092	2845	2400	2904	3806	3496	2613	3845	2874	2640
48	77	63	70	59	5978	4005	4950	3524	4893	5440	4452	4590	3757	4177
49	65	69	65	55	4260	4815	4173	2999	4529	4217	4483	3575	3800	3538
50	77	64	56	45	5862	4103	3133	2026	4904	4286	3585	3446	2883	2520
51	66	74	82	57	4377	5418	6673	3224	4870	5405	6013	3756	4179	4638

52	64	71	56	55	4087	4996	3170	2997	4518	3599	3979	3500	3870	3082
53	65	64	70	70	4237	4139	4882	4871	4188	4548	4495	4543	4490	4876
54	62	60	55	69	3848	3660	3014	4732	3753	3406	3321	4268	4162	3777
55	61	59	59	55	3776	3538	3467	3034	3655	3618	3502	3385	3276	3243
56	48	51	63	58	2306	2587	3956	3388	2443	3021	3199	2796	2961	3661
57	57	60	62	47	3221	3561	3782	2191	3387	3491	3670	2657	2793	2879
58	75	62	58	54	5685	3794	3401	2872	4644	4397	3592	4041	3301	3125
59	48	66	70	63	2327	4378	4902	3996	3192	3377	4632	3049	4183	4426
60	61	49	59	58	3692	2398	3470	3417	2976	3580	2885	3552	2863	3444
61	53	51	63	64	2781	2568	3947	4034	2673	3313	3184	3350	3219	3990
62	70	59	58	66	4948	3527	3394	4412	4178	4098	3460	4672	3945	3870
63	70	48	68	54	4950	2308	4590	2875	3380	4766	3255	3773	2576	3633
64	52	50	52	69	2674	2539	2686	4794	2606	2680	2612	3580	3489	3588
65	58	59	59	69	3371	3445	3433	4700	3408	3402	3439	3980	4023	4017
66	59	62	54	69	3535	3863	2886	4700	3695	3194	3339	4076	4261	3683
67	72	60	60	75	5198	3620	3567	5556	4338	4306	3593	5374	4485	4452
68	59	51	57	62	3468	2628	3219	3833	3019	3341	2909	3646	3174	3513
69	42	57	59	74	1775	3286	3529	5480	2415	2503	3406	3119	4244	4398
70	57	55	56	63	3270	3069	3132	3977	3168	3200	3100	3606	3494	3529
71	56	61	52	61	3119	3697	2745	3682	3396	2926	3186	3388	3690	3179
72	48	63	51	53	2331	3957	2620	2839	3037	2471	3220	2572	3351	2727
73	41	63	56	56	1664	3978	3112	3189	2573	2276	3518	2304	3562	3150
74	44	49	60	51	1943	2426	3622	2594	2171	2653	2964	2245	2508	3065
75	45	74	65	58	2016	5419	4184	3308	3306	2905	4762	2583	4234	3720
76	53	65	57	73	2797	4235	3288	5388	3442	3033	3731	3882	4777	4209
77	54	64	61	48	2968	4126	3682	2350	3499	3306	3897	2641	3114	2942
78	68	70	65	51	4615	4851	4190	2643	4731	4397	4509	3493	3581	3328
79	55	64	61	51	3042	4127	3725	2555	3544	3366	3921	2788	3248	3085

80	38	67	63	71	1471	4445	3996	5061	2557	2424	4214	2728	4743	4497
81	56	61	64	68	3120	3709	4037	4588	3402	3549	3870	3783	4125	4304
82	52	66	70	57	2684	4410	4923	3210	3441	3635	4659	2936	3763	3975
83	42	65	61	59	1793	4289	3745	3479	2773	2591	4008	2498	3863	3610
84	36	65	59	67	1280	4289	3497	4554	2343	2116	3873	2415	4420	3991
Jumlah	5041	5151	5243	5079	309715	319454	332461	311375	308782	315220	322753	303626	311411	317064

Diketahui bahwa:

$$\begin{aligned}
\Sigma X_1 &= 5041 & \Sigma X_1 \Sigma X_2 &= 317064 \\
\Sigma X_2 &= 5151 & \Sigma X_1 \Sigma X_3 &= 322753 \\
\Sigma X_3 &= 5243 & \Sigma X_2 \Sigma X_3 &= 311411 \\
\Sigma Y &= 5079 & \Sigma X_1 Y &= 315220 \\
\Sigma X_1^2 &= 332461 & \Sigma X_2 Y &= 303626 \\
\Sigma X_2^2 &= 311375 & \Sigma X_3 Y &= 308782 \\
\Sigma X_3^2 &= 319454 & n &= 84 \\
\Sigma Y^2 &= 309715
\end{aligned}$$

Persamaan regresi linier berganda yang akan diduga adalah:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

Persamaan ini dapat dibuat dalam bentuk matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma X_1 Y \\ \Sigma X_2 Y \\ \Sigma X_3 Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 & \Sigma X_3 \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 X_2 & \Sigma X_1 X_3 \\ \Sigma X_2 & \Sigma X_2 X_1 & \Sigma X_2^2 & \Sigma X_2 X_3 \\ \Sigma X_3 & \Sigma X_3 X_1 & \Sigma X_3 X_2 & \Sigma X_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = (X'X) b$$

Sehingga $b = (X'X)^{-1}(X'Y)$

Dengan menggunakan algoritma Doolittle, persamaan pada matriks di atas dapat diselesaikan dengan langkah-langkah berikut,

Baris/Langkah-langkah	$(X'X)^{-1}$				X'Y
	b0	b1	b2	b3	
(0)	84	5243	5079	5151	5041
(1)		332461	311375	319454	309715
(2)			317064	322753	311411
(3)				315220	303626
(4) =0	84	5243	5079	5151	5041
(5) =(4)/84	1	44,194	44,804	48,906	47,458
(6) =(1)-2688(5)		49,294	34,999	38,242	50,694
(7) =(6)/2652		1	0,296	0,214	0,352
(8) =(2)-1770(5)-(436,100)(7)			1925,142	342,342	876,423
(9) =(8)/1842,342			1	0,198	0,365
(10) =(3)-1918(5)-714,000(7)-376,845(9)				1925,142	342,342
(11) =10/1623,121				1	0,379

Persamaan linier yang diperoleh dari algoritma di atas adalah sbb:

$$1b_0 + 49,294b_1 + 34,999b_2 + 38,242b_3 = 50,694$$

$$1b_1 + 0,296b_2 + 0,214b_3 = 0,352$$

$$1b_2 + 0,198b_3 = 0,365$$

$$1b_3 = \mathbf{0,379}$$

Dengan substitusi nilai b_3 ke dalam persamaan lainnya maka diperoleh:

$$b_3 = \mathbf{0,379}$$

$$b_2 = 0,352 - (0,296)(0,379) = \mathbf{0,234}$$

$$b_1 = 0,324 - (0,267)(0,298) - (0,241)(0,234) = \mathbf{0,345}$$

$$b_0 = 50,694 - (49,294)(0,296) - (34,999)(0,214) - (38,242)(0,345) = \mathbf{34,564}$$

Sehingga persamaan regresi yang terbentuk adalah

$$\hat{Y} = 34,564 + 0,345 X_1 + 0,234 X_2 + 0,379 X_3$$

Menguji Signifikansi

- a. Mencari Jumlah Kuadrat Total (JK T)

$$b. JK Total = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 309715 - \frac{(5041)^2}{84} = 61304,33$$

- c. Mencari Jumlah Kuadrat Regresi (JK Reg)

$$\begin{aligned} JK Reg &= b_1 \left\{ \sum X_1 Y - \frac{(\sum X_1)(\sum Y)}{n} \right\} + \dots + b_3 \left\{ \sum X_3 Y - \frac{(\sum X_3)(\sum Y)}{n} \right\} \\ &= 0,345 \left\{ 315220 - \frac{(5243)(5041)}{84} \right\} + 0,234 \left\{ 303626 - \frac{(5079)(5041)}{84} \right\} + 0,379 \left\{ 308782 - \frac{(5151)(5041)}{84} \right\} \\ &= (0,345)(59494,33) + (0,234)(130687) + (0,379)(48592,67) \\ &= 20525,543 + 30580,758 + 18173,658 \\ &= 69279,959 \end{aligned}$$

- d. Mencari Jumlah Kuadrat Residu (JK Res)

$$\begin{aligned} JK Res &= JK Total - JK Reg \\ &= 61304,33 - 69279,959 \\ &= 6061153,041 \end{aligned}$$

- e. Mencari Rata-rata Jumlah Kuadrat Regresi (RJK Reg)

$$RJK Reg = \frac{JK Reg}{k} = \frac{69279,959}{3} = 9093,32$$

- f. Mencari Rata-rata Jumlah Kuadrat Residu (RJK Res)

$$RJK Res = \frac{JK Res}{n - k - 1} = \frac{6061153,041}{84 - 3 - 1} = \frac{6061153,041}{80} = 121,223$$

g. Menguji Signifikansi dengan Rumus:

$$F_{hitung} = \frac{RJK_{Reg}}{JK_{Res}} = \frac{9093,32}{121,233} = 75,007$$

F tabel pada dk (3,80) pada $\alpha=0,05$ adalah 4,034

Menghitung nilai r^2

$$r^2 = \frac{JK_{Reg}}{JKT} = \frac{69279,959}{6130433,041}$$

$$r^2 = \mathbf{0,587}$$

Nilai korelasi ganda $X_1X_2X_3$ terhadap Y, $r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,587} = \mathbf{0,766}$