III. METODE PENELITIAN

3.1 Penelitian Relevan yang Telah Dilakukan

Adapun beberapa hasil penelitian yang telah dilakukan oleh beberapa peneliti sebelumnya adalah :

3.1.1 Jiang (2012) mengkonstruksi *mountain range* untuk n = 0 sampai n = 3 pada sebuah garis dengan n *upstrokes* (/) dan n *downstrokes* (\) sehingga setiap *upstrokes* bersesuaian dengan *downstrokes* dan *path* tidak berada di bawah titik awal. Hasil yang diperoleh adalah berdasarkan konstruksi tersebut didapat bahwa untuk setiap n dan n adalah bilangan non negatif, sehingga cara untuk mengkonstruksinya adalah sebanyak bilangan Catalan $C_{n.}$

Tabel 3.1. Konstruksi *mountain ranges* untuk n = 0,1,2,3

n	Bentuk mountain ranges yang dikonstruksi	Banyaknya cara mengkonstruksi	Bilangan Catalan
n= 0		1 cara	C_0
n = 1	/\	1 cara	C_1
n = 2	/\ , /\ / \	2 cara	C_2
n = 3	/\ /\ /\ /\/\ / \ /\/\/\ , /\/ \ , / \/\ , / \ , / \	5 cara	C_3

3.1.2 Peart dan Woan (2001) menghitung *Dyck path* tanpa *peak* pada tinggi k dengan $k \geq 1$. Dalam jurnalnya disimpulkan bahwa jumlah dari *Dyck path* dengan panjang $2n + 2$, untuk $n \geq 0$ dengan tanpa *peak* pada ketinggian 2 adalah bilangan Catalan Cn.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Program Studi Magister Matematika Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan alam (MIPA) Universitas Lampung pada semester genap tahun ajaran 2014 – 2015.

3.3 Metode Penelitian

Langkah – langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan *Dyck path* dan bilangan Catalan
2. Mengkonstruksi *Lattice path* dari (0,0) sampai (k,k) untuk k = 1 sampai dengan k = 5. *Lattice path* yang dibentuk adalah *Lattice path* yang berada pada kuadran pertama pada koordinat Cartesius tanpa pernah melewati garis y = x dengan langkah yang diizinkan adalah sebagai berikut :

   langkah ke kanan : R : $(x,y) \rightarrow (x+1,y)$

   langkah ke atas : U : $(x,y) \uparrow (x+1,y)$
3. Mengkonstruksi *Dyck path* dengan panjang *k – upstrokes* dan *k – downstrokes* dari titik (0,0) sampai (2k,0) dengan syarat *path* tidak boleh menyentuh sumbu – x kecuali pada titik titik ujungnya.

Langkah mengkonstruksi *Dyck path* (Grimaldi, 2012) adalah mengubah *Lattice path* yang telah dibentuk menjadi *Dyck path* dengan cara sebagai berikut :

Langkah ke kanan diganti menjadi *upstroke/ rise*

R : $(x,y) \rightarrow (x+1,y)$ diubah menjadi D : $(x,y) \nearrow (x+1,y+1)$

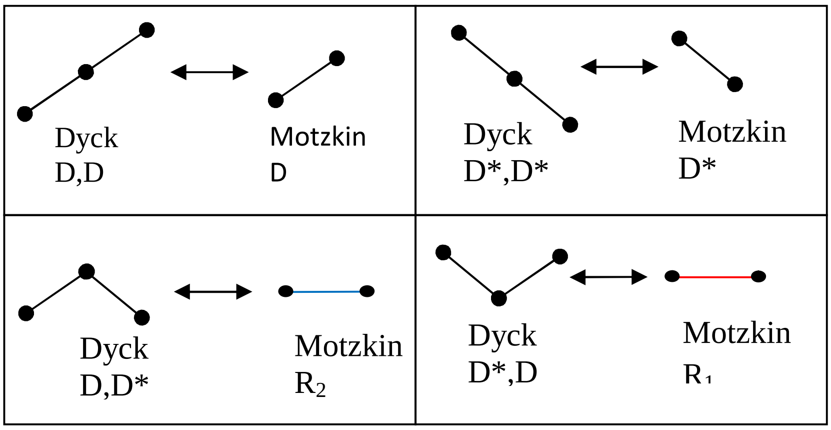
Langkah ke atas diganti menjadi *downstroke / fall*

U : $(x,y) \uparrow (x+1,y)$ diubah menjadi D* : $(x,y) \searrow (x+1,y-1)$

4. Tentukan pola bilangan dari *Dyck path* yang telah dikonstruksi
5. Susun korespondensi satu – satu dari bentuk *Dyck path* menjadi *2 – colored Motzkin path.* Empat jenis langkah yang diizinkan dalam *2 – colored Motzkin path* menurut Grimaldi (2012)adalah :

    1. D : $(x,y) \nearrow (x+1,y+1)$
    2. D* : $(x,y) \searrow (x+1,y-1)$
    3. R_1 : $(x,y) \xrightarrow{merah} (x+1,y)$
    4. R_2 : $(x,y) \xrightarrow{biru} (x+1,y)$

    Adapun cara mengubah *Dyck path* menjadi *2 – colored Motzkin path* adalah sebagai berikut :



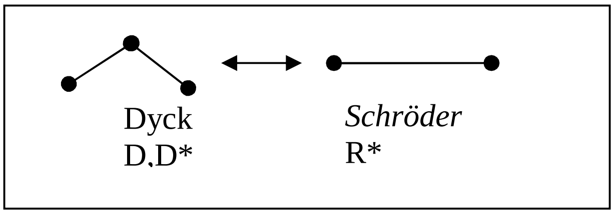
Gambar 3.1 Cara mengubah *Dyck path* menjadi *2 – colored Motzkin path*

6. Susun korespondensi satu – satu bentuk *Dyck path* menjadi *Schröder path* tanpa *peak*.

   Menurut Grimaldi (2012) tiga langkah yang diizinkan dalam *Schröder path* adalah sebagai berikut :

   1. D : $(x,y) \nearrow (x+1,y+1)$
   2. D* : $(x,y) \searrow (x+1,y-1)$
   3. R* : $(x,y) \longrightarrow (x+2,y)$

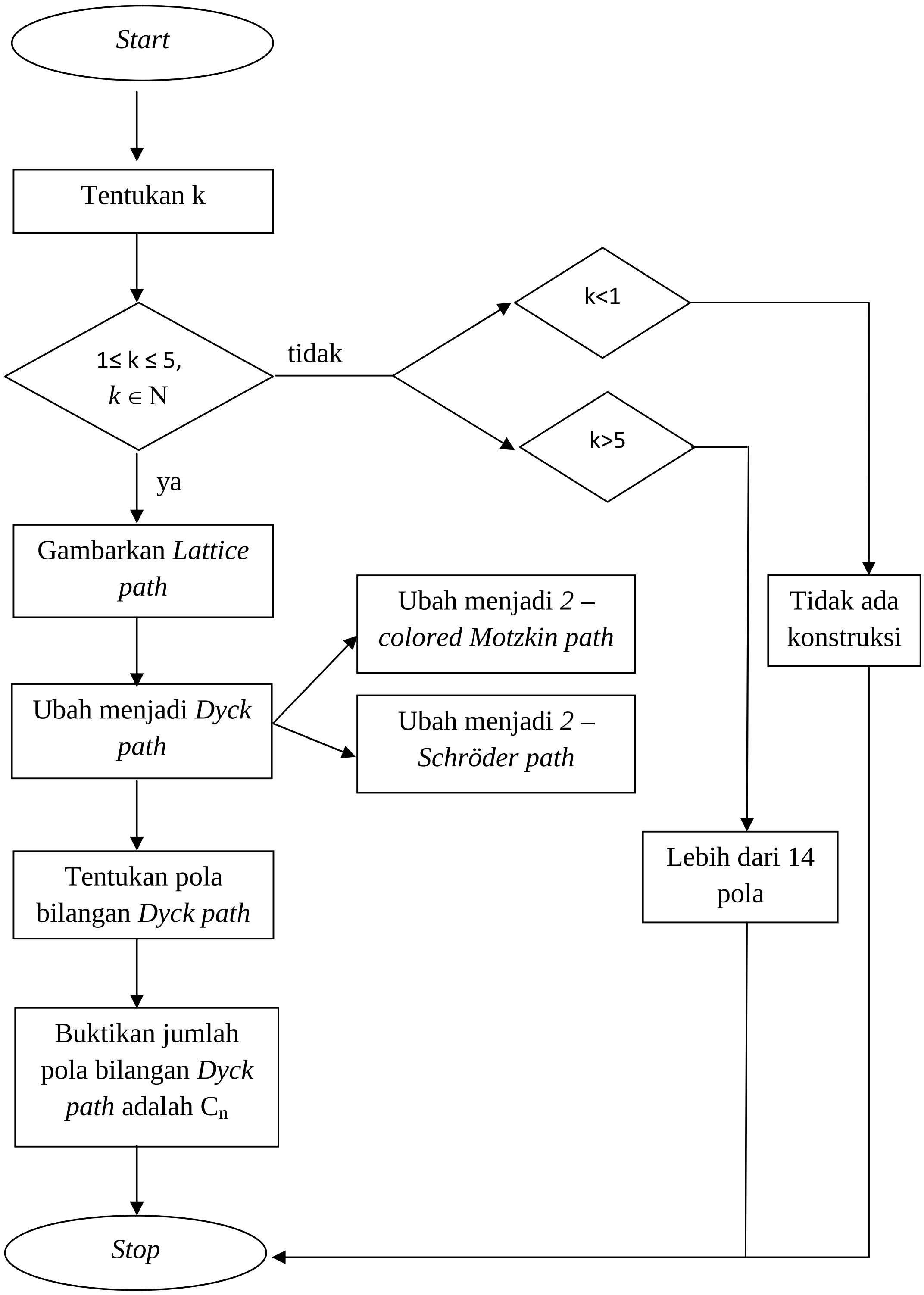
   Cara mengubah bentuk *Dyck path* menjadi *Schröder path* tanpa *peak* adalah:



Gambar 3.2 Cara mengubah bentuk *Dyck path* menjadi *Schröder path* tanpa *peak*

7. Membuktikan bahwa jumlah pola bilangan dari *Dyck path* yang telah dikonstruksi adalah bilangan Catalan.

Langkah penelitian ini dapat dinyatakan dalam bentuk diagram alir sebagai berikut :



Gambar 3.3. Diagram alir penelitian