

## V. KESIMPULAN

Pada penelitian ini telah didiskusikan mengenai diagram Lattice dan konstruksi *Dyck path* dengan panjang  $k$  - *upstrokes* dan  $k$  - *downstrokes* dari titik  $(0,0)$  sampai  $(2k,0)$  dan perubahan bentuk dari *Dyck path* menjadi *2 - colored Motzkin path* dan *Schröder path* dengan syarat *path* tidak boleh menyentuh sumbu -  $x$  kecuali pada titik - titik ujung serta perubahan bentuk menjadi *2 - colored Motzkin path* dan menjadi *Schröder path* tanpa *peak*. Hasil konstruksi yang digambarkan dalam penelitian ini hanya sampai  $k = 5$ .

Berdasarkan hasil observasi diperoleh bahwa untuk  $n = k - 1$  dengan  $k \in \mathbb{Z}^+$ ,  $n \in \mathbb{Z}^+ \cup 0$  maka *Dyck path* yang memiliki panjang  $k$  - *upstrokes* dan  $k$  - *downstrokes* mulai dari titik ujung  $(0,0)$  sampai  $(2k,0)$  dan tidak pernah menyentuh sumbu -  $x$  kecuali pada titik titik ujungnya adalah berjumlah bilangan Catalan  $C_n$ . Selain itu telah dibuktikan bahwa bilangan Catalan  $C_n$  dapat

dinyatakan dalam bentuk  $C_n = \frac{1}{n} \binom{2n}{n+1}; n \geq 1$  atau  $2 \binom{2n}{n} - \binom{2n+1}{n}$  untuk  $n \geq 0$ .