

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Matriks

Definisi 2.1.1 Definisi Matriks

Sebuah matriks adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan – bilangan . Bilangan – bilangan dalam jajaran tersebut disebut entri dari matriks (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.2 Transpose Matriks

Jika \mathbf{A} adalah sebarang matriks $m \times n$, maka transpose dari \mathbf{A} dinyatakan oleh \mathbf{A}^T dan didefinisikan dengan matriks $n \times m$ yang didapatkan dengan mempertukarkan baris – baris dan kolom – kolom dari \mathbf{A} , sehingga kolom pertama dari \mathbf{A}^T adalah baris pertama dari \mathbf{A} , kolom kedua dari \mathbf{A}^T adalah baris kedua dari \mathbf{A} , dan seterusnya (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.3 Matriks Identitas

Jika \mathbf{R} adalah bentuk eselon baris tereduksi dari matriks \mathbf{A} , $n \times n$, maka terdapat dua kemungkinan, yaitu \mathbf{R} memiliki satu baris bilangan nol atau \mathbf{R} merupakan matriks identitas \mathbf{I}_n (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.4 Matriks Simetrik

Sebuah matriks \mathbf{A} berukuran $n \times n$ dikatakan simetrik jika $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ (Mattjik dan Sumertajaya, 2011).

Definisi 2.1.5 Matriks Elementer

Suatu matriks $n \times n$ disebut matriks elementer jika matriks tersebut dapat diperoleh dari matriks identitas \mathbf{I}_n $n \times n$ dengan melakukan operasi baris elementer tunggal (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.6 Rank Matriks

Dimensi ruang baris dan ruang kolom matriks \mathbf{A} dinamakan rank \mathbf{A} dan dinyatakan dengan $\text{rank}(\mathbf{A})$ (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.7 Matriks Non Singular

Sebuah matriks \mathbf{A} berukuran $n \times n$ dikatakan non singular jika semua baris atau kolomnya bebas linear, atau \mathbf{A} non singular $\text{rank}(\mathbf{A}) = n$ (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.8 Invers Matriks

Invers matriks \mathbf{A} adalah merupakan matriks kebalikan dari \mathbf{A} , hal tersebut dapat dinyatakan dengan simbol \mathbf{A}^{-1} . Adapun formulasi invers dinyatakan sebagai berikut :

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Dimana :

$|\mathbf{A}|$ = determinan \mathbf{A}

$adj \mathbf{A}$ = adjoint \mathbf{A} = transpose dari matriks kofaktor

Invers matriks \mathbf{A} adalah merupakan kebalikan dari matriks \mathbf{A} -nya , maka hasil perkalian antara matriks \mathbf{A} dengan inversnya akan menghasilkan Identitas (\mathbf{I}).

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$$

Dimana :

\mathbf{A}^{-1} : Invers Matriks

\mathbf{A} : Matriks \mathbf{A}

\mathbf{I} : Matriks Identitas

(Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.9 Determinan Matriks

Determinan dari matriks \mathbf{A} berukuran $n \times n$ adalah perkalian dari semua akar ciri \mathbf{A} , $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ dan dinotasikan $|\mathbf{A}|$, sehingga :

$$|\mathbf{A}| = \lambda_1 \times \dots \times \lambda_n$$

Jadi $|\mathbf{A}| = 0$ jika dan hanya jika paling tidak ada satu akar cirri yang 0, yaitu terjadi jika dan hanya jika \mathbf{A} singular (Anton dan Rorres, 2004).

Definisi 2.1.10 Akar Ciri dan Vektor Ciri Umum

Misalkan \mathbf{A} dan \mathbf{B} adalah dua matriks simetrik berukuran $n \times n$, dengan \mathbf{B} bersifat definit positif. Maka $(\delta_1, x_1), \dots, (\delta_n, x_n)$ adalah pasangan akar ciri dan vektor ciri matriks \mathbf{A} dengan memperhitungkan matriks \mathbf{B} jika memenuhi persamaan ciri umum :

$$A x_i = \delta_i B x_i$$

Untuk semua $i = 1, \dots, n$. Dengan demikian $(A - \lambda I)X = 0$ ke semua n persamaan diatas dapat dituliskan dalam persamaan matriks menjadi :

$$AQ = BQ\Delta$$

dimana $\Delta = \text{diag} (\delta_1, \dots, \delta_n)$. Masalah akar cirri umumnya ini kadang – kadang muncul pada banyak analisis statistic. Salah satunya adalah pada penyusun fungsi diskriminan kanonik (Anton dan Rorres, 2004).

2.2 Analisis Multivariat

Metode untuk menganalisis data yang terdiri dari lebih dari satu peubah secara simultan dikenal sebagai analisis peubah ganda. Seringkali data yang dikumpulkan dalam suatu penelitian adalah dari sejumlah unit objek yang besar dan pada setiap objek banyak variabel yang diukur. Untuk menganalisis data semacam ini, statistik univariat tidak lagi dapat menyelesaikan masalah secara baik, sehingga diperlukan statistik multivariat.

Suatu matriks acak $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ berderajat p dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah $\underline{\mu}$ dan matriks kovarian Σ dituliskan :

$$X \sim N_p (\underline{\mu}, \Sigma)$$

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_p variabel acak dari distribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah $\underline{\mu}$ dan matriks kovarian Σ , penduga $\underline{\mu}$ diberikan oleh :

$$\boldsymbol{\mu} = E(x) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}$$

dengan :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) = \frac{X_1, X_2, \dots, X_n}{n}$$

sedangkan penduga $\hat{\Sigma}$ diberikan oleh :

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{r=1}^n (X_{ir} - \bar{X}_i)(X_{jr} - \bar{X}_j) \right]$$

Konsep kovarian dirangkum dalam suatu matriks yang memuat varian dan

kovarian sebagai berikut :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{var}(X_1) & \text{cov}(X_1, X_2) & \cdots & \text{cov}(X_1, X_p) \\ \text{cov}(X_2, X_1) & \text{var}(X_2) & \cdots & \text{cov}(X_2, X_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(X_p, X_1) & \text{cov}(X_p, X_2) & \cdots & \text{var}(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

(Sartono, 2003).

2.3 Distribusi Chi-Square

Distribusi Chi-square diperoleh dari distribusi gamma dengan $\alpha = \frac{\nu}{2}$ dan $\beta = 2$.

Sehingga kita peroleh definisi distribusi chi-square berikut :

Definisi 2.3.1 Fungsi Densitas Chi-square

Peubah acak X dikatakan berdistribusi Chi-square, jika dan hanya jika fungsi

densitasnya berbentuk :

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} x^{\frac{(v-2)}{2}} \cdot e^{-\frac{x}{2}} \quad ; x > 0$$

$$= 0 \quad ; x \text{ lainnya}$$

Peubah acak X yang berdistribusi chi-square disebut juga peubah acak chi-square. Penulisan notasi dari peubah acak yang berdistribusi chi-square adalah $X^2(v)$, artinya peubah acak X berdistribusi chi-square dengan derajat bebas v (Herrhyanto dan Gantini, 2009).

2.4 Structure Equation Model (SEM)

Model persamaan struktural atau *Structure Equation Model* (SEM) memainkan berbagai peranan penting, antara lain sebagai system persamaan simultan, analisis kausal linear, analisis lintasan (*path analysis*), *analysis covariance structure*, dan model persamaan struktural. Meskipun demikian ada beberapa hal yang membedakan SEM dengan analisis regresi biasa maupun teknik multivariat yang lain, karena SEM membutuhkan lebih dari sekedar perangkat statistik yang didasarkan atas regresi biasa dan analisis varian. SEM terdiri dari 2 bagian yaitu model variabel laten dan model variabel pengukuran (Wijanto, 2008).

Penggunaan variabel – variabel laten pada regresi berganda menimbulkan kesalahan – kesalahan pengukuran (*measurement errors*) yang berpengaruh pada estimasi parameter dari sudut *biased-unbiased* dan besar kecilnya varian. Masalah kesalahan pengukuran ini diatasi oleh SEM melalui persamaan – persamaan yang ada pada model pengukuran. Parameter – parameter dari persamaan pada model pengukuran SEM merupakan “muatan factor” atau *factor loadings* dari variabel

yang laten terhadap indikator – indikator atau variabel-variabel teramati yang terkait (Gujarati, 1995).

SEM merupakan gabungan dari dua metode statistik yang terpisah yaitu analisis faktor (*factor analysis*) yang dikembangkan di ilmu psikologi dan psikometri dan model persamaan simultan (*simultaneous equation modeling*) yang dikembangkan di ekonometrika (Ghozali, 2005).

Perbedaan paling jelas antara SEM dengan teknik multivariat lainnya adalah hubungan yang terpisah penggunaan untuk masing-masing set variabel dependen. Dalam istilah sederhana, SEM memperkirakan serangkaian terpisah, namun saling tergantung, persamaan regresi secara bersamaan dengan menetapkan model struktur yang digunakan oleh program statistik (Hair, *et. al.*, 2007).

2.5 Variabel – Variabel dalam SEM

Terdapat dua variabel dalam SEM, yaitu :

2.5.1 Variabel Laten

Variabel laten merupakan konsep abstrak, sebagai contoh : perilaku orang, sikap, perasaan , dan motivasi. Variabel laten ini hanya dapat diamati secara tidak sempurna melalui efeknya terhadap variabel teramati. Terdapat dua jenis variabel laten , yaitu variabel laten endogen dan variabel laten eksogen. Variabel eksogen muncul sebagai variabel bebas dalam model. Sedangkan variabel endogen merupakan variabel terikat pada paling sedikit satu persamaan dalam model (Wijanto, 2008).

2.5.2 Variabel Teramati

Variabel teramati atau terukur adalah variabel yang dapat diamati atau dapat diukur secara empiris dan sering disebut indikator. Variabel teramati merupakan efek atau ukuran dari variabel laten. Variabel teramati yang berkaitan atau merupakan efek dari variabel laten eksogen (ξ) diberi notasi matematik dengan label X, sedangkan yang berkaitan dengan variabel laten endogen (η) diberi label Y. Simbol diagram lintasan dari variabel teramati adalah bujur sangkar (Wijanto, 2008).

2.6 Model – Model dalam SEM

2.6.1 Model Struktural

Model struktural menggambarkan hubungan-hubungan yang ada di antara variabel-variabel laten. Hubungan ini umumnya linear. Parameter yang menunjukkan regresi variabel laten endogen pada variabel laten eksogen diberi label dengan huruf Yunani γ , sedangkan untuk regresi variabel laten endogen pada variabel laten endogen diberi label dengan huruf Yunani β . (Wijanto, 2008).

2.6.2 Model Pengukuran

Dalam model ini, setiap variabel laten dimodelkan sebagai sebuah faktor yang mendasari variabel-variabel teramati yang terkait. Muatan – muatan faktor yang menghubungkan variabel laten dengan variabel-variabel teramati diberi label dengan huruf Yunani λ . Model pengukuran yang paling umum dalam aplikasi

SEM adalah model pengukuran *kon-generik* (*congeneric measurement model*), dimana setiap ukuran atau variabel teramati hanya berhubungan dengan satu variabel laten, dan semua kovariansi diantara variabel-variabel teramati adalah sebagai akibat dari hubungan antara variabel teramati dan variabel laten (Wijanto, 2008).

2.7 Kesalahan – Kesalahan dalam SEM

2.7.1 Kesalahan Struktural

Pada umumnya pengguna SEM tidak berharap bahwa variabel bebas dapat memprediksi secara sempurna variabel terikat, sehingga dalam suatu model biasanya ditambahkan komponen kesalahan struktural. Kesalahan struktural ini diberi label dengan huruf Yunani ζ Untuk memperoleh estimasi parameter yang konsisten, kesalahan struktural ini diasumsikan tidak berkorelasi dengan variabel-variabel eksogen dari model. Meskipun demikian, kesalahan struktural bisa dimodelkan berkorelasi dengan kesalahan struktural yang lain (Wijanto, 2008).

2.7.2 Kesalahan Pengukuran

Dalam SEM variabel – variabel teramati tidak dapat secara sempurna mengukur variabel laten terkait. Untuk memodelkan ketidaksempurnaan ini dilakukan penambahan komponen yang mewakili kesalahan pengukuran ke dalam SEM. Komponen kesalahan pengukuran yang berkaitan dengan variabel teramati X diberi label dengan huruf Yunani δ , sedangkan yang berkaitan dengan variabel Y diberi label dengan huruf Yunani ε . Matriks kovarian dari δ diberi tanda dengan

huruf Yunani θ_δ adalah matriks diagonal. Hal yang sama berlaku untuk kesalahan pengukuran ε yang matriks kovariannya adalah θ_ε dan merupakan matriks diagonal (Wijanto, 2008).

2.8 Prosedur SEM

Suatu model dikatakan baik jika dapat mendeskripsikan suatu kejadian yang sebenarnya dengan kesalahan yang kecil. Munculnya kesalahan tidak dapat dihindari karena kejadian sebenarnya sangat kompleks sedangkan model hanya menjelaskan hubungan pokoknya saja. Detail dari kejadian yang tidak bisa dijelaskan oleh model akan masuk dalam komponen kesalahan (residual). Terkait dengan data dapat dinyatakan dengan:

$$\text{Data} = \text{Model} + \text{Residual}$$

di mana:

Data : nilai pengukuran yang berkaitan dengan variabel-variabel teramati dan membentuk sampel penelitian.

Residual : perbedaan antara model yang dihipotesiskan dengan data yang diamati.

Model : model yang dihipotesiskan atau dispesifikasikan oleh peneliti.

Jika nilai residual mendekati 0 (nol), maka kecocokan data-model yang dihasilkan baik. Dalam SEM, selain data mentah, matrik kovarian dan matrik korelasi dari variabel yang diuji dapat digunakan sebagai input. Matriks kovarian adalah matriks yang terdiri dari nilai kovarian antara semua indikator setiap variabel (Wijanto, 2008).

2.9 Hipotesis Fundamental

Hipotesis fundamental dalam prosedur SEM adalah bahwa matrik kovarian data dari populasi Σ (matrik kovarian variabel teramati) adalah sama dengan matrik kovarian yang diturunkan dari model $\Sigma(\theta)$. Jika model yang dispesifikasikan benar dan jika parameter-parameter (θ) dapat diestimasi nilainya, maka matrik kovarian populasi (Σ) dapat dihasilkan kembali dengan tepat. Formulasi dari hipotesis fundamental yaitu:

$$H_0 : \Sigma = \Sigma(\theta) \quad (2.10)$$

di mana,

Σ = matrik kovarian populasi dari variabel-variabel teramati

$\Sigma(\theta)$ = matrik kovarian dari model dispesifikasikan

θ = vektor yang berisi parameter-parameter model tersebut

Pada uji hipotesis terhadap hipotesis fundamental, hipotesis harus menghasilkan H_0 tidak ditolak atau terima H_0 . Hal ini dilakukan agar didapatkan nilai residual sama dengan nol atau $\Sigma = \Sigma(\theta)$. Berbeda dengan pada uji hipotesis statistik pada umumnya yang menginginkan H_0 ditolak. Dengan diterimanya H_0 , itu berarti bahwa data mendukung model yang kita spesifikasikan (Bollen, 1989).

2.10 Tahapan – Tahapan dalam Prosedur SEM

Prosedur *Structural Equation Modeling (SEM)* secara umum akan mengandung tahap-tahap sebagai berikut :

1. Spesifikasi Model (*Model Specification*)

Tahap ini berkaitan dengan pembentukan model awal persamaan struktural, sebelum dilakukan estimasi. Model awal ini diformulasikan berdasarkan suatu teori atau penelitian sebelumnya.

2. Identifikasi (*Identification*)

Tahap ini berkaitan dengan pengkajian tentang kemungkinan diperolehnya nilai yang unik untuk setiap parameter yang ada di dalam model dan kemungkinan persamaan simultan tidak ada solusinya.

3. Estimasi (*Estimation*)

Tahap ini berkaitan dengan estimasi terhadap model untuk menghasilkan nilai-nilai parameter dengan menggunakan salah satu metode estimasi yang tersedia. Pemilihan metode estimasi yang digunakan seringkali ditentukan berdasarkan karakteristik dari variabel-variabel yang dianalisis.

4. Uji Kecocokan (*testing fit*)

Tahap ini berkaitan dengan pengujian kecocokan antara model dengan data. Beberapa criteria ukuran kecocokan atau *Goodness of fit* dapat digunakan untuk melaksanakan langkah ini.

5. Respesifikasi (*Respecification*)

Tahap ini berkaitan dengan respesifikasi model berdasarkan atas hasil uji kecocokan tahap sebelumnya.

(Wijanto, 2008).

2.11 Metode Pendugaan

Metode pendugaan yang digunakan pada penelitian ini adalah :

2.11.1 Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Estimation*)

Fungsi densitas bersama dari variabel random X_1, X_2, \dots, X_n yang bernilai x_1, x_2, \dots, x_n adalah $L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ yang merupakan fungsi dari θ dan dilambangkan dengan $L(\theta)$. X_1, X_2, \dots, X_n mewakili sebuah sampel random dari $f(x; \theta)$, maka $L(\theta) = f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n; \theta)$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(\tilde{x}; \theta) \\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n; \theta) \\ &= \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \end{aligned}$$

$L(\theta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\theta \in \Omega$ merupakan fungsi densitas probabilitas dari x_1, x_2, \dots, x_n . Untuk hasil pengamatan x_1, x_2, \dots, x_n , nilai $\hat{\theta}$ berada dalam Ω ($\hat{\theta} \in \Omega$) dimana $L(\theta)$ maksimum, yang disebut sebagai *maximum likelihood estimation* dari θ . Jadi, $\hat{\theta}$ merupakan nilai dugaan dari θ .

Jika $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max_{\theta \in \Omega} f(x_1, x_2, \dots, x_n)$; $\theta \in \Omega$, maka untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}$ tersebut yang memaksimumkan $L(\theta)$ harus diderivatiskan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Nilai $\hat{\theta}$ diperoleh dari derivatif pertama jika :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L(\theta) \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0$$

2. Nilai $\hat{\theta}$ dikatakan memaksimumkan $L(\theta)$ jika :

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 \theta} L(\theta) \Big|_{\theta=\hat{\theta}} < 0$$

Selain dengan memaksimumkan fungsi *likelihood*, nilai $\hat{\theta}$ juga dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *log-likelihood*, karena dengan memaksimumkan fungsi *log-likelihood*, juga akan memaksimumkan fungsi *likelihood*, sebab $\log L(\theta)$ merupakan fungsi yang monoton naik, ,maka untuk memperoleh $\hat{\theta}$ dengan memaksimumkan fungsi *log-likelihood* dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama, yaitu :

1. Nilai $\hat{\theta}$ diperoleh dari derivatif pertama jika :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} L(\theta) \Big|_{\theta=\hat{\theta}} = 0$$

2. Nilai $\hat{\theta}$ dikatakan memaksimumkan $L(\theta)$ jika :

$$\frac{\partial^2}{\partial^2 \theta} L(\theta) \Big|_{\theta=\hat{\theta}} < 0$$

(Hogg and Craig, 1995).

2.11.2 Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square*)

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) merupakan salah satu metode penduga parameter yang terbaik karena bersifat tak bias dan efisien. Metode kuadrat terkecil akan menghasilkan ragam minimum bagi parameter regresi. Prinsip dasar metode ini adalah meminimumkan jumlah kuadrat galat .

Dengan menggunakan persamaan linier untuk pendugaan garis regresi linier, MKT dapat diuraikan dengan notasi matematika sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = a + bx_i$$

Jarak vertikal antara titik observasi (x_i, y_i) dan titik (\hat{x}_i, \hat{y}_i) pada garis dugaan dapat ditulis :

$$|y_i - \hat{y}_i| \text{ atau } |y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i|$$

Jumlah kuadrat dari semua jarak ini ditulis :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2$$

Solusi MKT dapat dituliskan sebagai berikut :

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2$$

$$\frac{d S(a,b)}{da} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i) = 0$$

$$\frac{d S(a,b)}{db} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i) x_i = 0$$

Dengan menyederhanakan kedua persamaan ini, maka diperoleh :

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)/n}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2/n}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad \text{dan} \quad a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Persamaan garis regresi kuadrat terkecil yang didapat adalah :

$$\hat{y} = bX \quad \text{atau} \quad \hat{y} = \hat{Y} + b(X - \bar{X})$$

Persamaan garis diatas dapat digunakan untuk memprediksi Y oleh nilai X yang berpadanan (Myers dan Milton, 1991).

2.12 Uji kecocokan (*fit*)

Setelah melakukan estimasi yang menghasilkan nilai parameter, perlu dilakukan pemeriksaan tingkat kecocokan. Pada tahap ini kita akan memeriksa tingkat kecocokan antara data dengan dengan model, validitas dan reliabilitas model pengukuran, dan signifikansi koefisien-koefisien dari model struktural. Ukuran kesesuaian model lainnya yaitu:

a. *Chi-square* (χ^2)

Chi-square (χ^2) digunakan untuk menguji seberapa dekat kecocokan antara matrik kovarian sampel dengan matrik kovarian model . Uji statistik χ^2 adalah:

$$\chi^2 = (n - 1) F(S, \epsilon (\theta))$$

yang merupakan sebuah distribusi Chi-Square dengan derajat bebas sebesar $c-p$. Peneliti berusaha mendapatkan nilai χ^2 yang rendah karena akan menghasilkan significance lebih besar atau sama dengan 0,05 ($p \geq 0,05$).

Hal ini menandakan bahwa hipotesis nol diterima dan matrik input yang diprediksi dengan yang sebenarnya tidak berbeda statistik. Meskipun demikian, jika χ^2 besar dan significance level lebih kecil dari 0.05 yang berarti hipotesis nol ditolak, kita tidak serta merta menyatakan bahwa matrik input yang diprediksi tidak sama dengan matrik input sebenarnya , kita masih perlu meneliti lebih lanjut seberapa besar tingkat kecocokan tersebut(Wijanto, 2008).

b. *RMSEA (Root Mean Square Error of Approximation)*

Indeks ini pertama kali diusulkan oleh Teiger dan Lind yang merupakan salah satu indeks yang informatif dalam SEM. Rumus perhitungan RMSEA adalah sebagai berikut :

$$RMSEA = \sqrt{\frac{\hat{F}_0}{df}}$$

dimana $\hat{F}_0 = \text{Max} \left\{ \hat{F} - \frac{df}{(n-1)}, 0 \right\}$

RMSEA mengukur penyimpangan nilai parameter suatu model dengan matriks kovarian populasi.

RMSEA ≤ 0.05 menunjukkan *close fit*

$0.05 < RMSEA \leq 0.08$ menunjukkan *good fit*

$0.08 < RMSEA \leq 0.1$ menunjukkan *mediocre (marginal) fit*

$0.1 < RMSEA$ menunjukkan *poor fit*

(Wijanto, 2008) .

c. GFI (*Goodness of Fit Index*)

GFI dapat diklasifikasikan sebagai ukuran kecocokan absolut, karena pada dasarnya GFI membandingkan model yang dihipotesiskan dengan tidak ada model sama sekali ($\Sigma(0)$). Rumus dari GFI adalah sebagai berikut :

$$GFI = 1 - \frac{\hat{F}}{F_0}$$

dimana :

\hat{F} : Nilai minimum dari F untuk model yang dihipotesiskan

F_0 : Nilai minimum dari F, ketika tidak ada model yang dihipotesiskan .

GFI memiliki nilai yang berkisar antara 0 dan 1. Nilai GFI semakin mendekati 1, maka menunjukkan kecocokan model.

$0.9 \leq GFI$ menunjukkan *good fit*

$0.80 \leq GFI < 0.9$ menunjukkan *mediocre (marginal) fit*

(Wijanto, 2008) .

d. *Adjusted Goodness of fit* (AGFI)

AGFI adalah pengembangan dari GFI yang disesuaikan dengan rasio derajat bebas dari *null* model dengan derajat bebas untuk dari model yang diestimasi.

AGFI dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$AGFI = 1 - \frac{df_0}{df_h} (1 - GFI)$$

$$= 1 - \frac{P}{df_h} (1 - GFI)$$

Dimana :

df_0 : derajat bebas dari *null* model = p

P : jumlah varian dan kovarian dari variabel teramati

df_h : derajat bebas dari model yang diestimasi

AGFI nilainya berkisar antara 0 sampai 1, dimana nilai $AGFI \geq 0,90$ menunjukkan kecocokan model yang baik atau *good fit* (Wijanto,2008) .

e. *Parsimony Goodness of Fit Index* (PGFI)

Berbeda dengan AGFI yang memodifikasi GFI berdasarkan derajat bebas, PGFI berdasarkan parsimoni dari model yang diestimasi. Rumus PGFI adalah :

$$PGFI = \frac{df_h}{df_0} \times GFI$$

Semakin tinggi nilai AGFI dan PGFI suatu model, maka semakin baik model tersebut. Tingkat signifikansi yang dianjurkan adalah $PGFI > 0,6$ (Wijanto,2008) .

2.13 *Covariance Based Structure Equation Modeling (CB-SEM)*

Covariance Based SEM merupakan tipe SEM yang mengharuskan konstruk maupun indikatornya untuk saling berkorelasi satu dengan lainnya dalam suatu model struktural. Secara umum CB-SEM bertujuan untuk mengestimasi model struktural secara teoritis yang kuat untuk menguji hubungan kasualitas antar konstruk serta mengukur kelayakan model dan mengkonfirmasi sesuai dengan

data empirisnya . Konsekuensi penggunaan CB-SEM adalah menuntut basis teori yang kuat, memenuhi berbagai asumsi parametrik dan memenuhi uji kelayakan model (*goodness of fit*) . Karena itu, CB-SEM sangat tepat digunakan untuk menguji teori dan mendapatkan justifikasi atas pengujian tersebut dengan serangkaian analisis yang kompleks (Latan, 2012).

Tujuan CB-SEM adalah menghasilkan matriks kovarian teoritis (*theoretical covariance matrix*) tanpa memfokuskan pada *explained variance*. CB-SEM menghasilkan matriks kovarian teoritis berdasarkan pada persamaan struktural yang telah dispesifikasi . Teknik ini memfokuskan pada sekumpulan parameter model sedemikian rupa sehingga perbedaan antara matriks kovarians teoritis dan matriks kovarian hasil estimasi dapat seminimal mungkin, artinya model menurut teori tidak berbeda jauh dengan model menurut data atau tercapai *model fit* . Estimasi dengan CB-SEM membutuhkan serangkaian asumsi yang harus terpenuhi seperti normalitas data secara multivariat, ukuran sampel minimum, homoskedasitas, dan sebagainya. Jika asumsi-asumsi tersebut tidak terpenuhi atau tujuan peneliti adalah prediksi dan bukan konfirmasi hubungan struktural (Solihin dan Ratmono, 2013).

2.14 Partial Least Square Structure Equation Modeling (PLS-SEM)

PLS-SEM merupakan metode analisis yang *powerful* karena dapat diterapkan pada skala data, tidak membutuhkan banyak asumsi dan ukuran sampel tidak harus besar. PLS selain dapat digunakan sebagai konfirmasi teori juga dapat digunakan untuk membangun hubungan yang belum ada landasan teorinya atau

untuk pengujian proposisi. PLS juga dapat digunakan untuk pemodelan struktural dengan indikator berifat reflektif ataupun formatif (Jaya dan Sumertajaya, 2008).

PLS-SEM dapat bekerja secara efisien dengan ukuran sampel kecil dan model yang kompleks. Selain itu distribusi data dalam PLS-SEM relatif lebih longgar dibandingkan CB-SEM . PLS-SEM juga dapat menganalisis model pengukuran reflektif dan formatif serta variabel laten dengan satu indikator tanpa menimbulkan masalah (Solihin dan Ratmono, 2013).

PLS-SEM merupakan sebuah pendekatan kausal yang bertujuan memaksimalkan variansi dari variabel laten kriteria yang dapat dijelaskan (*explained variance*) oleh variabel laten prediktor (Solihin dan Ratmono, 2013).

Secara konseptual PLS-SEM mirip dengan analisis regresi *Ordinary Least Square* (*OLS*) karena bertujuan memaksimalkan variansi variabel dependent yang dapat terjelaskan dalam model. Dengan kata lain tujuannya adalah memaksimalkan nilai *R-square* dan meminimalkan residual atau kesalahan prediksi. Tujuan lain PLS-SEM adalah mengevaluasi kualitas data berdasarkan model pengukuran. Oleh karena itu, PLS-SEM dapat dipandang sebagai gabungan regresi dan analisis faktor. PLS-SEM tetap dapat menghasilkan estimasi meskipun untuk ukuran sampel kecil dan penyimpangan dari asumsi normalitas multivariat. PLS-SEM karenanya dapat dipandang sebagai pendekatan nonparametrik untuk CB-SEM (Solihin dan Ratmono, 2013).