

## **II. TINJAUAN PUSTAKA**

### **A. Kajian Teori**

#### **1. Kemampuan Penalaran Matematis**

Penalaran menurut ensiklopedi Wikipedia adalah proses berpikir yang bertolak dari pengamatan indera (observasi empirik) yang menghasilkan sejumlah konsep dan pengertian. Hal ini sejalan dengan pendapat Suriasumantri (1999:42) yang menyatakan sebagai berikut.

Penalaran merupakan suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan dan mempunyai karakteristik tertentu dalam menemukan kebenaran. Agar pengetahuan yang dihasilkan penalaran itu mempunyai dasar kebenaran maka proses berpikir itu harus dilakukan dengan suatu cara tertentu sehingga penarikan kesimpulan baru tersebut dianggap sah (valid). Kemampuan penalaran adalah kemampuan siswa untuk berpikir logis menurut alur kerangka berpikir tertentu.

Kemudian Thontowi (1993:78) mengungkapkan bahwa penalaran matematika adalah proses berpikir secara logis dalam menghadapi problema dengan mengikuti ketentuan-ketentuan yang ada. Proses penalaran matematika diakhiri dengan memperoleh kesimpulan.

Jadi, kemampuan penalaran matematis yang dimaksud adalah kemampuan berpikir dalam menggunakan aturan, sifat-sifat, dan logika berdasarkan konsep atau pemahaman yang telah didapat sebelumnya. Kemudian konsep atau pemahaman tersebut saling berhubungan satu sama lain dan diterapkan dalam

permasalahan baru sehingga didapatkan keputusan baru yang logis dan dapat dipertanggungjawabkan atau dibuktikan kebenarannya. Dalam hal ini keputusan atau kesimpulan yang diperoleh masing-masing individu bisa berbeda-beda bergantung pada kemampuan masing-masing.

Al Krismanto (1997: 37) berpendapat bahwa dalam mempelajari matematika kemampuan penalaran dapat dikembangkan pada saat siswa memahami suatu konsep (pengertian), atau menemukan dan membuktikan suatu prinsip. Mengacu pada pendapat tersebut, kemampuan penalaran siswa diharapkan dapat dikembangkan dengan menggunakan model *problem based learning*. Hal ini disebabkan dalam pelaksanaan pembelajarannya siswa akan mencoba untuk menyelesaikan permasalahan yang disajikan dengan menggunakan konsep-konsep dan pengetahuan yang telah mereka dapatkan sebelumnya, menyusun bukti-bukti penyelesaian, dan lain-lain.

Berbagai penelitian telah dilakukan untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis, antara lain yaitu Priatna (2003), Dahlan (2004), Awaludin (2007), dan Putri (2013). Penelitian-penelitian tersebut menyimpulkan bahwa penalaran matematis itu penting dan perlu terus dikembangkan. Priatna (2003) menyarankan perlu dilakukan penelitian yang mengaitkan penalaran matematika dengan perkembangan kognitif dan emosional siswa. Kemudian, Dahlan (2004) merekomendasikan agar dilakukan analisis kualitatif terhadap penalaran ketika siswa menyelesaikan masalah matematika. Putri (2013) menyarankan agar di akhir pertemuan selalu dilakukan evaluasi terhadap pembelajaran yang telah dilakukan. Selain itu, sebaiknya siswa juga perlu dibiasakan untuk mengerjakan

soal-soal non rutin untuk meningkatkan penalaran matematis. Hasil dari ke tiga penelitian ini memberi peluang untuk melanjutkan penelitian tentang penalaran matematis dengan pengkajian yang lebih mendalam.

Indikator yang menunjukkan adanya penalaran menurut TIM PPPG Matematika (Romadhina, 2007:29) antara lain:

1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram.
2. Mengajukan dugaan (*conjectures*)
3. Melakukan manipulasi matematika
4. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi
5. Menarik kesimpulan dari pernyataan
6. Memeriksa kesahihan suatu argumen
7. Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Berdasarkan uraian di atas, penalaran matematis memiliki peranan penting dalam pembelajaran matematika, sebab materi matematika dan penalaran matematis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dilatihkan melalui belajar matematika. Jadi, kemampuan penalaran matematis sangat dibutuhkan dalam menyelesaikan atau mendapatkan solusi dari suatu permasalahan. Dalam penelitian ini, indikator (aspek) kemampuan penalaran matematis yang peneliti gunakan sebagai berikut:

1. Kemampuan menyajikan pernyataan matematika melalui lisan, tulisan, gambar, sketsa atau diagram
3. Kemampuan menentukan pola
4. Kemampuan memberikan alasan terhadap beberapa solusi
5. Kemampuan menarik kesimpulan atau melakukan generalisasi

## 2. Model *Problem Based Learning*

Salah satu model pembelajaran yang dapat dikembangkan dan diadopsi untuk menempatkan siswa sebagai pusat pembelajaran adalah penerapan model *problem based learning*. Wee & Kek (2002:12) mengungkapkan bahwa model ini adalah suatu model pembelajaran dengan membuat konfrontasi kepada pembelajar dengan masalah-masalah praktis atau pembelajaran yang dimulai dengan pemberian masalah dan memiliki konteks dengan dunia nyata. Model ini dapat melatih siswa dalam menyelesaikan masalah dengan pengetahuan yang dimilikinya. Proses tersebut dapat menyebabkan terbangunnya pengetahuan atau konsep baru bagi siswa yang lebih bermakna. Eggen (2012: 307) juga memberikan pendapatnya tentang *problem based learning* sebagai seperangkat model mengajar yang menggunakan masalah sebagai fokus untuk mengembangkan ketrampilan memecahkan masalah, materi, dan pengaturan diri. Hal ini sejalan dengan pendapat Cindy E. Hmelo-Silved (2004: 235), *problem based learning* merupakan pembelajaran yang berpusat pada masalah yang kompleks dan siswa bekerja dalam kelompok untuk mengidentifikasi apa yang mereka butuhkan untuk belajar. Kemudian, pengertian *problem based learning* menurut Dutch (dalam Amir, 2009:27) adalah metode intruksional yang menantang peserta didik agar belajar untuk belajar bekerjasama dalam kelompok untuk mencari solusi bagi masalah yang nyata.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa *problem based learning* merupakan suatu model pembelajaran yang melibatkan siswa secara aktif baik individual maupun kelompok untuk menyelesaikan suatu masalah dengan

kemampuan berpikir yang dimilikinya. Model pembelajaran ini mampu mendorong motivasi siswa untuk belajar dan meningkatkan rasa keingintahuan siswa terhadap materi yang sedang dipelajari. Hal ini bisa disebabkan karena rasa penasarannya siswa terhadap masalah yang disajikan.

Ada beberapa fase dalam pelaksanaan model *problem based learning*. Menurut Arends (2008: 57) ada 5 fase dalam *problem based learning*, yaitu: (1) fase memberikan orientasi tentang permasalahan kepada siswa, (2) fase mengorganisasikan siswa untuk meneliti, (3) fase membantu investigasi mandiri dan kelompok, (4) fase mengembangkan dan mempresentasikan artefak dan exhibit, dan (5) fase menganalisis dan mengevaluasi proses mengatasi masalah.

Sedangkan Amir (2009:24) menyatakan terdapat 7 langkah pelaksanaan *problem based learning*, yaitu sebagai berikut.

*Pertama* Mengklarifikasi istilah dan konsep yang belum jelas. Memastikan setiap anggota memahami berbagai istilah dan konsep yang ada dalam masalah. *Kedua* Merumuskan masalah. Fenomena yang ada dalam masalah menuntut penjelasan hubungan-hubungan apa yang terjadi antara fenomena itu. *Ketiga* Menganalisis Masalah. Siswa mengeluarkan pengetahuan terkait apa yang sudah dimiliki tentang masalah. *Keempat* Menata gagasan siswa dan secara sistematis menganalisisnya dengan dalam. Bagian yang sudah dianalisis dilihat keterkaitannya satu sama lain, dikelompokkan mana yang saling menunjang, mana yang bertentangan dan sebagainya. *Kelima* Memformulasikan tujuan pembelajaran. Kelompok dapat merumuskan tujuan pembelajaran karena kelompok sudah tahu pengetahuan mana yang masih kurang dan mana yang masih belum jelas. *Keenam* Mencari Informasi tambahan dari sumber yang lain (di luar diskusi kelompok). *Ketujuh* Mensintesa (menggabungkan) dan menguji informasi baru, dan membuat laporan untuk kelas. Dari laporan individu/sub kelompok, yang dipresentasikan dihadapan anggota kelompok lain, kelompok mendapatkan informasi-informasi yang baru. Anggota yang mendengarkan laporan harus kritis tentang laporan yang disajikan (laporan diketik, dan dibagikan kepada setiap anggota).

Kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model *problem based learning* juga memiliki beberapa manfaat, diantaranya dapat meningkatkan aktivitas siswa,

dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, serta dapat meningkatkan rasa keingintahuan siswa. Amir (2009:27) memaparkan beberapa manfaat *problem based learning* sebagai berikut.

(1) Meningkatkan kecakapan siswa dalam pemecahan masalah. (2) Lebih mudah mengingat materi pembelajaran yang telah dipelajari. (3) Meningkatkan pemahaman siswa terhadap materi ajar. (4) Meningkatkan kemampuannya yang relevan dengan dunia praktek. (5) Membangun kemampuan kepemimpinan dan kerja sama, dan. (6) Kecakapan belajar dan memotivasi siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi.

Menurut Amir (2009: 31) dalam penerapannya masalah yang disajikan dalam *problem based learning* harus memiliki ciri-ciri sebagai berikut.

(1) Masalah yang disajikan sedapat mungkin merupakan cerminan masalah yang ditemui di dunia nyata, (2) Masalah yang dirancang harus membangun kembali pemahaman siswa atas pengetahuan yang telah didapat sebelumnya, (3) Masalah dalam *problem based learning* harus dapat membangun pemikiran yang metakognitif dan konstruktif siswa, (4) Masalah harus dapat meningkatkan minat dan motivasi siswa dalam pembelajaran.

Ciri-ciri masalah tersebut diharapkan dapat membantu siswa dalam meningkatkan penalaran matematisnya, karena mereka akan mencoba untuk menganalisis penyelesaian dari permasalahan yang disajikan dimana masalah tersebut sering ditemui dalam kehidupan mereka.

### **3. Efektivitas Pembelajaran**

Menurut Salim (1991:33) efektivitas adalah adanya kesesuaian antara orang yang melaksanakan tugas dengan sasaran yang dituju dan bagaimana suatu organisasi berhasil mendapatkan dan memanfaatkan sumber daya dalam usaha mewujudkan tujuan operasional. Hal ini sejalan dengan Arikunto (2004: 51) yang menyatakan efektivitas adalah taraf tercapainya suatu tujuan yang telah ditentukan. Oleh sebab

itu, suatu kegiatan dikatakan tidak efektif apabila tujuan yang telah dilakukan tidak tercapai.

Efektivitas selain mengacu kepada proses, juga mengacu kepada hasil, yaitu peringkat prestasi akademik yang dicapai siswa melalui tes (ujian). Agar dapat mencapai prestasi secara optimal, maka proses pun harus efektif. Menurut Soewandi (2005: 43-44) ada beberapa hal yang harus diperhatikan agar suatu pembelajaran dapat efektif, yaitu sebagai berikut.

(1) Ada kesesuaian antara proses dengan tujuan yang akan dicapai yang telah ditetapkan dalam kurikulum, (2) cukup banyak tugas-tugas yang dievaluasi untuk mengetahui perkembangan siswa dan memperoleh umpan balik, (3) lebih banyak tugas-tugas yang mendukung pencapaian tujuan, (4) ada variasi metode pembelajaran, (5) pemantauan atau evaluasi perkembangan atau keberhasilan dilaksanakan secara berkesinambungan, dan (6) memberi tanggung jawab yang lebih besar kepada siswa pada tugas yang dilakukannya.

Trianto,(2010:17) menyatakan bahwa pembelajaran dalam makna kompleks adalah usaha sadar dari seorang guru untuk membelajarkan siswanya (mengarahkan interaksi siswa dengan sumber belajar lainnya) dalam rangka mencapai tujuan yang diharapkan. Kaitannya dengan efektivitas suatu pembelajaran, Hamalik (2004:171) mengemukakan bahwa pembelajaran yang efektif adalah pembelajaran yang memberikan kesempatan kepada siswa untuk belajar sendiri dengan melakukan aktivitas-aktivitas belajar. Mengacu pada pendapat tersebut pembelajaran matematika yang efektif mengharuskan siswa untuk saling mengutarakan gagasan-gagasannya terkait dengan materi atau permasalahan yang disajikan. Dalam hal tersebut siswa akan berusaha untuk menalar bagaimana penyelesaian dari suatu masalah. Sedangkan menurut Sujono (2009:16) efektivitas pembelajaran merujuk pada berdaya dan berhasil guna

seluruh komponen pembelajaran yang diorganisir untuk mencapai tujuan pembelajaran.

Dalam pelaksanaan pembelajaran, menurut Aunurrahman (2009: 34) pembelajaran yang efektif ditandai dengan terjadinya proses belajar dalam diri siswa. Seseorang dikatakan telah mengalami proses belajar apabila di dalam dirinya telah terjadi perubahan, dari tidak tahu menjadi tahu, dari tidak mengerti menjadi mengerti, dan sebagainya. Mengacu pada pendapat tersebut, pembelajaran yang efektif dapat dilihat dari perkembangan pengetahuan siswa baik itu hanya sebagian kecil ataupun sebagian besar.

## **B. Kerangka Pikir**

Dalam penelitian ini, yaitu tentang pengaruh model *problem based learning* terhadap kemampuan penalaran matematis siswa terdiri dari satu variabel bebas dan satu variabel terikat. Variabel bebasnya yaitu model *problem based learning*, sedangkan variabel terikatnya yaitu kemampuan matematis siswa.

*Problem based learning* merupakan model pembelajaran yang berpusat pada suatu masalah dan dimulai dengan kesadaran adanya masalah yang harus dipecahkan. Oleh karena itu siswa akan terlibat aktif untuk mencari solusi dari masalah tersebut dengan kemampuan berpikir dan pengetahuan yang dimiliki siswa. Siswa juga akan melakukan analisis dari permasalahan yang telah disajikan baik secara individu maupun secara kelompok. Model ini juga dapat membantu siswa bagaimana mentrasfer pengetahuan mereka untuk memahami masalah dalam kehidupan nyata sehingga pengetahuan yang telah mereka dapatkan tidak



akan hilang atau lupa begitu saja, karena mereka dapat menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari.

Masalah yang disajikan dalam model *problem based learning* merupakan masalah yang ada dalam kehidupan nyata sehingga siswa akan mulai memikirkan konsep-konsep pengetahuan yang telah dimiliki untuk menyelesaikan masalah tersebut. Soal-soal yang disajikan pun merupakan soal-soal non rutin. Siswa akan mulai menggunakan kemampuan berpikir tingkat tinggi untuk menyelesaikan masalah. Dalam hal ini mereka akan mulai mengajukan dugaan-dugaan yang mungkin, menarik kesimpulan dari pernyataan-pernyataan yang diketahui serta memberikan alasan terhadap beberapa solusi yang mereka berikan. Beberapa hal tersebut merupakan indikator kemampuan penalaran siswa. Siswa juga akan mulai saling bertukar pendapat dan saling memberikan argumen atas dugaan-dugaan mereka sehingga siswa akan lebih aktif ketika pembelajaran berlangsung dan diharapkan kemampuan penalaran siswa juga akan meningkat.

Dalam pelaksanaan model *problem based learning* ini, siswa diorientasikan terhadap suatu masalah kemudian guru mengorganisasikan siswa dalam melakukan penyelidikan baik secara individual maupun secara kelompok. Setelah itu, siswa diarahkan untuk menyajikan hasil dari diskusi kelompoknya lalu menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.

Fase pertama yaitu orientasi siswa pada masalah. Dalam fase ini, guru menjelaskan tujuan pembelajaran dan aktivitas yang akan dilakukan agar peserta didik tahu apa tujuan utama pembelajaran, apa permasalahan yang akan dibahas, dan bagaimana guru akan mengevaluasi proses pembelajaran. Hal ini ditujukan

untuk memberi konsep dasar kepada peserta didik. Selain itu, guru juga memberikan motivasi peserta didik untuk terlibat aktif dalam pemecahan masalah yang dipilih.

Fase kedua adalah mengorganisasikan peserta didik. Pada tahap ini, guru membantu peserta didik mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah yang telah diorientasi, misalnya membantu peserta didik membentuk kelompok kecil, membantu peserta didik membaca masalah yang ditemukan pada tahap sebelumnya, kemudian mencoba untuk membuat hipotesis atas masalah yang ditemukan tersebut. Selain itu, siswa juga mengajukan dugaan-dugaan mengenai solusi dari permasalahan tersebut. Hal ini merupakan indikasi bahwa siswa mulai menggunakan kemampuan penalarannya.

Fase ketiga adalah guru membimbing penyelidikan individu dan kelompok. Pada tahap ini, guru mendorong peserta didik untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya, melaksanakan eksperimen, menciptakan dan membagikan ide mereka sendiri untuk mendapatkan penjelasan dan pemecahan masalah. Dalam hal ini siswa dituntut untuk dapat menyajikan pernyataan matematika baik secara lisan, tertulis, gambar, maupun diagram. Selain itu, siswa juga akan melakukan manipulasi matematika dalam pemecahan masalah, menyusun bukti atau alasan untuk solusi yang mereka berikan, menarik kesimpulan dari pernyataan-pernyataan yang telah didapat dalam pemecahan masalah. Hal-hal tersebut tentunya akan mengembangkan kemampuan penalaran matematis siswa.

Fase keempat adalah mengembangkan dan menyajikan hasil karya. Pada tahap ini guru membantu peserta didik dalam menganalisis data yang telah terkumpul pada

tahap sebelumnya, sesuaikan data dengan masalah yang telah dirumuskan, kemudian dikelompokkan berdasarkan kategorinya. Dalam hal ini, beberapa kelompok mempresentasikan hasil kerja kelompoknya. Kelompok penyaji akan memberi argumen terhadap pemecahan masalah yang dipaparkan, kemudian kelompok yang lain memeriksa kesahihan argumen yang diberikan oleh temannya. Selain itu, peserta didik harus dapat memberikan alasan atau bukti terhadap solusi masalah yang telah didapatkan. Aktivitas ini akan mengembangkan kemampuan penalaran matematis siswa.

Fase yang kelima yaitu menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah. Pada tahap ini, guru meminta peserta didik untuk merekonstruksi pemikiran dan aktivitas yang telah dilakukan selama proses kegiatan belajarnya. Guru membantu peserta didik melakukan refleksi dan evaluasi serta mengklarifikasi hasil diskusi kemudian guru bersama siswa menyimpulkan materi yang sudah dipelajari.

Berdasarkan uraian di atas, diketahui bahwa dalam model *problem based learning* terdapat proses-proses pembelajaran yang memberikan peluang bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematisnya. Selain itu, soal-soal yang diberikan dalam model *problem based learning* juga merupakan soal-soal non rutin yang membutuhkan pemikiran tingkat tinggi. Sehingga diduga model *problem based learning* efektif ditinjau dari kemampuan penalaran matematis siswa.

### C. Hipotesis Penelitian

Berdasarkan kerangka pikir dan anggapan dasar di atas, maka dapat dirumuskan hipotesis dalam penelitian ini sebagai berikut.

a. Hipotesis Umum

Penerapan model *problem based learning* efektif untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa.

b. Hipotesis Khusus

1. Kemampuan penalaran matematis siswa setelah penerapan model *problem based learning* lebih tinggi dari pada kemampuan penalaran matematis siswa sebelum penerapan model *problem based learning*.
2. Presentase siswa tuntas belajar lebih dari 60%.