

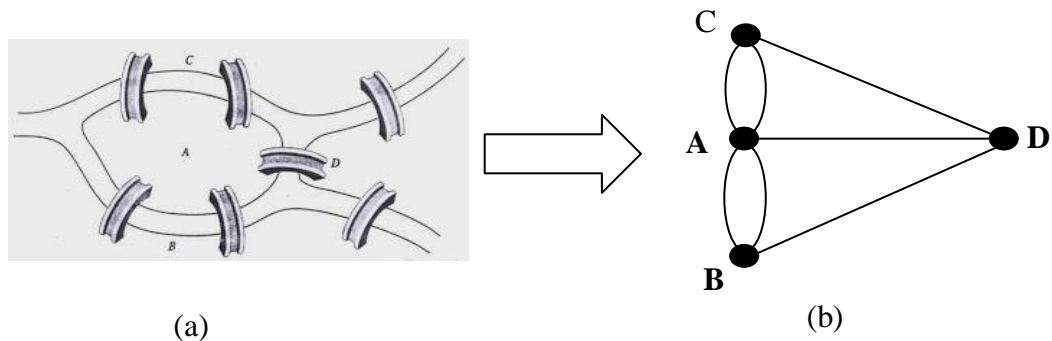
# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1.Latar Belakang

Suatu graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan objek-objek tersebut. Objek-objek tersebut disimbolkan dalam bentuk titik (*vertex*) sedangkan hubungan antar objek dinyatakan sebagai garis (*edge*).

Perkembangan teori graf berawal ketika Leonhard Euler, seorang matematikawan berkebangsaan Swiss pada tahun 1736. Melalui tulisannya, Euler memberi solusi untuk menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg yang sangat terkenal di Eropa. Masalah jembatan Konigsberg adalah mungkin atau tidaknya melewati tujuh jembatan yang ada di Kota Konigsberg masing-masing tepat satu kali dan kembali ketempat semula. Untuk memecahkan masalah tersebut, Euler memisalkan daratan dengan titik (*vertex*) dan jembatan dinyatakan dengan garis atau sisi (*edge*).



Gambar 1.1. Jembatan Konigsberg (a) dan graf yang mempresentasikan jembatan Konigsberg (b)

Euler berkesimpulan bahwa tidak mungkin seseorang dapat melalui tujuh jembatan masing-masing tepat satu kali dan kembali ketempat semula jika derajat tiap titik jumlahnya tidak genap. Derajat titik adalah banyaknya garis yang menempel pada satu titik. Kisah jembatan Konigsberg ini menjadi sejarah lahirnya teori graf.

Setelah masa Euler bermunculan peneliti-peneliti yang mengkaji tentang teori graf. Pada tahun 1847, G.R. Kirchoff berhasil mengembangkan teori pohon (*Theory of trees*) yang digunakan pada persoalan jaringan listrik. Sepuluh tahun kemudian, A. Cayley juga menggunakan konsep pohon untuk menjelaskan permasalahan kimia yaitu hidrokarbon. Pada masa ini juga lahir hal penting bagi teori graf yaitu konjektur empat warna, yang menyatakan bahwa untuk mewarnai sebuah atlas hanya dibutuhkan empat warna yang berbeda sedemikian sehingga setiap negara yang berbatasan memiliki warna yang berbeda. Para ahli teori graf berkeyakinan bahwa yang pertama kali mengemukakan masalah empat warna adalah A.F. Mobius pada tahun 1840. Pada tahun 1859 W.R. Hamilton berhasil menemukan suatu permainan yang diberi nama *prominent cities* yang menggunakan konsep-konsep teori graf.

Kurang lebih setengah abad setelah masa Hamilton, aktifitas dalam teori graf dapat dikatakan relatif kecil. Hingga pada tahun 1920-an kegiatan tersebut muncul kembali dipelopori oleh D. Konig. Konig berusaha mengumpulkan hasil-hasil pemikiran para ahli matematika tentang teori graf termasuk pemikirannya sendiri, kemudia dikemasnya sendiri dalam bentuk buku yang diterbitkan pada tahun 1936. Tiga puluh tahun terakhir merupakan periode yang sangat intensif dalam aktifitas pengembangan teori graf baik murni maupun terapan.

Salah satu penelitian tentang teori graf selanjutnya adalah penelitian yang dilakukan oleh Harary dan Palmer yang dipublikasikan pada tahun 1973 tentang penghitungan banyaknya graf (*graph enumeration*). Dalam bukunya tentang penghitungan graf tersebut menjadi panduan bagi peneliti-peneliti selanjutnya dalam cara-cara penghitungan graf. Namun dalam tulisannya tersebut masih banyak hal-hal yang belum terpecahkan seperti banyaknya graf yang berlabel tak terhubung tanpa *loop* yang dapat dibentuk dari  $n$  titik dan  $m$  garis.

Selanjutnya, Rohandi pada tahun 2014 berhasil menentukan banyaknya graf tak terhubung tanpa *loop* untuk titik sebanyak 3 dan 4. Berdasarkan Rohandi (2014), banyaknya graf berlabel yang dapat dibentuk dengan 3 dan 4 titik adalah sebagai berikut:

1. Untuk  $n = 3$ ;  $m \geq 1$ ;  $r = 1, 2$ .

- $G_{3,m,r} = 3$

2. Untuk  $n = 4$ ;  $m \geq 1$ ;  $r = 1, 2, 3$ .

- $m \leq n$

$$\sum_{r=1}^m G_{4,m,r} = 6 + \sum_{r=1}^{m-1} \binom{m-1}{m-r+1} \binom{4}{r+1}$$

- Untuk  $m \geq n$

$$\sum_{r=1}^{n-1} G_{4,m,r} = 6 + \sum_{r=1}^{n-1} \binom{m-1}{m-r+1} \binom{4}{r+1}$$

dengan:

$n =$  banyaknya titik pada graf

$m =$  banyaknya garis pada graf

$r$  = garis maksimal yang membuat graf tidak terhubung tanpa adanya garis rangkap yang terbentuk

Penelitian yang dilakukan oleh Rohandi hanya terbatas pada titik sebanyak 3 dan 4 dengan garis sebanyak  $m \geq 1$ , oleh sebab itu penulis tertarik untuk meneliti banyaknya graf berlabel tak terhubung tanpa *loop* yang dapat terbentuk dengan titik sebanyak  $n = 5$  dan garis sebanyak  $m \geq 1$ .

### **1.2.Batasan Masalah**

Penelitian ini pembahasan dibatasi hanya untuk graf berlabel tak terhubung tanpa *loop* dengan titik sebanyak  $n = 5$  dan garis sebanyak  $m \geq 1$ .

### **1.3.Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf berlabel tak terhubung tanpa *loop* dengan titik sebanyak  $n = 5$  dan garis sebanyak  $m \geq 1$ .

### **1.4.Manfaat Penelitian**

1. Memperluas pengetahuan pengembangan keilmuan khususnya dalam bidang ilmu matematika mengenai perkembangan dari teori graf, yaitu tentang graf tak terhubung.
2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk melakukan penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika di bidang teori graf.