II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Geostatistik

Geostatistik adalah metode statistik yang digunakan untuk melihat hubungan antar variabel yang diukur pada titik tertentu dengan variabel yang sama diukur pada titik dengan jarak tertentu dari titik pertama (data spasial) dan digunakan untuk mengestimasi parameter di tempat yang tidak diketahui datanya (Oliver and Carol,2005).

Sifat khusus dari data spasial ini adalah ketakbebasan dan keheterogenan. Ketakbebasan disebabkan oleh adanya perhitungan galat pengamatan dan hasil yang diteliti dalam satu titik ditentukan oleh titik yang lainnya dalam sistem dan keheterogenan disebabkan adanya perbedaan wilayah.

2.1.1 Teori peubah acak wilayah

Peubah acak wilayah adalah peubah acak yang tersebar dalam ruang. Diberikan data spasial $\{Z(s_1),...,Z(s_n)\}$ pada lokasi spasial $\{s_1,..., s_n\}$. Jika dua peubah acak sembarang $Z(s)$ dan $Z(s+h)$ saling berautokorelasi dan bergantung secara parsial pada verktor h dalam jarak dan arah, maka ragam antara nilai - nilai Z di lokasi s dan $s+h$ adalah $Var[Z(s)-Z(s+h)]$. Ragam ini dalam statistik analisis deret waktu dan fungsi struktur peluang disebut sebagai Beda Kuadrat Tengah (Cressie,1993;Ricci1997).

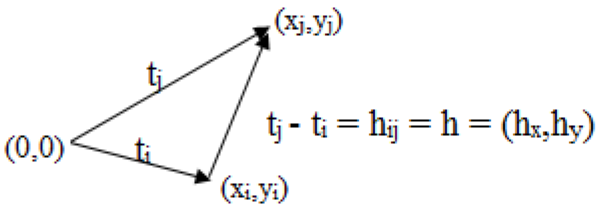
Jika $E[Z(s)] = m$, dan untuk semua himpunan peubah acak $Z(s)$ dan $Z(s+h)$ terdapat kovarians dan hanya bergantung pada vector h, dan $Cov[Z(s),Z(s+h)]=C(h)$ untuk semua s dan h, maka $Z(s)$ disebut *second order stasionary*. Jika $Z(s)$ adalah *second order stasionary* maka $E[Z(s)-Z(s+h)] = 0$ dan $Var[Z(s)-Z(s+h)] = E[\{Z(s)-Z(s+h)\}^2]$.

Jika $\{Z(s)|s \in D\}$ memenuhi $E[Z(s)] = \mu$ dan $Var[Z(s_1),Z(s_2)] = 2\gamma(s_1 - s_2)$ dan $var[Z(s_1)-Z(s_2)] = E[\{Z(s)-Z(s+h)\}^2]$, maka $Z()$ disebut *intrinsic stasionary*. Dan jika $2\gamma(s_1 - s_2) = 2\gamma^o(||s_1 - s_2||)$ hanya berupa fungsi $||s_1 - s_2||$, maka $2\gamma()$ disebut isotropik.

2.2 Autokorelasi Spasial

Autukorelasi spasial mendeskripsikan hubungan antara satu variabel dengan variabel lainnya. Salah satu alat yang digunakan untuk mendeskripsikan kontinuitas spasial adalah *h-scatterplot*.

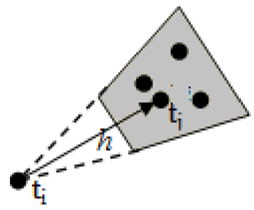
h-scatterplot menunjukkan semua pasangan nilai-nilai data yang lokasinya dipisahkan oleh jarak tertentu dalam arah umum. Lokasi untuk sembarang titik dapat digambarkan dengan suatu vektor yang memisahkan antara dua titik sembarang. Jadi, notasi vektor ini menggambarkan sepasang nilai yang dipisahkan oleh jarak tertentu dalam arah umum.



Gambar 1. Notasi Vektor Jarak

Pada gambar 1, lokasi titik di (x_i, y_i) dapat dilambangkan dengan t_i dan lokasi titik di (x_j, y_j) dapat juga dilambangkan dengan t_j. Jarak antara titik *i* dan titik *j* adalah t_j-t_i yang dapat juga digambarkan sebagai pasangan koordinat (x_j-x_i, y_j-y_i). Simbol h_{ij} menunjukkan arah vektor dari titik *i* ke titik *j* dan h_{ji} sebagai vektor dari titik *j* ke *i*.

Pada kenyataannya, banyaknya titik-titik yang dipisahkan secara tepat oleh vektor *h* mungkin akan lebih kecil atau tak ada sama sekali. Oleh karena itu, sebuah jarak dan torelansi arah diberikan untuk memasukkan titik-titik data lebih banyak di dalam perhitungan *h*. Pada gambar di bawah ini, semua titik data yang akan digunakan berada dalam area berwarna abu-abu.



Gambar 2. Contoh Vector *h* dengan Toleransi Arah

Komponen jarak *h* disebut sebagai *lag*. Torelansi yang berasosiasi dengan lag dinamakan torelansi *lag*. Torelansi yang berasosiasi dengan arah disebut sebagai torelansi sudut (Deutsch and Journel, 1992).

Selain dalam *h-scatterplot*, autokorelasi spasial dapat dianalisis dengan fungsi kovarian (*autokovarians*), fungsi korelasi (*correlogram*), dan variogram atau semivariogram.

Fungsi kovarians atau autokovarians, adalah hubungan antara kovarians *h-scatterplot* dan *h*. Fungsi kovarians, *C(h)* dapat dihitung dari persamaan sebagai berikut.

$$C(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} s_i s_j - m_{-h}.m_{+h}$$

atau

$$C(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} s_i s_j - \left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} s_k\right)^2 \qquad (2.1)$$

dengan

$v_1, \ldots, v_n$ = nilai-nilai data pengamatan

$N(h)$ = banyaknya sepasang data yang lokasinya dipisahkan jarak *h*.

m_{-h} = nilai tengah semua data yang lokasinya adalah –*h* jauhnya dari beberapa lokasi data yang lain.

$$m_{-h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{i|h_{ij}} s_i$$

m_{+h} = nilai tengah semua nilai data yang lokasinya adalah +h jaunya dari beberapa lokasi yang lain.

$$m_{+h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{j|h_{ij}} s_j$$

Hubungan antara koefisien korelasi *h-scatterplot* dengan *h* dinamakan fungsi korelasi atau *correlogram*. Fungsi korelasi ini bergantung pada nilai *h* yang merupakan vektor antara jarak dengan arah. Fungsi korelasi, $\rho(h)$ adalah fungsi kovarian yang distandarkan oleh simpangan baku.

$$\rho(h) = \frac{aC(h)}{\sigma_{-h}\sigma_{+h}} \qquad (2.2)$$

dengan

C(h) = fungsi kovarians dalam persamaan (2.1)

σ_{-h} = simpangan baku semua nilai data yang lokasinya adalah –*h* jauhnya dari beberapa lokasi data yang lain.

$$\sigma^2_{-h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{i|h_{ij=h}} s_i^2 - m^2_{-h}$$

σ_{+h} = simpangan baku semua nilai data yang lokasinya adalah $+h$ jauhnya dari beberapa lokasi data yang lain.

$$\sigma^2_{+h} = \frac{1}{N(h)} \sum_{j|h_{ij=h}} s_j^2 - m^2_{+h}$$

Moment inersia dapat dihitung dari persamaan berikut ini.

$$moment\ inersia = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2 \qquad (2.3)$$

Moment inersia adalah ½ beda kuadrat rata-rata antara koordinat *x* dan *y* untuk setiap pasangan titik-titik pada *h-scatterplot*, faktor ½ adalah konsekuensi dari fakta bahwa suatu jarak titik-titik tersebut tegak lurus terhadap garis 45 derajat.

Variogram didefinisikan sebagai hubungan vektor $h = s_1 - s_2$ atau hubungan jarak dengan sudut arah $h = (L,\theta)$, dengan L adalah *lag*. Fungsi variogram untuk $s_1 - s_2$ adalah sebagai berikut.

$$2\gamma(s_1 - s_2) = \mathrm{Var}\left[Z(s_{1)}) - Z(s_2)\right] \tag{2.4}$$

Semivariogram,$\gamma(h)$, merupakan ½ beda kuadrat rata – rata antara sepasang nilai data.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} (s_i - s_j)^2 \tag{2.5}$$

Nilai - nilai $\rho(h)$, *C(h)*, dan $\gamma(h)$ tak berpengaruh apabila kooedinat i dan j ditukar arahnya pada persamaan sebelumnya. Sebagai contoh persamaan (2.5) akan menjadi

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(j,i)|h_{ij}=h} (s_j - s_i)^2 \tag{2.6}$$

Dengan menjumlahkan semua pasangan nilai (*i*,*j*) yang dipisahkan oleh +*h*, diperolah jumlah semua pasangan (*i*,*j*) yang dipisahkan olah –*h* dan persamaan (2.6) menjadi :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=-h} (s_j - s_i)^2 \tag{2.7}$$

Sisi sebelah kana akan sama dengan (h) , sehingga diproleh hasil bahwa $\gamma(h) = \gamma(-h)$ (Isaaks and Srivastava, 1998).

2.2.1 Komponen Variogram atau Semivariogram

Komponen dalam variogram atau semivariogram adalah sebagai berikut.

1. *Range*

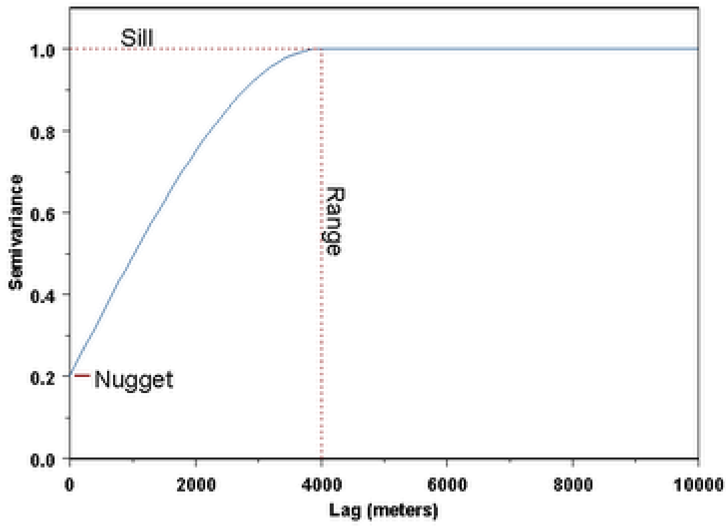
   Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), *range* adalah jarak dimana variogram adalah sebuah dataran tinggi atau sebuah masa stabil. Jarak dimana variogram mencapai nilai *sill*. Sedangkan menurut Dorsel dan Breche (1997), range adalah jarak antara lokasi-lokasi dimana pengamatan-pengamatannya terlihat independen, yakni ragamnya tidak mengalami suatu kenaikan. Dalam grafik variogram range dinyatakan dengan lambang “a” yaitu jarak pada sumbu horizontal mulai dari titik nol sampai titik proyeksi perubahan variogram dari miring ke mendatar. Pada jarak *range* ini Variabel dipengaruhi oleh posisi. Dalam batas *range*, antara nilai $Z(s)$ dengan nilai lain akan terdapat korelasi. Besarnya korelasi dari satu nilai ke nilai lain akan berkurang sesuai dengan bertambah jaraknya. Dalam praktek, *range* akan mempengaruhi korelasi spasialnya.

2. *Sill*

   Menurut Isaaks dan Srivastava (1989), masa stabil suatu variogram yang mencapai rangenya disebut dengan *sill*. Menurut Dorsel dan Breche (1997), *sill* mendeskripsikan dimana variogramnya menjadi suatu wilayah yang datar, yakni ragamnya juga tidak mengalami suatu kenaikan.

3. *Nugget Effect*

   Kediskontinuan pada pusat variogram terhadap garis vertikal yang melompat dari nilai 0 pada pusat ke nilai variogram pada pemisahan jarak terkecil disebut dengan *nugget effect*. Rasio *nugget effect* terhadap *sill* seringkali disebut sebagai *nugget effect* relative dan biasanya dinyatakan dalam persen (Isaaks and Srivastava, 1989). N*ugget effect* dapat berupa kesalahan sistematis atau biasanya kesalahan yang dibuat oleh manusia, kesalahan membaca alat, kesalahan sampling, dll disebut dengan *nugget effect.*



Gambar 3.Semivariogram

2.2.2 *Experimental* Variogram

Experimental variogram adalah suatu nilai dugaan dari variogram berdasarkan pada penarikan sampel. Dalam metode umum memplot *eksperimental* variogram, sumbu-sumbu jarak yang memisahkan antara dua titik dibagi ke dalam selang-selang berurutan, serupa dengan histogram. Sebagai alat analisis eksploitasi, *experimental* variogram mempunyai *drawback* yang grafiknya bergantung pada pemilihan selang-selang dan dipengaruhi oleh metode rata-ratanya. Yang termasuk dalam pengertian *experimental* variogram adalah:

1. Scale

Experimental variogram adalah sebuah grafik yang biasanya lebih digunakan dalam aplikasi geostatistik untuk menyelidiki ketakbebasannya. *Experimental* ini berisi informasi tentang fluktuasi variabel *scale*.

2. Dekat dengan Pusat

Kelakuan variogram pada jarak-jarak yang kecil menentukan apakah fungsi spasial terlihat kontinu dan mulus. Sedangkan kelakuan *experimental* variogram pada pusat (pada jarak-jarak pendek) menyatakan derajat fungsi kemulusannya.

3. Large-Scale Bahavior

Kelakuan variogram pada jarak-jarak yang sebanding dengan ukuran daerahnya menentukan apakah fungsi tersebut merupakan fungsi *stationary*.

Sebagai suatu fungsi, *experimental* variogram akan menstabilkan suatu nilai disekitarnya, yakni *sill*. Sebagai fungsi *stationary, sill* yang diperoleh akan mendeskripsikan panjang *scale*nya. (Kitanidis, 1997).

2.2.3 Robust Variogram

Cressie (1993) menggunakan robust dalam variogram untuk mendeskripsikan prosedur kesimpulan yang stabil ketika asumsi model menyimpang dari model pusat. Penduga robust dirumuskan sebagai berikut.

$$2\gamma(h) = \frac{\left[\frac{1}{N(h)}\sum_{N(h)}\sqrt{(z(s)-z(s+h))}\right]^4}{(0.457+0.494)/N(h)} \tag{2.9}$$

Dengan *N(h)* adalah banyaknya pasangan data pada sampel *lag* yang dipisahkan oleh vector *h*. *Z(s) dan Z(s+h)* adalah variable sebarang di titik *s* dan *s+h.*

2.2.4 Model – Model Teoritis dalam Semivariogram

Semua model yang dinyatakan dalam semivariogram diasumsikan bahwa $\gamma(0) = 0$ dan semua model teoritisnya adalah isomorpik, artinya semua model teoritis mengasumsikan bahwa arah sudut tidak dipengaruhi oleh struktur korelasi, dan hanya parameter *lag* yang dipertimbangkan.

Sementara data yang sebenarnya dapat memiliki *trend* dengan suatu arah disebut *anisotropic* . Proses *anisotropic* dapat berbeda dalam bentuk model, *sill*, atau *range* dan bergantung pada arah. Perkalian model variogram *isotropic* digunakan untuk menggambarkan *anisotropic* ini.

Menurut Isaaks dan Srivastava(1989), model – model dasar dalam variogram adalah :

1. *Model Spherical*

   Model Spherical adalah model yang paling sering digunakan dalam variogram. Bentuk persamaan bakunya adalah sebagai bergikut.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 1.5\frac{h}{a} - 0.5\left(\frac{h}{a}\right)^3 , jika\ h \leq a \\ 1 \quad , selainnya \end{cases} \qquad (2.10)$$

   Dimana *h* adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang dan *a* adalah *range* . Model ini akan berbentuk linear pada jarak kecil yang dekat dengan pusat, tetapi meluruskan untuk jarak yang besar, dan memberikan *sill* di *a*.

2. *Model Eksponensial*

Model transisi lain yang biasa digunakan adalah model eksponensial yang memberikan *sill* asimtotik. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = 1 - exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \tag{2.11}$$

Dimana a adalah *range* dan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang. Seperti model spherical, model eksponensial berbentuk linear untuk semua jarak pendek yang dekat dengan pusatnya.

3. *Model Gaussian (Normal)*

Model *Gaussian* adalah model transisi yang sering kali digunakan untuk memodelkan fenomena kontinu yang ekstrim dan juga memberikn *sill* asimtotik. Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = 1 - exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right) \tag{2.12}$$

Dengan parameter a didefinisikan sebagai *range* dalam praktek atau jarak, dan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang.

4. *Model Linear*

Model linear bukan merupkan model transisi karena tidak terdapat jangkauan *sill*, tetapi naik secara linear terhadap h. Bentuk bakunya dapat ditulis secara sedarhana sebagai berikut,

$$\gamma(h) = |h| \tag{2.13}$$

Dengan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang.

Sedangkan menurut Kitanidis (1997), model dalam variogram dibagi menjadi model *intrinsic stasionary* dan moden *intrinsic nonstasionary*.

Model *Intrinsic Stasionary*

Pada model *stasionary*, variogram dengan jarak yang besar akan sama dengan *sill*nya, sehingga $\gamma(\infty) = R(0) = \sigma^2$ (Kitanidis,1997). Yang termasuk dalam model s*tasionary* adalah sebagai berikut.

1. *Model Gaussian*

   Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{h^2}{L^2}\right)\right) \tag{2.14}$$

   Dengan h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang, ragam,σ^2 > 0 dam *lag*,L > 0 adalah dua parameter dalam model ini. Karena fungsi kovarian menjadi asimtotik, maka *range a* yang merupakan jarak untuk korelasi 0.05 adalah $a \approx 7L/4$.

2. *Model Eksponensial*

   Bentuk persamaannya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = \sigma^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{h}{e}\right)\right) \tag{2.15}$$

   Dengan parameternya adalah ragame σ^2 > 0 dan panjang (atau integral scale), *e>0* , serta h adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang. Rangenya adalah $\approx 3e$.

3. *Model Spherical*

$$\gamma(h) = \begin{cases} \left(1.5\frac{h}{a} - 0.5\left(\frac{h}{a}\right)^3\right)\sigma^2, untuk\ 0 \le h \le a \\ \sigma^2 \quad , untuk\ h > a \end{cases} \tag{2.16}$$

Dimana parameternya adalah ragam, $\sigma^2 > 0$, dan *range a > 0* , serta *h* adalah jarak tertentu dalam arah umum yang memisahkan dua titik sebarang.

4. *Model Hole-ffect*

Model *Hole-effect* atau *Wave* adalah model satu dimensi yang digunakan untuk menunjukkan beberapa tipe *pseudo-periodicity*, yang dinyatakan dalam persamaan berikut.

$$\gamma(h) = \sigma^2\left[1 - \left(1 - \frac{h}{L}\right) exp\left(-\frac{h}{L}\right)\right] \tag{2.17}$$

Dimana parameter ragam, $\sigma^2 > 0$, *scale* spasial, L > 0, dan *h* adalah jarak antara dua titik sebarang. Model ini tidak dapat digunakan untuk menggambarkan fungsi dua atau lebih peubah acak(dimensi).

5. *Model Nugget Effect*

Bentuk persamannya adalah sebgai berikut.

$$\gamma(h) = C_o(1 - \delta(h)) = \begin{cases} C_o, h > 0 \\ 0, h = 0 \end{cases} \tag{2.18}$$

Dimana $C_o > 0$ adalah ragam *nugget* dan $\delta(h)$ adalah delta *Krenecker*, yang bernilai 1 jika *h* = 0 dan bernilai 0 untuk selainnya. Variogram diskontinu pada pusat apabila melompat dari O (pada *h = 0)* ke σ^2 (pada *h > 0)* .

Model *Intrinsic Nonstasionary*

Fungsi *intrinsic* adalah *nonstasionary* jika variogramnya cenderung tak berhingga, sehingga h cenderung tak berhingga (Kitanidis, 1997). Yang termasuk dalam model *intrinsic nonstasionary* adalah sebagai berikut.

1. *Model Pangkat*

   Variogram untuk model pangkat adalah sbagai berikut.

$$\gamma(h) = \theta h^{s} \tag{2.19}$$

   Dimana dua parameternya adalah koefisien, $\theta > 0$ dan ekspoen, 0 < s < 2 .

2. *Model Linear*

   Bentuk persamaannya adalah

$$\gamma(h) = \theta h \tag{2.20}$$

   Dimana parameternya adalah *slope* variogram, > 0 . Model ini adalah kasus special model pangkat untuk s = 1.

3. *Model Logaritmik*

   Variogramnya adalah sebagai berikut.

$$\gamma(h) = Alog(h) \tag{2.21}$$

   Dimana A > 0. Model ini hanya digunakan untuk *integral* terbatas volume dan tidak dapat digunakan secara langsung dengan titik nilai peubah acak wilayah.

4. *Model Superposisi*

   Model ini adalah tipe variogram tambahan yang diperoleh dari model matematika lain yang cocok dalam variogram. Sebagai contoh, diperoleh persamaan model sebagai berikut yang merupakan kombinasi antara variogram linear dan variogram *nugget effect.* (2.22)

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_o + \theta h, h > 0 \\ 0, h = 0 \end{cases}$$

Dengan dua parameter yaitu ragam, $C_o \geq 0$ dan *slope*, $\theta \geq 0$.

2.3 *Kriging*

Kriging merupakan suatu teknik interpolasi untuk mencari nilai dugaan pada kasus data spasial . Penduga kriging merupakan penduga yang bersifat *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE), artinya nilai dugaan yang didapatkan berbentuk linear, tidak berbias, dan memiliki ragam minimum.

Dalam penelitian ini, akan menggunakan metode *ordinary kriging* dan *universal kriging*. Kedua metode tersebut memanfaatkan nilai tengah data sampel. Prediksi spasial didasari oleh dua asumsi, yaitu asumsi model dan asumsi prediktor.

Misalkan daerah spasial acak dengan $(s), s\epsilon D \subset R^2$, maka :

1. Asumsi Model

   Ordinary kriging

   $Z(s) = \mu + \delta(s)$

   Dengan μ adalah nilai tengah yang tidak diketahui dan bersifat konstan. $\delta(s)$ adalah nilai tengah nol daerah spasial acak yang menggambarkan keragaman disekitar nilai tengahnya.

Universal kriging

$$Z(s) = \sum_{l=1}^{k} a_l f^l(s) + e(s)$$

$$Z(s) = m(s) + e(s)$$

Dimana *m(s)* adalah nilai tengah *drift* yang tidak diketahui dan tidak konstan. *e(s)* adalah *error* atau residual.

Drift adalah ekspektasi *nonstasionary* dari fungsi acak *Z(s)* , dan residual memiliki ekspektasi nol. *E[Z(s)] = m(s)* = $\sum_{l=1}^{k} a_l f^l(s)$ dan *E[e(s)]=0.*

2. Asumsi Prediktor

   Ordinary Kriging

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i Z(s_i), \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i = 1$$

   Universal Kriging

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i Z(s_i),$$

$$\sum_{i=1}^{N(h)} \lambda_i f^l(s_i) = f^l(s), \forall l = 1\ sampai\ k$$

(Journel and Huijbregts,1978)

Misalkan diberikan n buah Z dilokasi dengan koordinat spasial $Z_1 Z_2, \ldots, Z_n$ nilai dugaan Z di titik s_0. Maka penduganya adalah kombinasi linear pembobot sampel yang ada.

$$\hat{Z} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z \tag{2.23}$$

Dimana λ_1, λ_2,…, λ_n adalah pembobot untuk nilai $Z_1 Z_2,\ldots,Z_n$ dan $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 1$ untuk *ordinary kriging* dan $\sum_{i=1}^{N(h)}\lambda_i f^l(s_i) = f^l(x)$ untuk *universal kriging*.

Dugaan galat ke-i, r_i adalah simpangan antara nilai dugaan dengan nilai sebenarnya pada lokasi yang sama.

$$r_i = \hat{Z} - Z_i \qquad (2.24)$$

Nilai rata-rata galat dari dugaan himpunan k adalah

$$m_r = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} r_i = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(\hat{Z} - Z_i) \qquad (2.24)$$

Pada kenyataanya, persamaan (2.11) tidak dapat digunakan karena tidak diketahui nilai sebenarnya dari seluruh koordinat spasial $Z_1 Z_2,\ldots,Z_n$ Untuk penyelesaikannya maka digunakan fungsi acak $Z(s_i)$. s_i adalah lokasi data pengamatan dengan batasan $0 < i < n$ (n adalah jumlah banyaknya data pengamatan).

2.3.1 Best Linear Unbiased Estimation(BLUE)

Menurut Isaaks dan Srivastava(1989) dan Jensen,*et al.,(*1997) , penduga *kriging* merupakan penduga tak bias terbaik atau BLUE, jika memenuhi asumsi

1. Linear

   Penduga dikatakan linear apabila penduganya adalah kombinasi linear pembobot dari nilai – nilai data di titik – titik yang diketahui.

2. Tak bias

   Penduga bersifat tak bias apabila nilai tengah galatnya sama dengan nol.

3. Terbaik

   Penduga dikatakan terbaik apabila penduganya mempunyai ragam yang minimum.

2.3.2 Metode Lagrange

Untuk mememinimumkan suatu fungsi yang terkendala oleh fungsi lain, dapat diselesaikan dengan metode Lagrange, yaitu dengan menambahkan variabel baru yang diketahui, misalkan λ.

Misalkan meminimumkan suatu fungsi *f(x,y)* yang terkendala oleh *g(x,y)≥0* , maka prosedurnya adalah sebagai berikut.

a. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} - \lambda \frac{\partial g(x,y)}{\partial x} = 0$

b. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} - \lambda \frac{\partial g(x,y)}{\partial y} = 0$

c. $\lambda g(x,y) = 0$ dimana $g(x,y) \geq 0$.

Jika nilai *x* dan *y* memenuhi ketiga kondisi tersebut, maka nilai tersebut merupakan nilai yang meminimumkan fungsi *f(x,y)* .

2.4 Sarana Identifikasi Metode Box-Jenkins

Metode peramalan Box Jenkins adalah suatu metode yang dapat menjadi alternatif apabila dalam data terdapat pola-pola data deret waktu yang rumit. Kerumitan itu terjadi karena terdapatnya variasi dari pola data yang ada. Peralatan (sarana) pengidentifikasian yang dipergunakan pada metode Box-Jenkins adalah ukuran nilai autokorelasi untuk berbagai pola data yang berbeda, yang disesuaikan agar dapat digambarkan dan dibandingkan dengan dasar pola yang teoritis.

1. Model-model linear untuk deret yang statis (*stationary series*).

   Jika proses yang mendasari suatu deret berkala didasarkan pada nilai tengah konstan dan ragam konstan, maka deret berkala dikatakan *stasioner*. Model-model linear untuk deret yang statis menggunakan model *autoregressive-moving average* (ARMA).

2. Model-model linear untuk deret yang tidak statis (*nonstationary series*).

   Suatu deret berkala menunjukkan sifat nonstasioner jika proses yang mendasarinya tidak memiliki nilai tengah yang konstan dan/atau nilai ragam yang konstan. Model-model linear untuk deret yang tidak statis menggunakan model *autoregressive integrated moving average* (ARIMA).

2.4.1 Koefisien Autokorelasi (ACF)

Menurut Makridakis (1999), koefisien autokorelasi adalah angka yang menunjukkan tingkat keeratan antara nilai-nilai peubah yang sama dengan selang waktu yang berbeda. Autokorelasi antar data yang berurutan, merupakan suatu sarana untuk mengidentifikasikan pola dasar yang menggambarkan data itu. Autokorelasi pada selang waktu ke-k, r_k, adalah:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2} \qquad (2.25)$$

nilai r_k berkisar antara 1 dan –1.

Data deret waktu membentuk *trend* jika koefisien autokorelasi berangsur – angsur deret mendekati nol. Dengan koefisien autokorelasi untuk *lag* waktu 1, biasanya sangat besar (mendekati 1), dan koefisien korelasi untuk *lag* 2 juga membesar, tapi tidak sebesar *lag* 1.

Apabila data tidak stasioner, maka dapat dilakukan proses diferensi untuk membuat data tersebut menjadi stasioner. Bentuk persamaan umum diferensi adalah sebagai berikut.

$$\omega_t = (1 - B)^d Z_i$$

Dimana ω_t adalah deret waktu yang stasioner, d adalah derajat diferensi (d = 0,1,...), B adalah operator langkah mundur (*backshift operator*) dengan $B^d Z_i = Z_{i-d}$, dan Z_i adalah peubah acak wilayah pada lokasi spasial *i*.

Untuk proses diferensi pertama, *d* = 1, adalah $\omega_t = (1 - B)Z_i = Z_i - Z_{i-1}$.

2.5 Program *R*

Simulasi dalam penelitian ini akan dilakukan dengan menggunakan program *R* yang merupakan salah satu *software open source* yang dapat digunakan untuk membantu pegolahan data dan juga untuk membuat plot. *R* yang digunakan adalah *R* versi 3.0.1 yang dikeluarkan pada tanggal 3 April 2013 oleh *The R Foundation for Statistical Computing*. Dalam pengoprasiannya, *R* menggunakan *packages* yang telah tersedia dan dapat juga berasal dari program yang telah di buat orang lain. Dalam program ini, digunakan beberapa *packages*, yaitu : *spasial*, *lattice*, dan *nlme*.