

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika (*Mathematical Modeling*)

Model adalah representasi penyederhanaan dari sebuah realita yang complex (biasanya bertujuan untuk memahami realita tersebut) dan mempunyai *feature* yang sama dengan tiruannya dalam melakukan *task* atau menyelesaikan permasalahan. Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada, atau representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep-konsep matematis melalui konsep himpunan, atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem matematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan obyek-obyek matematika (misalnya keberadaan semua bilangan) dan kemudian mencari dan menganalisis keberadaan operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-masing obyek atau pada obyek-obyek tersebut. Independensi dua hukum matematis yang lebih dikenal dengan nama *axiom of choice*, dan *continuum hypothesis* dari aksioma-aksioma teori himpunan (dibuktikan oleh Paul Cohen dan Kurt Godel) adalah dua hasil terkenal yang diperoleh dari teori model. Telah dibuktikan bahwa *axiom of choice* dan negasinya konsisten dengan aksioma-aksioma Zermelo-Fraenkel dalam teori himpunan dan hasil yang sama juga dipenuhi oleh *continuum hypothesis*. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika

yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan-aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut solusi matematika. Jika penyelesaian tidak valid atau tidak memenuhi model matematika maka solusi masalah belum ditemukan, dan perlu dilakukan pemecahan ulang atas model matematikanya

(Frederich H. Bell 1978)

Contoh model matematika adalah:

Pertumbuhan populasi bakteri

Suatu jenis bakteri membelah dua setiap detik. Maka jumlah bakteri adalah :

$$Y = 2^t$$

dengan $t =$ waktu (detik)

Untuk mencari kapan bakteri mencapai jumlah tertentu adalah :

$$t = \frac{\log y}{\log 2}$$

Model adalah pola (contoh, acuan, ragam) dari sesuatu yang akan dibuat atau

Dihasilkan. Definisi lain dari model adalah abstraksi. Dari sistem sebenarnya, dalam gambaran yang lebih sederhana serta mempunyai tingkat prosentase yang bersifat menyeluruh, atau model adalah abstraksi dari realitas dengan hanya

memusatkan perhatian pada beberapa sifat dari kehidupan sebenarnya.
(*Simamarta, 1983*).

Jenis-jenis model dapat dibagi dalam lima kelas yang berbeda :

1) Kelas I, pembagian menurut fungsi :

a. Model deskriptif : hanya menggambarkan situasi sebuah sistem tanpa

rekomendasi dan peramalan.

Contoh : peta organisasi

b. Model prediktif : model ini menunjukkan apa yang akan terjadi, bila sesuatu terjadi.

c. Model normatif : model yang menyediakan jawaban terbaik terhadap satu persoalan. Model ini memberi rekomendasi tindakan-tindakan yang perlu diambil.

Contoh : model budget advertensi, model economics, model marketing.

2) Kelas II, pembagian menurut struktur.

a. Model Ikonik : adalah model yang menirukan sistem aslinya, tetapi dalam suatu skala tertentu.

Contoh : model pesawat.

b. Model Analog : adalah suatu model yang menirukan sistem aslinya dengan hanya mengambil beberapa karakteristik utama dan menggambarkannya dengan benda atau sistem lain secara analog.

Contoh : aliran lalu lintas di jalan dianalogkan dengan aliran air dalam sistem pipa.

c. Model Simbolis : adalah suatu model yang menggambarkan sistem yang ditinjau dengan simbol-simbol biasanya dengan simbol-simbol matematik.

Dalam hal ini sistem diwakili oleh variabel-variabel dari karakteristik sistem yang ditinjau.

3) Kelas III, pembagian menurut referensi waktu.

a. Statis : model statis tidak memasukkan faktor waktu dalam perumusannya.

b. Dinamis : mempunyai unsur waktu dalam perumusannya.

4) Kelas IV, pembagian menurut referensi kepastian.

a. Deterministik : dalam model ini pada setiap kumpulan nilai input, hanya ada satu output yang unik, yang merupakan solusi dari model dalam keadaan pasti.

b. Probabilistik : model probabilistik menyangkut distribusi probabilistik dari input atau proses dan menghasilkan suatu deretan harga bagi paling tidak satu variabel output yang disertai dengan kemungkinan-kemungkinan dari harga-harga tersebut.

c. Game : teori permainan yang mengembangkan solusi-solusi optimum dalam menghadapi situasi yang tidak pasti.

5) Kelas V, pembagian menurut tingkat generalitas.

a. Umum

b. Khusus

Model yang akan disusun dalam penelitian ini termasuk model Simbolis, yaitu model yang menggambarkan sistem yang ditinjau dengan simbol-simbol biasanya dengan simbol-simbol matematik. Dalam hal ini sistem diwakili oleh variabel-variabel dari karakteristik sistem yang ditinjau.

pemodelan adalah deskriptif lengkap mengenai satu sistem dari perspektif tertentu atau suatu bentuk penyederhanaan dari sebuah elemen dan komponen yang sangat kompleks untuk memudahkan pemahaman dari informasi yang dibutuhkan. Pemodelan matematika merupakan proses dalam memperoleh pemahaman matematika melalui konteks dunia nyata. Dalam pemodelan matematik bahwa masalah nyata yang sering dihadapi dalam kehidupan sehari-hari perlu disusun dalam suatu model matematik sehingga, mudah dicari solusinya. Proses pembentukan model matematika melalui tahap abstraksi dan idealisasi. Dalam proses ini diterapkan prinsip-prinsip matematika yang relevan sehingga menghasilkan sebuah model matematika yang diharapkan. Beberapa hal penting dan perlu agar model yang dibuat sesuai dengan konsep masalah antara lain, masalah itu harus dipahami karakteristiknya dengan baik, disusun formulasi modelnya, model itu divalidasi secara cermat, solusi model yang diperoleh diinterpretasikan dan kemudian diuji kebenarannya. Metodologi dasar dalam proses penentuan model matematika atau sering disebut pemodelan matematika, ada beberapa tahap yaitu:

- a) tahap masalah,
- b) karakterisasi masalah,
- c) formulasi model matematika,
- d) analisis,
- e) validasi,
- f) perubahan dan
- g) model yang memadai

Pemodelan matematika merupakan proses dalam memperoleh pemahaman matematika melalui konteks dunia nyata. Menurut Lovitt (1991) pemodelan matematika ditandai oleh dua ciri utama, yaitu (1) pemodelan bermula dan berakhir dengan dunia nyata, (2) pemodelan membentuk suatu siklus. (*Senk dan Thompson, 2003*).

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) ke dalam bagian-bagian matematika yang disebut dunia matematika (*mathematical world*). Pemodelan matematika juga merupakan representasi dari objek, proses, atau hal lain yang diharapkan dapat diketahui polanya sehingga dapat dianalisis.

(Dym and Ivey, 1980)

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena - fenomena alam) ke dalam bagian - bagian matematika yang disebut dunia matematika. Ada dua tipe model matematika, yaitu model bertipe deterministik dan model bertipe empirik. Model deterministik merupakan suatu model matematika yang dibangun berlandaskan hukum-hukum atau sifat -

sifat yang berlaku pada sistem. Sedangkan model empiric lebih cenderung kepada fakta yang diberikan oleh sistem atau data.

(Giordano dan Weir,2002)

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk merepresentasi dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem di dunia real dalam pernyataan matematik sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia real ini menjadi lebih tepat.

Contoh pemodelan matematika adalah :

Misalnya, mutu lulusan sekolah dasar (M)

tergantung atas beberapa faktor, seperti kualitas guru (x_1), kualitas masukan (x_2), relevansi kurikulum (x_3), dan sarana penunjang pembelajaran (x_4). Jika disusun rumusan unsur-unsur ini, dapat dinyatakan bahwa mutu lulusan adalah fungsi dari faktor-faktor x_1, x_2, x_3 , dan x_4 . Dalam bentuk model matematik hubungan ini dapat ditulis dengan $M = F(x_1, x_2, x_3, x_4)$ atau secara singkat ditulis $M = f(x)$, dengan pemahaman bahwa variabel x mewakili variabel x_1, x_2, x_3 dan x_4 . Bentuk penulisan terakhir ini menunjukkan adanya simplikasi (penyederhanaan) cara penulisan hubungan antara variabel yang satu dengan variabel lainnya.

Perihal mutu lulusan yang dipengaruhi oleh mutu guru, mutu masukan, relevansi kurikulum dan sarana penunjang lainnya merupakan kondisi obyektif suatu fakta yang secara realitas terjadi di sektor pendidikan. Kondisi nyata demikian diabstraksikan kemudian ketidaksempurnaan yang terdapat pada masing-masing

unsur dieliminir dan dipandang telah sesuai dengan kondisi sesungguhnya. Proses ini disebut proses abstraksi dan idealisasi. Dalam proses ini diterapkan prinsip-

prinsip matematika yang relevan sehingga menghasilkan sebuah model matematika yang diharapkan. Model matematika yang dihasilkan, baik dalam bentuk persamaan, pertidaksamaan, sistem persamaan atau lainnya terdiri atas sekumpulan lambang yang disebut variabel atau besaran yang kemudian di dalamnya digunakan operasi

matematika seperti tambah, kali, kurang, atau bagi. Dengan prinsip-prinsip matematika tersebut dapat dilihat apakah model yang dihasilkan telah sesuai dengan rumusan sebagaimana formulasi masalah nyata yang dihadapi. Hubungan antara komponen-komponen dalam suatu masalah yang dirumuskan dalam suatu persamaan matematik yang memuat komponen-komponen itu sebagai variabelnya, dinamakan model matematik. Dan proses untuk memperoleh model dari suatu masalah dikatakan pemodelan matematika.

Terdapat beberapa jenis model matematika antara lain :

1) model empiris

pada model empiris data yang berhubungan dengan problem menentukan peran yang penting. Dalam pendekatan ini gagasan yang utama adalah mengkonstruksi formula (persamaan) matematika yang dapat menghasilkan grafik yang terbaik untuk mencocok data.

2) Model simulasi

Dalam pendekatan ini program komputer dituliskan didasarkan pada aturan-aturan yang dipercaya untuk membentuk suatu proses

3) Model stokastik

Model Stokastik adalah model matematika dimana gejala-gejala dapat diukur dengan derajat kepastian yang tidak stabil.

Pada Model Stokastik disebut juga model probabilistik peluang dari masing-masing kejadian benar-benar di hitung, menyusun sebuah model stokastik cenderung lebih sulit dari model deterministik.

Kaidah-kaidah peluang adalah alat matematika yang cukup vital dalam menyusun model stokastik.

Contoh model stokastik adalah teori antrian dan teori permainan, dimana ini merupakan pengembangan dari riset operasi modern.

Berkenaan dengan karakteristik persoalan yang hendak diselesaikan dengan pendekatan OR, maka dibedakan dua jenis permasalahan:

- (1) Deterministik, dicirikan oleh nilai-nilai parameternya yang pasti dan *time-invariant*,
- (2) Stokastik, dicirikan oleh ketidakpastian nilai parameter-parameternya dan *time-variant*.

Contoh penerapan pemodelan stokastik adalah : Rantai Markov dengan Waktu Diskret, Proses Poisson, Rantai Markov dengan Waktu Kontinu, Proses bercabang Dan Proses Pembaruan dan Penerapannya

Kejadian stokastik adalah kebolehjadian yang hanya dapat ditentukan distribusi frekuensinya. jadi kejadian stokastik ini tidak dapat ditentukan fungsinya dengan pasti, namun hanya berupa kisaran fungsi yang nilainya belum dapat ditetapkan.

Contoh dari kejadian stokastik adalah jumlah daun yang berguguran setiap harinya. Helai-helai daun berguguran dari hari ke hari, namun belum dapat dipastikan berapa jumlahnya dan fungsi seperti apa yang dapat menggambarkan proses bergugurnya daun-daun tersebut.

Kejadian stokastik ini dapat didekati dengan suatu fungsi interval yang bentuknya akan menyerupai, yaitu pada saat-saat tertentu mencapai nilai maksimal sedangkan saat yang lain mencapai titik minimal. (*Widowati dan Sutini 2007*).

2.2 Konstruksi

Konstruksi merupakan suatu kegiatan membangun sarana maupun prasarana. Dalam sebuah bidang arsitektur atau teknik sipil, sebuah konstruksi juga dikenal sebagai bangunan atau satuan infrastruktur pada sebuah area atau pada beberapa area. Konstruksi juga dapat didefinisikan sebagai susunan (model, tata letak) suatu bangunan (rumah, jembatan, dll). Walaupun kegiatan konstruksidikenal sebagai satu pekerjaan,tetapi dalam kenyataannya konstrusi merupakan satuan kegiatan yang terdiri dari beberapa pekerjaan lain yang berbeda.

Pada umumnya kegiatan konstrusi diawasi oleh manajer proyek, insinyur disain, atau arsitek proyek. Orang-orang ini bekerja di dalam kantor , sedangkan pengawasan lapangan biasanya diserahkan kepada mandor proyek yang mengawasi buruh bangunan, tukang kayu, dan ahli bangnan yang lainnya untuk menyelesaikan fisik sebuah konstruksi.

Untuk keberhasilan pelaksanaan proyek konstruksi, perencanaan yang efektif sangatlah penting. Hal ini terkait dengan rancang-bangun (desain dan pelaksanaan) infrastruktur yang mempertimbangkan mengenai dampak pada lingkungan / AMDAL metode penentuan besarnya biaya yang diperlukan / anggaran, disertai dengan jadwalperencanaan yang baik, keselamatan lingkungan kerja, ketersediaan material bangunan, logistik, ketidaknyamanan publik terkait

dengan yang disebabkan keterlambatan persiapan tender dan penawaran dan lain-lain. (*H. Burns 2000*)

2.3 Menara

Menara adalah bangunan atau tower yang terbuat dari susunan tiang batu bata, rangkaian besi atau pipa yang berbentuk segitiga ataupun segi empat, atau hanya berupa pipa panjang (tongkat), yang bertujuan untuk menempatkan sebuah turbin (kincir angin), antenna dan radio pemancar maupun penerima gelombang telekomunikasi dan informasi.

Menara adalah sebuah struktur bangunan buatan manusia dan tingginya lebih dari lebarnya. Menara dibangun untuk menjadi sebuah mercu tanda sebuah organisasi. Justru itu menara dibangun dengan lebih cantik, tetapi tujuan utama pembangunan sebuah menara untuk memelihara ruang dan tanah.

Kebanyakan menara dibangun berbentuk seakan sama tetapi kenyataannya arsitekturnya berbeda. Menara biasanya mempunyai atau terdapat antenna atau turbin (kincir angin) pada puncaknya.

Menara dibangun pasti mempunyai tujuan. Beberapa tujuan pembangunan menara antara lain :

- 1) Menjadikan suatu tempat menjadi lebih indah dan mengagumkan.
- 2) Menguatkan tanah
- 3) Sebagai pemandangan

- 4) Sebagai objek pariwisata
- 5) Sebagai tempat untuk membantu pengawasan, misalnya menara pemandu udara yang berada di lapangan udara atau lapangann terbang
- 6) Sebagai tempat untuk membantu keselamatan, misalnya menara pengawas di penjara
- 7) Sebagai tempat untuk membantu mengawasi terjadinya kebakaran, misalnya kebakaran hutan
- 8) Sebagai tempat untuk membantu menyebarkan cahaya (rumah api)
- 9) Sebagai tempat untuk membantu menyebarkan bunyi (lonceng di menara gereja, adzan di menara masjid)
- 10) Sebagai tempat untuk menunjukkan waktu (menara jam).

Beberapa contoh bangunan menara turbin (kincir angin) :



Gambar1. menara kincir angin



Gambar 2. menara kincir angin



Gambar 3. menara kincir angin

2.4 Angin

Angin adalah udara yang bergerak yang diakibatkan oleh rotasi bumi, dan juga karena adanya perbedaan tekanan udara disekitarnya.

Angin bergerak dari tempat bertekanan udara yang tinggi ke tempat yang bertekanan udara rendah. Apabila dipanaskan, udara memuai. Udara yang telah memuai menjadi lebih ringan sehingga naik. Apabila hal ini terjadi, tekanan udara turun karena udaranya berkurang. Di atas tanah udara menjadi panas lagi dan naik kembali. Aliran naiknya udara panas dan turunnya udara dingin ini disebut konveksi.

2.5 Energi Potensial

Energi potensial dari suatu sistem adalah energi yang dimiliki suatu benda karena memiliki ketinggian tertentu dari tanah. Energi potensial ada karena adanya gravitasi bumi. Atau energi potensial adalah energi yang dihubungkan dengan konfigurasi ruang dari komponen-komponennya dan interaksi antara satu dengan yang lainnya. Jumlah arkitel yang mengeluarkan gaya satu sama lain yang secara otomatis membentuk sebuah sistem dengan energi potensial . gaya-gaya tersebut, contohnya, dapat timbul dari interaksi elektrostastik.

Persamaan yang digunakan energi potensial adalah:

$$E_p = m.g.h$$

dimana :

E_p = energi potensial

m = massa (kg)

g = percepatan gravitasi (m/s^2)

h = perubahan ketinggian (meter)

(Daryanto, 2000)

2.6 Beton

Beton didapat dari pencampuran bahan-bahan agregat halus dan kasar yaitu pasir, batu, batu pecahan atau bahan semacam lainnya, dengan menambahkan secukupnya bahan perekat semen, dan air sebagai bahan pembantu guna keperluan reaksi kimia selama proses pengerasan dan perawatan beton berlangsung. Agregat halus dan kasar, disebut sebagai bahan susun kasar campuran, merupakan komponen utama beton. Nilai kekuatan serta daya tahan (*durability*) beton merupakan fungsi dari banyak faktor, diantaranya ialah banding campuran dan mutu bahan susun, metode pelaksanaan pengecoran, pelaksanaan finishing temperatur dan kondisi perawatan pengerasannya. Nilai kuat tekan beton relatif tinggi dibandingkan dengan kuat tarikannya, dan beton merupakan bahan bersifat padat. Nilai kuat tariknya hanya berkisar 9% sampai dengan 15% saja dari kuat tekanannya. *(H. Burns 2000)*