III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2014/2015 di Jurusan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

3.2 Metode Penelitian

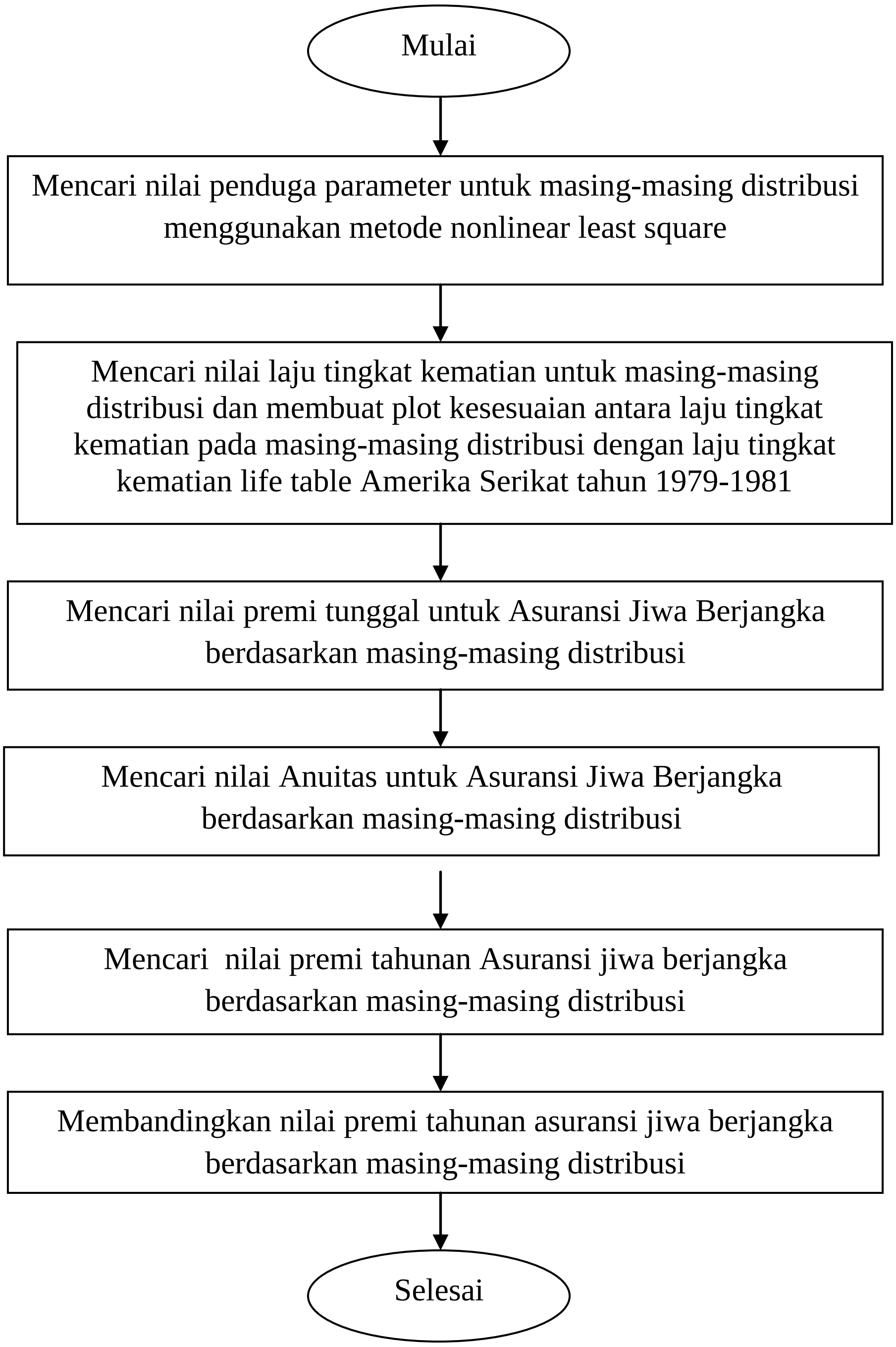
Penelitian ini dilakukan dengan mengkaji secara teoritis dari berbagai literatur yang berkaitan dengan Asuransi Jiwa Berjangka Dan Hukum Mortalita yang berdistribusi Gompertz Dan Weibull.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini, yaitu :

1. Mencari nilai penduga parameter untuk masing-masing distribusi menggunakan metode nonlinear least square.
2. Mencari nilai laju tingkat kematian untuk masing-masing distribusi dan membuat plot kesesuaian antara laju tingkat kematian pada masing-masing distribusi dengan laju tingkat kematian life table Amerika Serikat tahun 1979-1981.
3. Mencari nilai premi tunggal atau Actuarial Present Value (APV) untuk Asuransi Jiwa Berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat tahun 1979-1981 dan hukum mortalita yang berdistribusi Gompertz dan Weibull.

4. Mencari nilai anuitas untuk Asuransi Jiwa Berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat tahun 1979-1981 dan hukum mortalita yang berdistribusi Gompertz dan Weibull.
5. Mencari nilai premi tahunan Asuransi jiwa berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat tahun 1979-1981 dan hukum mortalita yang berdistribusi Gompertz dan Weibull.
6. Membandingkan nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat tahun 1979-1981 dan hukum mortalita yang berdistribusi Gompertz dan Weibull.

Langkah-langkah tersebut dapat dilihat pada diagram alir di bawah ini:



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian

3.3 Hukum Mortalita

Hukum mortalita adalah sebuah metode yang digunakan untuk menghitung mortalita dan fungsi survival, dimana mortalita adalah kemungkian hidup dan matinya seseorang. Terdapat beberapa hukum mortalita, yaitu :

1. De moivre (1729)
2. Gompertz (1825)
3. Makeham (1860)
4. Weibull (1939)

Penulis menggunakan pendekatan terhadap Life Table Amerika Serikat tahun 1979-1981 dan pendekatan terhadap hukum mortalita yang berdistribusi Gompertz dan Weibull.

3.3.1 Life Tabel Amerika Serikat tahun 1979-1981

Life table atau Table mortalitas adalah table hipotesis dari sekelompok orang yang dilahirkan dalam waktu yang sama yang akan diamati dalam waktu yang ditentukan sampai orang tersebut meninggal. Salah satu table mortalitas di dunia adalah Table Mortalitas Amerika Serikat tahun 1979-1981. Dalam table mortalitas Amerika Serikat diamati 100.000 orang yang dilahirkan dalam waktu yang sama sampai sekelompok orang tersebut meninggal dalam jangka waktu 110 tahun. Table Mortalitas Amerika Serikat tahun 1979-1981 dapat dilihat seperti dibawah ini:

Tabel 3.1 Tabel Mortalitas Amerika Serikat Tahun 1979-1981

Age Interval	${}_k q_x$	l_x	${}_k d_x$	${}_k L_x$	**T(x)**	**e(x)**
0-1	0.0126	100000	1260	98973	7387758	73.88
1-2	0.00093	98740	92	98694	7288785	73.82
2-4	0.00065	98648	64	98617	7190091	72.89
3-4	0.0005	98584	49	98560	7092474	71.93
4-5	0.0004	98535	40	98515	6992914	70.97
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
105-106	0.33539	179	60	150	428	2.38
106-107	0.34233	119	41	99	278	2.33
107-108	0.3487	78	27	64	179	2.29
108-109	0.35453	51	18	42	115	2.24
109-110	0.35988	33	12	27	73	2.20

Berdasarkan table mortalitas tersebut dapat dicari nilai peluang waktu sisa hidup, yaitu:

$$ {}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \tag{3.1} $$

$$ {}_t q_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} \tag{3.2} $$

laju tingkat kematian atau force of mortality yaitu:

$$ \mu(x+t) = -\ln \quad {}_t p_x \tag{3.3} $$

3.3.2 Hukum Mortalita Gompertz

Hukum mortalita Gompertz adalah suatu distribusi uji keberlangsungan hidup yang hanya memperhitungkan kematian karena faktor usia.

Fungsi densitas untuk distribusi Gompertz didefinisikan :

$$ f(x) = (B\,c^x) exp\left[-\frac{B}{\ln c}\,(c^x - 1)\right] \tag{3.4} $$

Dan fungsi distribusinya berbentuk

$$ F(x) = 1 - \; exp\left[-\frac{B}{\ln c}\,(c^x - 1)\right] \tag{3.5} $$

Sehingga fungsi survival untuk distribusi Gompertz diperoleh :

$$s(x) = 1 - F(x)$$
$$= 1 - \left[1 - exp\left(-\frac{B}{\ln c}\ (c^x - 1)\right)\right]$$
$$= exp\left[-\frac{B}{\ln c}\ (c^x - 1)\right] \quad (3.6)$$

Dimana $B > 0\ , c > 1\ , x \geq 0$

Sehingga dapat dicari nilai laju tingkat kematian untuk hukum mortalita berdistribusi Gompetz, yaitu:

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{s(x)}$$

$$= \frac{(B\ c^x) exp\left[-\frac{B}{\ln c}\ (c^x - 1)\right]}{exp\left[-\frac{B}{\ln c}\ (c^x - 1)\right]}$$

$$\mu(x) = B\ c^x \quad (3.7)$$

Dimana $B > 0\ , c > 1\ , x \geq 0$

$$\mu(x + t) = B\ c^{x+t} \quad (3.8)$$

Dan dapat diperoleh nilai peluang orang yang berusia x akan tetap hidup sebelum $x + t$, yaitu:

$$_tp_x = \exp\left(-\int_0^t \mu(x + s)\ ds\right)$$
$$= \exp\left(-\int_0^t B\ c^{x+s}\ ds\right)$$
$$= \exp\left(-B\ c^x \int_0^t c^s\ ds\right)$$
$$= \exp\left(-B\ c^x \left[\frac{1}{\ln c}\ (c^s)|_0^t\right]\right)$$
$$= \exp\left(-B\ c^x \left[\frac{1}{\ln c}\ (c^t - c^0)\right]\right)$$
$$_tp_x = \exp\left(-B\ c^x \left[\frac{1}{\ln c}\ (c^t - 1)\right]\right) \quad (3.9)$$

Juga dapat diperoleh nilai peluang orang yang berusia x akan meninggal sampai $x+t$, yaitu:

$$ {}_tq_x = 1 - \exp\left(-B\, c^x \left[\frac{1}{\ln c}\, (c^t - 1)\right]\right) \tag{3.10}$$

3.3.3 Hukum Mortalita Weibull

Hukum mortalita Weibull adalah suatu distribusi yang secara luas digunakan sebagai model statistik yang berhubungan dengan uji keberlangsungan hidup. Fungi densitas untuk distribusi Weibull didefinisikan sebagai berikut:

$$ f(x;\alpha,\beta) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \tag{3.11}$$

Dimana $x > 0$, $\alpha, \beta > 0$

Dengan fungsi distribusinya berbentuk:

$$ F(x;\alpha,\beta) = 1 - exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \tag{3.12}$$

Dimana $x > 0$, $\alpha, \beta > 0$

Sehingga fungsi survivalnya yaitu:

$$ s(x) = exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right] \tag{3.13}$$

Dan laju tingkat kematiannya yaitu:

$$ \mu(x) = \frac{f(x)}{s(x)} $$

$$ = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]}{exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\right]} $$

$$ = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \tag{3.14}$$

Dimana $x > 0$, $\alpha, \beta > 0$

$$\mu(x+t) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{x+t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \quad (3.15)$$

Dan dapat diperoleh nilai peluang orang yang berusia x akan tetap hidup sebelum $x + t$, yaitu:

$$_tp_x = \exp\left(-\int_0^t \mu(x+s)\, ds\right)$$

$$= \exp\left(-\int_0^t \frac{\alpha}{\beta^\alpha}\, (x+s)^{\alpha-1}\, ds\right)$$

$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\int_0^t \, (x+s)^{\alpha-1}\, ds\right)\right]$$

Misal : $u = x + s$

$du = ds$

$$_tp_x = \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\int_0^t \, u^{\alpha-1}\, ds\right)\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\frac{1}{\alpha-1+1}\, u^{\alpha-1+1}\, |_0^t\right)\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\frac{1}{\alpha} u^{\,\alpha}|_0^t\right)\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\, (x+s)^\alpha\, |_0^t\right)\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{\alpha}{\beta^\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\, ((x+t)^\alpha - x^\alpha)\right)\right]$$

$$= \exp\left[-\frac{1}{\beta^\alpha}((x+t)^\alpha - x^\alpha)\right]$$

$$_tp_x = \exp\left[-\left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha}\right)\right] \quad (3.16)$$

Dan dapat diperoleh nilai peluang orang yang berusia x akan meninggal sebelum $x+t$, yaitu:

$$_{t}q_{x} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{(x+t)^{\alpha}-x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}\right)\right] \tag{3.17}$$

3.4 Premi Dengan Hukum Mortalita Yang Berbeda

Premi adalah biaya yang harus dibayarkan oleh pemegang polis (tertanggung) kepada perusahaan asuransi (penanggung) sebagai imbalan persetujuan penanggung untuk membayar manfaat yang telah disepakati dalam polis asuransi jika orang yang ditanggung meninggal dunia.

Ada dua jenis pembayaran premi yaitu premi tunggal dan premi tahunan. Dalam penelitian ini penulis menggunakan premi tahunan untuk Asuransi Jiwa Berjangka. Untuk mendapatkan harga premi tahunan untuk Asuransi Jiwa Berjangka harus ditentukan dahulu nilai premi tunggal dan nilai anuitas dari Asuransi Jiwa tersebut.

3.4.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak ada pembayaran lagi. Untuk mencari nilai premi tunggal untuk asuransi jiwa berjangka digunakan :

$$\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|} = \int_{0}^{n} v^{t} \; {}_{t}p_{x} \, \mu(x+t) \, dt \tag{3.18}$$

Dengan demikian didapatkan rumus nilai premi tunggal untuk asuransi berjangka berdasarkan beberapa pendekatan, yaitu:

1. Berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat Tahun 1979-1981

   Untuk menentukan besarnya nilai premi tunggal Asuransi jiwa berjangka berdasarkan life table amerika serikat tahun 1979-1981, penulis mencoba menggunakan pendekatan terhadap pembayaran diskrit.

   Nilai premi tunggal asuransi jiwa berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$A_{\acute{x}:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \; {}_{k}p_{x} \, . \; q_{x+k}$$

$$A_{\acute{x}:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \; \frac{l_{x+k}}{l_x} \, . \left(1 - \frac{l_{x+k+1}}{l_{x+k}}\right) \tag{3.19}$$

2. Berdasarkan Hukum Mortalita Gompertz

   Nilai premi tunggal asuransi jiwa berjangka Hukum Mortalita Gompertz dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \; {}_{t}p_x \, \mu(x+t) \, dt$$

$$\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n \exp\big(-(\delta t)\big) \, . \exp\left(-B \, c^x \left[\frac{1}{\ln c} \, (c^t - 1)\right]\right) . B \, c^{x+t} \, dt \tag{3.20}$$

3. Berdasarkan Hukum Mortalita Weibull

   Nilai premi tunggal asuransi jiwa berjangka berdasarkan Hukum Mortalita Weibull dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \; {}_{t}p_x \, \mu(x+t) \, dt$$

$$\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n \exp\big(-(\delta t)\big) \, . \, exp\left[-\left(\frac{(x+t)^{\alpha} - x^{\alpha}}{\beta^{\alpha}}\right)\right] . \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x+t}{\beta}\right)^{\alpha-1} dt \tag{3.21}$$

3.4.2 Anuitas Asuransi Jiwa Berjangka

Anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan lama tertentu secara berkelanjutan. Untuk mencari nilai Anuitas untuk asuransi jiwa berjangka digunakan :

$$\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \, . \quad {}_tp_x \ dt \tag{3.22}$$

Dengan demikian didapatkan rumus nilai Anuitas untuk asuransi berjangka berdasarkan beberapa pendekatan, yaitu:

1. Berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat Tahun 1979-1981

   Untuk menentukan besarnya nilai Anuitas Asuransi jiwa berjangka berdasarkan life table amerika serikat tahun 1979-1981, penulis mencoba menggunakan pendekatan terhadap pembayaran diskrit.

   Nilai Anuitas asuransi jiwa berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

   $$a_{\acute{x}:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_x$$

   $$a_{\acute{x}:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ \frac{l_{x+k}}{l_x} \tag{3.23}$$

2. Berdasarkan Hukum Mortalita Gompertz

   Nilai Anuitas asuransi jiwa berjangka Hukum Mortalita Gompertz dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

   $$\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \, . \quad {}_tp_x \ dt$$

   $$\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n \exp\big(-(\delta t)\big) \, . \exp\left(-B \ c^x \left[\frac{1}{\ln c} \ (c^t - 1)\right]\right) \ dt \tag{3.24}$$

3. Berdasarkan Hukum Mortalita Weibull

   Nilai Anuitas asuransi jiwa berjangka berdasarkan Hukum Mortalita Weibull dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

   $$\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \,.\; {}_tp_x \; dt$$

   $$\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}} = \int_0^n \exp\big(-(\delta t)\big)\,.\,exp\left[-\left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha}\right)\right] dt \qquad (3.25)$$

3.4.3 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Berjangka

Premi tahunan adalah pembayaran premi asuransi yang dilakukan secara berkala tergantung dengan perjanjian kontrak pertahun, per tri wulan dan perbulan serta dilakukan pada permulaan setiap selang waktu.

Premi tahunan Asuransi Jiwa berjangka dapat dicari menggunakan rumus:

$$\bar{P}\big(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}}\big) = \frac{\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n|}}}{\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n|}}} \qquad (3.26)$$

Dengan demikian didapatkan rumus nilai premi tahunan untuk asuransi berjangka berdasarkan beberapa pendekatan, yaitu:

1. Berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat Tahun1979-1981

   Untuk menentukan besarnya nilai premi tahunan Asuransi jiwa berjangka berdasarkan life table amerika serikat tahun 1979-1981, penulis mencoba menggunakan pendekatan terhadap pembayaran diskrit yang kemudian diubah menjadi pembayaran kontinu.

   Nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka berdasarkan Life Tabel Amerika Serikat dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

   $$P\big(A_{\acute{x}:\overline{n|}}\big) = \frac{A_{\acute{x}:\overline{n|}}}{a_{\acute{x}:\overline{n|}}}$$

$$P\left(A_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \frac{l_{x+k}}{l_x} . \left(1 - \frac{l_{x+k+1}}{l_{x+k}}\right)}{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k} \frac{l_{x+k}}{l_x}}$$

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{i}{\delta} . P\left(A_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) \quad (3.27)$$

2. Berdasarkan hukum mortalita Gompertz

Nilai Premi tahunan asuransi jiwa berjangka Hukum Mortalita Gompertz dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}}{\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n}|}}$$

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{\int_0^n \exp(-(\delta t)) . \exp\left(-B\, c^x\left[\frac{1}{\ln c}\,(c^t-1)\right]\right) .B\, c^{x+t}\, dt}{\int_0^n \exp(-(\delta t)) . \exp\left(-B\, c^x\left[\frac{1}{\ln c}\,(c^t-1)\right]\right)\, dt} \quad (3.28)$$

3. Berdasarkan Hukum Mortalita Weibull

Nilai premi tahunan asuransi jiwa berjangka berdasarkan Hukum Mortalita Weibull dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}}{\bar{a}_{\acute{x}:\overline{n}|}}$$

$$\bar{P}\left(\bar{A}_{\acute{x}:\overline{n}|}\right) = \frac{\int_0^n \exp(-(\delta t)) .exp\left[-\left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha}\right)\right].\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{x+t}{\beta}\right)^{\alpha-1} dt}{\int_0^n \exp(-(\delta t)) .exp\left[-\left(\frac{(x+t)^\alpha - x^\alpha}{\beta^\alpha}\right)\right] dt} \quad (3.29)$$