

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

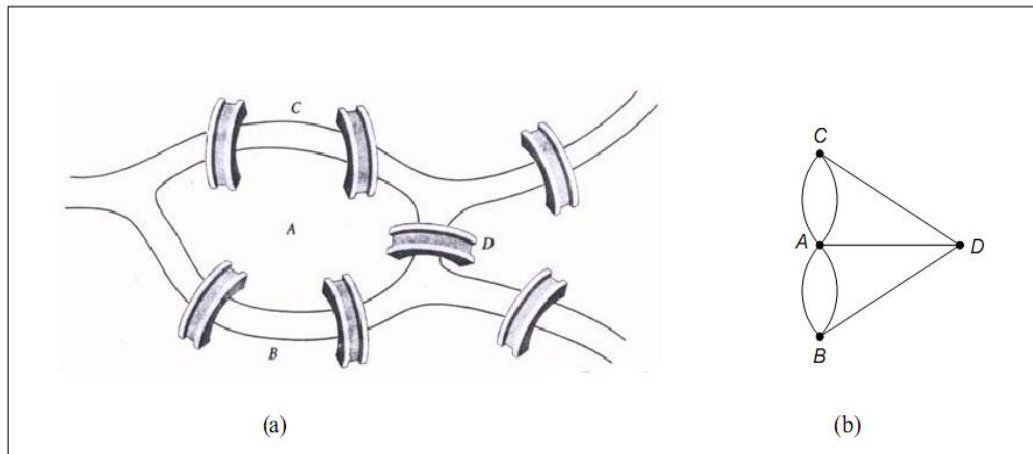
Teori graf merupakan salah satu kajian matematika yang memiliki banyak terapan di berbagai bidang sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai noktah, bulatan, *vertex* atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Kita dapat menjumpai beberapa contoh terapan graf dalam kehidupan sehari-hari, seperti : jaringan internet, jalur kereta api yang menghubungkan antar stasiun, jalur penerbangan yang menghubungkan antar bandara, peta, rangkaian listrik, dan lain-lain.

Menurut catatan sejarah, masalah jembatan Königsberg adalah masalah yang pertama kali menggunakan graf (tahun 1736). Di kota Königsberg (sebelah timur Prussia, Jerman sekarang), yang sekarang bernama kota Kaliningrad terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua anak sungai. Ada tujuh jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah

oleh sungai tersebut. Masalah jembatan Königsberg adalah: apakah mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing-masing tepat satu kali, dan kembali lagi ke tempat semula? Sebagian penduduk kota sepakat bahwa memang tidak mungkin melalui setiap jembatan itu hanya sekali dan kembali lagi ke tempat asal mula keberangkatan, tetapi mereka tidak dapat menjelaskan mengapa demikian jawabannya, kecuali dengan cara coba-coba.

Tahun 1736, seorang matematikawan Swiss, L.Euler, adalah orang pertama yang berhasil menemukan jawaban masalah itu dengan pembuktian yang sederhana. Ia memodelkan masalah ini ke dalam graf. Daratan (titik- titik yang dihubungkan oleh jembatan) dinyatakan sebagai titik (noktah) yang disebut **simpul** (*vertex*), dan jembatan dinyatakan sebagai garis yang disebut **sisi** (*edge*). Setiap titik diberi label huruf *A*, *B*, *C*, dan *D*. Jawaban yang dikemukakan oleh Euler adalah: orang tidak mungkin melalui ketujuh jembatan itu masing- masing satu kali dan kembali lagi ke tempat asal keberangkatan jika *derajat* setiap simpul tidak seluruhnya genap. Derajat adalah banyaknya garis yang bersisian dengan noktah. Dapat diperhatikan pada Gambar 1, simpul *C* memiliki derajat 3 karena ada tiga buah garis yang bersisian dengannya, simpul *B* dan *D* juga berderajat tiga, sedangkan simpul *A* berderajat 5. Karena semua simpul berderajat ganjil, maka tidak mungkin dilakukan perjalanan berupa sirkuit (yang dinamakan dengan *sirkuit Euler*) pada graf tersebut.



Gambar 1. (a) Jembatan Königsberg dan (b) Graf yang merepresentasikan jembatan Königsberg

Dalam teori graf dikenal beberapa macam sirkuit (*cycle*) diantaranya sirkuit (*cycle*) Euler dan sirkuit (*cycle*) Hamiltonian. Dalam skripsi ini hanya akan dikaji lebih jauh tentang sirkuit (*cycle*) yang diperluas dari suatu graf G , dengan G adalah graf kubik dengan jumlah vertex pada G adalah 4, 6, 8. Selanjutnya, hasil dari perluasan sirkuit (*cycle*) pada graf G digabung dengan graf G itu sendiri dilambangkan dengan $Ext_C(G)$.

1.2 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, agar pembahasan tidak meluas maka masalah dibatasi pada graf kubik dengan $n(V(G)) \leq 8$ dan $k \geq 3$, $l_i = 2, 4, 6, \dots, s$. dengan k adalah bilangan *integer* yang menotasikan panjang dari *cycle* C dan l_i adalah banyaknya *vertex* di $Ext_C(G)$ antara x_i dan x_{i+1} yang bernilai bilangan positif genap.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mencari persamaan umum penambahan jumlah *edge* dan *vertex* di $Ext_C(G)$ dan mencari persamaan umum jumlah *edge* dan *vertex* di $Ext_C(G)$ pada graf kubik yang diperluas dengan $k \geq 3$, $l_i = 2, 4, 6, \dots, s$ dimana k adalah bilangan *integer* yang menotasikan panjang dari *cycle* C dan l_i adalah banyaknya *vertex* di $Ext_C(G)$ antara x_i dan x_{i+1} yang bernilai bilangan positif genap . Jenis graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf kubik dengan jumlah *vertex* pada G adalah 4, 6, 8 .

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini di antaranya adalah sebagai berikut:

1. Memperdalam pengetahuan tentang teori graf, khususnya mengenai perluasan sirkuit (*cycle*) pada graf kubik.
2. Menggali beberapa informasi yang diberikan oleh operasi M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , dan M_6 pada $Ext_C(G)$ graf kubik.
3. Memberikan motivasi kepada pembaca agar dapat mengkaji lebih jauh permasalahan yang berhubungan dengan perluasan sirkuit (*cycle*) pada graf kubik.