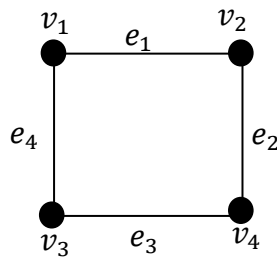


## II. TINJAUAN PUSTAKA

### Definisi 2.1 Graf (Deo,1989)

Graf  $G$  adalah suatu struktur  $(V,E)$  dengan  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$  himpunan tak kosong dengan elemen-elemennya disebut *vertex*, sedangkan  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$  (mungkin kosong) adalah himpunan pasangan terurut dari elemen-elemen di  $V(G) = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \dots, (v_{n-1}, v_n)\}$  yang anggotanya disebut *edge*.



Gambar 2. Graf  $G$  dengan 4 *vertex*  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  dan 4 *edge*  $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

### Definisi 2.2 Bertetangga (*Adjacent*) dan Menempel (*Incident*) (Siang, 2002)

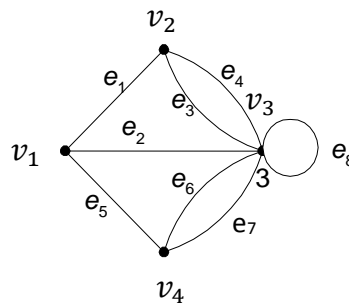
Dua titik dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika ada garis yang menghubungkan keduanya. Suatu garis dikatakan menempel (*incident*) dengan suatu titik  $u$ , jika titik  $u$  merupakan salah satu ujung dari garis tersebut.

Contoh pada Gambar 2 menunjukkan bahwa  $v_1$  *adjacent* dengan  $v_2$  dan  $v_3$ ,  $v_2$  *adjacent* dengan  $v_1$  dan  $v_4$ ,  $v_3$  *adjacent* dengan  $v_1$  dan  $v_4$ ,  $v_4$  *adjacent* dengan  $v_3$  dan  $v_2$ . Sedangkan  $e_1$  *incident* pada  $v_1$  dan  $v_2$ ,  $e_2$  *incident* pada  $v_2$  dan  $v_4$ ,  $e_3$  *incident* pada  $v_3$  dan  $v_4$ ,  $e_4$  *incident* pada  $v_1$  dan  $v_3$

### Definisi 2.3 Garis Paralel dan Loop (Deo, 1989)

Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang memiliki dua titik ujung yang sama.

*Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama.



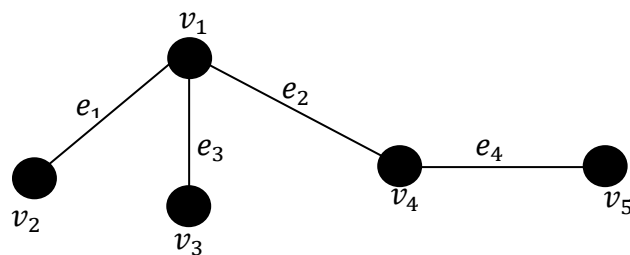
Gambar 3. Graf yang memuat garis paralel dan *loop*

### Definisi 2.4 Graf Sederhana (Siang, 2002)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung garis paralel dan *loop* (contoh pada Gambar 2).

### Definisi 2.5 Pohon (*Tree*) (Deo, 1989)

Pohon (*Tree*) adalah suatu graf terhubung yang tidak memuat sirkuit.

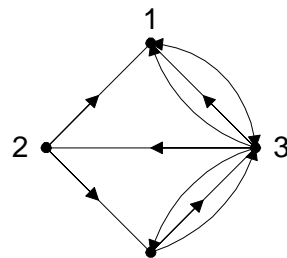


Gambar 4. *Tree* dengan 5 *vertex* dan 4 *edge*

**Definisi 2.6 Graf Berarah (*Directed graph*) dan Graf tak-Berarah (*Undirected graph*) (Siang, 2002)**

Suatu graf yang semua garisnya berarah maka disebut graf berarah (*directed graph*). Suatu graf yang semua garisnya tidak berarah maka disebut graf tak-berarah (*undirected graph*).

Graf tak-berarah (*undirected graph*) ditunjukkan pada Gambar 2, 3, dan 4.

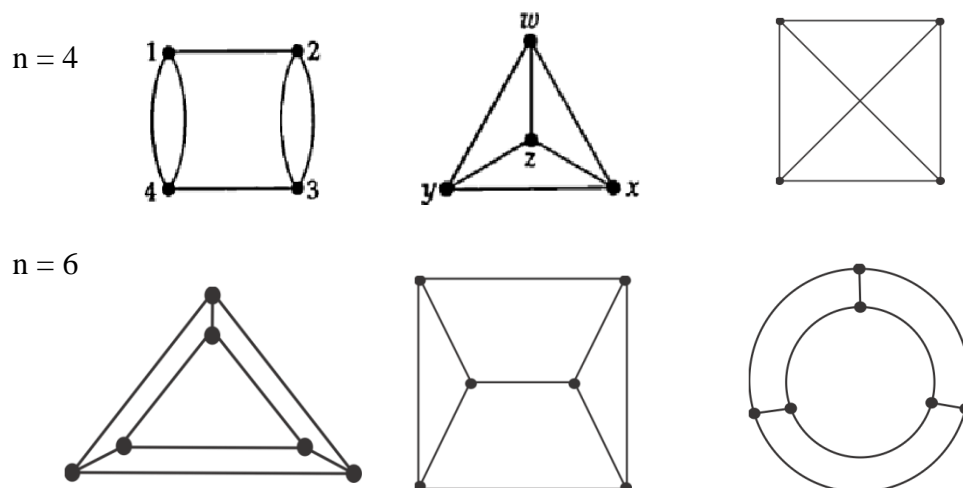


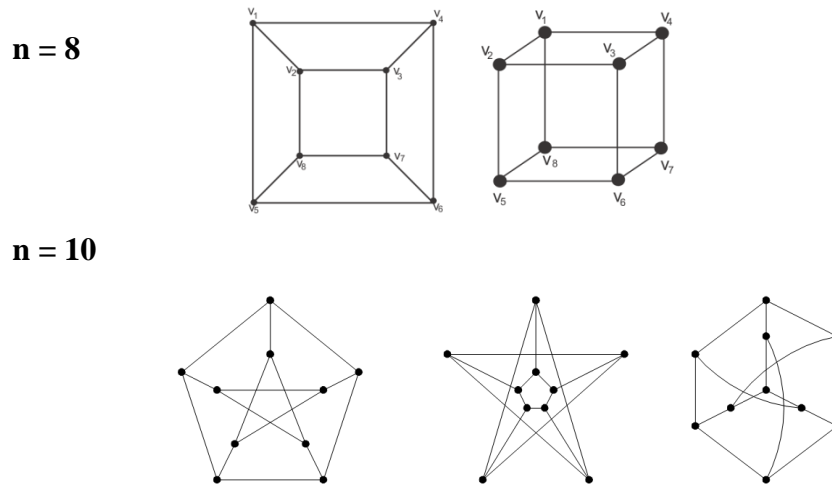
Gambar 5. Graf berarah (*directed graph*)

**Definisi 2.7 Graf Kubik (*Cubic Graph*)**

Graf Kubik (*cubic graph*) adalah graf teratur yang berderajat tiga atau graf teratur-3.

Contoh graf kubik ditunjukkan pada gambar berikut, dengan  $n$  menyatakan jumlah *vertex*.

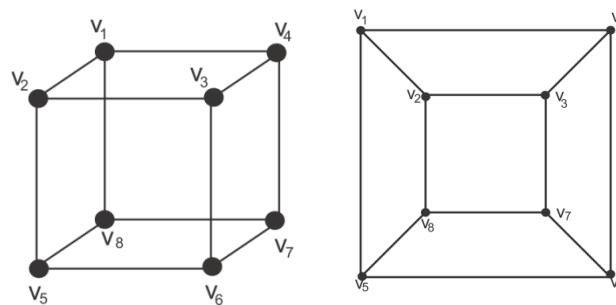




Gambar 6. Graf kubik

**Definisi 2.8 Graf Kubus (Sjostrand, 2005)**

Graf kubus adalah graf yang berbentuk kubus, dengan jumlah titiknya (*vertex*) delapan ( $n = 8$ ) dan jumlah garisnya 12.



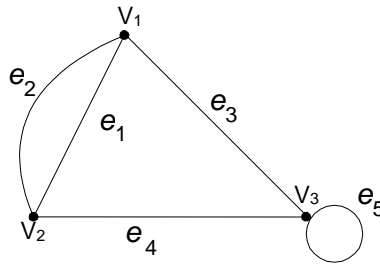
Gambar 7. Graf kubus

**Definisi 2.9 Graf Hamiltonian (*Hamiltonian Graph*)**

Suatu graf dikatakan Graf Hamiltonian (*Hamiltonian graph*) apabila graf tersebut mempunyai sirkuit (*cycle*) Hamiltonian.

**Definisi 2.10 Derajat (Wilson & Watkins, 1990)**

Derajat suatu *vertex*  $v_i$  adalah jumlah *edge* yang *incident* dengan *vertex*  $v_i$  dan dinotasikan  $d(v_i)$ .



Gambar 8. Graf dengan 3 *vertex* dan 5 *edge*

Pada gambar 8 dapat kita tentukan derajat dari setiap *vertex* yakni ;

$$d(v_1) = 3, d(v_2) = 3, d(v_3) = 4.$$

**Teorema 2.1 (Deo, 1989)**

Jumlah derajat titik-titik dari sebuah graf adalah sama dengan dua kali jumlah garisnya.

**Bukti:** Mengikuti kenyataan bahwa setiap garis dihitung dua kali dalam perhitungan derajat suatu titik pada sebuah Graf. ■

**Teorema 2.2**

Diberikan Graf  $G$  adalah teratur -  $r$  dengan banyaknya titik  $n$ , maka  $G$

mempunyai  $\frac{nr}{2}$  garis.

**Bukti:** Misalkan jumlah *edge* pada graf  $G$  adalah  $q$ . Diketahui bahwa graf  $G$  mempunyai  $n$  titik dan setiap titik berderajat  $r$ , maka jumlah semua derajatnya adalah  $nr$ . Menurut Teorema 2.1, jumlah derajat suatu graf sama dengan dua kali

banyaknya garis, berarti  $nr = 2q$  atau  $q = \frac{nr}{2}$ . Jadi, terbukti graf  $G$  mempunyai  $\frac{nr}{2}$  garis. ■

**Teorema 2.3** Setiap graf kubik mempunyai orde (jumlah titik) genap.

**Bukti:** Diketahui bahwa setiap graf kubik mempunyai derajat tiga (ganjil).

Menurut (Teorema 2.1), jumlah derajat seluruh titiknya haruslah berjumlah genap, sehingga jumlah titik yang mungkin hanyalah genap.

**Definisi 2.11 Pendant Vertex (Deo, 1989)**

*Pendant vertex* adalah *vertex* yang berderajat satu.

Pada Gambar 4, yang merupakan *pendant vertex* adalah  $v_2$ ,  $v_3$ , dan  $v_5$ .

**Definisi 2.12 Perjalanan (Walk) (Deo, 1989)**

Perjalanan (*walk*) pada graf  $G$  adalah barisan berhingga dari *vertex* dan *edge*, dimulai dan diakhiri oleh *vertex* sedemikian sehingga setiap *edge* menempel (*incident*) dengan *vertex* sebelum dan sesudahnya. Tidak ada *edge* yang muncul lebih dari sekali dalam sebuah *walk*. *Walk* yang dimulai dan diakhiri dengan *vertex* yang sama disebut *walk* tertutup.

Salah satu *walk* graf dari Gambar 8 adalah  $v_1, e_1, v_2, e_4, v_3$ .

**Definisi 2.13 Lintasan (Path) (Siang, 2002)**

Lintasan (*path*) adalah suatu *walk* yang semua *vertex*-nya berbeda.

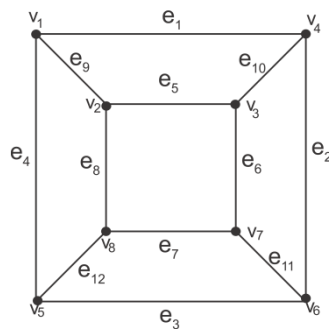
**Definisi 2.14 Sirkuit (Cycle) (Deo, 1989)**

Sirkuit (*cycle*) adalah suatu *walk* tertutup yang tidak mempunyai pengulangan *vertex* kecuali *vertex* awal dan akhir.

Salah satu *cycle* pada Gambar 8 adalah  $v_1, e_1, v_2, e_4, v_3, e_3, v_1$ .

**Definisi 2.15 Sirkuit (Cycle) Hamiltonian (Deo, 1989)**

Sirkuit Hamiltonian adalah sirkuit yang melalui tiap titik/ *vertex* didalam graf tepat satu kali, kecuali titik asal (sekaligus titik akhir) yang dilalui dua kali.



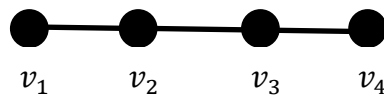
Gambar 9. Graf yang memiliki sirkuit Hamiltonian

Salah satu sirkuit Hamiltonian pada Gambar 9 adalah

$v_1, e_9, v_2, e_8, v_3, e_{12}, v_5, e_3, v_6, e_2, v_4, e_1, v_1$ .

**Definisi 2.16 *n-path* (Sjostrand, 2005)**

*n-path* adalah barisan titik/*vertex* dan garis/*edge* secara bergantian dengan jumlah titiknya  $n$  buah dan semua garisnya berbeda.

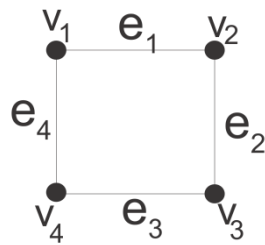


Gambar 10. *4-path*

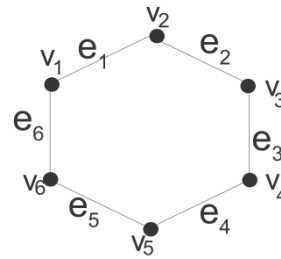
**Definisi 2.17 Sirkuit Genap (Sjostrand, 2005)**

Sirkuit genap adalah *path* yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang sama, dimana jumlah titiknya genap ( $n$  titik) untuk  $n \geq 4$ ,  $n \in \mathbb{N}^+$ .

Contoh sirkuit genap dengan jumlah *vertex* 4 dan 6 ditunjukkan pada gambar berikut.



(a)



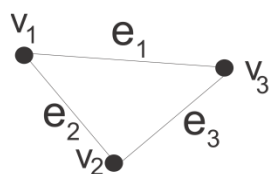
(b)

Gambar 11. (a) Sirkuit genap dengan  $n = 4$  dan (b) Sirkuit genap dengan  $n = 6$

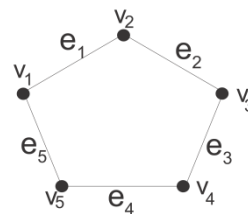
**Definisi 2.18 Sirkuit Ganjil (Sjostrand, 2005)**

Sirkuit ganjil adalah *path* yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang sama, dimana jumlah titiknya ganjil ( $n$  titik) untuk  $n \geq 3$ ,  $n \in \mathbb{N}^+$ .

Contoh sirkuit ganjil ditunjukkan dalam gambar berikut.



(a)



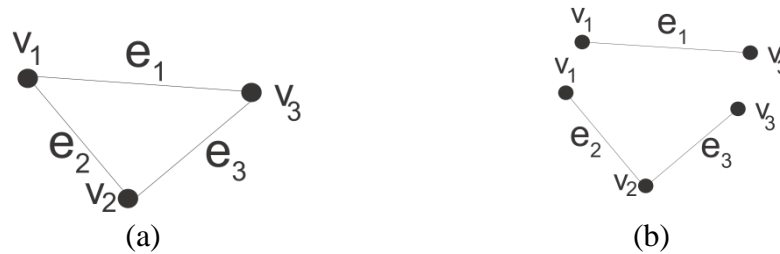
(b)

Gambar 12. (a) Sirkuit ganjil dengan  $n = 3$  dan (b) Sirkuit ganjil dengan  $n = 5$



**Definisi 2.19 Graf Terhubung dan Graf Tidak Terhubung (Deo, 1989)**

Graf  $G$  dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap dua *vertex* berbeda di  $G$ , terdapat suatu *path* yang menghubungkan kedua *vertex* tersebut. Jika tidak demikian, maka  $G$  dikatakan tidak terhubung (*disconnected*).



Gambar 13. (a) Graf terhubung (b) Graf tidak terhubung

**Definisi 2.20 Perluasan Sirkuit (*Cycle Extension*) (Hsu and Lin, 2009)**

Suatu graf  $G$  dan  $C = \langle x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_0 \rangle$  merupakan *cycle* (sirkuit) dari  $G$  dengan  $k \geq 3$ ,  $k$  merupakan bilangan *integer* yang menotasikan panjang dari *cycle*  $C$ . Perluasan *cycle* (sirkuit) dari  $G$  sekitar  $C$  dinotasikan dengan  $Ext_C(G)$ .

$$V(Ext_C(G)) = \bigcup_{0 \leq i \leq k-1} \{p_{i,j}, q_{i,j} | \forall 1 \leq j \leq l_i\} \cup V(G)$$

$$E(Ext_C(G)) = (E(G) - E(C)) \cup \bigcup_{0 \leq i \leq k-1} \{(p_{i,j}, q_{i,j}) | \forall 1 \leq j \leq l_i\}$$

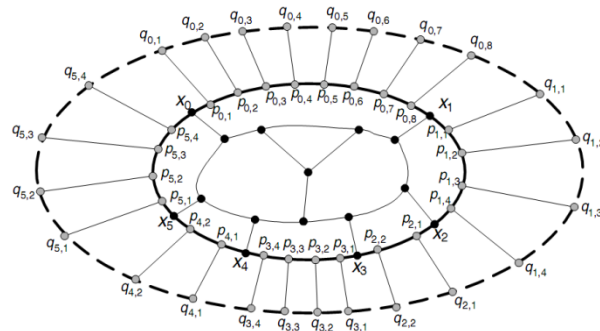
$$\cup \bigcup_{0 \leq i \leq k-1} \{(x_i, p_{i,1}), (p_{i,l_i}, x_{i+1})\}$$

$$\cup \{(p_{i,j}, p_{i,j+1}) | \forall 1 \leq j \leq l_i - 1\}$$

$$\cup \bigcup_{0 \leq i \leq k-1} (\{(q_{i,j}, q_{i,j+1}) | \forall 1 \leq j \leq l_i - 1\}) \cup \{q_{i,l_i}, q_{i+1,1}\}$$

dimana  $l_i$  adalah bernilai genap untuk semua  $i$ .

Sirkuit (*cycle*) yang terbentuk dari gabungan *vertex*  $\cup_{0 \leq i \leq k-1} \{q_{i,j} \mid \forall 1 \leq j \leq l_i\}$  adalah perluasan *cycle* (sirkuit) dari C, yang dinotasikan  $\mathcal{O}_C$ .



Gambar 14.  $Ext_C(G)$

Keterangan:

$l_i$  adalah banyaknya *vertex* di  $Ext_C(G)$  antara  $x_i$  dan  $x_{i+1}$  yang bernilai bilangan positif genap.

$p_{i,j}$  adalah suatu *vertex* di  $Ext_C(G)$  antara  $x_i$  dan  $x_{i+1}$ .

$q_{i,j}$  adalah suatu *vertex* di  $Ext_C(G)$  yang *adjacent* ke  $p_{i,j}$ .

$V(Ext_C(G))$  adalah *vertex* perluasan *cycle* (sirkuit) dari G sekitar C.

$E(Ext_C(G))$  adalah *edge* perluasan *cycle* (sirkuit) dari G sekitar C.

### Definisi 2.21 Penggantian Sirkuit (*Replacing Cycle*) (Hsu and Lin, 2009)

H merupakan *cycle* (sirkuit) dari graf G,  $H_C^*$  dinotasikan sebagai *cycle* (sirkuit) di  $Ext_C(G)$  yang diperoleh dari H dengan mengganti semua  $(x_j, x_{j+1})$  di  $E(H) \cap E(C)$  dengan  $\langle x_j, p_{j,1}, p_{j,2}, \dots, p_{j,l_j}, x_{j+1} \rangle$ .

$\Omega_H$  dinotasikan sebagai *cycle* (sirkuit) yang diperoleh dari  $\mathcal{O}_C$  dengan mengganti setiap  $\bigcup_{0 \leq i \leq k-1} \{q_{i,j} \mid \forall 1 \leq j \leq l_i\} = \langle q_{i,1}, q_{i,2}, \dots, q_{i,l_i} \rangle$  dengan  $\langle q_{i,1}, p_{i,1}, p_{i,2}, q_{i,2}, q_{i,3}, p_{i,3}, \dots, p_{i,l_i}, q_{i,l_i} \rangle$  jika  $\langle p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,l_i} \rangle$  bukan suatu *path* di  $H_C^*$ .

**Definisi 2.22 Operasi Sirkuit (Hsu and Lin, 2009)**

Penambahan sirkuit (*cycle*) H di G merupakan suatu sirkuit (*cycle*) di  $Ext_C(G)$ , dengan beberapa *edge*  $e = (x_i, x_{i+1})$  di C. Dalam penambahan sirkuit (*cycle*) ini digunakan enam operasi, dimana operasi ke-3 sampai dengan operasi ke-6 dapat digeneralisir sebagai berikut:

1.  $M_1(H, e, j)$
2.  $M_2(H, e)$
3.  $M_i(H, x)$  untuk  $3 \leq i \leq 6$

Notasi berikut ini akan digunakan pada  $M_2, M_3, M_4, M_5$  dan  $M_6$

$$\Omega_{q_i} = \langle q_{i,1}, p_{i,1}, p_{i,2}, q_{i,2}, q_{i,3}, p_{i,3}, \dots, p_{i,l_i}, q_{i,l_i} \rangle.$$

$$\Omega_{p_i} = \langle p_{i,1}, q_{i,1}, q_{i,2}, p_{i,2}, p_{i,3}, q_{i,3}, \dots, q_{i,l_i}, p_{i,l_i} \rangle.$$

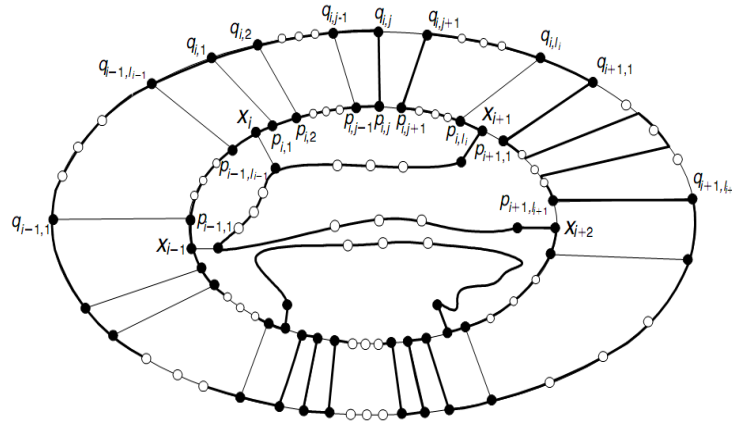
**Definisi 2.23 Operasi  $M_1$  (Hsu and Lin, 2009)**

H merupakan suatu sirkuit (*cycle*) di G yang berisi *edge*  $e$ . Operasi  $M_1$  digunakan untuk mengkonstruksi suatu sirkuit di  $Ext_C(G) \setminus \{(p_{i,j}, p_{i,j+1}), (q_{i,j}, q_{i,j+1})\}$

untuk beberapa  $1 \leq j \leq l_i - 1$ .

Q merupakan  $path \Omega_H \setminus \{(q_{i,j}, q_{i,j+1})\}$  dan P adalah  $path H_C^* \setminus \{(p_{i,j}, p_{i,j+1})\}$

Definisi  $M_1(H, e, j) = \langle p_{i,j}, P, p_{i,j+1}, q_{i,j+1}, Q, q_{i,j}, p_{i,j} \rangle$ .



Gambar 15. Ilustrasi dari Operasi  $M_1$

### Definisi 2.24 Operasi $M_2$ (Hsu and Lin, 2009)

Misal  $z_i$  dan  $z_{i+1}$  *adjacent* di  $G$  dan  $H$  adalah suatu sirkuit Hamiltonian (*Hamiltonian cycle*) di  $G$  yang berisi  $\langle x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2} \rangle$  sebagai suatu *subpath*.

Operasi  $M_2(H, e)$  digunakan untuk mengkonstruksi suatu sirkuit (*cycle*) Hamiltonian di  $Ext_C(G) \setminus \{(q_{i-1,l_{i-1}}, q_{i,1}), (q_{i,l_i}, q_{i+1,1})\}$ .  $Y_i$  adalah *neighborhood*

yang unik dari  $z_i$  yang berbeda diantara  $x_i$  dan  $z_{i+1}$ , dan  $y_{i+1}$  adalah *neighborhood* yang unik dari  $z_{i+1}$  yang berbeda diantara  $x_{i+1}$  dan  $z_i$ .  $G$  adalah graf kubik,

$\langle x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2} \rangle$  adalah suatu *subpath* dari  $H$ , dan  $\langle y_i, z_i, z_{i+1}, y_{i+1} \rangle$  adalah *subpath* dari  $H$  di  $G$ .  $\langle q_{i-1,l_{i-1}}, q_{i,1}, \dots, q_{i,l_i}, q_{i+1,1} \rangle$  adalah *subpath* dari  $\Omega_H$  dan

$\langle p_{i-1,l_{i-1}}, x_i, p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,l_i}, x_{i+1}, p_{i+1,1} \rangle$  adalah *subpath* dari  $H_C^*$ . Sehingga,

diperoleh suatu *path*  $P$  dari  $H_C^*$  dengan mengganti

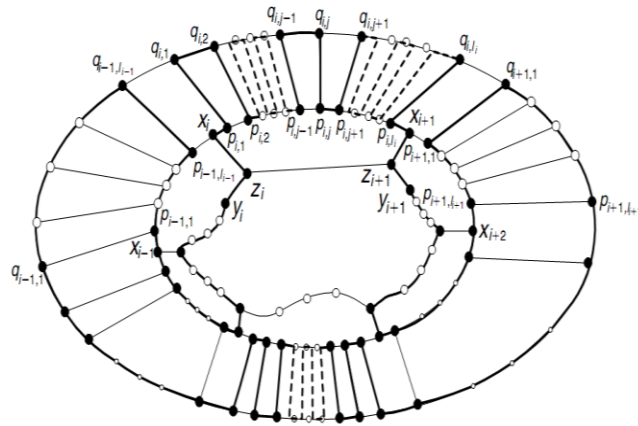
$\langle p_{i-1,l_{i-1}}, x_i, p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,l_i}, x_{i+1}, p_{i+1,1} \rangle$  dengan  $\langle x_i, p_{i,1}, \Omega_{p_i}, p_{i,l_i}, x_{i+1} \rangle$  dan

mengganti  $(z_i, z_{i+1})$  dengan  $(z_i, x_i)$  dan  $(z_{i+1}, x_{i+1})$ . Selanjutnya, hapus

$\langle q_{i-1,l_{i-1}}, q_{i,1}, \dots, q_{i,l_i}, q_{i+1,1} \rangle$  dari  $\Omega_H$  sehingga hasil penghapusan dari  $\Omega_H$  merupakan suatu *path*  $Q$ .

Definisikan  $M_2(H, e) = \langle p_{i-1,l_{i-1}}, q_{i-1,l_{i-1}}, Q, q_{i+1,1}, p_{i+1,1}, P, p_{i-1,l_{i-1}} \rangle$

Proses operasi  $M_2$  dapat dilihat pada Gambar 16 berikut :



Gambar 16. Ilustrasi dari Operasi  $M_2$

### Definisi 2.25 Operasi $M_3$ dan $M_4$ (Hsu and Lin, 2009)

Misal  $H$  adalah sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari  $G \setminus \{x_{i+1}\}$ . Definisikan operasi  $M_3(H, x_{i+1})$  untuk mengkonstruksi sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari  $Ext_C(G) \setminus \{p_{i,j}\}$  dimana  $j$  ganjil, dan  $M_4(H, x_{i+1})$  untuk mengkonstruksi sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari  $Ext_C(G) \setminus \{q_{i,j}\}$  dengan  $j$  genap.

Ketika  $x_{i+1}$  tidak ada di  $H$ ,  $\langle x_{i-1}, x_i, z_i \rangle$  dan  $\langle x_{i+3}, x_{i+2}, z_{i+2} \rangle$  adalah *subpath* dari  $H$ , maka  $\langle q_{i,1}, \Omega_{q_i}, q_{i,l_i}, q_{i+1,1}, \Omega_{q_{i+1}}, q_{i+1,l_{i+1}} \rangle$  adalah *subpath* dari  $\Omega_H$ .

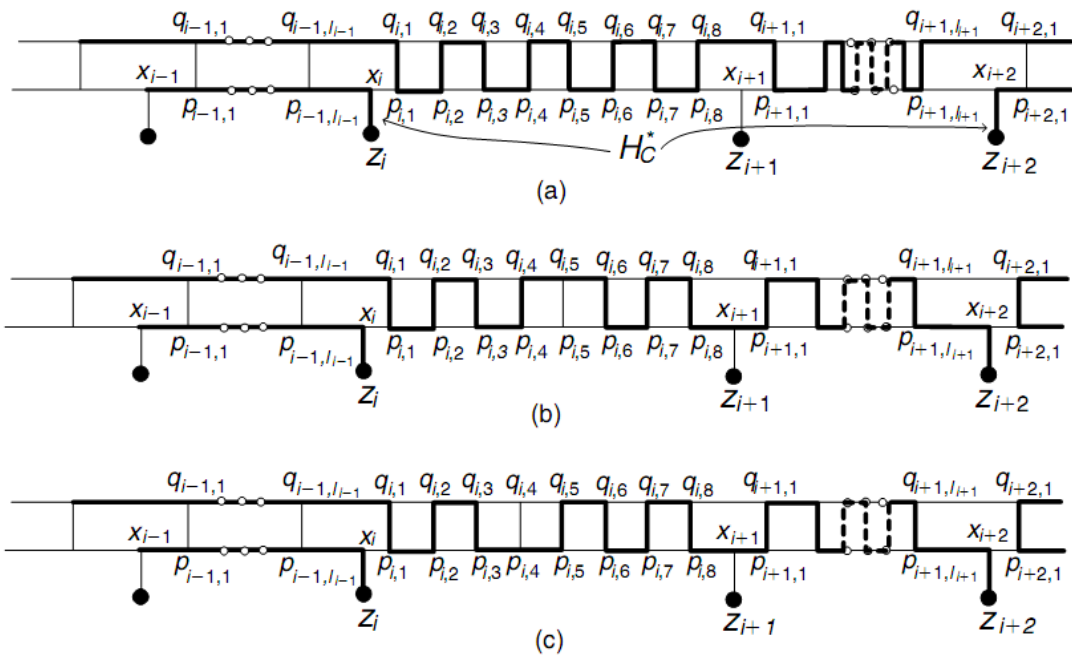
$Q = \Omega_H - \langle q_{i,1}, \Omega_{q_i}, q_{i,l_i}, q_{i+1,1}, \Omega_{q_{i+1}}, q_{i+1,l_{i+1}}, q_{i+2,1} \rangle$ .  $Q$  adalah *path* dari  $q_{i+2,1}$  ke  $q_{i,1}$ .  $P = H_C^* - \langle x_{i+2}, p_{i+2,1} \rangle$ .  $P$  adalah *path* dari  $x_{i+2}$  ke  $p_{i+2,1}$ .

Definisikan

$$M_3(H, e) = \langle p_{i+2,1}, q_{i+2,1}, Q, q_{i,1}, p_{i,1}, p_{i,2}, q_{i,2}, \dots, p_{i,j-1}, q_{i,j-1}, q_{i,j}, q_{i,j+1}, \\ p_{i,j+1}, p_{i,j+2}, q_{i,j+2}, \dots, q_{i,l_i}, p_{i,l_i}, x_{i+1}, p_{i+1,1}, \Omega_{p_{i+1}}, p_{i+1,l_{i+1}}, x_{i+2}, \\ P, p_{i+2,1} \rangle$$

$$M_4(H, e) = \langle p_{i+2,1}, q_{i+2,1}, Q, q_{i,1}, p_{i,1}, p_{i,2}, q_{i,2}, \dots, q_{i,j-1}, p_{i,j-1}, p_{i,j}, p_{i,j+1}, \\ q_{i,j+1}, q_{i,j+2}, p_{i,j+2}, \dots, p_{i,l_i}, x_{i+1}, p_{i+1,1}, \Omega_{p_{i+1}}, p_{i+1,l_{i+1}}, x_{i+2}, P, \\ p_{i+2,1} \rangle$$

Proses operasi  $M_3$  dan  $M_4$  dapat dilihat pada Gambar 17 berikut :



Gambar 17. Ilustrasi dari Operasi  $M_3$  dan  $M_4$

**Definisi 2.26 Operasi M<sub>5</sub> dan M<sub>6</sub> (Hsu and Lin, 2009)**

Misal H adalah sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari  $G \setminus \{x_i\}$ . Definisikan operasi M<sub>5</sub>

$(H, x_i)$  untuk mengkonstruksi suatu sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari

$Ext_C(G) \setminus \{p_{i,j}\}$  dengan  $j$  genap dan operasi M<sub>6</sub>  $(H, x_i)$  untuk mengkonstruksi suatu sirkuit (*cycle*) Hamiltonian dari  $Ext_C(G) \setminus \{q_{i,j}\}$  dengan  $j$  ganjil.

$Q = \Omega_H - \langle q_{i-2,l_{i-2}}, q_{i-1,1}, \Omega_{q_{i-1}}, q_{i-1,l_{i-1}}, q_{i,1}, \Omega_{q_i}, q_{i,l_i} \rangle$ . Q adalah suatu *path* dari  $q_{i,l_i}$  ke  $q_{i-2,l_{i-2}}$ .

$P = H_C^* - \langle x_{i-1}, p_{i-2,l_{i-2}} \rangle$ . P adalah *path* dari  $p_{i-2,l_{i-2}}$  ke  $x_{i-1}$

Definisikan

$M_5(H, x) = \langle x_{i-1}, p_{i-1,1}, \Omega_{p_{i-1}}, p_{i-1,l_{i-1}}, x_i, p_{i,1}, q_{i,1}, q_{i,2}, p_{i,2}, p_{i,3}, \dots, p_{i,j-1},$

$q_{i,j-1}, q_{i,j}, q_{i,j+1}, p_{i,j+1}, p_{i,j+2}, q_{i,j+2}, \dots, q_{i,l_i}, Q, q_{i-2,l_{i-2}}, p_{i-2,l_{i-2}},$

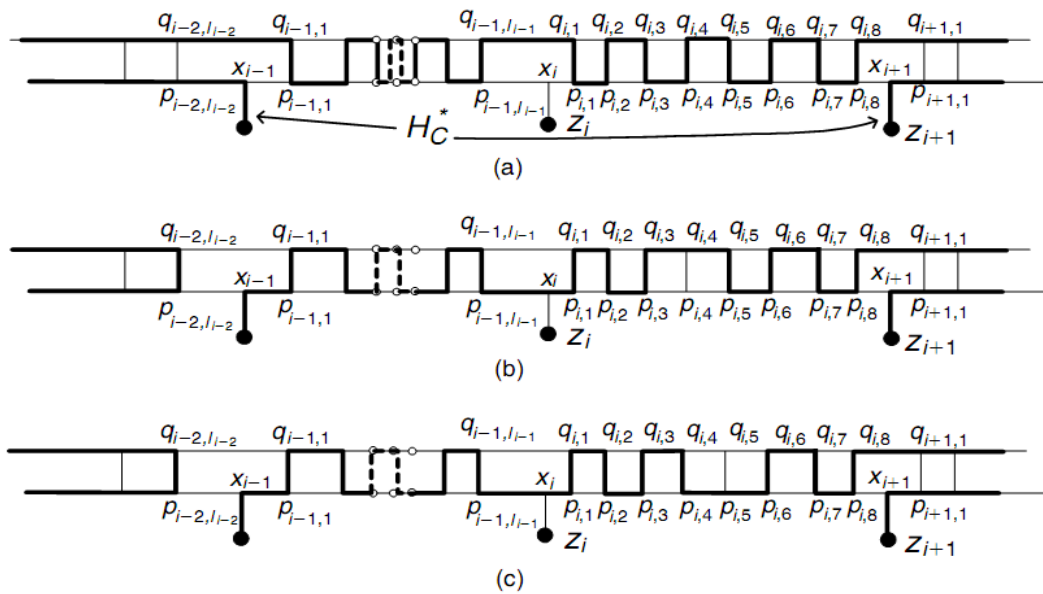
$P, x_{i-1} \rangle$

$M_6(H, x) = \langle x_{i-1}, p_{i-1,1}, \Omega_{p_{i-1}}, p_{i-1,l_{i-1}}, x_i, p_{i,1}, q_{i,1}, q_{i,2}, p_{i,2}, p_{i,3}, \dots, q_{i,j-1},$

$p_{i,j-1}, p_{i,j}, p_{i,j+1}, q_{i,j+1}, q_{i,j+2}, p_{i,j+2}, \dots, q_{i,l_i}, Q, q_{i-2,l_{i-2}},$

$p_{i-2,l_{i-2}}, P, x_{i-1} \rangle$

Proses operasi  $M_5$  dan  $M_6$  dapat dilihat pada Gambar 18 berikut.



Gambar 18. Ilustrasi dari Operasi  $M_5$  dan  $M_6$

### 2.27 1-Fault-Tolerant Hamiltonian Regular Graphs (Teng et al, 2005)

Suatu graf  $G = (V, E)$  adalah *1-Edge Fault Tolerant Hamiltonian* jika  $G \setminus \{e\}$  adalah *Hamiltonian* untuk setiap  $e \in E$  dan suatu graf  $G = (V, E)$  adalah *1-Vertex Fault Tolerant Hamiltonian* jika  $G \setminus \{v\}$  adalah *Hamiltonian* untuk setiap  $v \in V$ . Setiap graf *1-Edge Fault Tolerant Hamiltonian* adalah *Hamiltonian*. Suatu graf  $G = (V, E)$  adalah *1-Fault Tolerant Hamiltonian* jika  $G \setminus \{f\}$  adalah *Hamiltonian* untuk setiap  $f \in E \cup V$ .