

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Fungsi adalah suatu aturan f yang menghubungkan tiap unsur dalam himpunan A ke dalam unsur himpunan B . Jika f menghubungkan unsur b dengan unsur a , maka di tulis $b = f(a)$ dengan $f(a)$ adalah nilai dari f di a . Untuk fungsi-fungsi yang paling umum A dan B adalah himpunan bilangan real, di mana f disebut fungsi bernilai real dari suatu peubah real.

Fungsi-fungsi umum lainnya terjadi ketika B adalah himpunan bilangan real dan A adalah himpunan vektor.

Pemahaman tentang limit fungsi merupakan syarat mutlak untuk bisa memahami integral maupun diferensial. Limit fungsi bernilai vektor

$F(x) = f_1(x)e_1 + f_2(x)e_2 + \dots + f_n(x)e_n$ terdefinisi pada selang terbuka di D yang memuat a , kecuali mungkin di a sendiri dan $L = (l_1, l_2, \dots, l_n)$ vektor di R^n . Limit fungsi F jika x mendekati a sama dengan L ditulis $\lim_{t \rightarrow a} F(t) = L$, jika $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$ sehingga $0 < |t - a| < \delta$ maka $\|F(t) - L\| < \epsilon$. Konsep limit fungsi vektor ini didefinisikan dengan memanfaatkan konsep limit fungsi real, yaitu jika f adalah suatu fungsi, maka $\lim_{t \rightarrow a} f(t) = l$ jika dan hanya jika $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0$ sehingga jika $0 < |t - c| < \delta$ berlaku $|f(t) - l| < \epsilon$.

Mengintegalkan suatu fungsi $f(x)$ adalah menentukan suatu fungsi $F(x)$ sehingga turunannya

$\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$. Integral terbagi menjadi dua macam yaitu integral tentu dan integral tak

tentu.

Pada fungsi real integral tentu diperkenalkan sebagai limit jumlah Riemann. Riemann mendefinisikan integral pada fungsi suatu domain berupa interval tertutup dan terbatas pada himpunan real sebagai luas daerah di bawah kurva dari fungsi tersebut. Untuk menentukan luas daerah tersebut diawali dengan membagi interval di mana fungsi terdefinisi pada subinterval-subinterval yang banyak dan berhingga. Secara umum integral Riemann didefinisikan

$$I = \int_a^b f(x) dx = \lim_{\|P\| \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x_k$$

Pada penelitian ini akan dicari sifat-sifat integral Riemann pada fungsi bernilai vektor dengan memanfaatkan sifat limit dan sifat integral Riemann pada fungsi bernilai real.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah memahami dan mengkonstruksi konsep integral Riemann fungsi bernilai real ke dalam integral Riemann fungsi bernilai vektor.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini hanya membahas konsep integral fungsi bernilai vektor pada integral Riemann dengan menggunakan konsep dan sifat-sifat integral Riemann pada fungsi bernilai real.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Mempermudah dalam memahami konsep integral.
2. Memahami konsep dan sifat-sifat integral Riemann dalam fungsi bernilai real dan fungsi bernilai vektor.
3. Memberikan informasi tentang integral Riemann pada fungsi bernilai vektor.