

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Dalam analisis fungsional, ada banyak topik yang dapat dipelajari yang mengacu pada ruang, misalnya ruang Banach, ruang Hilbert dan lain-lain. Konsep ruang Hilbert meliputi ruang vektor, ruang bernorma, ruang metrik dan ruang *pre-hilbert*. Ruang bernorma merupakan ruang vektor yang dilengkapi dengan suatu norma. Ruang bernorma yang sudah lazim dibicarakan yaitu ruang bernorma yang dilengkapi *inner product* (hasil kali dalam). Ruang hasil kali dalam yang bersifat lengkap disebut sebagai ruang Hilbert  $\mathcal{H}$ . Lengkap di sini berarti setiap barisan *Cauchy*-nya konvergen.

Misalkan  $X$  dan  $Y$  masing – masing adalah ruang bernorm. Suatu pemetaan  $T$  yang mengaitkan setiap unsur di domain  $D(T) \in X$  dengan unsur tunggal  $y \in Y$  disebut operator. Operator – operator pada ruang Hilbert yaitu operator linear terbatas, operator kompak, operator tertutup, operator *self – adjoint* dan sebagainya. Operator linear merupakan suatu pemetaan dari ruang bernorma ke ruang bernorma. Misalkan  $T$  adalah operator pada ruang Hilbert  $\mathcal{H}$  disebut operator *self – adjoint* jika  $T^* = T$  (Darmawijaya, 2007).

Selain operator dalam matematika juga dikenal fungsi. Fungsi adalah pemetaan setiap anggota sebuah himpunan daerah asal (dinamakan sebagai domain) kepada anggota himpunan yang lain atau daerah kawan (dinamakan sebagai kodomain). Sedangkan himpunan dari semua peta di daerah kodomain dinamakan dengan daerah hasil (*range*). Jika ada dua buah fungsi bisa dioperasikan dengan operasi pengurangan, penjumlahan, perkalian, akar kuadratnya dan lain – lain maka hal tersebut menjadi menarik jika diterapkan pada operator.

Dari beberapa operator yang telah dibahas sebelumnya yang akan menjadi fokus penelitian ini adalah operator positif yang berkaitan erat dengan sifat operator yang *self adjoint*. Dalam hal ini akan dipertimbangkan semua *operator self – adjoint* yang linear dan terbatas. Dalam penelitian ini akan dibatasi pada perkalian dan akar kuadrat pada ruang Hilbert.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui perkalian dan akar kuadrat operator *self – adjoint* pada ruang Hilbert.

### 1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah :

1. Memberikan tambahan pengetahuan kepada peneliti dan pembaca tentang perkalian operator *self-adjoint* dan akar kuadrat pada ruang Hilbert.
2. Memberikan masukan bagi para peneliti lain yang ingin lebih lanjut mengkaji tentang perkalian dan akar kuadrat operator *self-adjoint* pada ruang Hilbert.