

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Dalam dunia aplikasi, sering berhadapan dengan fungsi, di mana fungsi itu mungkin diperoleh dari data numerik dengan interpolasi ataupun regresi. Sering kali fungsi yang diperoleh dengan cara demikian mungkin bukan fungsi yang kita inginkan, tetapi diinginkan fungsi lain. Sehingga fungsi lain yang diperoleh tersebut harus mendekati fungsi yang semula. Cara mencari fungsi tersebut adalah dengan optimisasi. Optimisasi adalah suatu proses memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi objektif yang memenuhi kendala tertentu. Suatu masalah optimisasi yang tidak mendapatkan solusi terbaik dalam ruang fisis atau ruang real, dapat dipecahkan dengan suatu sistem matematis, yaitu dengan membawa masalah tersebut ke ruang abstrak (berisi aksioma-aksioma) atau ruang vektor (Kreyszig, 1978).

Masalah aproksimasi fungsi di atas dapat diselesaikan pada ruang vektor, yaitu dengan metode optimisasi ruang vektor. Ruang vektor yang digunakan adalah ruang Hilbert. Ruang Hilbert merupakan ruang abstrak yang di dalamnya memuat perpaduan tiga konsep, yaitu Aljabar, Analisis dan Geometri. Konsep geometri yang digunakan adalah mengenai proyeksi, sebab ruang Hilbert dibangun oleh konsep *inner product* (Berberian, 1961). Penelitian tentang

masalah tersebut, diantaranya adalah penyelesaian masalah minimum norm pada ruang Hilbert $L_2[a,b]$ (Amanto dkk, 2003). Selanjutnya penelitian yang sama juga dilakukan pada ruang Hilbert yang lain, yaitu ruang Hilbert $C[a,b]$ (Joko Waluyo, 2003). Dalam hal ini konsep yang digunakan adalah minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$. Fungsi yang akan dicari aproksimasinya adalah fungsi-fungsi kontinu bernilai real yang terdefinisi pada $[a,b]$. Pada penelitian tersebut baru sampai pada tahap mencari solusinya, belum pada tahap evaluasi atau analisis hasil terkait dengan galat yang dihasilkannya.

Metode optimisasi dengan metode ruang vektor pada dasarnya adalah mencari vektor dengan norma minimum atau meminimumkan norma suatu vektor (Luenberger, 1969). Untuk membahas aproksimasi fungsi digunakan Teorema Proyeksi [Adkinson (2001) & Luenberger (2001)]. Dalam pemecahan masalah ini, langkah penting yang harus dilakukan adalah pemilihan basis yang bebas linear yang membangun ruang fungsi yang akan diaproksimasi dan penentuan kesalahan optimal atau ralat optimal dari aproksimasi yang diambil. Basis ini tidak tunggal. Pemilihan basis yang berbeda akan menghasilkan aproksimasi fungsi yang sama dan juga kesalahan optimal yang sama pula.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menganalisa galat yang terjadi pada aproksimasi fungsi dengan metode optimisasi ruang vektor, yaitu minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$ untuk mendapatkan aproksimasi fungsi yang terbaik.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan konsep analisa terhadap analisis galat atas pemilihan basis yang dilakukan pada aproksimasi fungsi dengan metode minimum norm pada ruang Hilbert $C[a,b]$ sehingga akan diperoleh aproksimasi fungsi terbaik dengan galat (kesalahan) yang paling kecil.
2. Memberikan kontribusi bagi peneliti tentang metode minimum norm pada ruang hilbert $C[a,b]$.
3. Dapat memberikan sumbangan pemikiran dan menambah wawasan mengenai metode minimum norm pada ruang hilbert $C[a,b]$.

1.4 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, pembahasan dibatasi pada analisis aproksimasi fungsi aljabar (polinomial dan fungsi rasional).