II. TINJUAN PUSTAKA

2.1. Limit

Definisi

$\lim_{x \to a} f(x) = L$, dan mengatakan “limit” *f (x)* ketika *x* mendekati *a* sama dengan L, jika dapat dibuat nilai *f (x)* sebarang yang dekat dengan L dengan cara mengambil nilai *x* yang dekat dengan a, tetapi tidak sama dengan a (Stewart,1998).

2.2 Limit Sepihak

Untuk mengatakan bahwa lim f(x) = L berarti bilamana x dekat tetapi pada sebelah kanan c_0 maka f(x) adalah dekat ke L serupa, untuk mengatakan bahwa lim f(x) = L berarti bahwa bilamana x dekat tetapi sebelah kiri c_0 maka f(x) adalah dekat ke L (Purcell, 1987)

2.3.Teorema Limit

Teorema limit di bawah ini di susun untuk acuan selanjutnya :

2.3.1. Jika f(x) = c suatu konstanta, maka $\lim_{x\to a} f(x) = c$

Jika $\lim_{x\to a} f(x) = A \ dan \ \lim_{x\to a} f(x) = B$

Maka

2.3.2. $\lim_{x\to a} k.f(x) = KA. k \ sembarang \ konstanta$

2.3.3. $\lim_{x\to a} |f(x) \pm g(x)| = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x) = A \pm B$

2.3.4. $\lim_{x\to a} |f(x).g(x)| = \lim_{x\to a} f(x). \lim_{x\to a} g(x) = A.B$

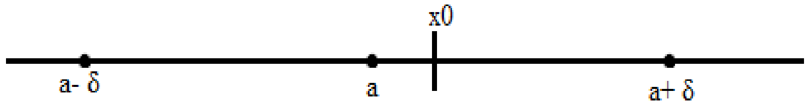
2.3.5. $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} = \frac{A}{B} : \lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

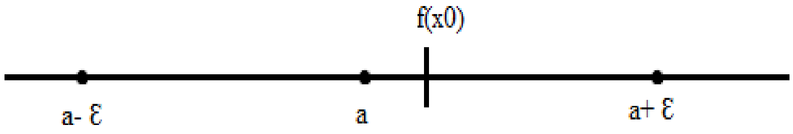
2.3.6. $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)} = \sqrt[n]{A}, \ asalkan \ \sqrt[n]{A} \ adalah \ bilangan \ rill.$

A $>$ 0. (Ayres,1972)

2.4. Jenis-jenis Limit

a . Limit f(x) = A Jika untuk tiap bilangan positif yang dipilih Ɛ , bagaimanapun kecilnya terhadap sebuah bilangan positif δ sedemikian rupa, sehinngga bila 0 $<$ $|x - 4| < \delta$, maka $|f(x) - A| < \epsilon$. Inti definisi ini adalah bahwa setelah Ɛ dipilih [selang (ii) telah ditepapkan], δ dapat di cari [selang (i) dapat ditentukan] sehingga jika x ≠ a ada pada selang (i). Misalnya di x_0, maka f(x) ada pada selang (ii)





b. $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$, jika untuk setiap bilangan positif M bagaimanapun besarnya, terdapat suatu bilangan positif δ sedemikian rupa, sehingga jika $0 < |x - a| < \delta$ maka $0 < |x - a| < \delta$ jika $|f(x)| > M$.

Jika $f(x) > M, \lim_{x \to a} f(x) = +M$

Jika $f(x) < M, \lim_{x \to a} f(x) = -M$

c. $\lim_{x \to a} f(x) = A$ jika untuk setiap bilangan positif Ɛ bagaimanapun kecilnya, terdapat suatu bilangan positif M sedemikian rupa, sehingga jika $|x| > M, maka\ |f(x) - A| < Ɛ$.

d. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ jika untuk setiap bilangan positif M bagaimanapun kecilnya, terdapat suatu bilangan positif P sedemikian rupa, sehingga jika $|x| > p$ maka $|f(x)| > M$ **(**Soemartojo,1988)

2.5.Fungsi

Definisi 2.5.1

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi (padanan) yang menghubungkan setiap objek dalam suatu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai tunggal f(x) dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi (Purcell, dkk. 2003).

Definisi 2.5.2

Diberikan dua fungsi f dan g :

i. Jumlahnya, dinyatakan oleh f + g, adalah suatu fungsi yang didefinisikan oleh : $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

ii. Selisihnya, dinyatakan oleh f – g, adalah suatu fungsi yang didefinisikan oleh : $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

iii. Hasil kalinya, dinyatakan oleh f . g, adalah suatu fungsi yang didefinisikan oleh : $(f . g)(x) = f(x) . g(x)$

iv. Hasil baginya, dinyatakan oleh f / g, adalah suatu fungsi yang didefinisikan oleh : $(f / g)(x) = f(x) / g(x) : g(x) \neq 0$

Dalam setiap kasus, daerah hasilnya adalah nilai persekutuan x pada daerah asal fungsi f dan g, dengan syarat tambahan bahwa dalam kasus iv dimana nilai
$g(x) = 0$ (Leithold,1986).

Definisi 2.6

Daerah asal adalah himpunan elemen-elemen pada fungsi itu mendapat nilai.

Definisi 2.7

Daerah hasil adalah himpunan nilai-nilai yang diperoleh secara demikian.

(Purcell, 1987)

2.8. Kekontinuan Fungsi

Definisi 2.8.1

Misal f terdefinisi pada selang terbuka I yang memuat c. Fungsi dikatakan kontinu di c jika $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

Definisi 2.8.2

Fungsi f dikatakan kontinu di $c \in Df$ jika $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 \ \ni$

$|x - c| < \delta \rightarrow |f(x) - f(c)| < \varepsilon$ (Martono, 1999).

2.9. Kekontinuan Pada Selang

Definisi

Dikatakan f kontinu pada selang terbuka (a,b) jika f kontinu di setiap titik (a,b). f kontinu di selang tertutup [a,b] jika kontinu pada (a,b), kontinu kanan di a, dan kontinu kiri di b.

Teorema A

Fungsi polinom kontinu di setiap bilangan riil c. Fungsi rasional kontinu di setiap bilangan rill c dalam daerah asalnya, yaitu kecuali di mana penyebutnya.

Teorema B

Fungsi nilai mutlak adalah kontinu di setiap bilangan rill c, jika n ganjil, fungsi akar ke n kontinu di setiap bilangan rill c; jika n genap, fungsi ini kontinu di setiap bilangan rill positif c.

Teorema C

Jika f dan g kontinu di c, maka demikian juga kf, f + g, f - g, f . g, f / g (asalkan g(c)$\neq 0, f^n, dan \sqrt[n]{f}$ $(asalkan\ f(c) > o\ jika\ n\ genap$.

Teorema D

(Teorema limit komposit). Jika $\lim_{x \to c} g(x) = l\ dan\ jika\ \ f\ kontinu\ di\ L, maka$

$$\lim_{x \to c} f(g(x)) = f(\lim_{x \to c} g(x) = f(L)$$

Khususnya jika g kontinu di c dan f kontinu di g(c), maka fungsi komposit $f \circ g$ kontinu di c.

Teorema E

(Teorema Nilai Antara). Jika f kontinu pada [a,b] dan jika W sebuah bilangan antara f(a) dan f(b) , maka terdapat sebuah bilangan c di antara a dan b sedemikian sehingga f(c) = W (Purcell, 1987).

2.10. Definisi Persamaan Diferensial

Definisi 2.10.1

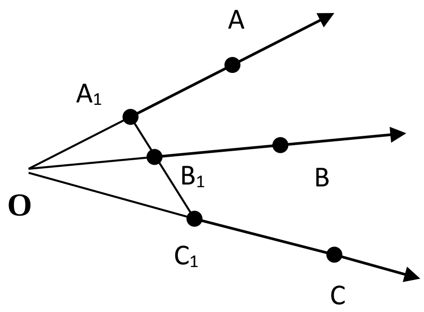
Misalkan fungsi y = f(x) terdiferensialkan di x ∈ Df, dengan Df suatu selang terbuka. Diferensial dari peubah bebas x, ditulis dx, didefinisikan sebagai tambahan sebarang dari x, yaitu $dx = \Delta x$

Diferensial dari peubah tak bebas y, ditulis dy, didefinisikan sebagai

$dy = f`(x)dx$ (Martono, 1999).

2.11. Urutan sinar dan sudut

1. **Sinar**



Gambar 1. Kedudukan antar sinar

Definisi 2.11.1

Andaikan $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, dan $\overline{OC}$ tiga sinar yang berpangkalan sama dititik *O*. Andaikan pula $\overline{OA}$ dan $\overline{OC}$ berlainan dan tidak berlawanan. Jika ada titik A_1, B_1, C_1 sehingga $A_1 \in \overline{OA}$, $B_1 \in \overline{OB}$, $C_1 \in \overline{OC}$ dan (A_1, B_1, C_1) maka dikatakan bahwa sinar $\overline{OB}$ terletak antara $\overline{OA}$ dan $\overline{OC}$, ditulis ($\overline{OA}$ $\overline{OB}$ $\overline{OC}$).

Teorema

Jika ($\overline{OA}$ $\overline{OB}$ $\overline{OC}$) Maka ($\overline{OC}$ $\overline{OB}$ $\overline{OA}$).

Teorema

Jika ($\overline{OA}$ $\overline{OB}$ $\overline{OC}$), maka tiap pasang sinar dalam ganda $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ berlainan dan tidak berlawanan.

Teorema

Jika ($\overline{OA}$ $\overline{OB}$ $\overline{OC}$), maka berlaku

1. *A*, *B* terletak pada sisi *OC* yang sama.
2. *B*, *C* terletak pada sisi *OA* yang sama.
3. *A*, *C* terletak pada sisi *OB* yang berhadapan.

Teorema

Jika ($\overline{OA}$ $\overline{OB}$ $\overline{OC}$) maka berlaku ~ ($\overline{OB}$ $\overline{OC}$ $\overline{OA}$).

2. Sudut

Pengertian sudut menyangkut berbagai konsep, yaitu:

1. Sebuah gambar yang terdiri atas dua garis.
2. Daerah pada bidang yang dibatasi oleh dua garis yang berpotongan.
3. Sebuah ukuran yang dinyatakan dengan bilangan real yang menggambarkan selisih arah dua garis yang berpotongan.

Definisi 2.11.2

Andaikan ada tiga titik *O*, *A*, *B* yang berlainan dan tidak segaris himpunan titik $\overline{OA} \cup \overline{OB} \cup \{O\}$ disebut sudut dan ditulis sebagai $\angle AOB$.

Jadi $\angle AOB = \overline{OA} \cup \overline{OB} \cup \{O\}$. Sinar $\overline{OA}$ dan $\overline{OB}$ dinamakan sisi sudut dan *O* dinamakan titik sudut.

Definisi 2.11.3

Daerah dalam sebuah $\angle AOB$, yang dilambangkan dengan $D(\angle AOB)$ adalah himpunan titik X sehingga $\overline{OX}$ antara $\overline{OA}$ dan $\overline{OB}$ atau dengan kata lain $D(\angle AOB) = \left\{X \middle| (\overline{OA}\ \overline{OX}\ \overline{OB})\right\}$.

Daerah luar $\angle AOB$, adalah himpunan titik X yang tidak dalam daerah dalam maupun pada sudur tersebut. Daerah luar $\angle AOB$ ditulis sebagai $L(\angle AOB)$. Jadi adalah $L(\angle AOB) = \{X | X \in AOB \cap X \notin D(\angle AOB) \cap X \notin \angle AOB\}$.

Definisi 2.11.4

Dua buah sudut yang bertitik ujung sama membentuk sepasang sudut yang bertolak belakang apabila kedua kaki sudut yang satu berlawanan arah dengan kedua kaki sudut yang lain.

Definisi 2.11.5

Dua garis *l* dan *m* dikatakan membentuk sebuah sudut, apabila titik sudutnya berimpit dengan titik potong kedua garis itu dan apabila kedua kakinya termuat dalam dua garis tersebut.

Teorema

Dua garis yang berpotongan membentuk tepat empat buah sudut.

(Rawuh, 2009)

2.12 Empat macam waktu dipakai dalam membuat dan menghitung pengamatan astronomis :

2.12.1 **Waktu bintang(sidereal time)**. Satu hari bintang adalah interval waktu antara dua kulminasi atas titik semi(vernal equinox) yang terurutan pada meridian yang sama.

Definisi Vernal Equinox

Vernal Equinox adalah titik potong ekuator langit dan lingkaran jam melalui matahari pada saat mencapai deklinasi nol.

Definisi Ekuator Langit

Ekuator langit adalah lingkaran besar pada bola langit yang bidangnya tegak lurus pada sumbu perputaran bumi.

Definisi Lingkaran Jam

Lingkaran jam adalah sembarang lingkaran besar pada bola langit yang melalui kutub-kutub langit Utara dan Selatan.

2.12.2 **Waktu matahari sejati**. Satu hari matahari sejati(apparent solar day) adalah jangka waktu antara dua kulminasi-bawah matahari yang berturutan. Waktu matahari sejati adalah waktu matahari dan panjang hari beragam sedikit karena kecepatan edar matahari tidak konstan.

2.12.3 **Waktu matahari setengah(civil time)**. Waktu ini dikaitkan dengan matahari fiktif yang disebut matahari “menengah” yang dianggap bergerak dengan kecepatan seragam. Ini merupakan dasar waktu arloji sehari 24-jam.

2.12.4 **Waktu standar.** Ini adalah waktu menengah pada meridian-meridian terpisah 15 derajat atau 1 jam, diukur ke Timur dan ke Barat dari Greenwich.

Definisi Meridian

Meridian adalah lingkaran jam yang memuat Zenit.

Definisi Zenit

Zenit adalah titik di bola langit yang vertikal di atas pengamat(Brinker, 1997).