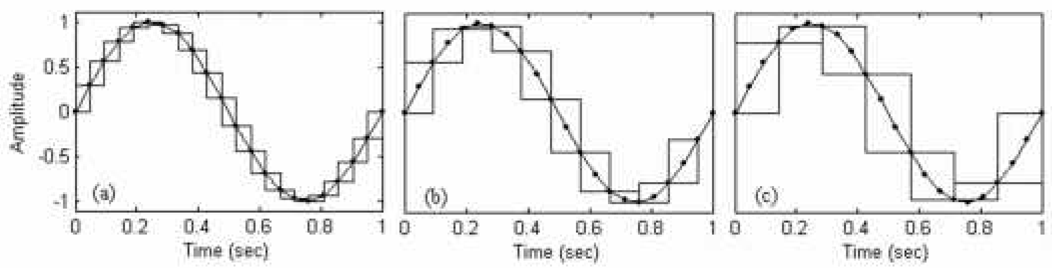
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Penelitian Terkait

Penelitian terkait analisis kekasaran permukaan dan perhitungan dimensi fraktal telah dilakukan oleh beberapa peneliti, diantaranya yang dilakukan oleh Raghavendra dan Narayana (2010). Penelitian ini mengusulkan sebuah metode untuk menghitung dimensi fraktal bentuk gelombang sinyal dengan memodifikasi metode *Box Counting*. Metode *Box Counting* merupakan perhitungan dimensi fraktal berdasarkan jumlah kotak untuk menutupi gelombang sepenuhnya. Modifikasi *Box Counting* yang dilakukan yaitu dengan melakukan beberapa pembagian panjang resolusi waktu yang disebut dengan metode MRL *(multiresolution length Method)*. Pada metode ini, resolusi waktu pada garis x akan dibagi dengan panjang kotak yang berbeda seperti pada gambar 2.1.



Gambar 2.1. Multiresolution length Method sinusoidal signal(a) resolusi waktu terbaik, (b)resolusi waktu sedang dan (c) resolusi waktu kasar.

Tujuan dari modifikasi metode *Box Counting* yaitu menampilkan hasil perhitungan dimensi fraktal (FD) yang unggul dibandingkan dengan metode bentuk gelombang dari *Katz, Sevcik* dan *Higuchi*. Hal tersebut dikarenakan banyaknya pembagian sinyal yang akan dihitung berdasarkan lebar kotak pada resolusi waktu yang berbeda – beda, sehingga nilai yang diperoleh lebih spesifik. Terdapat tiga gelombang sinyal yang diukur yaitu sinyal fraktal parametrik, sinyal sinusoidal dan sinyal acak. Hasil yang diperoleh menunjukkan kinerja buruk dalam memperkirakan FD ketika menggunakan metode *Katz* dan metode *Sevcik* karena nilai yang tidak konsisten pada perhitungan dimensi rendah dan tinggi. Sedangkan metode *Higuchi* perlunya menentukan nilai interval waktu sehingga perhitungan terhadap sinyal lain menjadi sama. Nilai dimensi fraktal terbaik diperoleh dengan menggunakan metode MRL karena tidak memerlukan spesifikasi nilai interval waktu.

Perhitungan mengenai dimensi fraktal juga dapat dilakukan untuk sistem identifikasi telapak tangan yang dilakukan oleh Mulyadi dkk (2013). Pada penelitian tersebut dilakukan proses *region properties* seperti pada gambar 2.2, yaitu merupakan bagian dari segmentasi untuk menentukan *properties* dari sebuah citra tangan berupa *pixel value* atau dapat berupa ekstraksi ciri dan pencocokkan bentuk dari citra tersebut.

Gambar 2.2. Proses Region Properties

Algoritma untuk ekstraksi ciri tekstur telapak tangan adalah dimensi fraktal dengan metode *Box-Counting*. Sedangkan untuk pencocokan digunakan metrika koefisien korelasi dengan persamaan:

$$S_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_{ik} - \bar{x}_i).(x_{jk} - \bar{x}_j)}{\left[\sum_{k=1}^{n}(x_{ik} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^{n}(x_{jk} - \bar{x}_j)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \qquad (2.1)$$

dengan :

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} X_{ik}$$

$$\bar{X}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} X_{jk}$$

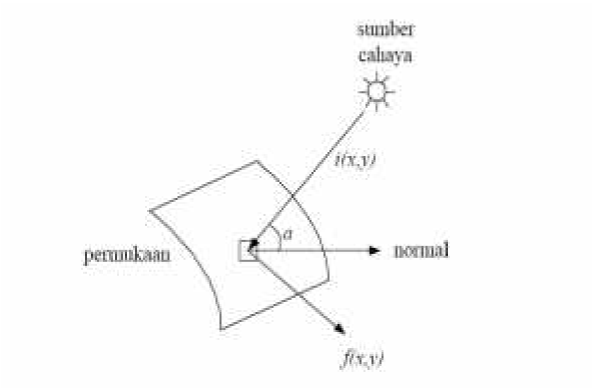
Hasil yang didapatkan dari 30 data uji adalah sebanyak 25 data berhasil dilakukan proses klasifikasi dengan benar atau persentase keberhasilan sebesar 83,33%.

Penelitian lain terkait yaitu analisa kekasaran permukaan kulit yang dilakukan oleh Suprijanto dkk (2011). Pada penelitian tersebut menggunakan pemprosesan citra dengan aplikasi mikroskop yaitu *dermatoscopy digital* yang terdiri dari sistem lensa optik untuk memperbesar profil dari permukaan kulit dan sensor CCD untuk mengubah citra analog ke citra digital pada *interfacing* komputer, dimana citra digital mewakili topografi permukaan kulit. Hasil citra digital permukaan kulit dilakukan *skin analyzer* dengan filter median, sehingga diperoleh profil permukaan dan deskripsi tekstur mikro topografi. Penelitian yang dilakukan mengambil sampel berupa replika kulit, kulit muda dan kulit tua, serta analisa 7 kulit dengan anti kerut kosmetik. Hasil yang diperoleh pada replika kulit dan perbandingan kulit tua dan muda adalah berhasil untuk mengukur kekasarannya, sedangkan analisa anti kerut enam dari tujuh sampel kulit berhasil diidentifikasi.

B. Teori Dasar

1. Pengolahan Citra

Istilah citra digunakan dalam bidang pengolahan citra dapat diartikan sebagai suatu fungsi kontinu dari intensitas cahaya dalam bidang dua dimensi. Pemrosesan citra dengan komputer digital membutuhkan citra digital sebagai masukannya. Citra digital adalah citra kontinu yang diubah dalam bentuk diskrit baik koordinat ruang maupun intensitas cahayanya (Jain, 1995).



Gambar 2.3. Pembentukan Citra

Gambar 2.3 memperlihatkan proses pembentukkan intensitas cahaya. Sumber cahaya menyinari permukaan objek. Jumlah pancaran (iluminasi) cahaya yang diterima objek pada koordinat (x,y) adalah i(x,y). Objek memantulkan cahaya yang diterimanya dengan derajat pantulan r(x,y). Hasil kali antara i(x, y) dan r(x,y) menyatakan intensitas cahaya pada koordinat (x,y) yang ditangkap oleh sensor visual pada sistem optik.

Pada dasarnya citra yang dilihat terdiri atas berkas – berkas cahaya yang dipantulkan oleh benda – benda disekitarnya. Fungsi intensitas merupakan fungsi sumber cahaya yang menerangi objek serta jumlah cahaya yang dipantulkan oleh objek seperti persamaan :

$$f(x, y) = i(x,y) \mathbf{.}\, r(x,y) \tag{2.2}$$

Dimana : $0 < i(x,y) < \infty$ (iluminasi sumber cahaya)

$0 < r(x,y) < 1$ (koefisien pantul objek) (Wijaya dan Prijono, 2007).

Nilai i(x,y) ditentukan oleh sumber cahaya, sedangkan r(x,y) ditentukan oleh karakteristik objek di dalam gambar. Nilai r(x,y) = 0 mengindikasikan penyerapan total, sedangkan r(x,y) = 1 menyatakan pemantulan total. Jika permukaan mempunyai derajat pemantulan nol, maka fungsi intensitas cahaya f(x,y) juga nol. Sebaliknya, jika permukaan mempunyai derajat pemantulan 1, maka fungsi intensitas cahaya sama dengan iluminasi yang diterima oleh permukaan tersebut.

Contoh – contoh nilai i(x,y) :

1. Pada hari cerah, matahari menghasilkan iluminasi i(x,y) sekitar 9000 *foot candles.*
2. Pada hari mendung (berawan), matahari menghasilkan iluminasi i(x,y) sekitar 1000 *foot candles.*
3. Pada malam bulan purnama, sinar bulan menghasilkan iluminasi i(x,y) sekitar 0,01 *foot candles.*

Contoh nilai r(x,y) :

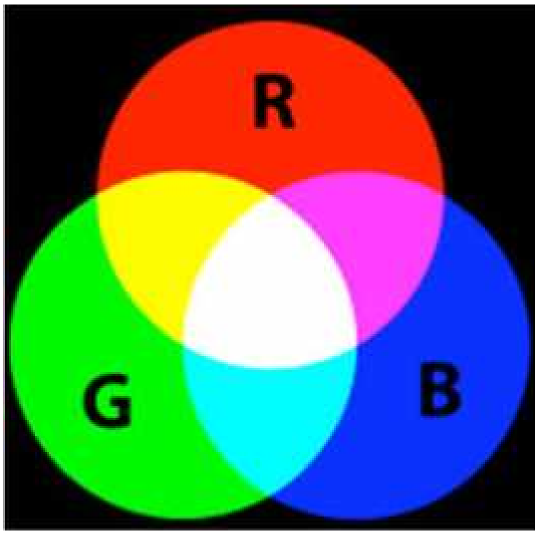
1. Benda hitam mempunyai r(x,y) = 0,01
2. Dinding putih mempunyai r(x,y) = 0,8
3. Benda logam dari stainlessteel mempunyai r(x,y) = 0,65
4. Salju mempunyai r(x,y) = 0,93

Citra juga dapat diartikan sebagai suatu sistem perekaman data yang bersifat optik berupa foto, bersifat analog berupa sinyal – sinyal video seperti gambar pada monitor televisi atau bersifat digital yang dapat langsung disimpan pada suatu pita magnetik. Citra digital tidak selalu merupakan hasil langsung data rekaman suatu sistem. Kadang – kadang hasil rekaman data bersifat kontinu seperti gambar pada monitor televisi, foto sinar – X dan lain sebagainya. Dengan demikian untuk mendapatkan suatu citra digital diperlukan suatu proses konversi, sehingga citra tersebut selanjutnya dapat diproses dengan komputer (Murni, 1992).

Umumnya citra digital berbentuk persegi panjang atau bujur sangkar (pada beberapa sistem pencitraan ada pula yang berbentuk segienam) yang memiliki lebar dan tinggi tertentu. Ukuran ini biasanya dinyatakan dalam banyaknya titik atau *pixel*. Setiap titik memiliki koordinat sesuai posisinya dalam citra. Koordinat ini biasanya dinyatakan dalam bilangan bulat positif, yang dapat dimulai dari 0 atau 1 tergantung pada sistem yang digunakan. Setiap titik juga memiliki nilai berupa angka digital yang merepresentasikan informasi yang diwakili oleh titik tersebut. Format yang sering digunakan untuk citra digital adalah citra warna (*true color*) dan citra skala keabuan (*grayscale*).

1.1 Citra Warna (*True Color*)

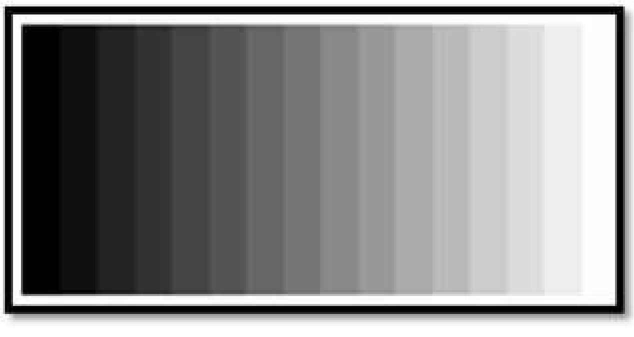
Setiap *pixel* yang terdapat pada citra warna yang merupakan kombinasi dari tiga warna dasar merah, hijau dan biru (RGB = *Red Green Blue*). Setiap warna dasar menggunakan penyimpanan 8 bit = 1 *byte*, yang berarti setiap warna memiliki gradasi sebanyak 256 warna. Berarti setiap *pixel* memiliki kombinasi warna sebanyak 2^{24} = lebih dari 16 juta warna. Itulah sebabnya format ini dinamakan *true color* karena memiliki jumlah warna yang cukup besar seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.2 (Prasetyo, 2010).



Gambar 2.4. Warna RGB

1.2 Citra Keabuan (*Grayscale*)

Citra keabuan merupakan citra digital yang hanya memiliki satu nilai kanal pada setiap *pixel*nya, dengan kata lain bagian merah = hijau = biru. Nilai tersebut digunakan untuk menunjukkan tingkat intensitas. Dalam level keabuan, warna merah hijau dan biru memiliki persentasi yang sama yaitu 33,33%. Warna yang dimiliki terlihat pada gambar 2.5, berupa warna dari hitam, keabuan dan putih. Tingkat keabuan disini merupakan warna abu dengan berbagai tingkatan dari hitam hingga mendekati putih (Putra, 2010).



Gambar 2.5. Susunan warna *grayscale*

Secara digital, suatu *grayscale image* dapat direpresentasikan dalam bentuk array dua dimensi. Tiap elemen dalam array menunjukkan level dari gambar pada posisi koordinat yang bersesuaian. Apabila suatu citra direpresentasikan dalam 8 bit maka berarti pada citra terdapat 2^8 atau 255 level *grayscale*. Biasanya bernilai 0 – 255, dimana 0 menunjukkan level intensitas paling gelap dan 255 menunjukkan intensitas paling terang (Prasetyo, 2010).

2. Fraktal

Geometri fraktal adalah cabang matematika yang mempelajari sifat-sifat dan perilaku fraktal. Fraktal merupakan sebuah kelas bentuk geometri kompleks yang umumnya mempunyai nilai dimensi pecahan. Istilah fraktal (*fractal*) berasal dari kata latin *fractus* (berarti terpenggal atau patah). Sering bentuk-bentuk fraktal bersifat menyerupai diri sendiri (*self-similar*), artinya setiap bagian kecil dalam sebuah fraktal dapat dipandang sebagai replikasi skala kecil dari bentuk keseluruhan. Fraktal berbeda dengan gambar – gambar klasik sederhana atau geometri Euclid seperti bujur sangkar, lingkaran, bola dan sebagainya. Fraktal dapat digunakan untuk menjelaskan banyak obyek yang bentuknya tak beraturan atau fenomena alam yang secara spasial tak seragam, seperti bentuk garis pantai atau lereng gunung (Mandelbrot 1977).

Secara umum fraktal bentuknya tidak teratur (tidak halus) dan bentuk yang tidak berdasarkan linearitas, jadi bukan termasuk benda yang terdefinisikan oleh geometri tradisional. Fraktal memiliki detail yang tak hingga dan dapat memiliki struktur kemiripan diri pada tingkat perbesaran yang berbeda. Pada banyak kasus, sebuah fraktal bisa dihasilkan dengan cara mengulang suatu pola, biasanya dalam proses rekursif atau iteratif (Edgar, 2007).

Fraktal bisa membantu menjelaskan banyak situasi yang sulit dideskripsikan menggunakan geometri klasik, dan sudah banyak diaplikasikan dalam sains, teknologi dan seni karya komputer. Karena keindahannya, fraktal banyak dipakai dalam *computer graphics* untuk menciptakan bentuk-bentuk yang alami bahkan menakjubkan. Berbagai jenis fraktal pada awalnya dipelajari sebagai benda-benda matematis. Ada banyak bentuk matematis yang merupakan fraktal buatan, diantaranya *Sierpinski triangle*, *Koch snowflake*, *Peano curve*, *Mandelbrot set* dan *Lorenz attractor*. Fraktal juga banyak menggambarkan objek-objek di dunia nyata seperti awan, pegunungan, turbulensi dan garis pantai yang mempunyai bentuk geometri yang rumit.

2.1 Fraktal Alami

Fraktal alami merupakan fenomena fraktal yang terjadi dan terbentuk dengan sendirinya. Beberapa contoh jenis fraktal alami yang sering kita temui pada kehidupan sehari – hari yaitu pada struktur daun pakis dan daun cemara, garis pantai dan garis awan, aluran sungai serta struktur dari kerang.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Gambar 2.6. Fraktal alami (a) pakis (b) aliran sungai (c) garis pantai (d) petir (e) kerang laut (f) awan.

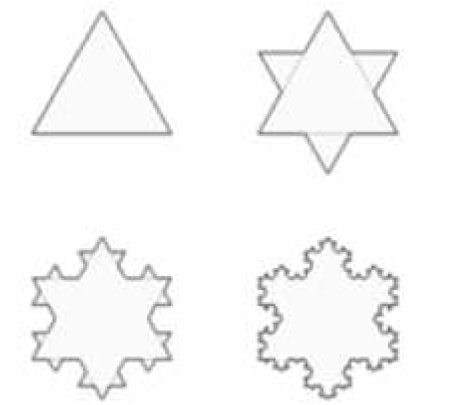
Pada gambar 2.6, ditunjukkan beberapa contoh fraktal alami yang terbentuk dengan sendirinya di alam. Salah satunya adalah daun pakis yang menggunakan model algoritma rekursif. Sifat rekursifnya bisa dilihat dengan mudah, ambil satu cabang dari suatu pohon dan akan terlihat bahwa cabang tersebut adalah miniatur dari pohonnya secara keseluruhan (tidak sama persis, tetapi mirip). Begitu pula pada gambar 2.6e yaitu kerang laut yang memiliki pola serupa atau (*self-similarity*). Sedangkan untuk gambar 2.6b, 2.6c, 2.6d dan 2.6f adalah fraktal yang menunjukkan garis yang memiliki nilai dimensi tertentu berupa nilai pecahan.

2.2 Fraktal Buatan

Fraktal buatan merupakan hasil buatan manusia yang memiliki sifat fraktal yang dikelompokkan menjadi tiga kategori luas sebagai berikut :

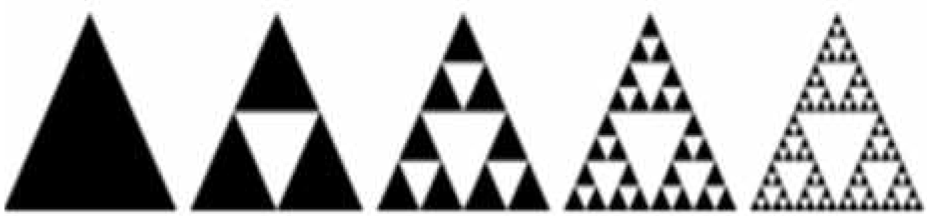
1) Sistem fungsi iterasi

Fraktal ini memiliki pola yang dapat dibangkitkan dengan mudah melalui iterasi. Contohnya himpunan *Cantor*, serpihan salju *Koch* dan segitiga *Sierpinski*.



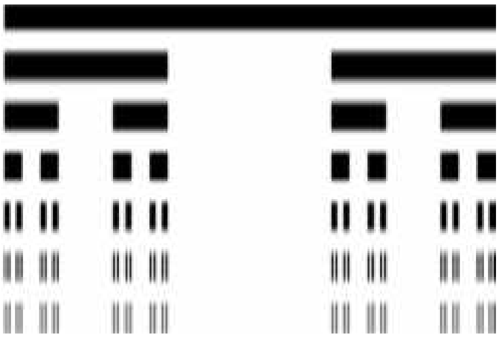
Gambar 2.7. Salju Koch

Bunga salju *Koch* merupakan fraktal yang terdiri dari gabungan daerah-daerah berbentuk segitiga yang jumlahnya tak hingga, seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.7. Setiap kali segitiga baru ditambahkan saat membangun bunga salju *Koch* (suatu iterasi), kelilingnya bertambah. Keliling bunga salju Koch adalah tak hingga (Falconer, 2003).



Gambar 2.8. Segitiga Sierpinski

Gambar 2.8 menunjukkan segitiga *Sierpinski* yang dibuat melalui metode rekursi, dimana pada segitiga utama tiap sisi-sisinya dibagi dua untuk membuat titik-titik baru, kemudian dari ketiga sisi yang terbentuk, saling dihubungkan menjadi sebuah segitiga yang lebih kecil sehingga terbentuk 3 segitiga di pinggir dan satu segitiga paling besar di tengah, demikian seterusnya untuk segitiga-segitiga yang terletak di pinggir atau sudut segitiga besar dilakukan proses serupa.

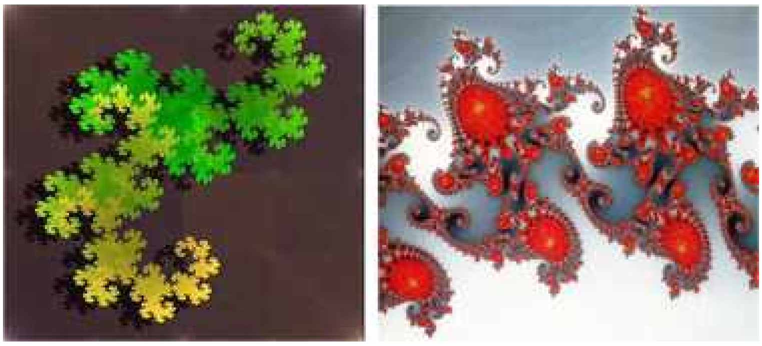


Gambar 2.9. Himpunan Cantor

Gambar 2.9 merupakan himpunan *Cantor* yang ditemukan oleh George Cantor, seorang ahli matematika abad 19 yang tertarik dengan jumlah titik tak terbatas pada segmen garis. George Cantor memberi contoh tentang berbagai himpunan bagian dari garis riil dengan sifat yang tidak wajar. Cantor merancang sebuah contoh yang menggambarkan fraktal klasik yang dibuat dengan cara menghapus suatu titik pada garis. Operasinya menghapus titik dimulai dengan sebuah garis dan membagi garis menjadi 3 segmen sama panjang. Cantor menghapus bagian tengah dari sepertiga garis tersebut, kemudian menghapus sepertiga lagi dari dua garis segmen yang tersisa dan seterusnya hingga menghasilkan himpunan Cantor seperti pada gambar 2.9.

2) Fraktal waktu lolos

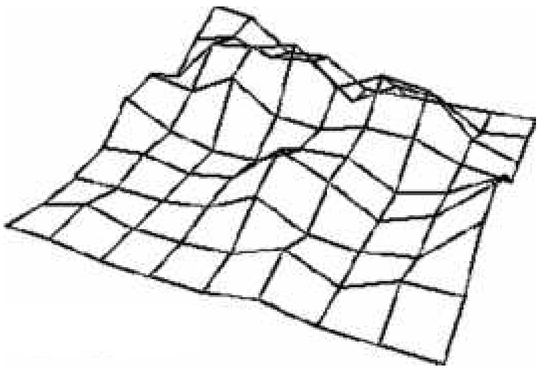
Fraktal ini menggunakan formula atau relasi rekursif pada setiap titik dalam bidang. Contohnya himpunan Julian, yaitu merupakan bagian dari fraktal Mandelbrot seperti gambar 2.10.



Gambar 2.10. Himpunan Julian

3) Fraktal acak

Fraktal acak menggunakan proses stokastik. Contohnya pada gerak *Brown*, teori Perlokasi dan fraktal Landskap.



Gambar 2.11. Landskap

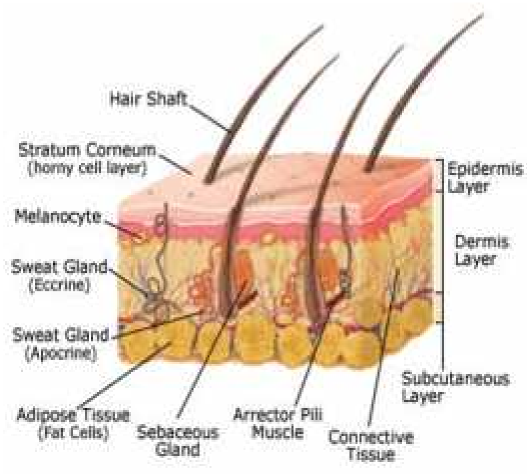
Bentuk fraktal Landskap ditunjukkan pada gambar 2.11 yang merupakan bentuk permukaan dengan menggunakan algoritma stokastik yang dirancang untuk menghasilkan perilaku fraktal yang meniru tampilan dataran alami. Dengan kata lain, hasil dari prosedur ini bukan permukaan fraktal deterministik, melainkan permukaan acak yang menunjukkan perilaku fraktal (Rawers dan Tylczak, 1999).

3. Kulit

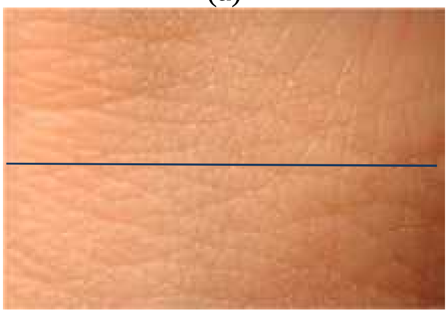
Kulit merupakan lapisan terluar penutup tubuh yang termasuk dalam sistem pelindung bagian luar tubuh yang terbentuk dari beberapa lapisan jaringan epitel yang menjaga bagian – bagian di bawahnya, seperti otot dan organ – organ lainnya. Sebagai organ yang memiliki kontak langsung dengan lingkungan, kulit memiliki peranan utama yang penting untuk perlindungan terhadap bibit penyakit yang menyebabkan kulit sering mengalami kerusakan atas perlindungannya (Baumann, 2002).

Kulit dikenal sebagai organ tubuh manusia yang paling luas. Hal tersebut terlihat dari peran permukaan luar yang menutupi tubuh dan memiliki luas permukaan terbesar jika dibandingkan organ – organ lain. Karena letaknya tersebut, menyebabkan kulit sering berinteraksi langsung dengan lingkungan yang menyebabkan kulit rusak dan sel kulit mati. Namun demikian, hampir setiap saat pula kulit tumbuh. Proses peremajaan kulit ini kira-kira berlangsung selama sekitar 4 minggu (Fawcett, 1994).

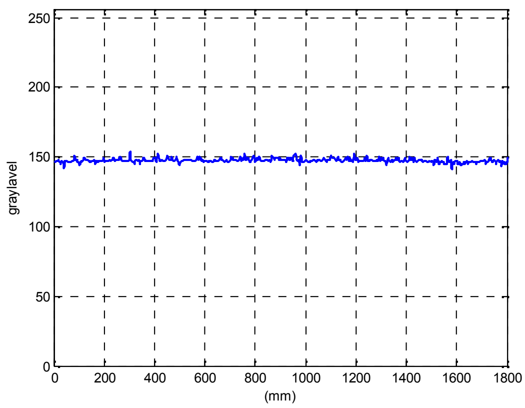
Kulit terdiri dari tiga lapisan utama yaitu epidermis, dermis, dan jaringan ikat bawah kulit yang terlihat pada gambar 2.12(a). Antarmuka antara epidermis dan dermis sangat teratur dan terdiri dari suksesi papila atau proyeksi *fingerlike*, yang terkecil dimana kulit tipis dan terpanjang di kulit telapak tangan dan kaki. Papila dari telapak tangan dan telapak kaki berhubungan dengan peningkatan epidermis, yang menghasilkan bagian lebih tinggi yang merupakan dasar untuk identifikasi sidik jari. Jaringan ikat bawah kulit adalah lapisan terdalam kulit yang terdiri dari jaringan ikat, pembuluh darah dan sel-sel lemak. Lapisan ini mengikat kulit dengan struktur yang mendasar, menjaga suhu tubuh dari dingin dan menyimpan energi dalam bentuk lemak (Hartanto, 2002).



(a)



(b)



(c)

Gambar 2.12. (a) Struktur kulit (b) topografi permukaan kulit (c) profil permukaan kulit

Pada epidermis, terdapat *Stratum korneum* merupakan bagian luar dari kulit yang mengandung sekitar 12-16 lapisan *corneocytes* dan masing-masing *corneocytes* memiliki ketebalan sekitar 1 mikrometer, tergantung pada usia, lokasi anatomi dan paparan radiasi ultra violet. Pola distribusi *corneocytes* akan berhubungan dengan tingkat kekasaran kulit. Tingkat kekasaran kulit memainkan peran penting dalam berinteraksi dengan lingkungannya yang menyebabkan kulit memiliki tingkat kekasaran yang tak sama, seperti hasil topografi permukaan kulit pada gambar 2.12(b). Permukaan kasar dilihat dari profil permukaan kulit yang terbentuk seperti pada gambar 2.12(c). Kulit membentuk penghalang sebagai pelindung terhadap tindakan fisik, kimia dan bakteri pada jaringan yang lebih dalam. Kulit juga berisi organ khusus untuk berbagai rasa yang dikelompokkan sebagai indera peraba. Satu inci persegi (6,5 sentimeter persegi) kulit mengandung hingga 4,5 m pembuluh darah, yang memiliki sebagai salah satu fungsinya pengaturan suhu tubuh. Variasi ketebalan permukaan kulit adalah dari 0,5 mm pada kelopak mata sampai 4 mm atau lebih pada telapak tangan dan telapak kaki (El et al, 2007).

4. Analisis Statistik

Statistika adalah ilmu tentang pengolahan dan analisis suatu data hingga penarikan kesimpulan dari data itu. Sedangkan statistik adalah hasil pengolahan dan analisis dari data tersebut (Harmed, 1982). Analisis statistika merupakan analisis terhadap suatu data dalam upaya mengolah data menjadi informasi, sehingga karakteristik atau sifat-sifat data tersebut dapat dengan mudah dipahami dan bermanfaat untuk menjawab masalah-masalah yang berkaitan dengan kegiatan penelitian. Pengolahan data dalam analisis statistika dilakukan dengan perhitungan matematis.

Penentuan kekasaran suatu bahan dapat dilakukan dengan analisis statistika dengan parameter yang digunakan sangat beragam. Statistik yang digunakan yaitu diantaranya :

- *Mean Absolute Value* (MAV)

Mean Absolute Value (MAV) untuk menentukan ekstraksi ciri berdasarkan bentuk gelombang yang dihasilkan oleh citra kulit tangan dengan persamaan berikut :

$$MAV_k = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|x_i| \tag{2.3}$$

Penambahan semua nilai x_i mutlak dalam segmen k dan membaginya dengan panjang segmen N.

- *Variance* (VAR)

Varience (VAR) merupakan salah satu fungsi analisis statistik untuk mengetahui suatu variable acak termasuk dalam perhitungan dimensi fraktal citra kulit tangan dengan persamaan berikut :

$$VAR_k = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} \left(x_i - \bar{x}\right)^2 \tag{2.4}$$

Variance dari variabel acak dapat didefinisikan sebagai nilai yang diharapkan dari kuadrat perbedaan antara variabel acak dan rata-rata. *Variance* akan menunjukkan nilai variasi dari *line profile* citra permukaan tangan, sehingga semakin besar nilai *variance* maka tingkat kekasaran tangan pun semakin tinggi.

- *Standar Deviation (*STD)

Deviasi standar dari suatu himpunan yang terdiri atas N bilangan $X_1, X_2, \ldots X_N$ disimbolkan dengan s, didefinisikan sebagai :

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{N-1}} \tag{2.5}$$

dimana s mempresentasikan deviasi dari masing – masing bilangan X_i terhadap rata – rata X (Spiegel, 2007). *Standard deviation* merupakan akar dari varians, dimana nilai hasil perhitungan yang diperoleh juga digunakan sebagai pembanding tingkat kekasaran permukaan kulit tangan. Semakin besar nilai varians maka *standard deviation* juga semakin besar, sehingga permukaan kulit juga semakin kasar.

5. Dimensi Fraktal

Dimensi fraktal adalah hasil nilai dimensi suatu objek hitung berupa nilai pecahan dan merupakan hal yang terpenting yang perlu dilakukan dalam menghadapai permasalahan kuantifikasi praktis. Hal itu disebabkan fraktal seringkali berkaitan dengan mula-jadi atau proses yang berlangsung padanya (Kusumayudha, 2005). Suatu sinyal dapat ditentukan nilai dimensinya dengan perhitungan secara matematis berdasarkan beberapa metode khusus diantaranya *Box Counting, Higuchi* dan *Katz.*

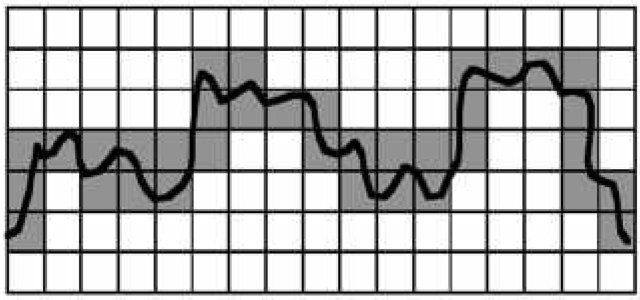
5.1 Metode Box Counting

Terdapat banyak pengertian tentang dimensi fraktal dan banyak algoritma yang tersedia untuk menghitung dimensi fraktal pada topologi satu dimensi kurva, *box counting* adalah salah satu diantaranya (Tricot, 1995). *Box counting* dimotivasi oleh gagasan menentukan ruang mengisi sifat kurva. Di dalam pendekatan, kurva ditutupi dengan daerah elemen (kotak persegi) dan jumlah elemen dari ukuran yang diberikan dan dihitung untuk melihat berapa banyak dari mereka yang diperlukan untuk menutupi kurva sepenuhnya. Sebagai ukuran elemen daerah mendekati nol, luas area yang dicakup oleh unsur-unsur daerah akan berkumpul untuk ukuran kurva (Feder, 1988).

Metode *box counting* merupakan salah satu metode atau algoritma yang cukup terkenal untuk menghitung dimensi fraktal suatu citra. Dimensi fraktal suatu citra dengan metode ini dihitung dengan persamaan berikut:

$$D(s) = \frac{Log\ (N(s))}{Log\ (s)} \tag{2.6}$$

Dengan N(s) menyatakan banyaknya kotak berukuran s yang berisi informasi (*pixel*) objek dan D(s) adalah dimensi fraktal objek dengan kotak berukuran s, seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.13.



Gambar 2.13. Metode Box counting

Langkah - langkah metode perhitungan kotak adalah sebagai berikut :

a. Sinyal dibagi ke dalam kotak-kotak dengan ukuran s. Nilai s berubah dari 1 sampai 2^k, dengan k = 0, 1, 2, ... dan seterusnya. Nilai 2^k tidak boleh lebih besar dari ukuran citra. Bila citra berukuran 2^m x 2^m maka nilai k akan berhenti sampai m.

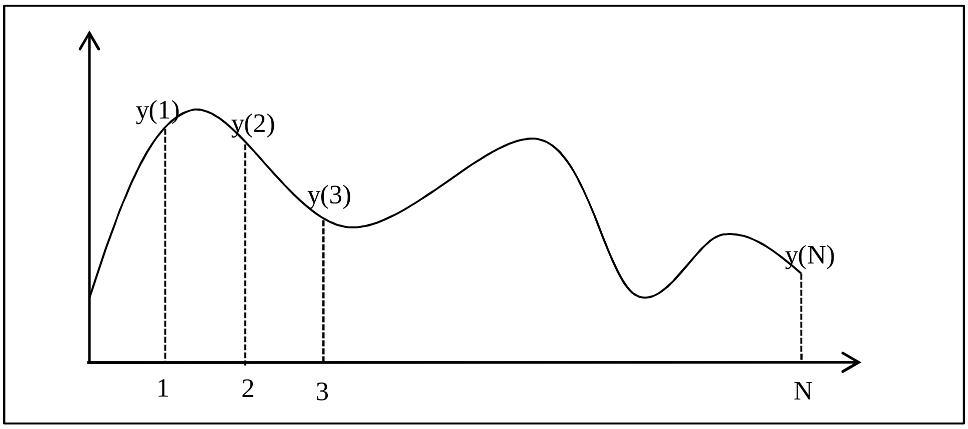
b. Hitung banyaknya kotak N(s) yang melingkupi atau menutupi suatu objek. Nilai N(s) sangat tergantung pada s.

c. Hitung D(s) untuk seluruh nilai s.

d. Langkah terakhir adalah membuat persamaan ganis lurus berdasarkan nilai-nilai log(N(s)) (sebagai sumbu y) dan nilai-nilai log(s) (sumbu x) untuk setiap nilai s, kemudian hitung kemiringan (*slope*) dari garis lurus. Nilai dari *slope* inilah yang merupakan dimensi fraktal dari suatu objek (citra) (Putra, 2010).

5.2 Metode Higuchi

Metode *Higuchi* adalah salah satu metode yang digunakan untuk menghitung dimensi fraktal dari bentuk gelombang. Metode *Higuchi* menjelaskan bahwa gelombang diwakili oleh deret waktu berupa y(1), y(2), y(3) ..., y(N), dimana N adalah index waktu seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.14.



Gambar 2.14. Metode Higuchi

Berdasarkan deret waktu, kita dapat membuat suatu deret waktu baru sebagai y_k^m, yang dinyatakan dengan persamaan:

$$y_k^m = \{y(m), y(m+k), y(m+2k), \ldots, y(m+Mk)\} \qquad (2.7)$$

m = 1, 2,...,k

k = [1, K-max]

dimana m dan k adalah bilangan bulat, menunjukkan waktu awal dan interval waktu diskrit antar titik (*delay).* k terbatas pada [1, K-max] dan m terbatas pada [1,k]. Nilai M merupakan faktor normalisasi berupa $\frac{N-m}{k}$, sehingga panjang kurva untuk setiap deret waktu y_k^m yang telah dibuat adalah :

$$L_m(k) = \frac{1}{k} \frac{N-1}{Mk} \sum_{i=1}^{M} (|y\ m + ik\ - y(m + \ i - 1\ k|) \quad (2.8)$$

$L_m\ k$ dihitung untuk semua deret waktu (y_k^m) yang mempunyai delay yang sama (skala k). Berdasarkan panjang kurva dari faktor normalisasi $\frac{N-m}{k}$, diperoleh panjang rata – rata total dari $L_m\ k$ sebagai berikut :

$$L\ k = \sum_{k=1}^{m} L_m\ k \quad (2.9)$$

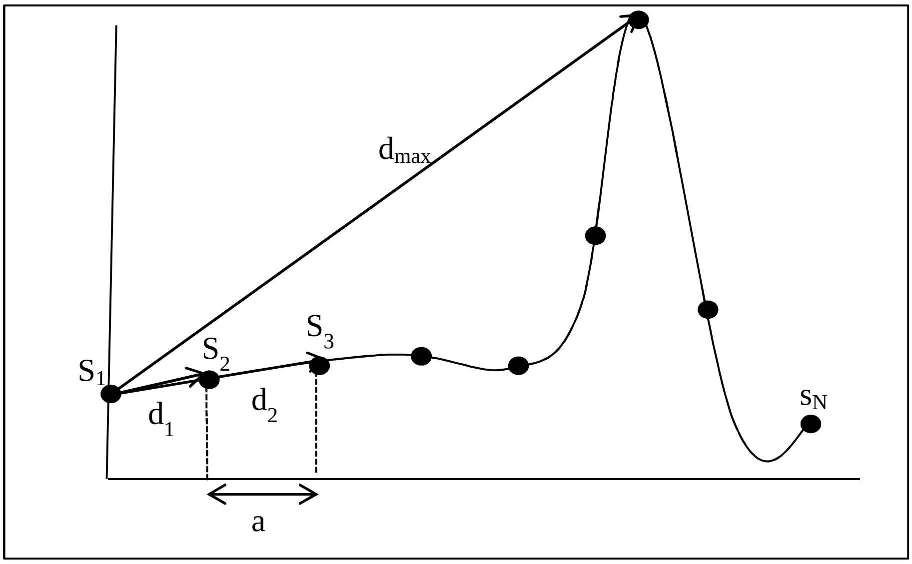
Nilai $L\ k \propto k^{-D}$ dimana D adalah dimensi fraktal metode Higuchi, maka nilai dimensi dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$D = \frac{\log(L\ k\ )}{\log \frac{1}{k}} \quad (2.10)$$

(Higuchi, 1988).

5.3 Metode Katz

Metode Katz adalah metode yang meninjau suatu gelombang dengan urutan titik $[s_1, s_2,...,s_N]^T$. Dimana T adalah *transpose* dan N adalah jumlah total sampel dalam urutan seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.15.



Gambar 2.15. Metode Katz

Secara umum, dimensi fraktal dari suatu gelombang dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan :

$$D = \frac{Log\ (L)}{Log\ (d)} \quad (2.11)$$

Dimana L adalah panjang total kurva yang dihitung sebagai penjumlahan dari jarak antara titik- titik secara berturut-turut dengan persamaan :

$$L = \sum_{i=1}^{N-1} jarak\ (i, j) \quad (2.12)$$

$$L = \sum_{i=1}^{N-1} jarak\ (i, i + 1) \quad (2.13)$$

dimana jarak (i, j) adalah jarak antara titik-titik i dan j pada kurva;

Sedangkan d adalah jarak maksimum antara sampel pertama dan sampel jarak dengan titik terjauh pada gelombang.

$$d = \max(dist\ 1, i\ ) \quad (2.14)$$

Jika diperoleh titik pertama (S_1) pada (x_1, y_1) dan titik lainnya (S_2) pada (x_2, y_2) maka jarak Euclidean antar titik dapat dihitung sebagai :

$$d(S_1, S_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \quad (2.15)$$

Pendekatan Katz digunakan untuk memecahkan masalah dengan membagi panjang dengan urutan rata - rata atau jarak rata-rata antara titik-titik yang berurutan, sebagai $\bar{a}$. Sehingga diperoleh rumus :

$$Dk = \frac{Log\ (L/\bar{a})}{Log\ (d/\bar{a})} \quad (2.16)$$

Persamaan (2.16) dapat disederhanakan dengan mendefinisikan nilai n = L/$\bar{a}$. Sehingga diperoleh persamaan berikut :

$$Dk = \frac{Log\ (n)}{Log\ \ n + Log\ (d/L)} \quad (2.17)$$

(Katz, 1988).

6. Perangkat Lunak Matlab

Komputer dengan bantuan perangkat lunak memang diciptakan untuk membantu manusia dalam melakukan komputasi yang berulang-kali dan membosankan sehingga semua komputasi yang menyita waktu yang banyak itu bisa diserahkan kekomputer. Seiring berkembangnya teknologi informasi, maka mulai bermunculan perangkat lunak matematis seperti Matlab. MATLAB (*Matrix Laboratory*) merupakan suatu perangkat lunak matematis yang menggunakan vektor dan matriks sebagai elemen data utama. Matlab diciptakan di Universitas Mexico dan Standford University di tahun 70-an, yang kemudian tahun demi tahun disempurnakan hingga saat ini. Program Matlab dipasarkan oleh Mathworks Inc, yang untuk kalangan profesional harga lumayan mahal. Versi untuk pelajar sedikit lebih murah (Suarga, 2007).

Matlab telah berkembang menjadi sebuah *environment* pemrograman yang canggih dan berisi fungsi – fungsi *built-in* untuk melakukan tugas pengolahan sinyal, aljabar linier dan kalkulasi matematis lainnya. Matlab juga berisi *toolbox* yang berisi fungsi – fungsi tambahan untuk aplikasi khusus. Matlab bersifat *extensible*, dalam arti bahwa seorang pengguna dapat menulis fungsi baru untuk ditambahkan di *library* jika fungsi – fungsi *built-in* yang bersedia tidak dapat melakukan tugas tertentu. Matlab yang merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi berbasis pada matriks sering digunakan untuk teknik komputasi numerik, digunakan untuk menyelesaikan masalah – masalah yang melibatkan operasi matematika elemen, matrik, optimasi, aproksimasi dan lain – lain. Matlab banyak digunakan pada :

1. Matematika dan komputasi
2. Pengembangan dan Algoritma
3. Pemrograman *modeling*, simulasi dan pembuatan *prototipe*
4. Analisa data, eksplorasi dan visualisasi
5. Analisa numerik dan statistik
6. Pengembangan aplikasi teknik (Arhami dkk, 2005).