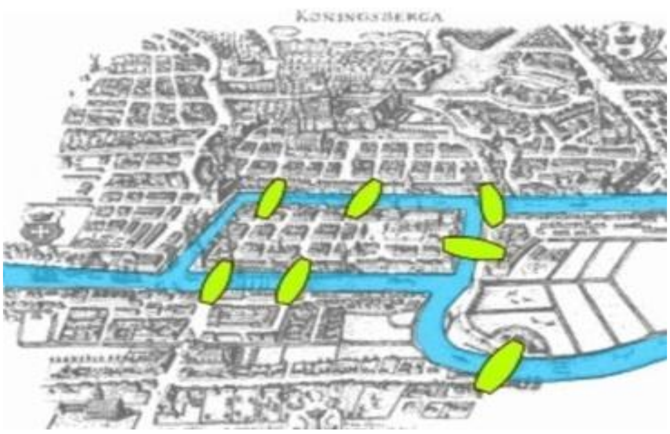
I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu bagian ilmu dari matematika dan merupakan pokok bahasan yang relatif muda jika dibandingkan dengan cabang ilmu matematika yang lain seperti aljabar dan geometri. Teori graf pertama kali dikenalkan pada tahun 1736 oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama *Leonard Euler* untuk menyelesaikan permasalahan jembatan Konigsberg (sekarang bernama Kaliningrad). Konigsberg merupakan suatu kota yang terletak di bagian utara Jerman dan memberikan pengaruh besar tehadap sejarah perkembangan teori graf. Sungai Pregel yang melalui Konigsberg membagi wilayah daratan menjadi empat bagian. Di atas sungai Pregel dibangun tujuh jembatan yang menghubungkan keempat wilayah tersebut. Berikut gambar dari jembatan Konigsberg.



Gambar 1. Jembatan Konigsberg

Graf merupakan kumpulan dari titik (*vertex)* dan sisi (*edge)* didefinisikan sebagai *G = (V,E)*. *V* menyatakan himpunan titik yang tak kosong dan *E* menyatakan himpunan sisi yang merupakan pasangan sisi tak terurut dari titik-titik *V*. Setiap sisi menghubungkan satu titik ke titik yang lain, dan setiap titik dapat mempunyai banyak sisi yang menghubungkannya ke titik yang lain.

Banyak penelitian telah dilakukan pada graf, diantaranya pelabelan sisi, pelabelan titik, pewarnaan graf, teori Ramsey pada graf, dimensi partisi pada graf, dan lain-lain. Pada teori graf, terdapat cabang kajian yang disebut dimensi metrik. Dimensi metrik pertama kali dikenalkan oleh Harary dan Melter pada tahun 1976, kemudian dikembangkan menjadi dimensi partisi pertama kali oleh Chartrand dkk. pada tahun 1998. Konsep dimensi partisi juga merupakan salah satu konsep yang melatar belakangi munculnya konsep bilangan kromatik lokasi.

Misalkan *G = (V,E)* suatu graf, $v \in V(G)$ dan $S \subset V(G)$. Jarak dari titik *v* ke himpunan *S*, dinotasikan dengan *d(v,S)* adalah $\min\{d(v,x), x \in S\}$ dengan $d(v,x)$ adalah jarak dari titik *v* ke *x*. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \ldots, S_k\}$ adalah partisi dari *V(G)* dengan $S_1, S_2, \ldots, S_k$ adalah kelas-kelas partisi dari Π. Representasi *v* terhadap Π dinotasikan dengan $r(v|\Pi)$ adalah *k* pasang terurut $\big(d(v,S_1), d(v,S_2), \ldots, d(v,S_k)\big)$. Selanjutnya Π disebut partisi pembeda dari *V(G)* jika $r(u \mid \Pi) \neq r(v \mid \Pi)$ untuk setiap dua titik berbeda $u, v \in V(G)$. Dimensi partisi dari *G*, dinotasikan dengan *pd (G)*, adalah nilai *k* terkecil sehingga *G* mempunyai partisi pembeda dengan *k* kelas (Chartrand dkk.,1998).

Penentuan dimensi partisi dari graf terhubung sebelumnya telah dilakukan oleh Chartrand dkk.(1998), khusus untuk kelas pohon diperoleh dimensi partisi dari graf lintasan P_n, $n \geq 2$, yaitu $pd(P_n) = 2$ dan graf bintang $K_{1,n}$, yaitu $pd(K_{1,n}) = n$. Dimensi Partsisi Graf bintang ganda T berorde $n \geq 6$, dengan x dan y dua titik yang bukan daun, maka $pd(T) = max\{\deg(x), \deg(y)\} - 1$. Selain itu mereka mendapatkan batas atas dan batas bawah dimensi partisi dari graf ulat. Graf ulat adalah graf pohon yang mempunyai sifat jika semua daunnya dihapus maka akan menghasilkan lintasan (Asmiati,2012b). Penelitian terus dilakukan untuk mendapatkan dimensi partisi graf terhubung lainnya. Kelas graf tertentu dapat ditentukan dimensi partisinya secara tepat, tetapi pada kelas graf yang lain baru dapat ditentukan batas atas atau batas bawahnya.

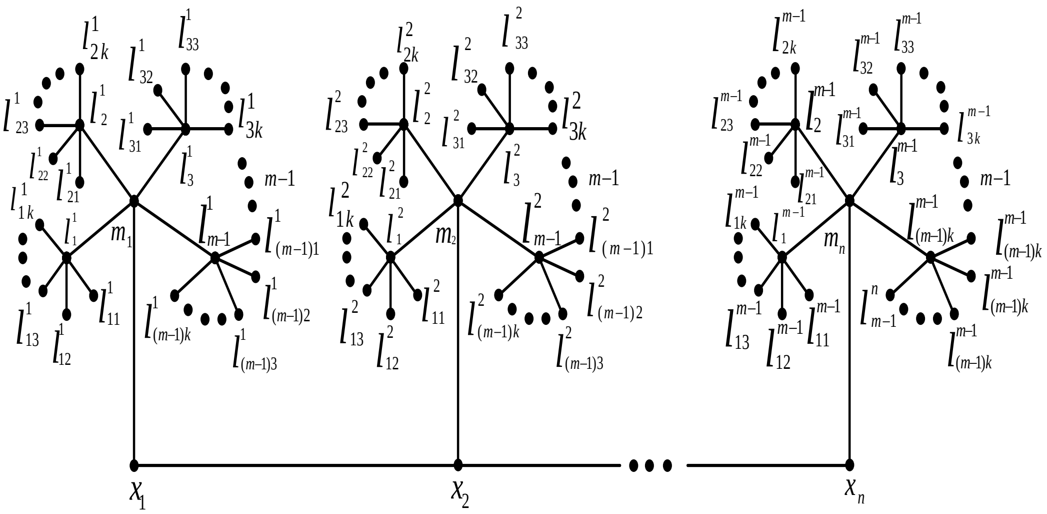
Chartrand dkk. (2000) telah mengkaji dimensi partisi pada graf bipartit $K_{m,n}$ dan Tomescu dkk. (2007) untuk graf roda W_n untuk n tertentu, dimensi partisi graf roda W_n telah dapat dilakukan secara tepat. Misalnya, $pd(W_n) = 3$ untuk $4 \leq n \leq 7$ dan $pd(W_n) = 4$ untuk $8 \leq n \leq 19$. Pada tahun 2011 dan 2012, Asmiati dkk. telah berhasil menentukan bilangan kromatik lokasi graf amalgamasi bintang $S_{k,m}$. Selanjutnya Asmiati (2012) telah mendapatkan dimensi partisi pada graf Amalgamasi Bintang.

Ketertarikan penulis pada penelitian ini adalah terkait masalah penentuan dimensi partisi graf $nS_{m,k}$ untuk n,m,k sebarang bilangan asli.

1.2 Batasan Masalah

Graf amalgamasi bintang $S_{m,k}$ adalah graf yang diperoleh dengan mengidentifikasi sebuah daun dari setiap bintang. Titik hasil identifikasi disebut pusat amalgamasi, dinotasikan dengan m. Titik yang berjarak satu dari pusat amalgamasi disebut titik tengah, dinotasikan dengan l_i, $i = 1,2,3,\dots,k$ dan titik daun ke- j dari titik tengah l_i adalah l_{ij} , $j = 1,2,3,\dots,m-1$. Jika $n_i = m$ dengan $m \geq 1$ untuk semua i, graf bintang amalgamasi dinotasikan sebagai $S_{m,k}$.

Diberikan graf $nS_{m,k}$ sebagai berikut



Gambar 2. Graf $nS_{m,k}$

Pada penelitian ini akan ditentukan dimensi partisi graf $nS_{m,k}$, untuk setiap n,m,k adalah sebarang bilangan asli.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah menentukan dimensi partisi dari graf amalgamasi bintang $nS_{m,k}$ untuk n,m,k sebarang bilangan asli.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengembangkan wawasan tentang teori graf terutama tentang dimensi partisi dari graf amalgamasi bintang $nS_{m,k}$.
2. Memberikan sumbangan pemikiran untuk memperluas dan memperdalam ilmu matematika dalam bidang teori graf terutama tentang dimensi partisi dari graf amalgamasi bintang .
3. Sebagai bahan kajian untuk referensi penelitian lanjutan mengenai dimensi partisi dari suatu graf.