# I. PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf merupakan salah satu kajian matematika yang sampai saat ini masih memiliki banyak terapan di berbagai bidang. Graf adalah kumpulan titik-titik *V(G)* yang dihubungkan oleh sisi *E(G)*. Kajian tentang pewarnaan lokasi pada suatu graf adalah suatu kajian yang cukup baru dalam teori graf. Konsep pewarnaan lokasi untuk pertama kalinya dikaji oleh Chartrand dkk. pada tahun 2002, dengan mengembangkan dua konsep dalam graf yaitu, pewarnaan titik pada graf dan dimensi partisi graf.

Misalkan $c$ suatu pewarnaan titik pada graf $G$ dengan menggunakan warna 1,2,...,$k$ untuk suatu bilangan bulat positif $k$. Secara ekuivalen, $c$ merupakan partisi $\Pi$ dari *V(G)* ke dalam kelas-kelas warna yang saling bebas $C_1, C_2, \ldots, C_k$ yang mana titik – titik di $C_i$ berwarna $i, 1 \leq i \leq k$. Jarak titik $v$ ke suatu $C_i$, dinotasikan dengan $d(v, C_i)$ adalah min $\{d(v,x) | x \in C_i\}$. Kode warna, $c_\Pi(v)$ dari suatu titik $v$ adalah $k$-pasang terurut yaitu:

$$c_\Pi(v) = \big(d(v, C_1), d(v, C_2), \ldots, d(v, C_k)\big)$$

Jika setiap titik di $G$ memiliki kode warna yang berbeda terhadap partisi $\Pi$, maka $c$ disebut pewarnaan lokasi $G$. Banyaknya warna minimum yang digunakan untuk pewarnaan lokasi disebut bilangan kromatik lokasi dari *G*, dan dinotasikan dengan $\chi_L(G)$.

Pada tahun 2002, Chartrand dkk. telah menentukan pewarnaan lokasi pada graf terhubung *G*. Jika *u* dan *v* adalah dua titik yang berbeda di *G* sedemikian sehingga *d(u,w)=d(v,w)* untuk setiap $w \in V(G) - \{u, v\}$, maka $c(u) \neq c(v)$. Secara khusus, jika *u* dan *v* titik – titik yang tidak bertetangga di *G* sedemikian sehingga $N(u) \neq N(v)$, maka $c(u) \neq c(v)$. Kemudian telah ditentukan bilangan kromatik lokasi pada beberapa kelas graf, diantaranya pada graf lintasan $P_n$ untuk $n \geq 3$ diperolah $\chi_L(P_n) = 3$; pada graf siklus diperoleh dua hasil yaitu untuk *n* ganjil diperoleh $\chi_L(C_n) = 3$, dan untuk *n* genap diperoleh $\chi_L(C_n) = 4$; pada graf bintang ganda $(S_{a,b})$, $1 \leq a \leq b$ dan $b \geq 2$, diperoleh $\chi_L(S_{a,b}) = b + 1$.

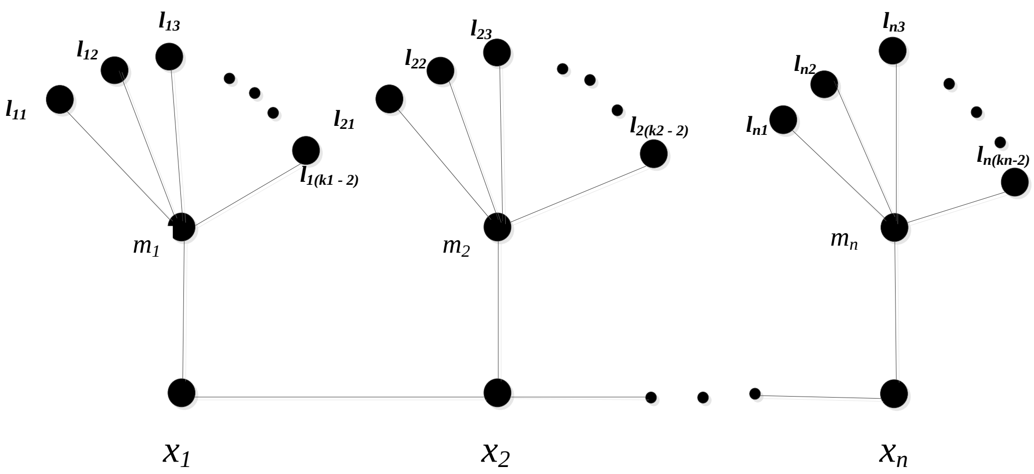
Pada tahun 2003, Chartrand dkk. telah menunjukkan graf berorde *n* dengan bilangan kromatik lokasinya (*n* – 1) dan juga graf – graf yang mempunyai bilangan kromatik lokasi dengan batas atasnya (*n* – 2). Selain itu, Chartrand dkk.(2002) menunjukkan bahwa terdapat pohon berorde $n \geq 5$ yang mempunyai bilangan kromatik *k* jika dan hanya jika $k \in (3,4, \dots, n-2, n)$.

Selanjutnya pada tahun 2012, Asmiati dalam disertasinya telah berhasil menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf kembang api tak seragam $F_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}$ yang diperoleh dengan $n_{maks} \geq 2$, maka $\chi_L\left(F_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}\right) = k_{maks} - 1$, jika $p \leq k_{maks} - 1$, sedangkan $\chi_L\left(F_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}\right) = k_{maks}$, jika $p > k_{maks} - 1$ dengan *p* adalah banyaknya subgraf bintang maksimum.

Permasalahan penentuan bilangan kromatik lokasi pada suatu graf, merupakan permasalahan yang sulit, karena belum adanya teorema yang digunakan untuk menentukan bilangan kromatik lokasi pada sembarang graf. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji tentang bilangan kromatik lokasi dengan mensubdivisi graf kembang api tak seragam $F_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$.

## 1.2 Perumusan Masalah

Pada penelitian ini diberikan graf $F_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$ sebagai berikut :




Gambar 1. Graf kembang api $F_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$

Graf kembang api $F^{*}_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$ diperoleh dengan mensubdivisi graf kembang api $F_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$ sebanyak satu titik pada sisi $x_i m_i$ , untuk setiap $i \in [1,n]$. Selanjutnya graf kembang api $F^{s*}_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$ diperoleh dengan mensubdivisi graf $F^{*}_{n,(k_1,k_2,\ldots,k_n)}$ sebanyak $s \geq 2$ titik genap pada sisi $x_i y_i$ dan $y_i\, m_i$, untuk setiap $i \in [1,n]$. Akibatnya $x_i y_i$ dan $y_i\, m_i$ menjadi sebuah lintasan, untuk setiap

$i \in [1, n]$. Misalkan lintasan $x_i y_i = \{x_i, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}, y_i\}$ dan lintasan $y_i m_i = \{y_i, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{ir}, m_i\}$, untuk setiap $i \in [1, n]$, untuk setiap $r \in [1, s]$ dan $s \geq 2$ genap. Adapun pembahasan ini akan dibatasi pada penentuan bilangan kromatik lokasi pada graf kembang api $F^{s*}_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}$ dengan *n*, *k*, *s* bilangan asli.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf kembang api $F^{*}_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}$ dan $F^{s*}_{n,(k_1,k_2,\dots,k_n)}$dengan $n, k, s$ bilangan asli.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang didapat dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengembangkan wawasan tentang teori graf terutama tentang bilangan kromatik lokasi pada graf pohon.
2. Memberikan sumbangan pemikiran untuk memperluas dan memperdalam ilmu matematika dalam bidang teori graf terutama tentang bilangan kromatik lokasi dari graf pohon.
3. Sebagai referensi untuk penelitian lanjutan tentang penentuan bilangan kromatik lokasi dari graf pohon.