

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Grup merupakan salah satu struktur aljabar dengan satu himpunan yang dilengkapi satu operasi biner yang memenuhi aksioma asosiatif, terdapat elemen identitas dan setiap elemennya memiliki invers terhadap operasi biner tersebut. Jika berlaku sifat komutatif pada suatu grup, maka grup tersebut dinamakan grup Abel (grup komutatif). Berdasarkan banyaknya elemen di dalamnya, grup dibagi menjadi grup tak berhingga dan grup berhingga.

Teori grup dan aplikasinya semakin berkembang setelah pertengahan abad ke-19. Pada saat itu, ide grup masih dianggap baru. Berkaitan dengan grup berhingga, metode sederhana yang pertama untuk mengkonstruksi grup berhingga adalah dengan mengamati grup permutasi. Informasi dan klasifikasi tentang grup berhingga secara khusus ditulis dalam buku Atlas of Finite Group salah satunya adalah tulisan J. Conway ilmuwan Matematika dari Inggris. Banyak ilmuwan Matematika yang tertarik pada penelitian tentang grup berhingga, khususnya grup berhingga sederhana (*finite simple group*). Grup sederhana (*simple grup*) adalah grup yang hanya memiliki subgrup normal trivial dan dirinya sendiri.

Grup berhingga sederhana diklasifikasikan ke dalam beberapa jenis, antara lain grup siklik berorde prima, grup alternating minimal berderajat lima, Lie grup

sederhana dan 26 grup khusus yang disebut grup sporadik. Kelima grup Mathieu yang terdiri dari M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} dan M_{24} adalah grup sporadik pertama yang ditemukan. Mathieu menemukan grup ini saat ia sedang mengidentifikasi multi transitivitas pada suatu grup dan sebelumnya ia tidak mengetahui bahwa grup ini adalah grup sederhana. Penelitian dilanjutkan oleh Ernest Witt pada tahun 1930 dalam pembahasan mengenai sistem Steiner $S(5,8,24)$. Dari penelitian ini diperoleh bahwa grup Mathieu terbesar M_{24} merupakan automorfisme grup dari sistem Steiner tersebut.

Berdasarkan survei mengenai grup sporadik yang ditulis oleh Luis J. Boya, bahwa grup sporadik diklasifikasikan menjadi tiga level yaitu 5 grup Mathieu (level 1), 7 grup tipe Lie (level 2), dan 8 grup tipe Monster (level 3). Ketiga level grup sporadik ini memiliki hubungan sebagai subkuosien dari Monster, sehingga kumpulan grup ini disebut "*The happy family*" oleh Robert Griess, penemu grup Monster. Selain grup "*The happy family*", terdapat 6 grup sporadik yang tidak memiliki hubungan subkuosien dengan Monster. Keenam grup ini disebut grup Pariah.

Demi proses pembelajaran dan penelitian yang maksimal, penulis memilih topik "**Grup Mathieu M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} dan M_{24}** " sebagai pengkajian awal tentang grup sporadik dan klasifikasinya. Dalam penelitian ini akan diberikan bukti bahwa kelompok grup Mathieu M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} dan M_{24} adalah grup sederhana.

1.2 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah membuktikan bahwa M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} dan M_{24} adalah grup sederhana.

1.3 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini adalah menambah pengetahuan mengenai grup berhingga sederhana khususnya grup Mathieu.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah grup Mathieu M_{11} , M_{12} , M_{22} , M_{23} dan M_{24} .