II. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam proses penelitian untuk mengkaji karakteristik penduga GMM pada data panel ini, penulis menggunakan definisi, teorema dan konsep dasar yang berkaitan dengan pendugaan parameter, GMM, dan data panel sebagai berikut:

A. Pendugaan Parameter

Dalam statistika inferensial, dibutuhkan pemahaman mengenai kaidah-kaidah pengambilan kesimpulan tentang suatu parameter populasi berdasarkan karakteristik sampel. Hal ini membangun apa yang disebut dengan pendugaan titik dari suatu fungsi kepekatan peluang parameter yang tidak diketahui.

Definisi 2.1

Misal suatu peubah acak X memiliki fungsi kepekatan peluang yang bergantung pada suatu parameter tak diketahui θ dengan sebarang nilai dalam suatu himpunan ruang parameter Ω, maka dinotasikan dengan

$$f(x;\theta), \qquad \theta \in \Omega$$

(Hoog and Craig, 1995).

Definisi 2.2

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n$ berdistribusi bebas stokastik identik dengan fungsi kepekatan peluang $f(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta}),\ \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$. Suatu statistik $U(X_1, X_2, \ldots, X_n) = U(\boldsymbol{X})$ yang digunakan untuk menduga $g(\boldsymbol{\theta})$ disebut sebagai penduga bagi $g(\boldsymbol{\theta})$, (Hoog and Craig, 1995).

Berkaitan dengan pendugaan parameter menggunakan GMM, akan dijelaskan beberapa sifat penduga sebagai berikut:

Definisi 2.3 (Penduga Tak Bias)

Penduga $U(\boldsymbol{X})$ dikatakan sebagai penduga tak bias bagi $g(\boldsymbol{\theta})$ jika

$$E\big(U(\boldsymbol{X})\big) = g(\boldsymbol{\theta}), \quad \forall \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$$

(Hoog and Craig, 1995).

Definisi 2.4 (Penduga Varians Minimum)

Misal T^* merupakan penduga tak bias $g(\boldsymbol{\theta})$, maka untuk sebarang penduga tak bias T bagi $g(\boldsymbol{\theta})$ disebut penduga varians minimum jika $Var(T^*) \leq Var(T)$ untuk setiap $\boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$ dimana

$$Var\ (T) \geq \frac{(\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} g(\boldsymbol{\theta}))^2}{n \cdot E\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} ln\, f(\boldsymbol{X}; \boldsymbol{\theta})\right]^2}$$

(Bain and Engelhardt, 1992).

Definisi 2.5 (Penduga Konsisten)

Penduga $U(\boldsymbol{X})$ dikatakan sebagai penduga konsisten bagi $g(\boldsymbol{\theta})$ jika $U(\boldsymbol{X}) \xrightarrow{p} g(\boldsymbol{\theta})$ untuk $n \to \infty, \forall \boldsymbol{\theta} \in \boldsymbol{\Omega}$ yaitu bila

$$P\{|U(\boldsymbol{X}) - g(\boldsymbol{\theta})| \geq \varepsilon\} = 0$$

(Hoog and Craig, 1995).

Berkaitan dengan pemeriksaan sifat konsisten, digunakan teorema pendukung sebagai berikut:

Teorema 2.1 (*Markov's Inequality*)

Jika X suatu peubah acak dengan fungsi kepekatan peluang $f(x)$ dan $u(x)$ merupakan fungsi bernilai real non-negatif maka untuk sebarang konstanta positif $c > 0$,

$$P[u(X) \geq c] \leq \frac{E[u(X)]}{c}$$

(Bain and Engelhardt, 1992).

Bukti:

Misalkan $A = \{x|u(x) \geq c\}$ dan $A \cup A^c = S$ = ruang sampel, maka nilai harapan bagi peubah acak kontinu adalah

$$E[u(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(x)f(x)dx$$

$$= \int_{A} u(x)f(x)dx + \int_{A^c} u(x)f(x)dx$$

Oleh karena $u(x) \geq 0$ dan $f(x) \geq 0$ maka haruslah $\int_{A^c} u(x)f(x)dx \geq 0$.

Dengan demikian

$$E[u(X)] \geq \int_{A} u(x)f(x)dx$$

Tetapi pada A, $u(x) \geq c$ sehingga

$$E[u(X)] \geq \int_{A} cf(x)dx$$

$$= c \cdot P[x \in A]$$

$$= c \cdot P[u(x) \geq c]$$

Dengan demikian diperoleh

$$P[u(X) \geq c] \leq \frac{E[u(X)]}{c}$$

Terbukti.

Teorema 2.2 (*Chebyshev's Inequality*)

Misal X suatu peubah acak kontinu dengan fungsi kepekatan peluang *f(x)*, nilai harapan berhingga $\mu = E(X)$ dan varians berhingga $\sigma^2 = Var(X)$, maka untuk sebarang bilangan positif $\varepsilon > 0$ berlaku

$$P(|X - \mu| \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

(Bain and Engelhardt, 1992).

Bukti:

Misal *u(X)* $= |X - \mu|^r$

dengan menggunakan *Markov's Inequality*, diperoleh

$$P(|X - \mu| \geq c) = P(|X - \mu|^r \geq c^r) \leq \frac{E(|X - \mu|^r)}{c^r}$$

Misal $r = 2$ dan $c = k\sigma$, $k > 0$ maka

$$P[|X - \mu|^2 \geq (k\sigma)^2] \leq \frac{E[|X - \mu|^2]}{(k\sigma)^2}$$

$$P[|X - \mu|^2 \geq k^2\sigma^2] \leq \frac{E[|X - \mu|^2]}{k^2\sigma^2} \leq \frac{1}{k^2}$$

atau dapat ditulis dengan

$$P[|X-\mu| \geq k\sigma] \leq \frac{1}{k^2}$$

Misal $\varepsilon = k\sigma$, maka

$$P[|X-\mu| \geq \varepsilon] \leq \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2}$$

$$P[|X-\mu| \geq \varepsilon] \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

Terbukti.

Teorema 2.2 (*Law of Large Number*)

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n$ proses percobaan independen dengan nilai harapan berhingga $\mu = E(X)$ dan varians berhingga $\sigma^2 = Var(X)$. Misal $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$, maka untuk sebarang $\varepsilon > 0$ berlaku

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n}-\mu\right| \geq \varepsilon\right) \to 0 \qquad \text{untuk } n \to \infty$$

(Bain and Engelhardt, 1992).

Bukti:

Diketahui $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan percobaan independen dan berasal dari distribusi yang bebas stokastik identik, maka dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E\left(\frac{S_n}{n}\right) = E\left(\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\big(E(X_1+X_2+\cdots+X_n)\big)$$

$$= \frac{1}{n}\big(E(X_1)+E(X_2)+\cdots+E(X_n)\big)$$

$$= \frac{1}{n}(E(X) + E(X) + \cdots + E(X))$$

$$= \frac{1}{n}\left(n \cdot E(X)\right)$$

$$= E(X)$$

$$= \mu$$

dan

$$Var\left(\frac{S_n}{n}\right) = Var\left(\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(Var(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(Var(X_1) + Var(X_2) + \cdots + Var(X_n)\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}(Var(X) + Var(X) + \cdots + Var(X))$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(n \cdot Var(X)\right)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot Var(X)$$

$$= \frac{\sigma^2}{n}$$

Selanjutnya dengan menggunakan *Chebyshev's Inequality* untuk sebarang $\varepsilon > 0$ diperoleh

$$\Leftrightarrow P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\frac{\sigma^2}{n}}{\varepsilon^2}$$

$$\Leftrightarrow P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$$

Berikutnya kedua ruas dioperasikan limit n menuju tak hingga sebagai berikut

$$\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n}-\mu\right| \geq \varepsilon\right) \leq \lim_{n\to\infty} \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2}$$

Oleh karena $\lim_{n\to\infty} \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2} \to 0$, maka $P\left(\left|\frac{S_n}{n}-\mu\right| \geq \varepsilon\right) \to 0$ saat n menuju tak hingga.

Terbukti.

Definisi 2.6 (Distribusi Asimtotik Normal)

Misal $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan barisan peubah acak serta m dan c adalah konstanta sedemikian sehingga

$$Z_n = \frac{Y_n - m}{c/\sqrt{n}} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$$

saat $n \to \infty$, maka X_n disebut berdistribusi asimtotik normal dengan asimtotik mean m dan asimtotik varians c^2/n, (Bain and Engelhardt, 1992).

Definisi 2.7 (Distribusi Asimtotik Normal Multivariat)

Diberikan $\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2}, \ldots, \boldsymbol{X_n}$ sampel vektor acak dengan vektor mean berhingga $\boldsymbol{\theta}$ dan matriks kovarians definit positif $\mathbf{\Sigma}$ sedemikian sehingga

$$\sqrt{n}\left(\widehat{\boldsymbol{\theta}}_n - \boldsymbol{\theta}\right) \xrightarrow{d} N[\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma}]$$

yang berakibat

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_n \sim N\left[\boldsymbol{\theta}, \frac{1}{n}\mathbf{\Sigma}\right]$$

maka $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_n$ disebut berdistribusi asimtotik normal dengan vektor mean $\boldsymbol{\theta}$ dan matriks asimtotik kovarians $\frac{1}{n}\mathbf{\Sigma}$, (Greene, 2008).

B. Data Panel

Menurut (Johnston, 1984) data panel biasa disebut juga data longitudinal atau data runtun waktu silang (*cross-sectional time series*), di mana banyak kasus (orang, perusahaan, negara dan lain-lain) diamati pada dua periode waktu atau lebih yang diindikasikan dengan penggunaan data *time series*. Data panel dapat menjelaskan dua macam informasi yaitu informasi *cross-section* pada perbedaan antar subyek, dan informasi *time series* yang merefleksikan perubahan pada dimensi waktu. Ketika kedua informasi tersebut tersedia, maka analisis data panel dapat digunakan.

Dengan pengamatan berulang terhadap data *cross section* yang cukup, analisis data panel memungkinkan seseorang dalam mempelajari dinamika perubahan dengan data *time series*. Kombinasi data *time series* dan *cross section* dapat meningkatkan kualitas dan kuantitas data dengan pendekatan yang tidak mungkin dilakukan dengan menggunakan hanya salah satu dari tipe data tersebut. Analisis data panel dapat mempelajari sekelompok subyek jika kita ingin mempertimbangkan baik dimensi data maupun dimensi waktu, (Nachrowi, 2002).

Dalam (Greene, 2008) dituliskan model yang digunakan dalam analisis data panel sebagai berikut:

$$y_{it} = \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\alpha} + \varepsilon_{it}$$

$$= \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + c_i + \varepsilon_{it}$$

di mana terdapat K parameter dalam $\boldsymbol{x}_{it}$ dengan $i = 1,2,\ldots, N$ menunjukkan analisis pada data *cross section* dan $t = 1,2,\ldots,T$ menunjukkan analisis pada data *time series*. Heterogenitas atau efek individual dinyatakan dengan $\boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\alpha}$ di mana $\boldsymbol{z}_i$ memuat konstanta dan himpunan variabel khusus seperti suku, jenis kelamin, pekerjaan dan sebagainya yang dianggap konstan sepanjang waktu t. Jika $\boldsymbol{z}_i$ teramati untuk setiap individu maka model di atas dapat diperlakukan sebagai model linear biasa yang diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*), namun akan menjadi rumit apabila c_i tidak teramati. Mengenai efek tak teramati yang banyak dijumpai dalam data panel, diasumsikan kondisi sebagai berikut

$$E[\varepsilon_{it}|\boldsymbol{x}_{i1}, \boldsymbol{x}_{12}, \ldots] = 0,$$

yaitu bahwa galat tidak berkorelasi dengan variabel bebas dalam setiap periode, baik di masa lalu, sekarang, maupun di masa yang akan datang. Secara khusus, digunakan asumsi kebebasan mean sebagai berikut

$$E[c_i|\boldsymbol{x}_{i1}, \boldsymbol{x}_{12}, \ldots] = \alpha.$$

Terdapat beberapa tipe analisis yang digunakan pada data panel yaitu tipe *pooled regression*, *fixed effects,* dan *random effects*. Dalam penelitian ini, secara khusus penulis melakukan kajian mengenai karakteristik penduga GMM pada model data panel dengan tipe *fixed effect*. Tipe ini terjadi manakala efek individual $\boldsymbol{z}_i$ tidak teramati namun berkorelasi dengan $\boldsymbol{x}_{it}$ sehingga penduga metode kuadrat terkecil bagi $\boldsymbol{\beta}$ bias dan tak konsisten sebagai akibat adanya variabel yang terabaikan. Sehingga dapat dituliskan model umumnya sebagai berikut:

$$y_{it} = \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + c_i + \varepsilon_{it},$$

dengan

$$E[c_i|\boldsymbol{X}_i] = h(\boldsymbol{X}_i) = \alpha_i \tag{2-1}$$

Oleh karena mean kondisionalnya sama untuk setiap periode, maka model dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} y_{it} &= \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + c_i + h(\boldsymbol{X}_i) - h(\boldsymbol{X}_i) + \varepsilon_{it} \\ &= \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + h(\boldsymbol{X}_i) + [c_i - h(\boldsymbol{X}_i)] + \varepsilon_{it} \\ &= \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \alpha_i + \varepsilon_{it} + [c_i - h(\boldsymbol{X}_i)] \end{aligned}$$

Karena pernyataan dalam tanda kurung tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{X}_i$, maka dapat dilebur bersama galat dan model menjadi

$$y_{it} = \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \tag{2-2}$$

di mana $\alpha_i = \boldsymbol{z}_i\boldsymbol{\alpha}$ dan $Var[c_i|\boldsymbol{X}_i] = 0$. Dengan demikian, persamaan (2-2) merupakan model regresi linear klasik yang memenuhi asumsi homoskedatisitas, (Greene, 2008).

Dalam (Gujarati, 2004) dituliskan beberapa keunggulan analisis dengan menggunakan data panel dibandingkan dengan menggunakan data *time series* atau *cross section* antara lain sebagai berikut:

1. Data panel memberikan jumlah observasi atau data yang lebih besar bagi peneliti sehingga akan meningkatkan derajat kebebasan,
2. Data panel merupakan pengamatan yang mengkombinasikan teknik pengumpulan data secara *time series* dan *cross section* dengan demikian akan memberikan informasi yang lebih banyak, variabilitas yang lebih baik, dan mengurangi hubungan antar variabel bebas,

3. Penggunaan data panel dapat mengurangi kolinearitas antar variabel bebas sehingga akan menghasilkan estimasi ekonometrik yang lebih efisien,
4. Data panel dapat mendeteksi dan mengukur efek yang tidak bisa dilakukan oleh data *time series* ataupun data *cross section* sehingga memungkinkan peneliti untuk mempelajari model perilaku yang lebih kompleks.

C. *Generalized Method of Moments*

Generalized Method of Moments merupakan suatu metode yang digunakan untuk memperoleh pendugaan parameter dari model statistik. *Generalized Method of Moments* merupakan bentuk perumuman dari *Method of Moment* yang dikembangkan oleh Lars Peter Hansen pada tahun 1982. Dalam prosesnya, penduga GMM menggunakan persamaan kondisi moment yang diperoleh dari model linear dan matriks terboboti definit positif untuk menentukan solusi tunggal dari sistem persamaan *overidentified*. Berikut ini definisi dari istilah yang digunakan dalam GMM:

Definisi 2.8 (Persamaan Moment)

Suatu kondisi moment merupakan suatu pernyataan yang memuat data dan parameter sebagai berikut:

$$E[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{w}_t, \boldsymbol{\theta})] = \boldsymbol{0}$$

di mana $\boldsymbol{\theta}$ merupakan vektor parameter berukuran $K \times 1$, $\boldsymbol{g}(\cdot)$ adalah fungsi vektor dan $\boldsymbol{w}_t$ adalah vektor variabel acak, (Nielsen, 2005).

Definisi 2.9 (Kondisi Moment Populasi)

Misal $\boldsymbol{w}_t$ suatu vektor variabel acak dan $\boldsymbol{\theta}_0$ suatu vektor parameter serta $\boldsymbol{g}(\cdot)$ suatu fungsi vektor, maka kondisi moment populasi didefinisikan sebagai

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{\theta}_0) = E[\boldsymbol{u}(\boldsymbol{w}_t, \boldsymbol{\theta}_0) \cdot \boldsymbol{z}_t] = \boldsymbol{0},$$

di mana sebanyak *K* variabel instrumen dalam $\boldsymbol{z}_{\mathbf{t}}$.

(Nielsen, 2005).

Definisi 2.10 (Kondisi Moment Sampel)

Kondisi moment sampel merupakan rata-rata dari kondisi moment populasi yang dinyatakan dengan

$$\boldsymbol{g}_T(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{w}_t, \boldsymbol{\theta}),$$

(Nielsen, 2005).

Dalam (Greene, 2008) GMM merupakan salah satu bentuk pendugaan semiparametrik karena umum digunakan pada data yang memiliki sedikit informasi mengenai sebaran distribusinya. Dengan demikian, peneliti tidak menggunakan fungsi kepekatan peluang melainkan persamaan moment untuk menduga parameter. Berdasarkan definisi mengenai persamaan moment, apabila diterapkan pada model linear data panel tipe *fixed effect*, maka diperoleh persamaan moment empiris yang dinyatakan dengan

$$\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{z}_i (y_i - \boldsymbol{x}_i' \widehat{\boldsymbol{\beta}})\right] = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{m}_i(\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right] = \overline{\boldsymbol{m}}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{0}.$$

Sedangkan menurut (Wooldridge, 2001), berkaitan dengan kondisi moment empiris jika terdapat L persamaan dalam K parameter tidak diketahui (jumlah parameter yang akan diduga), maka terdapat tiga kemungkinan sistem persamaan yang dihasilkan yaitu:

1. Sistem persamaan *underidentified*

   Hal ini terjadi ketika jumlah persamaan lebih sedikit dari jumlah parameter yang akan diduga ($L < K$) sehingga tidak mungkin untuk menemukan solusi dari sistem persamaan tersebut. Tanpa adanya informasi lain, seperti restriksi yang akan dikurangi jumlah parameter bebasnya maka kasus demikian tidak dapat diolah lebih lanjut.
2. Sistem persamaan *exactly identified*

   Kondisi ini terjadi manakala jumlah persamaan sama dengan jumlah parameter yang akan diduga ($L = K$) sehingga dapat dengan mudah ditemukan solusi tunggal berupa penduga variabel

   $$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{Z}'\boldsymbol{y}.$$
3. Sistem persamaan *overidentified*

   Kondisi ini terjadi manakala jumlah persamaan lebih banyak dari jumlah parameter yang akan diduga ($L > K$) sehingga tidak menghasilkan solusi tunggal dalam sistem persamaan $\overline{\boldsymbol{m}}(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{0}$. Untuk mendapatkannya, diperlukan kombinasi sebanyak $\binom{L}{K}$ himpunan persamaan berbeda. Hal demikian tidaklah efektif sehingga alternatif penyelesaian yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan matriks terboboti.

Dalam pendugaan dengan sistem *overidentified* dibutuhkan strategi untuk memperoleh penduga, yakni dengan meminimumkan fungsi kriteria

$$q = \sum_{l=1}^{L} \bar{m}_L^2 = \bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})'\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}).$$

Berdasarkan tulisan (Hansen, 1982) dalam (Greene, 2008) dijelaskan bahwa meminimumkan q akan menghasilkan penduga yang konsisten bagi $\boldsymbol{\beta}$. Yakni dengan menggunakan fungsi kriteria dari jumlah kuadrat terboboti

$$q = \bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})'\boldsymbol{W}\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})$$

di mana $\boldsymbol{W}$ adalah sembarang matriks definit positif yang bukan merupakan fungsi $\boldsymbol{\beta}$, misalnya matriks identitas $\boldsymbol{I}$.

Dalam pendugaan parameter dengan menggunakan GMM pada data panel, penulis menggunakan beberapa definisi dan konsep dasar berkaitan dengan aljabar matriks sebagai berikut:

Definisi 2.11 (*Quadratic Form*)

Misalkan $\boldsymbol{A}$ = (a_{ij}) adalah matriks simetrik berukuran *n x n* dan $\boldsymbol{x}$ adalah vektor variabel berukuran *n x 1*, maka

$$\boldsymbol{x}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \sum_{\boldsymbol{i}=\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{n}} \sum_{\boldsymbol{j}=\boldsymbol{1}}^{\boldsymbol{n}} a_{ij}x_i x_j$$

$$= a_{11}x_1^2 + \cdots + a_{nn}x_n^2 + (a_{12} + a_{21})x_1x_2 + \cdots + \left(a_{n-1,n} + a_{n,n-1}\right)x_{n-1}x_n$$

Bentuk tersebut adalah polinomial berderajat dua dari $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sehingga disebut sebagai *quadratic form* dari $\boldsymbol{x}$, (Graybill, 1969).

Definisi 2.12 (Matriks Definit Positif)

Misalkan $\boldsymbol{A}$ = (a_{ij}) adalah matriks simetrik berukuran *n x n* dan $\boldsymbol{x}$ adalah vektor variabel berukuran *n x 1*. Matriks $\boldsymbol{A}$ dikatakan definit positif jika untuk sebarang $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$ maka *quadratic form* $\boldsymbol{x}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} > 0$, (Graybill, 1969).

D. Dalil Limit Pusat

Jika X_1, X_2, ..., X_n merupakan sampel acak dari suatu populasi dengan mean μ, varians σ^2, dan fungsi pembangkit moment $M_x(t)$ maka distribusi limit dari

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

dengan $n \to \infty$ merupakan distribusi normal baku, (Freund, 1999).