

**ANALISIS LIMIT MOMEN PADA PIPA ELBOW
AKIBAT IN-PLANE BENDING**

(Skripsi)

Oleh:

LAILA UTARI RATNA



**FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2010**

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Sistem perpipaan merupakan bagian yang selalu ada dalam industri masa kini, misalnya industri gas dan pengilangan minyak, industri air minum, pabrik yang memproduksi bahan kimia serta obat-obatan, dan juga digunakan dalam penyediaan energi listrik bagi manusia melalui pembangkit. Dalam aplikasinya di dunia industri, pipa lazim digunakan untuk menyalurkan fluida yang memiliki tekanan, temperatur, serta sifat fisik dan kimia yang dapat mengakibatkan efek negatif serius pada kesehatan dan lingkungan jika sampai terlepas ke udara bebas.

Kegagalan dalam sistem perpipaan dapat menyebabkan berbagai masalah, seperti penghentian operasi pabrik untuk perbaikan yang tidak terjadwal, atau bahkan kerusakan lingkungan dan hilangnya nyawa manusia. Oleh sebab itu, pengetahuan mengenai perancangan sistem perpipaan merupakan hal yang sangat penting, dan kesempurnaan desainnya dapat dicapai melalui pemahaman yang menyeluruh tentang perilaku komponen pipa, serta sistem perpipaan dengan berbagai jenis pembebanan.

Dalam aplikasi kesehariannya, ada banyak sekali bentuk dan model pipa, seperti pipa bentuk *elbow*, *mitter*, *tee*, *reducer*, *cross*, dan lainnya. Bentuk serta model yang beraneka ragam tersebut sangat membantu dalam

desain *layout* sistem perpipaan di dunia industri. Pada saat operasi, bentuk dan model pipa yang bermacam-macam tersebut akan memiliki karakteristik tegangan yang berbeda-beda sebagai akibat dari pembebanan yang diterimanya. Akumulasi dari berat pipa itu sendiri dan tekanan fluida yang mengalir didalamnya, akan menyebabkan tegangan pada pipa yang dikenal sebagai beban statik. Namun efek dari pembebanan seperti ini dapat diminimalisasi dengan memilih jenis penyangga (*support*) yang sesuai, dan menggunakan penyangga tersebut dalam jumlah yang cukup. Secara umum, beban dinamik dan beban termal pada pipa merupakan dua hal yang lebih penting, dan lebih sulit untuk ditangani. Pembebanan dinamik terjadi pada pipa yang berhubungan langsung dengan peralatan bergetar seperti pompa atau kompresor. Beban dinamik juga terjadi pada pipa yang mengalami beban termal, sehingga beberapa bagian pipa berekspansi dan menimbulkan tegangan pada pipa. Oleh sebab itu, perlu digunakan beberapa alat atau mekanisme yang didesain untuk memperkecil tegangan pada sistem perpipaan tersebut, agar kelebihan beban yang bisa mengakibatkan kegagalan pada bagian pipa, atau kerusakan pada alat yang terhubung dengannya dapat dihindari.

Salah satu komponen penyambungan dalam sistem perpipaan adalah *pipe bend* (pipa lengkung) atau *elbow*. *Pipe bend* berfungsi untuk membelokkan arah aliran fluida didalam pipa. Namun *pipe bend* lebih sulit untuk dianalisa karena permukaannya menjadi oval

dibawah pembebanan momen bending. Hal ini menyebabkan *pipe bend* memiliki fleksibilitas yang lebih besar dibandingkan dengan pipa lurus yang sama ukuran dan jenis materialnya. Lebihnya fleksibilitas ini menjadikan *pipe bend* berfungsi sebagai penyerap ekspansi thermal. Dengan berbagai karakteristik tersebut, *pipe bend* menjadi komponen yang sangat penting di dalam sistem perpipaan dan memerlukan berbagai macam pertimbangan dalam proses perancangannya. Seperti yang dikatakan Mourad dalam tesisnya yang berjudul *elastic-plastic behavior and limit load analysis of pipe bends under out-of plane moment loading and internal pressure*, bahwa pipe bend yang diberi pembebanan bending merupakan bagian paling kritis dalam sebuah sistem perpipaan.

Perancangan awal (*preliminary design*) merupakan salah satu tahap analisis dalam proses perancangan mesin atau struktur yang berguna untuk mengetahui atau memprediksi unjuk kerja maupun kegagalan dari sistem yang akan dirancang, dalam hal ini ialah pipa. Analisis tersebut dapat dilakukan dengan metode elemen hingga (*Finite Element Analysis, FEA*). FEA adalah sebuah prosedur perhitungan yang dapat digunakan untuk memperoleh solusi pada permasalahan *steady, transient, linear* atau *nonlinear* dalam *stress analysis, heat transfer, electromagnetism* dan *fluid flow*. (Moaveni, 2003)

Penulis mengangkat masalah limit momen pada pipa *elbow* akibat pembebanan *bending* secara *in-plane* sebab besar nilai dan efek dari beban tersebut ekuivalen terhadap beban yang diakibatkan oleh adanya beban *thermal*, dengan harapan dapat dilakukan antisipasi kegagalan pada struktur melalui perencanaan yang optimal.

B. Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah mengetahui nilai limit momen pada pipa *elbow* akibat pembebanan *bending* secara *in-plane* dengan variasi *in-plane closing bending* dan *in-plane opening bending*.

C. Batasan Masalah

Untuk mendapatkan hasil yang lebih terarah, maka pada penelitian ini diberi batasan masalah, sebagai berikut:

1. Penelitian dilakukan dengan menggunakan *software* ANSYS yang berbasis metode elemen hingga (*finite element method*).
2. Material diasumsikan memiliki sifat *elastic-perfectly plastic*, dan isotropis.
3. Data untuk dimensi material model diambil berdasarkan ASME B16.9-1993 tentang *typical commercial 90° long radius butt welding elbows*, dan data properti yang digunakan adalah data *titanium alloy* (Ti-6Al-4V) sesuai ASTM B265.
4. Dimensi model dibuat berdasarkan data ASME B16.9 untuk *pipe bend* dengan ketebalan yang dianggap seragam di seluruh bagiannya.

5. Tipe elemen yang digunakan dalam penelitian ini adalah SHELL181 dan BEAM 4.

D. Sistematika Penulisan

Bab I Pendahuluan, terdiri dari latar belakang, tujuan, batasan masalah, dan sistematika penulisan. Bab II Tinjauan Pustaka, berisi tentang teori dan parameter-parameter yang berhubungan dengan penelitian. Bab III Metode Penelitian, berisikan tentang pemodelan dan tata kerja analisis elemen hingga. Bab IV Hasil dan Pembahasan, berisikan data-data yang didapat dari hasil penelitian dan pembahasannya. Bab V Simpulan dan Saran, berisikan tentang simpulan yang dapat ditarik serta saran-saran yang ingin disampaikan dari penelitian.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Analisis Tegangan pada Pipa

Pipa dapat didefinisikan sebagai silinder berongga yang memenuhi standar ukuran nominal pipa (*Nominal Pipe Size*). Pipa umumnya digunakan sebagai media transportasi material berupa air, minyak, gas, maupun fluida lainnya. Jaringan pipa yang sudah melibatkan berbagai komponen penyambungan (*fittings*), penguncian (*bolting*), penyekatan (*gasket*), keran, dan tekanan, dinamakan sistem perpipaan. (Nayyar,2000)

Analisis tegangan pipa adalah suatu cara perhitungan tegangan (*stress*) pada pipa yang diakibatkan oleh

beban statis dan beban dinamis yang merupakan efek resultan dari gaya gravitasi, perubahan temperatur, tekanan di dalam dan di luar pipa, perubahan jumlah debit fluida yang mengalir di dalam pipa dan pengaruh gaya seismik. Tujuan utama dari analisis tegangan pipa adalah untuk memastikan beberapa hal berikut:

- Keselamatan sistem perpipaan termasuk semua komponennya
- Keselamatan sistem peralatan yang berhubungan langsung dengan sistem perpipaan dan struktur bangunan pendukung sistem tersebut
- Defleksi pipa agar tidak melebihi limitasinya.

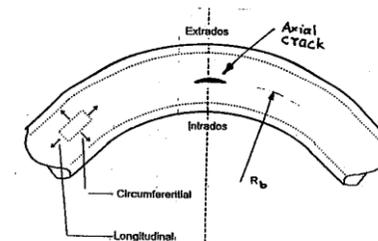
Kegagalan pada suatu struktur disebabkan oleh terjadinya konsentrasi tegangan pada saat pembebanan di suatu titik pada struktur sebagai akibat dari bentuk struktur tersebut. Akibat dari konsentrasi tegangan, nilai dari tegangan di titik konsentrasi akan bernilai lebih besar daripada tegangan nominal di suatu bagian struktur. Perbandingan tegangan maksimum dengan tegangan nominal disebut dengan faktor konsentrasi tegangan yang dinotasikan dengan K . Secara matematis, faktor konsentrasi tegangan ini dapat ditulis,

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (1)$$

Dua macam mode kegagalan yang biasa terjadi pada pipa adalah sebagai berikut:

- a. Kegagalan karena tegangan yield (material melebihi deformasi plastis):
- b. Kegagalan karena fracture (material patah/fail sebelum sampai batas tegangan yieldnya):
 - Brittle Fracture: Terjadi pada material yang getas (mudah pecah/patah)
 - Fatigue (kelelahan): Disebabkan oleh adanya beban yang berulang

Teori maximum principal stress adalah yang digunakan dalam ASME B31.3 sebagai dasar teori untuk analisa pipa. Nilai maksimum atau minimum dari normal stress bisa disebut sebagai principal stress.



Gambar 1. *Axial crack* : contoh kegagalan pada *pipe bend*

Selanjutnya tegangan (stress) dapat dikelompokkan menjadi 3 kategori yaitu:

- a. *Primary Stresses*

Terjadi karena respon dari pembebanan (statis dan dinamis) untuk memenuhi persamaan antara gaya keluar dan gaya ke dalam, serta gaya momen dari sebuah sistem pipa. *Primary stress* adalah *stress*

paling berbahaya yang diakibatkan oleh *sustained load*. Disebut berbahaya karena jika timbul stress ini, maka efeknya adalah *catastrophic*, yaitu rusak atau pecahnya pipa karena tidak mampu menahan berat atau beban yang ditimpakan kepadanya. *Primary stress* dapat berupa *direct stress*, *shear stress* atau *bending stress* yang ditimbulkan oleh beban yang menimpa pipa.

b. *Secondary Stresses*

Secondary stress adalah tegangan yang diakibatkan oleh *thermal loads*. Yaitu akibat temperatur fluida yang mengalir yang menyebabkan pipa akan mengalami pemuaian atau pengkerutan (*expansion or contraction*), dan menerima *bending nature* yang bekerja pada sepanjang penampang pipa (*across wall thickness*)

Secondary stress bukanlah sebagai penyebab terjadinya kegagalan material secara langsung. Apabila terjadi *stress* yang melewati yield strength, maka efek nya hanyalah terjadi *local deformation*.

c. *Peak Stresses*

Peak stresses tidak menyebabkan distorsi yang signifikan. *Peak stresses* adalah tegangan akibat adanya konsentrasi tegangan yang bisa menyebabkan terjadinya gagal karena kelelahan (*fatigue failure*).

1. Analisis tegangan statik

Setiap sistem perpipaan pasti mempunyai *basic stress* yang nantinya secara kumulatif bisa disebut sebagai *static stress*. *Basic stress* terdiri dari:

(a) *Axial Stress* : $\sigma = F / A$ (2)

(b) *Bending Stress* : $\sigma = Mb / Z$ (3)

(c) *Torsion Stress* : $\sigma = Mt / 2Z$ (4)

(d) *Hoop Stress* : $\sigma = PD / 2t$ (5)

(e) *Longitudinal Stress* : $\sigma = PD / 4t$ (6)

(f) *Thermal Stress* : $\sigma = \Delta T \times \alpha \times E$ (7)

Analisis tegangan statik adalah sebuah analisa perhitungan pada pipa untuk memastikan nilai dari semua tegangan (*stress*) akibat beban statis tidak melebihi dari limitasi yang diatur oleh aturan atau standard tertentu. Biasanya, para *piping engineer* menggunakan aturan (*standard*) yaitu ASME B31.3 sebagai panduan untuk melakukan dan menganalisa *static stress*. ASME B31.3 mengatur semua masalah perpipaan mulai dari limitasi, properti yang dibutuhkan, sampai pada pembebanan yang memperhitungkan kondisi tekanan, berat struktur dan komponennya, gaya impact, gaya angin, gaya gempa bumi secara horizontal, getaran (vibrasi), *thermal expansion*, perubahan suhu serta perpindahan posisi tumpuan *anchor*.

ASME B31.3 mengklasifikasi beban menjadi 2 macam:

a. Primary Loads

- Sustain Loads

Beban yang muncul terus menerus dan berkesinambungan selama masa operasi dari sistem perpipaan. Contoh: gaya berat dari struktur pipa sendiri, pressure fluida yang mengalir di dalamnya.

- Occasional Loads

Beban yang muncul tidak berkesinambungan, atau munculnya tiba-tiba selama masa operasi dari sistem perpipaan. Contoh: gaya angin, gaya gempa bumi.

- b. Expansion Loads

- Beban yang muncul karena adanya perubahan displacement dari system perpipaan yang bisa diakibatkan oleh thermal expansion dan perubahan letak tumpuan.

Dalam ASME B31.3, limitasi dari masing-masing besaran pembebanan adalah sebagai berikut:

- ❖ *Stress* karena *sustained load*, limitasinya adalah:

$$SL < Sh \quad (8)$$

Dimana : $SL = (PD/4t) + S_b$

Sh = Tegangan yang diijinkan pada suhu maksimum dari suatu material

Ketebalan dari pipa yang digunakan untuk menghitung SL haruslah merupakan tebal nominal setelah dikurangi tebal lapisan korosi dan erosi yang diijinkan.

- ❖ Stresses karena Occasional Loads

Jumlah beban longitudinal karena pressure, weight dan sustain loads lainnya kemudian ditambah oleh tegangan yang diakibatkan occasional load seperti gempa bumi dan gaya angin, nilainya tidak boleh melebihi 1.33Sh.

- ❖ Stresses karena Expansion Loads, limitasinya adalah:

$$S_E < S_A \quad (9)$$

Dimana :

$$S_E = (S_b^2 + 4S_t^2)^{1/2}$$

$$S_A =$$

Allowable displacement stress range = $f [(1.25(S_c + S_h) - SL)]$

$$S_b = \text{resultant bending stress, psi} = [(liMi)^2 + (loMo)^2] / Z$$

$$Mi = \text{in-plane bending moment, in.lb}$$

li = in-plane stress intensification factor (appendix B31.3)

$$Mo = \text{out-plane bending moment, in.lb}$$

lo = out-plane stress intensification factor (appendix B31.3)

li = in-plane stress intensification factor (appendix B31.3)

lo = out-plane stress intensification factor (appendix B31.3)

$$S_t = \text{Torsional stress ,psi} = Mt / (2Z)$$

$$Mt = \text{Torsional moment, in.lb}$$

S_c = Basic allowable stress at minimum metal temperature, psi

$$S_c =$$

Basic allowable stress at minimum metal temperature, psi

S_h =
 Basic allowable stress at maximum metal
 temperature, psi
 f = stress range reduction factor (table 302.2.5
 of B31.3)

2. Analisis Tegangan Dinamik

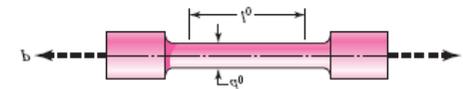
Dynamic stress (tegangan dinamis) adalah tegangan (stress) yang ditimbulkan oleh pergerakan berulang dari pembebanan atau vibrasi (getaran). Pembebanan seperti ini bisa ditimbulkan oleh beberapa eksitasi seperti:

- Flow Induced Turbulence
- High Frequency Acoustic Excitation
- Mechanical Excitation
- Pulsation

Analisa Vibrasi dapat didefinisikan sebagai studi dari pergerakan osilasi, dengan tujuan mengetahui efek dari vibrasi dalam hubungannya dengan performance dan keamanan sebuah sistem dan bagaimana mengontrolnya. Vibrasi secara sederhana dapat dilihat dari gambar 3. Seperti terlihat pada gambar 3, ketika massa kita tarik ke bawah lalu dilepaskan, maka pegas akan meregang dan selanjutnya akan timbul gerakan osilasi sampai periode waktu tertentu. Hasil frekuensi dari gerakan osilasi ini bisa disebut sebagai *natural frequency* dari sistem tersebut dan merupakan fungsi dari massa dan kekakuan

B. Kurva Tegangan-Regangan

Para *engineer* biasa menggunakan pengujian tarik pada sebuah material yang akan digunakan dalam proses perancangan, untuk mengetahui kekuatan dan karakteristik dari material tersebut.



Gambar 2. Spesimen uji tarik

Pada gambar diatas d_0 dan l_0 masing-masing adalah diameter dan panjang awal dari spesimen uji yang secara perlahan diberi beban sebesar P serta diamati defleksinya. Beban tersebut diubah menjadi tegangan melalui persamaan :

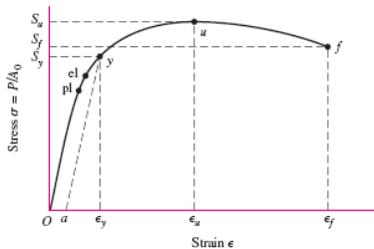
$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad (10)$$

Dimana A_0 adalah luas penampang spesimen uji yang berupa lingkaran. Defleksi atau pertambahan panjang spesimen diperoleh dari selisih l dan l_0 yang mengacu kepada pertambahan beban P . Regangan normal material tersebut dihitung menggunakan persamaan :

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (11)$$

Kesimpulan dari pengujian tersebut dapat digambarkan dalam kurva tegangan regangan. Titik p_l adalah *proportional limit*, yaitu titik dimana kurva mulai berdeviasi dari garis lurus, tidak ada deformasi yang akan terjadi

apabila beban dipindahkan pada titik ini. Titik el dalam diagram menunjukkan *elastic limit*, dan jika material terus diberi beban saat melewati titik ini, maka ia akan mengalami deformasi plastis yang bersifat permanen. dalam pengujian tarik. Banyak material mencapai sebuah titik dimana terjadi kenaikan nilai regangan dengan sangat cepat namun tidak konsisten dengan kenaikan tegangannya. Titik ini disebut *yield point*, dan tidak semua material memiliki yield point yang mudah dilihat, sehingga titik ini harus ditentukan menggunakan metode offset 0,02%. *Ultimate strength* atau *tensile strength* atau kekuatan tarik maksimum, terjadi pada titik u dan dilambangkan dengan S_{ut} . Pada titik f, material mengalami kegagalan, dan daerah dari titik u sampai titik f tersebut, dinamakan dengan daerah *necking* karena pada daerah tersebut material yang diuji tarik akan mengalami penyusutan luas penampang (*necking*).



Gambar 3. Kurva tegangan-regangan

Dalam batasan linier, hubungan tegangan-regangan material memenuhi hukum Hooke dalam persamaan :

$$\sigma = E\epsilon \quad (12)$$

Dimana E adalah dimana E adalah elastisitas material yang diberi pembebanan. Namun, Hukum Hooke ini hanya menggambarkan hubungan yang linier diagram tegangan-regangan dan hanya valid untuk material yang diberi beban uniaksial. Barulah pada 1807, Thomas Young memperkenalkan rasio tegangan-regangan untuk mengetahui kekakuan material. Rasio ini dikenal dengan "*Young's Modulus*" atau "Modulus Elastisitas". Modulus elastisitas dituliskan sebagai,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (13)$$

Modulus yang serupa atau yang dikenal juga dengan modulus geser atau modulus kekakuan (*modulus of rigidity*) menghubungkan antara tegangan geser (τ) dan regangan geser (γ).

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (14)$$

Dengan nilai τ didapatkan dari persamaan:

$$\tau = \frac{V}{A} \quad (15)$$

dimana V adalah gaya geser yang bekerja pada bidang permukaan material.

Untuk material yang diberi pembebanan searah, disamping mengalami regangan yang paralel juga akan mengalami regangan tegak lurus dengan arah pembebanan. Rasio regangan tegak lurus atau lateral terhadap regangan aksial

lazim disebut sebagai rasio Poisson setelah diperkenalkan oleh Simeon D. Poisson pada tahun 1811. Secara matematis, rasio Poisson dapat dituliskan,

$$\nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} \quad (16)$$

dimana:

ν = rasio Poisson

ϵ_t = regangan lateral (mm)

ϵ_a = regangan aksial (mm)

Saat regangan lateral dan regangan aksial memiliki arah yang berbeda, tanda negatif pada persamaan (16) akan memberikan nilai ν yang positif. Seperti halnya modulus elastisitas dan modulus geser, rasio Poisson juga merupakan sifat dari suatu material. Hubungan di antara ketiganya ditunjukkan oleh persamaan (17) sebagai berikut:

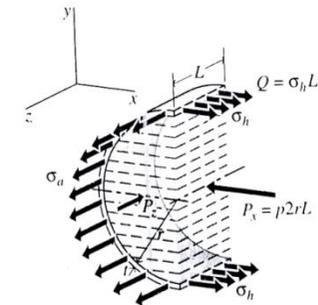
$$E = 2(1 + \nu)G \quad (17)$$

Oleh karena itu, rasio Poisson merupakan suatu konstanta untuk tegangan material di bawah batas proporsional dan memiliki nilai 1/4 atau 1/3 untuk kebanyakan material.

C. Teori Membran *Shell* Silindris

Shell dianggap mempunyai dinding tipis bila rasio antara ketebalan dan jari jari *shell* sangat kecil, sehingga distribusi tegangan normal pada bidang tegak lurus terhadap permukaan *shell* akan bernilai sama untuk seluruh ketebalan *shell*. Pada kenyataannya, nilai tegangan akan bervariasi dari nilai maksimum pada bagian permukaan dalam ke nilai minimum pada bagian permukaan luar *shell*. Akan tetapi, perbedaan nilai

tegangan tersebut dapat diabaikan apabila rasio ketebalan dengan jari jari *shell* bernilai lebih kecil daripada 0.1. *Boiler*, tangki penyimpanan gas, sistem perpipaan, dan bejana tekan biasanya dianalisa sebagai *shell* dinding tipis. Sebuah membran *shell* silindris yang mengalami pembebanan berupa tekanan dalam diperlihatkan pada Gambar 4 sebagai berikut:



Gambar 4. Membran *shell* silindris [Riley, 1999]

Pada Gambar 4, pada membran *shell* silindris bekerja gaya P_x yang merupakan resultan gaya fluida yang mengalir di dalam *shell* dan gaya Q yang merupakan resultan gaya dalam (*internal force*) pada permukaan *shell*. Dari Gambar 4 didapatkan persamaan kesetimbangan gaya yang bekerja pada arah longitudinal *shell* sebagai berikut:

$$2Q - P_x = 0 \quad (20)$$

Pada *shell* bentuk silindris, komponen tegangan utama pada permukaan *shell* terbagi menjadi dua, yakni tegangan normal pada bidang longitudinal yang dikenal dengan istilah tegangan *hoop*, dan komponen tegangan normal

pada bidang sejajar sumbu silinder yang dikenal dengan istilah tegangan aksial. Tegangan *hoop* dinotasikan dengan σ_h sedangkan tegangan aksial dinotasikan dengan σ_a . Dengan demikian, persamaan (20) dapat diubah ke dalam persamaan,

$$2\sigma_h Lt = p2rL \quad (21)$$

dimana:

p = tekanan pada permukaan dalam *shell* silindris (MPa)

L = panjang *shell* (mm)

r = radius *shell* (mm)

t = tebal *shell* (mm)

Sehingga dari persamaan (21) besar tegangan *hoop* dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan:

$$\sigma_h = \frac{pr}{t} \quad (22)$$

Sedangkan untuk arah aksial, persamaan kesetimbangannya adalah,

$$2\pi\sigma_a r t = p\pi r^2 \quad (23)$$

Sehingga didapat persamaan untuk tegangan aksial *shell* silindris sebagai berikut:

$$\sigma_a = \frac{pr}{2t} \quad (24)$$

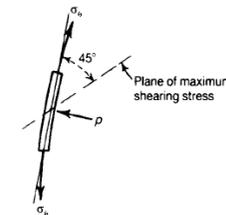
Tegangan geser maksimum yang terjadi pada bidang *circumferential* dan bidang aksial dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan,

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_h - \sigma_a) = \frac{pr}{4t} \quad (25)$$

Sedangkan tegangan geser maksimum dinding *shell* pada bidang *circumferential* dan bidang normal permukaan dapat ditentukan dengan persamaan,

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_h) = \frac{pr}{2t} \quad (26)$$

Nilai tegangan geser maksimum yang diberikan pada persamaan (25) terjadi pada bidang dengan sudut tangensial 45° dan paralel terhadap sumbu silinder sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 10.



Gambar 5. Tegangan pada suatu elemen dinding *shell*

Selain tegangan *hoop* dan aksial, pada *shell* juga akan terjadi regangan yang searah dengan kedua tegangan

tersebut. Untuk material elastik, regangan yang terjadi dapat ditentukan dengan persamaan,

$$\varepsilon_h = \frac{1}{E}(\sigma_h - \sigma_a) = \frac{pr}{Et} \left(1 - \frac{1}{2}v\right) \quad (27)$$

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E}(\sigma_a - v\sigma_h) = \frac{pr}{Et} \left(\frac{1}{2} - v\right) \quad (28)$$

dimana:

ε_h = regangan *hoop*

ε_a = regangan aksial

E = modulus elastisitas (Pa)

v = rasio Poisson

Akibat regangan yang terjadi, maka akan terjadi perubahan keliling silinder sebesar $2\pi r\varepsilon_h$, sedangkan perubahan panjang aksial silinder sebesar ε_a . Untuk perubahan volume dapat ditentukan dengan persamaan,

$$\delta V = \pi(r + r\varepsilon_h)^2(1 + \varepsilon_a) - \pi r^2 \quad (29)$$

Sehingga regangan volumetrik yang terjadi,

$$\frac{\delta V}{\pi r^2} = \pi(r + r\varepsilon_h)^2(1 + \varepsilon_a) - 1 \quad (30)$$

Karena besar regangan *hoop* dan regangan aksial sangat kecil, maka besar perubahan volumetrik dapat ditentukan dengan persamaan,

$$\frac{\delta V}{\pi r^2} = 2r\varepsilon_h + \varepsilon_a \quad (31)$$

Bila persamaan (27) dan (28) disubstitusikan ke persamaan (31), maka didapatkan persamaan,

$$\frac{\delta V}{\pi r^2} = \frac{pr}{Et} \left[2 \left(1 - \frac{1}{2} \nu \right) + \left(\frac{1}{2} - \nu \right) \right] = \frac{pr}{2t} (5 - 4\nu) \quad (32)$$

D. Teori Kegagalan

1. Teori Tegangan Geser Maksimum (Kriteria Tresca)

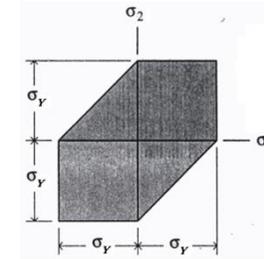
Teori tegangan geser maksimum memperkirakan kegagalan spesimen yang mengalami beban kombinasi terjadi saat tegangan geser maksimum pada suatu titik mencapai tegangan luluh hasil uji tarik atau uji tekan dari suatu material yang sama. Secara matematis, teori tegangan geser maksimum dapat dituliskan:

$$\tau_{max} = \tau_y \quad (33)$$

dengan τ_y adalah tegangan luluh yang didapatkan dari uji tarik atau uji tekan atau dengan menggunakan persamaan:

$$\tau_y = \frac{\sigma_Y}{2} \quad (34)$$

dimana σ_Y adalah tegangan luluh untuk pembebanan uniaksial. Grafik dari teori tegangan maksimum untuk sebuah elemen yang mengalami tegangan biaksial diperlihatkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Grafik teori tegangan geser maksimum [Riley, 1999]

Pada kuadran pertama atau ketiga, nilai tegangan geser maksimum dapat diketahui dari persamaan:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (35.a)$$

$$= \frac{\sigma_1}{2} \quad (\text{kuadran pertama}) \quad (35.b)$$

$$= \frac{\sigma_2}{2} \quad (\text{kuadran ketiga}) \quad (35.c)$$

Pada kuadran kedua dan keempat, dimana tegangan aksial arah sumbu-1 dan sumbu-2, σ_1 dan σ_2 , memiliki tanda yang berlawanan, tegangan geser maksimum adalah setengah dari penjumlahan aritmatik dari dua tegangan utama. Pada kuadran keempat, batas garis tegangan adalah:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y \quad (36)$$

dan pada kuadran kedua adalah:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = -\sigma_y \quad (37)$$

2. Teori Energi Distorsi Maksimum (Kriteria von Mises)

Teori energi distorsi maksimum menyatakan bahwa kegagalan sebuah spesimen yang mengalami beban kombinasi terjadi saat komponen distorsi energi regangan dari suatu bagian yang mengalami tegangan mencapai nilai kegagalan komponen distorsi energi regangan hasil uji tarik atau uji tekan suatu material yang sama. Teori ini mengasumsikan bahwa energi regangan yang mengakibatkan perubahan volume tidak berpengaruh terhadap kegagalan material akibat peluluhan.

Energi regangan distorsi dapat dihitung dengan mengetahui energi regangan total akibat tegangan material dan pengurangan energi regangan bergantung kepada perubahan volume. Energi regangan dapat ditentukan melalui persamaan:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma \varepsilon}{2} \quad (38)$$

dimana u adalah intensitas energi regangan material. Saat elemen elastik mengalami pembebanan triaksial, tegangan dapat dibedakan menjadi tiga tegangan utama, σ_1 , σ_2 , dan σ_3 , dimana notasi subskrip angka menyatakan arah pembebanan.

Jika diasumsikan beban diterapkan secara simultan dan bertahap, tegangan dan regangan akan meningkat dengan perilaku yang relatif sama. Energi regangan total adalah jumlah energi yang dihasilkan oleh setiap tegangan (energi adalah kuantitas skalar dan bisa ditambahkan secara aljabar dengan mengabaikan arah tegangan individu), maka,

$$u = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad (39)$$

Bila regangan diubah dalam bentuk tegangan, persamaan (39) akan menjadi,

$$u = \frac{1}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \quad (40)$$

Energi regangan dapat dibedakan ke dalam dua komponen, yakni hasil dari perubahan volume (u_v) dan distorsi (u_d). Energi yang dihasilkan dari perubahan volume (tegangan hidrostatik) dapat ditentukan dengan persamaan:

$$u_v = \frac{1-2\nu}{6E} [\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3]^2 \quad (41)$$

Sedangkan energi yang dihasilkan dari distorsi dapat ditentukan dengan persamaan:

$$u_d = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (42)$$

Teori kegagalan energi distorsi maksimum mengasumsikan bahwa perilaku tegang (*inelastic action*) akan terjadi saat energi distorsi yang ditunjukkan pada persamaan (36) melebihi nilai batas yang didapatkan dari uji tarik. Untuk uji ini, hanya ada satu nilai tegangan utama yang bernilai (*nonzero*). Jika tegangan ini dinotasikan dengan σ_Y , maka nilai u_d menjadi,

$$(u_d)_Y = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_Y^2 \quad (43)$$

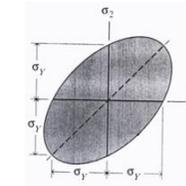
dan saat persamaan (42) disubstitusi ke persamaan (41), maka didapatkan persamaan untuk kegagalan akibat peluluhan sebagai berikut,

$$2\sigma_Y^2 = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (44)$$

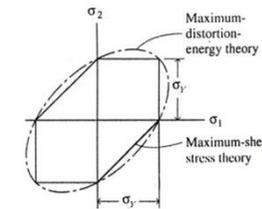
Untuk kondisi tegangan bidang seperti pada pipa tipis, dapat diasumsikan bahwa σ_3 bernilai 0, persamaan (44) menjadi,

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_Y^2 \quad (45)$$

Persamaan (39) akan menghasilkan grafik seperti diperlihatkan pada Gambar 7. Perbandingan teori kegagalan tegangan geser maksimum dan teori kegagalan energi distorsi maksimum diperlihatkan pada Gambar 8.



Gambar 7. Grafik teori energi distorsi maksimum



Gambar 8. Grafik perbandingan antara teori Tresca dan teori von Mises
[Riley, 1999]

E. *Pipe Bend*

Penggunaan *pipe bend* dibandingkan dengan sambungan las untuk membelokkan aliran fluida ditinjau dari sudut pandang ekonomi. *Pipe bend* yang jari-jarinya tiga sampai lima kali diameter nominal pipa menawarkan penurunan tekanan fluida (*pressure drop*) yang lebih sedikit, walaupun ia memerlukan fleksibilitas yang cukup di dalam sistem. Karena *pipe bend* tidak seperti sambungan las yang memerlukan inspektor pengelasan, seringkali *pipe bend* merupakan pilihan yang sangat ekonomis. Dalam kasus ukuran pipa khusus yang biasa digunakan untuk saluran utama uap keluaran *boiler (main steam)*, saluran pemanasan kembali (*reheat*), atau saluran air umpan masuk *boiler*

(*feedwater lines*), *pipe bend* seringkali merupakan satu-satunya pilihan yang tersedia.

Material pipa yang akan dibengkokkan (*bend*) sebisa mungkin merupakan material yang memiliki keuletan yang baik dan laju *strain hardening* yang rendah. Kesuksesan *pipe bending* (pembengkokan pipa) juga dipengaruhi oleh diameter, ketebalan, dan *bending radius*. Semakin tinggi rasio diameter terhadap ketebalan, dan semakin kecil *bend radius*, maka semakin besar kemungkinan terjadinya penipisan dan *buckling*. Setiap jenis proses *bending* memiliki kemampuan yang berbeda-beda, jadi pemilihan jenis proses tersebut tergantung kepada ketersediaan peralatan dan kemampuan para pekerja dalam menangani material, diameter, ketebalan, dan *bending radius*.

Beberapa aturan yang harus dipenuhi dalam *pipe bending* adalah :

1. Penipisan (*thinning*)

Dalam setiap operasi *bending*, bagian ekstrados mengalami penarikan dan bagian intrados mengalami penekanan. Hal ini mengakibatkan penipisan pada bagian ekstrados, dan penebalan pada bagian intrados.

Aturan yang wajib dipatuhi dalam hal ini adalah ketebalan pipa pada bagian ekstrados setelah proses *bending* harus sedikitnya bernilai sama dengan

ketebalan pipa yang diperbolehkan untuk pipa lurus. Walaupun aturan ini tidak menyinggung masalah penebalan pada bagian intrados, namun ternyata penebalan ini berguna untuk menyeimbangkan beban yang nantinya akan diterima *pipe bend* akibat *internal pressure*.

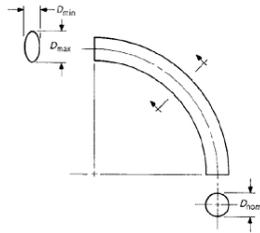
2. Ovalisasi

Selama proses pembengkokan, pipa mengalami ovalisasi pada penampang melintangnya.

Besar nilai ovalisasi ditentukan oleh persamaan :

$$Ovality = \frac{D_{max} - D_{min}}{D_{nom}} \times 100 \quad (46)$$

Internal pressure yang terjadi pada *pipe bend* dalam penggunaannya nanti, akan mengubah bentuk penampang melintangnya dengan menciptakan *secondary stresses* pada arah *hoop*. Beberapa peraturan memperbolehkan ovalisasi sebesar 8% dalam kasus ini. Namun bila *pipe bend* juga dirancang untuk dapat tahan terhadap *external pressure*, maka 8% ovalisasi hanya akan membuat *pipe bend* tersebut mengalami kegagalan. Oleh sebab itu, ASME B31.3 merekomendasikan maksimal 3% ovalisasi bagi *pipe bend* yang dirancang untuk tahan terhadap *external pressure*.



Gambar 9. Ovalisasi penampang *pipe bend*

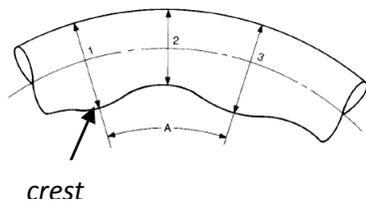
3. *Buckling*

Pipe bending dengan perbandingan diameter dan ketebalan yang besar, lebih sering mengakibatkan *buckling* daripada penebalan pada intrados, bahkan setelah adanya penambahan *internal mandrels* atau alat lain untuk meminimalisasinya. *Buckling* diperbolehkan apabila masih berada dalam batas toleransi kedalaman rata-rata *crest* yang memenuhi persamaan berikut ini :

$$Depth = \frac{(OD)_1 + (OD)_3}{2} - (OD)_2 \quad (47)$$

Perbandingan jarak antar *crest* terhadap kedalaman (*depth*), harus lebih besar atau sama dengan duabelas

$$\frac{A}{Depth} \geq 12 \quad (48)$$



Gambar 10. Toleransi *pipe buckling*

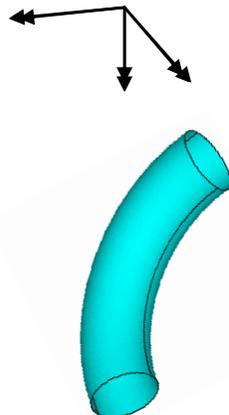
F. *In-plane bending pada pipe bend*

Pipa dapat didefinisikan sebagai silinder berongga yang memenuhi standar ukuran nominal pipa (*Nominal Pipe Size*). Pipa umumnya digunakan sebagai media transportasi material berupa air, minyak, gas, maupun fluida lainnya. Jaringan pipa yang sudah melibatkan berbagai komponen penyambungan (*fittings*), penguncian (*bolting*), penyekatan (*gasket*), keran, dan tekanan, dinamakan sistem perpipaan. (Nayyar,2000)

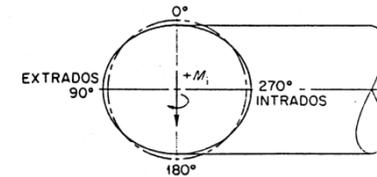
Pembebanan yang terjadi pada sistem perpipaan meliputi tekanan yang berasal dari dalam maupun luar pipa, berat dari pipa itu sendiri akibat dari sistem perpipaan maupun berat fluidanya, ekspansi termal dan perbedaan temperatur pada dinding pipa, serta pembebanan dinamik yang disebabkan oleh komponen yang tersambung langsung seperti pompa, kompresor, dan penyebab lain seperti angin dan gempa bumi. Pipa lengkung (*pipe bend*) merupakan salah satu komponen penyambungan yang bersifat sangat penting dalam sistem perpipaan. Komponen ini tidak dapat dirancang secara langsung menggunakan teori bending sederhana. Alasannya yaitu, *pipe bend* lebih fleksibel dibanding pipa lurus yang sepadan (sama ukuran dan materialnya), dan penampang *pipe bend* dapat menjadi oval akibat pembebanan *bending*, serta terjadi perubahan peampang melintang ataupun adanya distribusi dan konsentrasi tegangan akibat bentuk dan

geometri komponen *pipe bend* tersebut. Analisis yang lebih teliti dapat dilakukan menggunakan metode elemen hingga. Metode ini dapat menghasilkan perhitungan yang lebih teliti karena dapat memodelkan dengan elemen kecil mengikuti bentuk, dan dapat memberikan distribusi besarnya tegangan pada masing-masing titik dalam komponen.

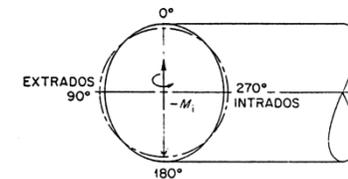
Bending pada *pipe bend* terdiri dari tiga modus yaitu *in-plane* (M_i), *out-of-plane* (M_o), dan torsi (M_t) seperti ditunjukkan pada gambar 11. *In-plane bending* yang terjadi pada *pipe bend* memiliki dua modus pembebanan, yaitu *in-plane closing bending* di mana momen bending bekerja ke arah dalam (menuju pusat jari-jari kelengkungan) dan *in-plane opening bending* di mana momen bekerja ke arah luar (menjauhi pusat jari-jari kelengkungan). Tipikal ovalisasi pada potongan penampang permukaan *pipe bend* akibat *in-plane opening bending* ditunjukkan pada Gambar 12, dan akibat *in-plane closing bending* ditunjukkan pada Gambar 13.



Gambar 11. Komponen momen pada *pipe bend*



Gambar 12. *In-plane opening bending*



Gambar 13. *In-plane closing bending*

Garis putus-putus gambar 12 dan 13 di atas menunjukkan penampang yang tidak terdeformasi, sedangkan garis yang utuh menunjukkan penampang yang terdeformasi. Ovalisasi penampang akibat *in-plane closing bending moment* ditandai dengan berkurangnya jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor tegak lurus bidang *bending*. Sedangkan ovalisasi penampang akibat *in-plane opening bending moment* ditandai

dengan bertambahnya jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor searah bidang *bending*.

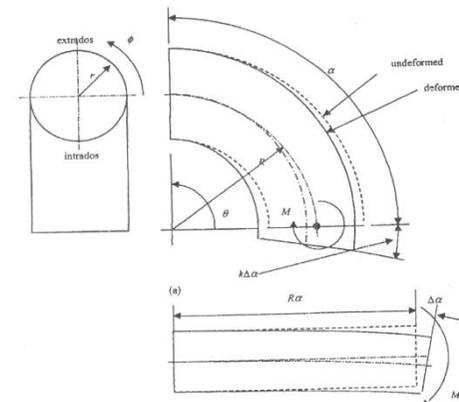
Akibat ovalisasi pada penampang *pipe bend*, hubungan antara bending dan perubahan sudut untuk *in-plane bending* dapat ditentukan dengan persamaan berikut:

$$\frac{M(1-\nu^2)}{EI} = \frac{1}{k_1} \frac{1}{R} \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \quad (49)$$

Dimana: M = Momen *bending*, N.mm
 ν = *Poisson's ratio*
 E = *Young's modulus*, N/mm²
 I = Momen inersia penampang, mm⁴

Hubungan antara momen *bending* dan sudut rotasi pada bagian ujung pipa lurus dengan panjang ekuivalen $L = R\alpha$ adalah:

$$\frac{M(1-\nu^2)}{EI} = \frac{\Delta\alpha}{L} = \frac{1}{R} \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \quad (50)$$



Gambar 14. Pipa yang mengalami *in-plane bending*
 (a) *pipe bend*
 (b) pipa lurus

Dimana:

R = Jari-jari *pipe bend*, mm
 $\alpha, \Delta\alpha$ = sudut awal, perubahan sudut, derajat
 k_1 = faktor fleksibilitas

Pengukuran fleksibilitas dari pipa lengkung di sepanjang pipa lurus yang ekuivalen bisa dicari dengan pembagian antara perubahan sudut pada pipa lengkung akibat rotasi dengan bagian ujung pipa lurus yang ekuivalen akibat momen bending yang sama.

Sehingga faktor fleksibilitas dapat didefinisikan sebagai:

$$k_1 = \frac{\Delta\alpha_c}{\Delta\alpha_s} > 1 \quad (51)$$

Dimana: $\Delta\alpha_c$ = rotasi dari ujung pipa lengkung (*pipe bend*)

$\Delta\alpha_s$ = rotasi dari ujung pipa lurus

Faktor fleksibilitas k_1 pertama kali dikembangkan oleh Von Karman pada tahun 1911 melalui pendekatan solusi deret Fourier. Kemudian dilanjutkan melalui pengkajian secara eksperimen oleh Hovgaard. Persamaan yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$k_1 = \frac{12\lambda^2 + 10}{12\lambda^2 + 1} \quad (52)$$

Dimana λ disebut parameter *pipe bend* atau faktor pipa yang diperoleh dari persamaan

$$\lambda = \frac{tR}{r^2} \quad (53)$$

Dimana: t = ketebalan pipa, mm

R = jari-jari kelengkungan *pipe bend*, mm

r = jari-jari pipa, mm

Pendekatan pertama oleh Karman-Hovgaard telah digunakan secara umum untuk *in-plane* maupun *out-of-plane bending* sampai akhirnya Clark dan Reissner di tahun 1951 memprediksikan bahwa hasil faktor fleksibilitas tersebut masih cukup baik untuk *pipe bend* yang memiliki faktor pipa, $\lambda = 0,5$ atau di atasnya. Berikut adalah persamaan yang dikembangkan oleh Clark dan Reissner untuk faktor pipa dibawah 0,5

$$k_1 = \frac{1,65}{\lambda} \quad (54)$$

G. Limit Momen

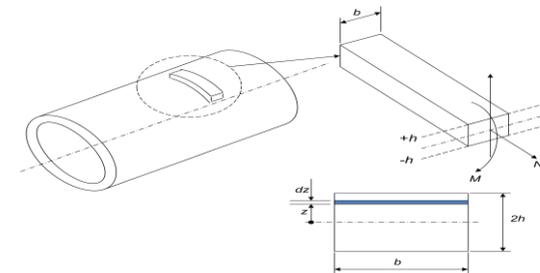
Perilaku komponen teknik yang paling sulit sekalipun, seperti pengerasan nonlinear, dapat dianalisa jika

hubungan elastis-plastis dan tegangan regangan pada komponen tersebut telah diketahui (terutama menggunakan metode elemen hingga).

Mekanisme kegagalan plastis (*plastic collapse*) bagaimanapun juga tetap mengikuti kaidah model plastis sederhana, bahwa tegangan di atas batas luluh suatu komponen tidaklah mungkin terjadi. Sebuah batas pasti dicapai saat tidak ada lagi tegangan yang dapat diterima, dan akhirnya komponen tersebut pun mengalami kegagalan.

Beban maksimum yang dapat diterima oleh suatu komponen sebelum dirinya mengalami kegagalan disebut *limit load*. Oleh sebab itu, para perancang harus benar-benar menghitung besarnya nilai limit load komponen yang akan mereka buat, untuk memprediksi jumlah beban yang harus diterima oleh komponen tersebut agar tidak sampai terjadi kegagalan.

Sebuah contoh penting mengenai *limit load* dapat diamati pada *beam* sebagai pemodelan dasar dinding *shell* yang mengalami tegangan dan *bending*, seperti ditunjukkan pada Gambar 15.



Gambar 15. Dinding pipa yang dianalisis sebagai *beam*

Diketahui bahwa $\sigma(z)$ adalah tegangan *circumferential* (keliling) pada jarak z dari permukaan tengah dinding. Pada titik z dapat disusun persamaan dimana M dan N merupakan tegangan yang diterima oleh *beam* tersebut

$$M = F.z = \int_{-h}^h \sigma A.z = \int_{-h}^h \sigma b.dz.z = b \int_{-h}^h \sigma z.dz \tag{55}$$

$$N = \int_{-h}^h \sigma.A = \int_{-h}^h \sigma.bdz = b \int_{-h}^h \sigma.dz \tag{56}$$

Karena perilaku *beam* tersebut adalah sepenuhnya elastis, kedua persamaan ini dapat disederhanakan menjadi:

$$\sigma(z) = \frac{N}{A} + \frac{Mz}{I} \tag{57}$$

dimana : $A = 2bh$ (luas area potongan *beam*)

$$I = \frac{bt^3}{12} = \frac{b(2h)^3}{12} = \frac{2}{3}bh^3 \tag{momen}$$

inersia luas potongan *beam*)

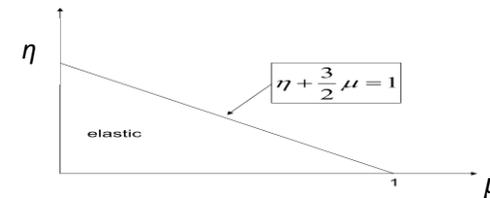
Asumsikan bahwa material bersifat *elastic-perfectly plastic* dengan *yield stress* sebesar σ_y , dan tegangan sebesar N , maka *yield* pertama kali akan terjadi akibat tegangan pada lapisan terluar ($z = +h$), ketika

$$\frac{N}{2bh} + \frac{3}{2} \frac{M}{bh^2} = \sigma_y \tag{58}$$

atau $\eta + \frac{3}{2} \mu = 1$ (59)

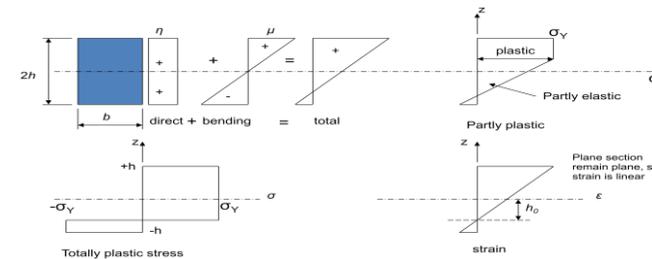
dimana $\eta = \frac{N}{2bh\sigma_y}$ dan $\mu = \frac{M}{bh^2\sigma_y}$ (60)

Persamaan (59) disebut juga kondisi awal *yield (initial yield condition)* yang dapat diamati pada Gambar 16.



Gambar 16. Kondisi awal *yield*

Jika beban semakin bertambah, plastisitas akan menyebar ke seluruh dinding pipa (dalam hal ini diamati sebagai *beam*) seperti terlihat pada Gambar 17.



Gambar 17. Pertambahan plastisitas di dalam *beam*

Secara matematis, distribusi tegangan dapat ditulis sebagai ;

$$\sigma(z) = \begin{cases} \sigma_y & \text{untuk } z > -h_o \\ -\sigma_y & \text{untuk } z < -h_o \end{cases}$$

Dari persamaan (55) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 M &= b \int_{-h}^h \sigma \cdot z \, dz = b \left[\int_{-h}^{-h_0} (-\sigma_Y) z \, dz + \int_{-h_0}^h \sigma_Y z \, dz \right] \\
 M &= b \sigma_Y \left\{ -\frac{z^2}{2} \Big|_{-h}^{-h_0} + \frac{z^2}{2} \Big|_{-h_0}^h \right\} \\
 M &= b \sigma_Y \left[\left(-\frac{h_0^2}{2} + \frac{h^2}{2} \right) + \left(\frac{h^2}{2} - \frac{h_0^2}{2} \right) \right] \\
 M &= b \sigma_Y (h^2 - h_0^2)
 \end{aligned} \tag{61}$$

Dan dari persamaan (56) diperoleh:

$$\begin{aligned}
 N &= b \int_{-h}^h \sigma \cdot dz = b \left[\int_{-h}^{-h_0} (-\sigma_Y) dz + \int_{-h_0}^h \sigma_Y \cdot dz \right] \\
 N &= b \sigma_Y \left(-z \Big|_{-h}^{-h_0} + z \Big|_{-h_0}^h \right) \\
 N &= b \sigma_Y [(h_0 - h)(h + h_0)] \\
 N &= 2b \sigma_Y h_0 \quad \Rightarrow \quad h_0 = \frac{N}{2b \sigma_Y}
 \end{aligned} \tag{62}$$

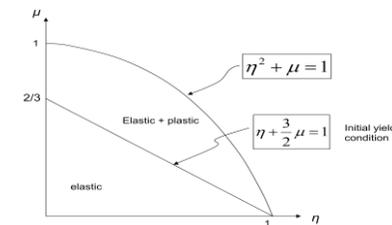
Dengan mebsubstitusikan persamaan (61) dan (62), dapat diketahui bahwa:

$$\begin{aligned}
 M &= b \sigma_Y \left(h^2 - \left(\frac{N}{2b \sigma_Y} \right)^2 \right) \\
 \frac{M}{b \sigma_Y} &= h^2 \left(1 - \frac{N^2}{4b^2 h^2 \sigma_Y^2} \right) \\
 \frac{M}{\sigma_Y b h^2} + \left(\frac{N}{2b h \sigma_Y} \right)^2 &= 1 \quad \Rightarrow \quad \text{kondisi batas (limit condition)}
 \end{aligned} \tag{63}$$

Persamaan (62) dan (63) dapat ditulis sebagai :

$$\mu + \eta^2 = 1 \tag{64}$$

Kondisi awal *yield* dan kondisi batas ditunjukkan dalam diagram interaksi, dan kondisi batas pada diagram interaksi ini disebut *limit surface*



Gambar 18. Diagram Interaksi

Dari diagram interaksi, kita perlu memiliki kondisi :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{M}{\sigma_y b h^2} \leq 1 \\ \frac{N}{2\sigma_y b h} \leq 1 \end{array} \right\} \quad (65)$$

Limit load untuk *beam* dalam keadaan bending (limit momen), M_L dapat diperoleh dari persamaan (63) dengan memasukkan nilai $N = 0$:

$$M_L = \sigma_y b h^2 \quad (66)$$

Yield moment, M_Y dapat diperoleh dari persamaan (58) dengan memasukkan nilai $N = 0$:

$$M_Y = \frac{2}{3} \sigma_y b h^2 \quad (67)$$

Dari dua persamaan terakhir, dapat diketahui bahwa :

$$\frac{M_L}{M_Y} = 1.5 \quad (68)$$

$$M_L = 1.5 M_Y \quad (69)$$

$$M_L = 1.5 Z \sigma_y \quad (70)$$

Persamaan (70) diatas berlaku untuk pipa lurus yang tidak mengalami efek dari ovalisasi pada penampangnya. Untuk pipa elbow, limit momen

dimodifikasi sebuah faktor pengali yang merupakan fungsi dari faktor elbow yang dilambangkan dengan λ , dimana $\lambda = tR_b/r^2$. E.C. Rodabaugh dalam artikelnya yang berjudul *Interpretative Report On Limit Analysis And Plastic Piping Behavior Of Piping Product* merumuskan persamaan untuk mengetahui nilai yield moment, M_y , dari *pipe bend* yang mengalami pembebanan dalam arah in-plane, persamaan tersebut yaitu :

$$M_y = 1.5 Z \sigma_y \frac{\lambda^{2/3}}{1.8} \quad (71)$$

Dimana : $\lambda =$ faktor pipa (tR/r^2)

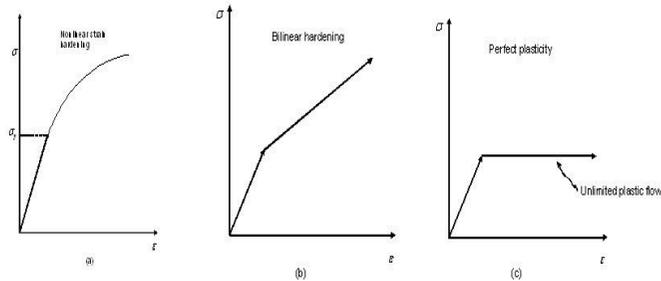
$Z =$ elastic section modulus

$\sigma_y =$ tegangan *yield*

H. Plastisitas

Kebanyakan material yang digunakan pada bidang teknik menunjukkan hubungan linier antara tegangan dan regangan hingga pada suatu level yang disebut dengan batas proporsional (*proportional limit*). Setelah melewati batas ini, hubungan antara tegangan dan regangan akan menjadi nonlinier, tetapi tidak juga menjadi kaku. Perilaku plastis, digambarkan oleh regangan yang tidak bisa kembali dan terjadi saat tegangan melewati titik luluh material (*material's yield point*). Gambar 19.b menunjukkan sebuah kurva tegangan versus regangan dari sebuah material

elastoplastic dengan perilaku plastisitas *bilinear kinematic hardening*.



Gambar 19. Pendekatan Analisis Material

Data material dimasukkan melalui tabel nonlinier yang dapat dijumpai pada menu atau menggunakan perintah TB,BKIN,1 yang merupakan tabel data material model dengan perilaku *bilinear kinematic hardening*. Asumsi ini cocok digunakan untuk material dengan modulus elastisitas yang rendah ($E < 125$ GPa).

I. Analisis Struktur Nonlinier

Struktur nonlinier terjadi pada banyak hal. Sebagai contoh, pada alat *staples* logam membengkok secara permanen ke bentuk yang berbeda. Contoh lainnya, saat sebuah rak kayu dibebani dengan beban yang berat, maka lama kelamaan rak akan mengalami lendutan. Begitu juga dengan beban yang diterima oleh sebuah mobil atau truk, akan terjadi perubahan permukaan kontak antara ban dan jalan, sebagai respon terhadap beban yang diberikan.

Terdapat tiga tipe dari nonlinier, yakni:

1. Geometri nonlinier

Bila struktur mengalami deformasi yang besar dan merubah konfigurasi geometri, maka struktur memberikan respon secara nonlinier.

2. Material nonlinier

Saat plastisitas, keretakan, atau viskoelastisitas terjadi pada sebuah struktur. Faktor yang memengaruhi perilaku properti material meliputi beban (seperti pada tanggapan material *elastic-perfectly plastic*), kondisi lingkungan, dan periode pembebanan.

3. Kondisi batas nonlinier (perubahan status)

Yakni saat masalah ketergantungan terhadap status (*status-dependent*) terjadi. Sebagai contoh, sebuah kabel dengan lendutan atau ketegangan. Perubahan status dapat dihubungkan dengan pembebanan (seperti pada kasus kabel), atau dapat juga ditentukan oleh penyebab dari luar.

Kombinasi dari ketiga tipe nonlinier tersebut sangat mungkin terjadi. Fenomena pada struktur sebenarnya, seperti deformasi permanen, pengecilan geometri (*necking*), penipisan, tekukan, dan nilai tegangan yang melebihi batas plastisitas, semuanya menunjukkan terjadinya perilaku nonlinier. Ada beberapa alasan mengapa para insinyur menghindari penyelesaian kasus nonlinier. Pada beberapa kasus terkadang sangat sulit untuk mengetahui permasalahan yang sebenarnya,

kemudian pada kasus lain terjadi ketiadaan sumber atau *software* FE yang teliti, atau bisa juga analisis tidak dapat dilakukan karena tidak terdapatnya properti material yang dibutuhkan serta pembebanan dan kondisi batas yang kurang jelas, yaitu saat terjadi kontak antara dua bagian dengan lokasi kontak yang tidak diketahui [ANSYS Inc., 2007].

J. Metode Elemen Hingga Dengan ANSYS

Dalam penggunaannya, metode ini memiliki beberapa langkah dasar yang digunakan untuk menganalisa permasalahan teknik, meliputi:

◆ Tahap *Preprocessing*

1. Membuat dan memisahkan solusi domain ke dalam elemen hingga, yakni membagi permasalahan ke dalam titik hubung (*node*) dan elemen.
2. Mengasumsikan fungsi bentuk untuk menampilkan karakter fisik elemen, yakni mengasumsikan fungsi kontinu untuk menampilkan solusi perkiraan elemen.
3. Mengembangkan persamaan untuk elemen.
4. Membuat elemen untuk menampilkan seluruh permasalahan. Membangun matrik kekakuan global.

◆ Tahap Solusi

Menyelesaikan persamaan aljabar linier ataupun nonlinier secara simultan untuk mendapatkan hasil

titik hubung (*nodal results*), seperti perpindahan pada *node* yang berbeda atau nilai temperatur pada *node* yang berbeda dalam permasalahan perpindahan panas.

◆ Tahap *Postprocessing*

Memperoleh hasil yang dibutuhkan. Pada tahap ini akan didapatkan nilai tegangan utama, fluk panas, dan lain-lain.

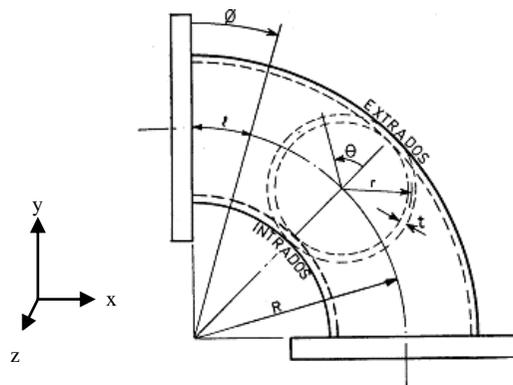
Dasar dari metode elemen hingga adalah membagi benda kerja menjadi elemen-elemen kecil yang jumlahnya berhingga sehingga dapat menghitung reaksi akibat beban (*load*) pada kondisi batas (*boundary condition*) yang diberikan. Dari elemen-elemen tersebut dapat disusun persamaan-persamaan matrik yang bisa diselesaikan secara numerik dan hasilnya menjadi jawaban dari kondisi beban yang diberikan pada benda kerja tersebut. Dari penyelesaian matematis dengan menghitung inverse matrik akan diperoleh persamaan dalam bentuk matrik untuk satu elemen dan bentuk matrik total yang merupakan penggabungan (*assembly*) matrik elemen.

III. METODE PENELITIAN

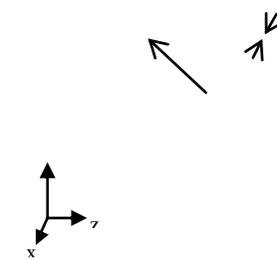
A. Pemodelan

Data untuk dimensi material model diambil berdasarkan ASME B16.9-1993 tentang *typical commercial 90° long radius butt welding elbows*, dan data properti yang

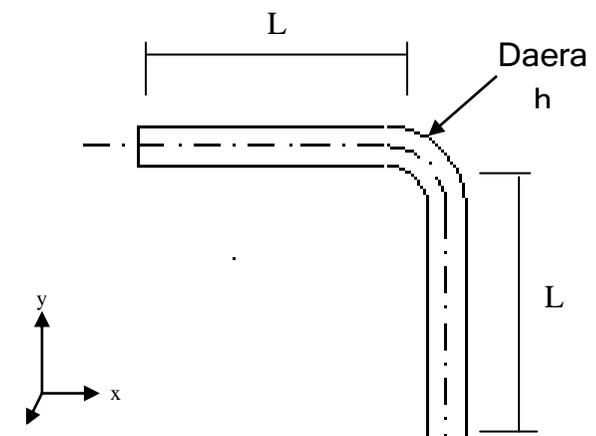
digunakan adalah data *titanium alloy* sesuai ASTM B265. Dimensi model dibuat berdasarkan data ASME B16.9 untuk *pipe bend* dengan ukuran diameter luar pipa nominal standar dan pipa nominal *extra strong* yang sama, namun memiliki ketebalan dinding pipa yang berbeda. Sudut kelengkungan yang dipilih adalah 90° mengikuti sudut kelengkungan yang umum digunakan, dengan asumsi penampang pipa adalah lingkaran sempurna. Ketebalan pipa ditentukan berdasarkan ukuran *shell* tipis ($t/r < 0,1$) dan diasumsikan ketebalannya seragam di sepanjang pipa. Pemilihan tebal pipa diperlukan sebab bila pipa tersebut tidak memenuhi syarat *shell* tipis, maka ANSYS akan memperlakukannya sebagai *solid element*. Ilustrasi serta dimensi model pipa selengkapnya diperlihatkan pada gambar 20, 21, 22, 23 dan Tabel 1.



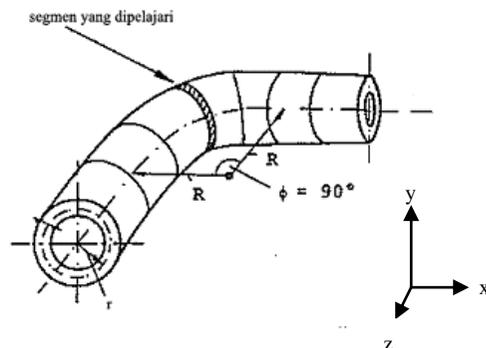
Gambar 20. Konfigurasi *pipe bend*



Gambar 21. Potongan melintang bagian tengah *pipe bend*



Gambar 22. Tampak depan *pipa elbow*



Gambar 23. 3-D *Pipe bend*

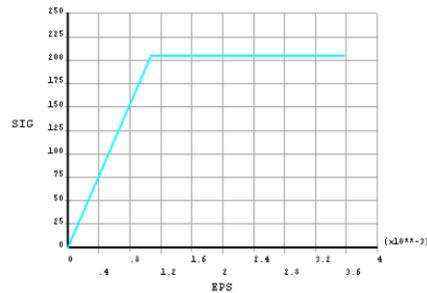
Tabel 1. Data input pipa elbow model

No.	Parameter	Simbol	Nilai
-----	-----------	--------	-------

1.	<i>Nominal Pipe</i>	NPS	457,2 mm
2.	<i>Outside</i>	OD	457,2 mm
3.	<i>Inside</i>	ID	438,15 mm
4.	Radius pipa	r	223,8375
5.	<i>Bend radius</i>	rho	671,5125
6.	Tebal dinding	t	9,525 mm
7.	Rasio tebal	t/r	0,04
8.	<i>Bend angle</i>	ϕ	90°
9.	<i>Elastic</i>	Z	0,001E+09
10.	Rasio <i>bend</i>	b	rho/r = 3
11.	Panjang pipa	L	3048 mm
12.	Tegangan	syield	827 MPa
13.	<i>Plastic</i>	pmod	100
14.	<i>Moment</i>	ML	9E+08
15.	<i>Yield</i>	M_y	1,77E+08

Properti material model pipa dipilih berdasarkan ASTM B265 yaitu *titanium alloy* (Ti-6Al-4V) yang memiliki densitas, ρ sebesar 4,43 Mg/m³, modulus elastisitas, E sebesar 114 GPa, tegangan luluh (*yield stress*), σ_y sebesar 827 MPa, kekuatan tarik puncak (*ultimate tensile strength*) sebesar 900 MPa, dan *Poisson's ratio* 0,342 [*Mechanical Engineer's Handbook 2nd Edition*, Wiley 1998]. Dalam aplikasinya, pipa yang terbuat dari *titanium alloy* ini biasa digunakan pada *aircraft ducting and hydraulic, automotive components, consumer goods, hydrometallurgical extraction*, dan *hydrocarbon production/drilling*. Paduan super (*superalloys*) berbasis titanium akan memiliki sifat ringan, tahan terhadap korosi, dan cocok untuk aplikasi pada temperature tinggi. (*The Tube and Pipe Journal* by Porter and Clancy).

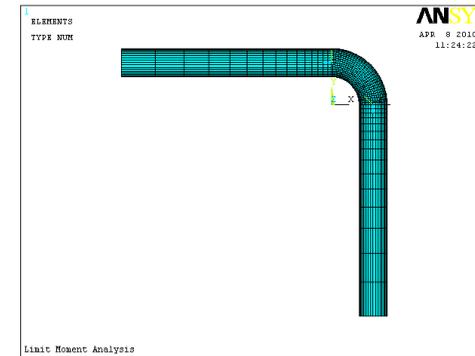
Dalam analisis ini, digunakan asumsi *pipe elbow* model berupa *shell* dinding tipis (*thin shell*), dan ketebalan disepanjang *pipe elbow* model dianggap merata dengan halus. Material diasumsikan bersifat *elastic-perfectly plastic* dengan tabel data untuk model material *bilinear kinematic* (lihat poin H dalam BAB II Tinjauan Pustaka), dan modulus plastisitas diasumsikan sebesar seratus. Gambar 23 menunjukkan kurva *bilinear kinematic* material model yang digambarkan oleh ANSYS. Kurva terbentuk dari hubungan antara tegangan dan regangan dari persamaan elastisitas.



Gambar 24. Kurva *bilinear kinematic* material model

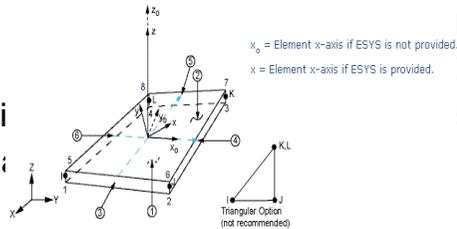
B. Pembagian Elemen (*Meshing*)

Elemen pada model dibagi dalam dua bidang, yakni longitudinal dan *circumferential*. Pembagian elemen (*meshing*) pada model ini ditunjukkan pada Gambar 24.



Gambar 25. Pembagian elemen (*meshing*) pada ANSYS

Elemen yang dibuat berupa elemen persegi dengan tipe elemen yang digunakan adalah elemen SHELL 181 dan BEAM 4. Elemen SHELL 181 dapat digunakan untuk analisis tebal. Elemen ini terdiri dari 4 node: translasi pada sumbu x, y, dan z, serta rotasi pada sumbu

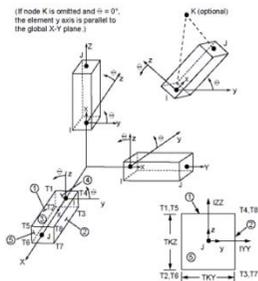


DOF pada setiap node: serta rotasi pada sumbu

Top Shell = 5 - 6 - 7 - 8
 Middle Shell = 1 - J - K - L
 Bottom Shell = 1 - 2 - 3 - 4

Gambar 26. Geometri elemen SHELL 181 [ANSYS Inc., 2007]

Elemen BEAM 4 memiliki 2 node, masing-masing node memiliki enam derajat kebebasan, yaitu translasi dalam sumbu x, y, dan z, serta rotasi terhadap sumbu x, y, dan z.



Gambar 27. Geometri elemen BEAM 4 [ANSYS Inc., 2007]

C. Penentuan Kondisi Batas dan Pembebanan

Kondisi batas pada konfigurasi pipa elbow yang ditinjau dan besar nilai pembebanannya adalah :

1. Perpindahan (*displacement*) dan rotasi node pada ujung silinder vertikal bernilai nol.
2. Beban *bending* yang diterapkan pada permukaan *shell* pipa elbow bernilai 9×10^8 N.mm. Dengan nilai tersebut, diharapkan dapat diketahui batas beban *bending* yang mampu diterima oleh elbow tersebut sebelum mengalami kegagalan. Nilai variasi beban akibat *bending* pada program ANSYS dibuat dengan mengatur waktu pembebanan. Dengan demikian, nilai beban akibat *bending* yang bekerja pada *shell* model sama dengan waktu pembebanan. Langkah pembebanan dibuat menggunakan perintah DELTIM dengan langkah waktu awal sebesar ML/80, langkah waktu minimum ML/160, dan langkah waktu maksimum ML/40. Perintah NLGEOM,ON diberikan untuk memungkinkan terjadinya defleksi yang besar pada material hingga mengalami kegagalan.

Gambar 28. Kondisi batas pada *pipe bend*

D. Solusi

Setelah melakukan penentuan kondisi batas, maka selanjutnya dapat dilakukan tahap solusi dengan analisis elemen hingga (*finite element analysis*) secara komputasi untuk mendapatkan informasi yang dibutuhkan. ANSYS secara otomatis akan menentukan persamaan pada setiap *node* untuk mendapatkan solusi keluaran dengan toleransi konvergensi sebesar 0,001 untuk pengaturan *default*. Analisis nonlinier menggunakan ANSYS dimulai dengan memberi perintah *antype, static* pada awal tahap solusi, serta meng-off-kan perintah *autots* agar ANSYS tidak melakukan langkah pembebanan secara otomatis.

E. Pengambilan dan Pengolahan Data

Dalam *software* ANSYS, perhitungan beban *bending* maksimum yang dapat diterima oleh model dilakukan dengan mengacu pada nilai tegangan ekuivalen maksimum yang terjadi pada setiap nilai beban akibat *bending*. Hasil keluaran dari program dinyatakan dalam koordinat silinder untuk pipa lurus dengan komponen koordinat adalah, r untuk arah radial, θ untuk arah *circumferential*, dan z untuk arah aksial silinder, serta

koordinat toroidal digunakan khusus pada bagian *pipe bend*.



Gambar 29. Koordinat silindris (R, θ, Z) **Gambar 30.** Koordinat toroidal (R, θ, ϕ) dengan parameter r

Dengan demikian, tegangan ekuivalen dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (44) dengan mensubstitusi σ_1 dengan tegangan radial, σ_2 dengan tegangan *hoop*, dan σ_3 dengan tegangan aksial yang terjadi pada model. Data yang diambil merupakan data *node* pada permukaan atas (*top shell*), bawah (*bottom shell*), dan permukaan tengah *shell* (*middle shell*). Parameter yang diambil dari hasil keluaran program diperlihatkan pada Tabel 2 dan 3. Diagram alir proses penelitian ini diperlihatkan pada Gambar 27.

Tabel 2. Frekuensi beban akibat *bending*

No.	Beban <i>bending</i> , M (N.mm)	M/M_Y
1.		
2.		
dst		
.		

Tabel 3. Tegangan dan regangan ekuivalen

No.	M/M_y	σ_{eqv} (MPa)	σ_{eqv} / σ_y	ε_{eqv}
1.				
2.				
dst.				

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil dan Pembahasan

Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini berupa limit momen dan distribusi tegangan di seluruh permukaan atas *shell*. Hasil ditampilkan dalam bilangan tak berdimensi dengan membandingkan M/M_y dengan σ_{eqv}/σ_y , M/M_y dengan ε_{eqv} , dan σ_{eqv}/σ_y dengan ε_{eqv} . Dengan diperolehnya data-data tersebut, maka akan dapat diketahui nilai limit momen dan perilaku material model terhadap perubahan pembebanan *bending* yang diberikan.

1. Limit Momen

Dalam penelitian ini digunakan persamaan (71) untuk memperkirakan besar nilai beban *bending* yang akan diberikan kepada model pipa elbow dalam penelitian ini agar melampaui batas *yield moment* nya hingga gagal. Nilai limit momen, baik *in-plane closing bending*

maupun *in-plane opening bending*, yang diperoleh dari hasil komputasi program dapat dilihat pada tabel berikut ini

Tabel 4. Frekuensi beban dan limit momen pada *in-plane closing bending*

Langkah	Beban <i>bending</i> , M (N.mm)	M/M_Y
1	1,13E+07	6.36E-02
2	2,25E+07	1.27E-01
3	3,38E+07	1.91E-01
4	4,50E+07	2.54E-01
5	5,63E+07	3.18E-01
6	6,75E+07	3.82E-01
7	7,88E+07	4.45E-01
8	9,00E+07	5.09E-01
9	1,01E+08	5.72E-01
10	1,13E+08	6.36E-01
11	1,24E+08	7.00E-01
12	1,35E+08	7.63E-01
13	1,46E+08	8.27E-01
14	1,58E+08	8.91E-01
15	1,69E+08	9.54E-01
16	1,80E+08	1.02E+00
17	1,91E+08	1.08E+00
18	2,03E+08	1.14E+00
19	2,14E+08	1.21E+00
20	2,25E+08	1.27E+00
21	2,36E+08	1.34E+00
22	9,00E+08	

Tabel 5. Frekuensi beban dan limit momen pada *in-plane opening bending*

Langkah	Beban <i>bending</i> , M (N.mm)	M/M_Y
---------	--------------------------------------	---------

1	1,13E+07	6.36E-02
2	2,25E+07	1.27E-01
3	3,38E+07	1.91E-01

4	4,50E+07	2.54E-01
5	5,63E+07	3.18E-01
6	6,75E+07	3.82E-01
7	7,88E+07	4.45E-01
8	9,00E+07	5.09E-01
9	1,01E+08	5.72E-01
10	1,13E+08	6.36E-01
11	1,24E+08	7.00E-01
12	1,35E+08	7.63E-01
13	1,46E+08	8.27E-01
14	1,58E+08	8.91E-01
15	1,69E+08	9.54E-01
16	1,80E+08	1.02E+00
17	1,91E+08	1.08E+00
18	2,03E+08	1.14E+00
19	2,14E+08	1.21E+00
20	2,25E+08	1.27E+00
21	2,36E+08	1.34E+00
22	2,48E+08	1.40E+00
23	2,59E+08	1.46E+00
24	2,70E+08	1.53E+00
25	2,81E+08	1.59E+00
26	2,93E+08	1.65E+00
27	3,04E+08	1.72E+00
28	3,15E+08	1.78E+00
29	3,26E+08	1.84E+00
30	3,38E+08	1.91E+00
31	3,49E+08	1.97E+00

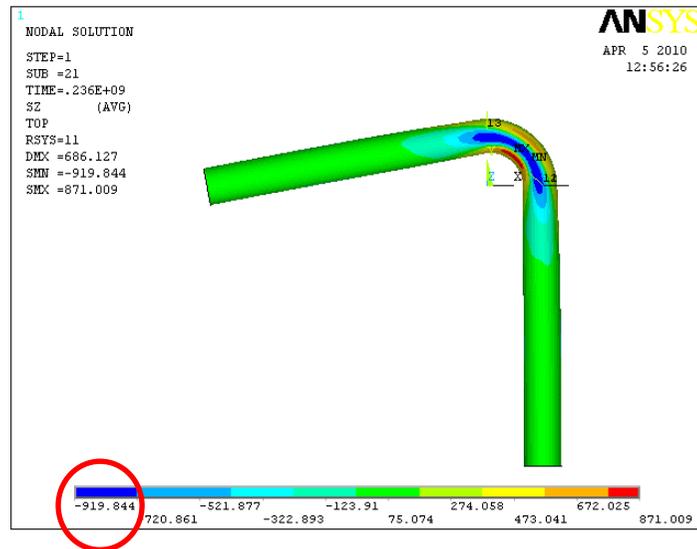
32	3,60E+08	2.04E+00
33	3,71E+08	2.10E+00
34	3,83E+08	2.16E+00
35	3,94E+08	2.23E+00
36	4,05E+08	2.29E+00
37	4,16E+08	2.35E+00
38	4,28E+08	2.42E+00
39	4,39E+08	2.48E+00
40	4,50E+08	2.54E+00
41	4,61E+08	2.61E+00
42	4,73E+08	2.67E+00
43	4,84E+08	2.74E+00
44	4,95E+08	2.80E+00
45	5,06E+08	2.86E+00
46	5,18E+08	2.93E+00
47	5,29E+08	2.99E+00
48	5,40E+08	3.05E+00
49	5,51E+08	3.12E+00
50	5,63E+08	3.18E+00
51	5,74E+08	3.24E+00
52	5,85E+08	3.31E+00
53	5,96E+08	3.37E+00
54	6,08E+08	3.43E+00
55	6,19E+08	3.50E+00
56	6,30E+08	3.56E+00
57	6,41E+08	3.63E+00
58	6,53E+08	3.69E+00
59	6,64E+08	3.75E+00

60	6,75E+08	3.82E+00
61	6,86E+08	3.88E+00
62	6,98E+08	3.94E+00
63	7,09E+08	4.01E+00
64	7,20E+08	4.07E+00
65	7,31E+08	4.13E+00
66	7,43E+08	4.20E+00
67	7,54E+08	4.26E+00
68	7,65E+08	4.33E+00
69	7,76E+08	4.39E+00
70	7,88E+08	4.45E+00
71	7,99E+08	4.52E+00
72	8,10E+08	4.58E+00
73	8,21E+08	4.64E+00
74	8,33E+08	4.71E+00
75	8,44E+08	4.77E+00
76	8,55E+08	4.83E+00
77	9,00E+08	

Dari kedua tabel diatas dapat diamati perbedaan antara limit momen pada saat terjadinya *in-plane closing* dan *in-plane opening bending*. Pada saat *in-plane closing bending* limit momen pipa elbow hanya bernilai 1,34 kali *yield moment* nya, dengan kata lain pipa mengalami kegagalan tak lama setelah *yield moment* materialnya dicapai ($M/M_y = 1$).

Hal ini dapat terjadi karena sebelum *pipe bend* digunakan dan diberi beban apapun dalam sistem perpipaan, ia sudah terlebih dahulu menerima beban *bending* pada saat proses pabrikasinya. Beban ini sendiri menyebabkan konsentrasi tegangan, deformasi plastis, dan perubahan geometri yang signifikan pada *pipe bend*.

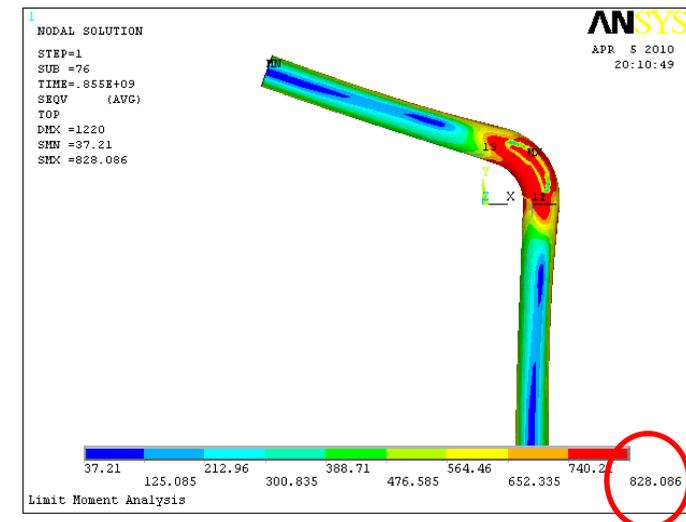
Seperti yang telah dipaparkan dalam bab II teori dasar, pada proses pabriaksi *pipe bend* tersebut, bagian ekstrados mengalami penarikan dan bagian intrados mengalami penekanan. Hal ini mengakibatkan penipisan pada bagian ekstrados, dan penebalan pada bagian intrados. Sehingga apabila beban diberikan lebih jauh dalam arah *in-plane*, maka tegangan *hoop* yang memiliki nilai paling tinggi hingga melewati batas tegangan luluh (*yield stress*) material akan menyebabkan kegagalan pada *pipe bend*.



Gambar 32. Tegangan *hoop* maksimum

Pada *in-plane opening bending*, tegangan yang menyebabkan kegagalan pada *pipe bend* terlihat dalam plot tegangan ekuivalen. Tegangan ekuivalen merupakan hasil dari kombinasi antara tegangan-tegangan utama, yakni tegangan radial, aksial, dan *hoop*. Selain itu, tegangan ekuivalen dapat dianggap mewakili nilai dari ketiga tegangan utama tersebut. Menurut teori energi distorsi atau teori kegagalan Von Mises, kegagalan akan terjadi jika tegangan energi distorsi (σ_{eqv}) bernilai lebih besar daripada kekuatan material. Saat diberi beban ke arah *opening*, material mampu menahan beban melewati batas tegangan luluhnya dan baru mengalami kegagalan setelah beban bernilai 4,83 kali *yield moment* nya. Hal ini terjadi karena penebalan dinding *pipe bend* yang terdapat pada daerah intrados

pada proses fabrikasi membuatnya lebih kuat saat diberi beban *opening bending* yang konsisten dengan beban tarik ke arah atas *pipe bend*. Plot tegangan ekuivalen untuk pembebanan *in-plane opening bending* dapat diamati pada gambar berikut



Gambar 33. Tegangan ekuivalen pada langkah terakhir pembebanan

2. Tegangan dan Regangan Plastik Ekuivalen

Dalam *postprocessing* program ANSYS, tegangan dan regangan plastik ekuivalen material dapat diketahui dengan menggunakan perintah `PLNSOL,S,EQV` untuk tegangan dan `PLNSOL,EPPL,EQV` untuk regangan. Berikut ini adalah tabel tegangan dan regangan plastis

ekuivalen saat material model diberi beban *in-plane bending* ke arah *closing* dan *opening*.

Tabel 6. Tegangan dan regangan ekuivalen akibat *in-plane closing bending*

Langka h	M (N.mm)	M/M_Y	σ_{eqv} (MPa)	σ_{eqv} / σ_Y	ε_{eqv}
1	1,13E+07	6.36E-02	49,829	0,0602527	0
2	2,25E+07	1.27E-01	100,92	0,1220314	0
3	3,38E+07	1.91E-01	153,318	0,1853905	0
4	4,50E+07	2.54E-01	207,089	0,2504099	0
5	5,63E+07	3.18E-01	262,282	0,3171487	0
6	6,75E+07	3.82E-01	318,971	0,3856964	0
7	7,88E+07	4.45E-01	377,213	0,4561221	0
8	9,00E+07	5.09E-01	437,093	0,5285284	0
9	1,01E+08	5.72E-01	498,676	0,6029939	0
10	1,13E+08	6.36E-01	562,059	0,6796360	0

11	1,24E+08	7.00E-01	627,318	0,7585465	0
12	1,35E+08	7.63E-01	694,563	0,8398585	0
13	1,46E+08	8.27E-01	763,885	0,9236819	0
14	1,58E+08	8.91E-01	804,871	0,9732418	3,52E-04
15	1,69E+08	9.54E-01	812,181	0,9819830	0,001114
16	1,80E+08	1.02E+00	811,575	0,9813482	0,002103
17	1,91E+08	1.08E+00	810,968	0,9806045	0,003256
18	2,03E+08	1.14E+00	810,554	0,9801136	0,004935
19	2,14E+08	1.21E+00	809,718	0,9791027	0,007651
20	2,25E+08	1.27E+00	807,477	0,9763929	0,012113
21	2,36E+08	1.34E+00	814,016	0,9842998	0,28076

Tabel 7. Tegangan dan regangan ekuivalen akibat *in-plane opening bending*

Langkah	M (N.mm)	M/M_Y	σ_{eqv} (MPa)	σ_{eqv} / σ_Y	ε_{eqv}
---------	---------------	---------	-------------------------	---------------------------	---------------------

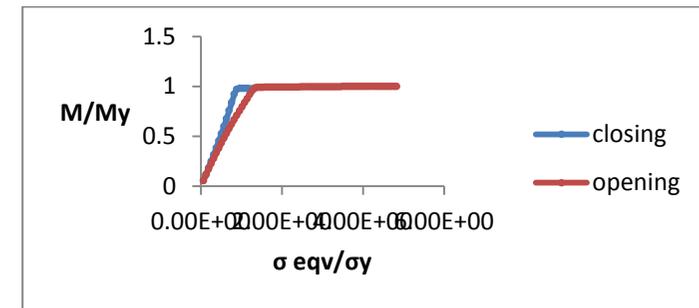
1	1,13E+07	6.36E-02	48,616	0,058785973	0
2	2,25E+07	1.27E-01	96,076	0,116174123	0
3	3,38E+07	1.91E-01	142	0,172205562	0
4	4,50E+07	2.54E-01	187,68	0,22694075	0
5	5,63E+07	3.18E-01	231,907	0,280419589	0
6	6,75E+07	3.82E-01	275,139	0,332695284	0
7	7,88E+07	4.45E-01	317,404	0,383801693	0
8	9,00E+07	5.09E-01	358,745	0,43379081	0
9	1,01E+08	5.72E-01	399,184	0,482689238	0
10	1,13E+08	6.36E-01	438,761	0,530545345	0
11	1,24E+08	7.00E-01	477,496	0,577383313	0
12	1,35E+08	7.63E-01	515,425	0,623246675	0
13	1,46E+08	8.27E-01	552,568	0,668159613	0
14	1,58E+08	8.91E-01	588,955	0,712158404	0
15	1,69E+08	9.54E-01	624,604	0,755264813	0
16	1,80E+08	1.02E+00	659,545	0,797515115	0
17	1,91E+08	1.08E+00	693,793	0,838927449	0
18	2,03E+08	1.14E+00	727,375	0,879534462	0
19	2,14E+08	1.21E+00	760,307	0,919355502	0
20	2,25E+08	1.27E+00	792,611	0,95841717	0
21	2,36E+08	1.34E+00	815,301	0,985853688	9,88E-05
22	2,48E+08	1.40E+00	820,154	0,991721886	3,87E-04
23	2,59E+08	1.46E+00	820,761	0,992455865	7,24E-04
24	2,70E+08	1.53E+00	820,926	0,992655381	1,05E-03
25	2,81E+08	1.59E+00	821,088	0,99285127	1,37E-03
26	2,93E+08	1.65E+00	821,24	0,993035067	1,68E-03
27	3,04E+08	1.72E+00	821,382	0,993206771	1,99E-03
28	3,15E+08	1.78E+00	821,516	0,993368803	2,29E-03

29	3,26E+08	1.84E+00	821,681	0,993568319	2,59E-03
30	3,38E+08	1.91E+00	821,836	0,993755744	2,89E-03
31	3,49E+08	1.97E+00	821,978	0,993927449	3,18E-03
32	3,60E+08	2.04E+00	822,103	0,994078597	3,48E-03
33	3,71E+08	2.10E+00	822,138	0,994120919	3,85E-03
34	3,83E+08	2.16E+00	822,423	0,994465538	4,30E-03
35	3,94E+08	2.23E+00	822,67	0,994764208	4,84E-03
36	4,05E+08	2.29E+00	823,029	0,995198307	5,39E-03
37	4,16E+08	2.35E+00	823,354	0,995591294	5,93E-03
38	4,28E+08	2.42E+00	823,65	0,995949214	6,46E-03
39	4,39E+08	2.48E+00	823,922	0,996278114	7,00E-03
40	4,50E+08	2.54E+00	824,127	0,996525998	7,51E-03
41	4,61E+08	2.61E+00	824,28	0,996711004	8,01E-03
42	4,73E+08	2.67E+00	824,423	0,996883918	8,51E-03
43	4,84E+08	2.74E+00	824,541	0,997026602	9,00E-03
44	4,95E+08	2.80E+00	824,604	0,997102781	9,42E-03
45	5,06E+08	2.86E+00	824,648	0,997155985	9,83E-03
46	5,18E+08	2.93E+00	824,689	0,997205562	1,02E-02
47	5,29E+08	2.99E+00	824,846	0,997395405	1,06E-02
48	5,40E+08	3.05E+00	825,028	0,997615478	1,11E-02
49	5,51E+08	3.12E+00	825,168	0,997784764	1,14E-02
50	5,63E+08	3.18E+00	825,285	0,997926239	1,18E-02
51	5,74E+08	3.24E+00	825,416	0,998084643	1,22E-02
52	5,85E+08	3.31E+00	825,648	0,998365175	1,26E-02
53	5,96E+08	3.37E+00	825,828	0,99858283	1,30E-02
54	6,08E+08	3.43E+00	826,108	0,998921403	1,34E-02
55	6,19E+08	3.50E+00	826,42	0,99929867	1,38E-02
56	6,30E+08	3.56E+00	826,719	0,999660218	1,43E-02

57	6,41E+08	3.63E+00	826,996	0,999995163	0,00E+00
58	6,53E+08	3.69E+00	827,243	1,000293833	1,54E-02
59	6,64E+08	3.75E+00	827,442	1,000534462	1,60E-02
60	6,75E+08	3.82E+00	827,6	1,000725514	1,66E-02
61	6,86E+08	3.88E+00	827,723	1,000874244	1,72E-02
62	6,98E+08	3.94E+00	827,829	1,001002418	1,78E-02
63	7,09E+08	4.01E+00	827,887	1,001072551	1,84E-02
64	7,20E+08	4.07E+00	827,961	1,001162031	1,90E-02
65	7,31E+08	4.13E+00	828,043	1,001261185	1,97E-02
66	7,43E+08	4.20E+00	828,129	1,001365175	2,03E-02
67	7,54E+08	4.26E+00	828,191	1,001440145	2,09E-02
68	7,65E+08	4.33E+00	828,238	1,001496977	2,15E-02
69	7,76E+08	4.39E+00	828,259	1,00152237	2,21E-02
70	7,88E+08	4.45E+00	828,257	1,001519952	2,27E-02
71	7,99E+08	4.52E+00	828,24	1,001499395	2,34E-02
72	8,10E+08	4.58E+00	828,199	1,001449819	2,40E-02
73	8,21E+08	4.64E+00	828,136	1,00137364	2,46E-02
74	8,33E+08	4.71E+00	828,082	1,001308343	2,52E-02
75	8,44E+08	4.77E+00	828,05	1,001269649	2,59E-02
76	8,55E+08	4.83E+00	828,086	1,00131318	2,69E-02

Data hasil komputasi ANSYS diatas dapat dianalisis untuk mengetahui karakteristik material model dibawah pembebanan *in-plane* dengan terlebih dahulu membuat kurva perbandingan antara M/M_y dengan ε_{eqv} , M/M_y dengan σ_{eqv}/σ_y , dan σ_{eqv}/σ_y dengan ε_{eqv} seperti berikut ini

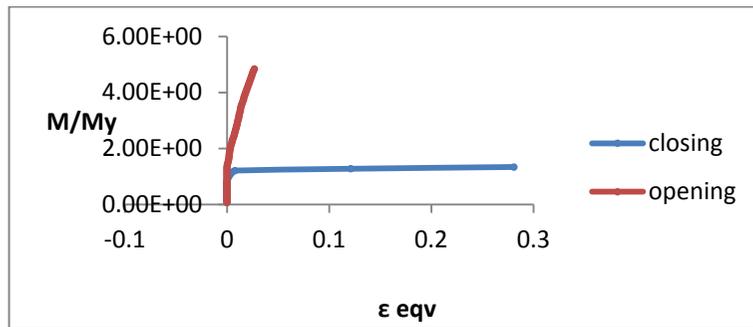
a. Perbandingan antara M/M_y dengan σ_{eqv}/σ_y



Gambar 34. Grafik perbandingan M/M_y dengan σ_{eqv}/σ_y

Grafik diatas menggambarkan *nonlinearity* konfigurasi pipa *elbow* yang digunakan dalam penelitian ini, sesuai dengan pilihan analisis menggunakan perintah TB,BKIN,1 yang mendefinisikan tabel data bilinear kinematik pada tahap *preprocessing*. BKIN digunakan untuk material yang mengikuti kriteria *yield* Von Mises. Perilaku material dijelaskan oleh kurva bilinear seperti pada gambar 34 yang bermula pada sebuah titik positif dan terus naik hingga posisi *yield* bernilai 1 dengan mengikuti pola kemiringan modulus elastisitas material. Setelah titik *yield* berhasil dicapai, besar beban menjadi relatif konstan sementara tegangan yang dialaminya terus bertambah mengikuti pola yang didefinisikan oleh sebuah modulus tangen. Modulus tangen tersebut memiliki satuan yang sama dengan modulus elastisitas dan nilainya tidak dapat lebih kecil dari nol atau lebih besar dari modulus elastisitas material.

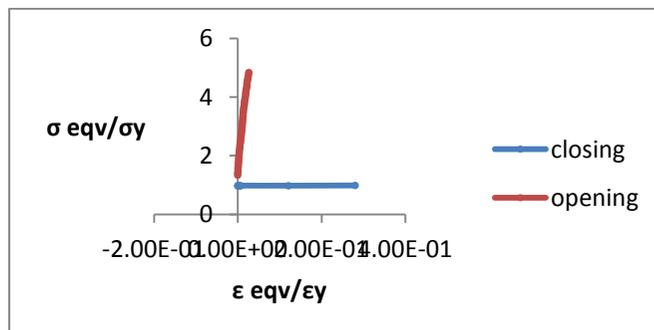
b. Perbandingan antara M/M_y dengan ϵ_{eqv}



Gambar 35. Grafik perbandingan M/M_y dengan ϵ_{eqv}

Dari grafik pada gambar 35 dapat diketahui bahwa saat mengalami *in-plane closing bending*, struktur terus meregang hingga gagal walaupun beban bending yang diterimanya relatif jauh lebih kecil jika dibandingkan dengan besar beban bending yang mampu diterima struktur pada saat mengalami *in-plane opening bending*. Hal serupa juga dapat diamati pada grafik perbandingan σ_{eqv}/σ_y dengan ϵ_{eqv} di bawah ini

c. Perbandingan antara σ_{eqv}/σ_y dengan ϵ_{eqv}



Gambar 36. Perbandingan σ_{eqv}/σ_y dengan ϵ_{eqv}

Grafik perbandingan σ_{eqv}/σ_y dengan ϵ_{eqv} yang ditunjukkan pada gambar 36 menyatakan terjadinya *strain softening* pada material pipa saat pembebanan *in-plane closing bending*, hal ini merupakan akibat dari semakin menipisnya ketebalan dinding pada bagian ekstrados *pipe bend*. Sedangkan pada saat beban dibalikkan arahnya menjadi *in-plane opening bending*, garis merah pada grafik menunjukkan adanya *strain hardening* pada material pipa sebelum kegagalan terjadi. Terjadinya *strain hardening* tersebut mengindikasikan adanya penambahan kekakuan material pipa sebelum terjadinya kegagalan.

3. Ovalisasi Penampang *Pipe-Bend*

Secara teoritik, penampang pipe bend yang mengalami pembebanan *in-plane closing bending* akan mengalami pengurangan jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor tegak lurus bidang *bending*, sedangkan ovalisasi penampang akibat *in-plane opening bending* ditandai dengan bertambahnya jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor searah bidang *bending*. Setelah penelitian dilakukan menggunakan program ANSYS, diperoleh data *displacement* untuk node bagian tengah *pipe bend* (lihat gambar 23 pada Bab III. Metode Penelitian), yang digunakan untuk membuat grafik lingkaran berupa sebaran node saat sebelum terjadinya pembebanan dan saat tercapainya nilai limit momen dari pipa elbow.

Data-data yang diperoleh disusun tabel 8, 9, dan 10 di bawah ini :

Tabel 8. Posisi node sebelum pembebanan

Node	Jarak node	Sudut, deg	sudut, rad	x	y
1	0	0	0	0	223.8375
2	54.565	13.98804	0.244137	54.10584	217.1999
3	106.15	27.21213	0.474941	102.3578	199.0631
4	152.93	39.20444	0.684247	141.4853	173.4507
5	194.47	49.85345	0.870107	171.1009	144.3181
6	231.3	59.29502	1.034893	192.4573	114.2954
7	264.38	67.77526	1.182901	207.208	84.66441
8	294.73	75.55565	1.318695	216.7621	55.83392
9	323.33	82.88742	1.446658	222.115	27.71543
10	351.07	89.99872	1.570774	223.8375	0.005008
11	378.82	97.11258	1.694934	222.115	-27.7154
12	407.42	104.4443	1.822898	216.7621	-55.8339
13	437.77	112.2247	1.958691	207.208	-84.6644
14	470.85	120.705	2.106699	192.4573	-114.295
15	507.68	130.1465	2.271486	171.1009	-144.318
16	549.22	140.7956	2.457346	141.4853	-173.451
17	596	152.7879	2.666651	102.3578	-199.063
18	647.58	166.0107	2.897433	54.1107	-217.199
19	702.15	180	3.141593	2.74E-14	-223.838
20	756.71	193.9868	3.385708	-54.101	-217.201
21	808.3	207.2121	3.616534	-102.358	-199.063
22	855.08	219.2044	3.825839	-141.485	-173.451

23	896.62	229.8535	4.0117	-171.101	-144.318
24	933.45	239.295	4.176486	-192.457	-114.295
25	966.53	247.7753	4.324494	-207.208	-84.6644
26	996.88	255.5557	4.460288	-216.762	-55.8339
27	1025.5	262.8925	4.58834	-222.117	-27.6955
28	1053.2	269.9936	4.712277	-223.837	-0.02504
29	1081	277.1203	4.836661	-222.111	27.74524
30	1109.6	284.452	4.964625	-216.755	55.86302
31	1139.9	292.2196	5.100194	-207.216	84.64587
32	1173	300.705	5.248292	-192.457	114.2954
33	1209.8	310.1389	5.412944	-171.12	144.2951
34	1251.4	320.8032	5.599073	-141.462	173.4697
35	1298.1	332.775	5.80802	-102.402	199.0402
36	1349.7	346.003	6.038891	-54.1399	217.1914
37	1404.3	360	6.283185	-5.5E-14	223.8375

Tabel 9. *Displacement* node pada pembebanan *in-plane closing bending*

Nod e	Jara k node	<i>Displacem ent</i>	sudut, rad	r+ux	x	y
1	0	-74.536	0	149.30 15	0	149.30 15
2	54.5 65	-71.868	0.2441 37	151.96 95	36.733 96	147.46 3
3	106. 15	-64.317	0.4749 41	159.52 05	72.946 54	141.86 47

4	152. 93	-53.007	0.6842 47	170.83 05	107.98 01	132.37 58
5	194. 47	-39.275	0.8701 07	184.56 25	141.07 92	118.99 57
6	231. 3	-24.36	1.0348 93	199.47 75	171.51 23	101.85 67
7	264. 38	-9.2692	1.1829 01	214.56 83	198.62 75	81.158 42
8	294. 73	5.2194	1.3186 95	229.05 69	221.81 65	57.135 85
9	323. 33	18.493	1.4466 58	242.33 05	240.46 57	30.005 22
10	351. 07	29.868	1.5707 74	253.70 55	253.70 55	0.0056 76
11	378. 82	36.01	1.6949 34	259.84 75	257.84 79	- 32.174 2
12	407. 42	36.809	1.8228 98	260.64 65	252.40 76	- 65.015 5
13	437. 77	35.563	1.9586 91	259.40 05	240.12 9	- 98.115 8
14	470. 85	33.154	2.1066 99	256.99 15	220.96 33	- 131.22 4
15	507. 68	30.689	2.2714 86	254.52 65	194.55 95	- 164.10

						5
16	549. 22	29.259	2.4573 46	253.09 65	159.97 96	- 196.12 3
17	596	29.256	2.6666 51	253.09 35	115.73 62	- 225.08 1
18	647. 58	30.032	2.8974 33	253.86 95	61.370 67	- 246.34
19	702. 15	30.476	3.1415 93	254.31 35	3.12E- 14	- 254.31 4
20	756. 71	30.032	3.3857 08	253.86 95	- 61.359 6	- 246.34 3
21	808. 3	29.256	3.6165 34	253.09 35	- 115.73 6	- 225.08 1
22	855. 08	29.259	3.8258 39	253.09 65	- 159.98	- 196.12 3
23	896. 62	30.689	4.0117	254.52 65	- 194.56	- 164.10 5
24	933. 45	33.154	4.1764 86	256.99 15	- 220.96 3	- 131.22 4
25	966.	35.563	4.3244	259.40	-	-

	53		94	05	240.12 9	98.115 8
26	996. 88	36.809	4.4602 88	260.64 65	- 252.40 8	- 65.015 5
27	1025 .5	36.01	4.5883 4	259.84 75	- 257.85 1	- 32.151 1
28	1053 .2	29.868	4.7122 77	253.70 55	- 253.70 5	- 0.0283 8
29	1081	18.493	4.8366 61	242.33 05	- 240.46 2	30.037 49
30	1109 .6	5.2192	4.9646 25	229.05 67	- 221.80 9	57.165 57
31	1139 .9	-9.2694	5.1001 94	214.56 81	- 198.63 5	81.140 57
32	1173	-24.36	5.2482 92	199.47 75	- 171.51 2	101.85 67
33	1209 .8	-39.275	5.4129 44	184.56 25	- 141.09 5	118.97 68
34	1251 .4	-53.007	5.5990 73	170.83 05	- 107.96	132.39 03

					2	
35	1298 .1	-64.317	5.8080 2	159.52 05	- 72.978 3	141.84 84
36	1349 .7	-71.868	6.0388 91	151.96 95	- 36.757 1	147.45 73
37	1404 .3	-74.536	6.2831 85	149.30 15	-3.7E- 14	149.30 15

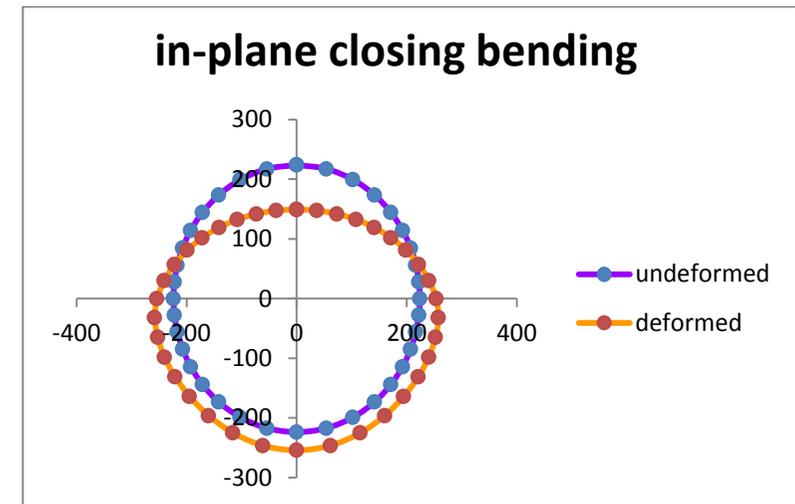
Tabel 10. *Displacement* node pada pembebanan *in-plane opening bending*

Nod e	Jara k node	<i>Displacem ent</i>	sudut, rad	r+ux	x	y
1	0	179.61	0	403.44 75	0	403.44 75
2	54.5 65	172.51	0.2441 37	396.34 75	95.804 84	384.59 43
3	106. 15	152.29	0.4749 41	376.12 75	171.99 79	334.49 75
4	152. 93	121.6	0.6842 47	345.43 75	218.34 74	267.67 8
5	194. 47	84.672	0.8701 07	308.50 95	235.82 4	198.90 99
6	231. 3	46.637	1.0348 93	270.47 45	232.55 61	138.10 9
7	264.	11.436	1.1829	235.27	217.79	88.989

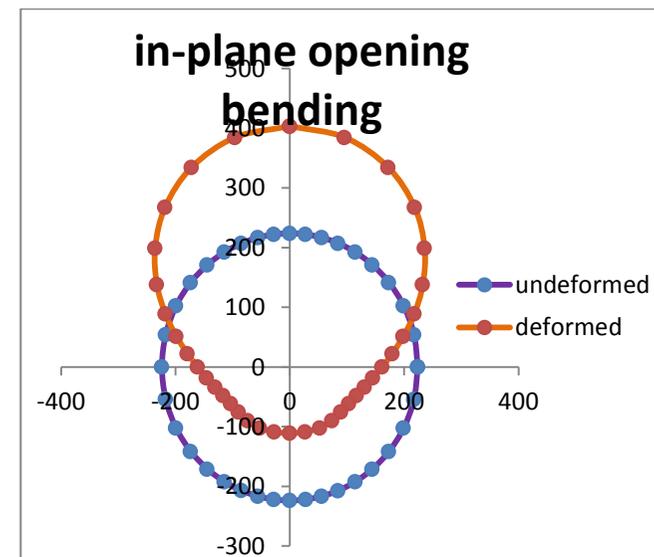
	38		01	35	44	97
8	294. 73	-18.799	1.3186 95	205.03 85	198.55 73	51.144 71
9	323. 33	-43.337	1.4466 58	180.50 05	179.11 15	22.349 46
10	351. 07	-62.442	1.5707 74	161.39 55	161.39 55	0.0036 11
11	378. 82	-77.21	1.6949 34	146.62 75	145.49 92	- 18.155 3
12	407. 42	-88.884	1.8228 98	134.95 35	130.68 77	- 33.662 7
13	437. 77	-97.831	1.9586 91	126.00 65	116.64 51	- 47.660 8
14	470. 85	-103.72	2.1066 99	120.11 75	103.27 8	- 61.334 1
15	507. 68	-106.54	2.2714 86	117.29 75	89.661 95	- 75.627
16	549. 22	-107.46	2.4573 46	116.37 75	73.560 98	- 90.180 4
17	596	-108.97	2.6666 51	114.86 75	52.527 33	- 102.15 4
18	647.	-111.62	2.8974	112.21	27.127	-

	58		33	75	57	108.88 9
19	702. 15	-112.91	3.1415 93	110.92 75	1.36E- 14	- 110.92 8
20	756. 71	-111.62	3.3857 08	112.21 75	- 27.122 7	- 108.89
21	808. 3	-108.97	3.6165 34	114.86 75	- 52.527 3	- 102.15 4
22	855. 08	-107.46	3.8258 39	116.37 75	- 73.561	- 90.180 4
23	896. 62	-106.54	4.0117	117.29 75	- 89.662	- 75.627
24	933. 45	-103.72	4.1764 86	120.11 75	- 103.27 8	- 61.334 1
25	966. 53	-97.831	4.3244 94	126.00 65	- 116.64 5	- 47.660 8
26	996. 88	-88.884	4.4602 88	134.95 35	- 130.68 8	- 33.662 7
27	1025 .5	-77.21	4.5883 4	146.62 75	- 145.50 1	- 18.142 3

28	1053 .2	-62.442	4.7122 77	161.39 55	- 161.39 5	- 0.0180 5
29	1081	-43.337	4.8366 61	180.50 05	- 179.10 9	22.373 51
30	1109 .6	-18.799	4.9646 25	205.03 85	- 198.55	51.171 36
31	1139 .9	11.436	5.1001 94	235.27 35	- 217.80 2	88.970 48
32	1173	46.637	5.2482 92	270.47 45	- 232.55 6	138.10 9
33	1209 .8	84.673	5.4129 44	308.51 05	- 235.85 1	198.87 89
34	1251 .4	121.6	5.5990 73	345.43 75	- 218.31 1	267.70 73
35	1298 .1	152.29	5.8080 2	376.12 75	- 172.07 3	334.45 91
36	1349 .7	172.51	6.0388 91	396.34 75	- 95.865 1	384.57 93
37	1404 .3	179.61	6.2831 85	403.44 75	-9.9E- 14	403.44 75



Gambar 37. Ovalisasi pada pembebanan *in-plane closing bending*



Gambar 38. *Ovalisasi* pada pembebanan *in-plane opening bending*

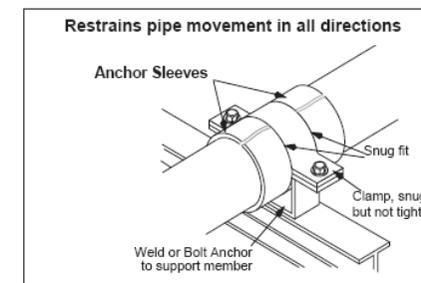
Pada gambar 37 terlihat bahwa terjadi penambahan panjang jari-jari pipe *bend* pada arah tegak lurus bidang bending, menampilkan bentuk oval yang pipih, sehingga menyebabkan terjadinya penipisan dinding bagian atas (eksrados) *pipe bend* tersebut hingga gagal.

Dan pada gambar 38 dapat diamati bahwa penambahan jari-jari terjadi pada arah sejajar bidang bending. Sebagian besar node pada pipe bend berpindah ke bagian intrados dan memperlihatkan terjadinya penambahan kekakuan pada pipe bend sebelum mengalami kegagalan.

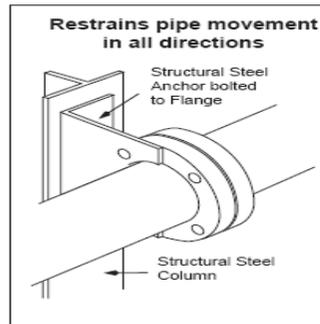
B. Rekomendasi Penggunaan *Anchor*

Anchor dalam sistem perpipaan berfungsi untuk menguatkan pipa terhadap pergerakan aksial dan beban yang diberikan. Beban ini dapat berupa water hammer, peralatan bergetar, beban thermal, maupun beban mekanis eksternal. Karena beban thermal memiliki perilaku yang konsisten dengan beban bending yang diaplikasikan dalam penelitian ini, maka rekomendasi penggunaan *anchor* diharapkan dapat menahan pipa agar tidak mengalami kegagalan akibat momen bending. Penggunaan *anchor* lebih jauh dalam sistem perpipaan antara lain adalah :

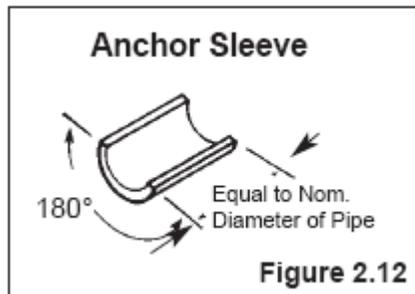
- Melindungi pipa dari perubahan arah akibat momen *bending*
- Melindungi cabang utama sistem perpipaan dari pergeseran dan momen *bending*.
- Dipasang pada sambungan pipa *fiberglass* dengan pipa baja saat tidak tersedianya kondisi permukaan yang memungkinkan
- Melindungi sistem perpipaan dari pergerakan tak diinginkan akibat *water hammer*
- Melindungi peralatan-peralatan sambungan yang sensitif
- Menyerap dorongan aksial pada sambungan pipa *reducer* saat kecepatan fluida lebih tinggi dari 7,5 ft/sec
- Menstabilkan sistem perpipaan yang lurus dan memanjang



Gambar 39. Aplikasi *anchor* secara horizontal



Gambar 40. Aplikasi *anchor* secara horizontal



Gambar 41. *Anchor sleeve*

V. PENUTUP

A. Simpulan

Dari hasil penelitian secara komputasi dengan metode elemen hingga yang telah dilakukan, dapat diambil beberapa simpulan yaitu :

1. Dalam arah *in-plane closing*, limit momen atau beban berupa momen *bending* yang mampu diterima oleh pipa elbow model menurut criteria Von Mises hanya bernilai 1,34 kali *yield moment* nya, dengan kata lain pipa mengalami kegagalan tak lama setelah *yield moment* materialnya dicapai ($M/M_y = 1$). Pada *in-plane opening bending*, material mampu menahan beban melewati batas tegangan luluhnya dan baru mengalami kegagalan setelah beban bernilai 4,83 kali *yield moment* nya.
2. *In-plane bending* dalam arah *closing* cenderung mengurangi kekakuan *elbow* dan kegagalan terjadi karena ovalisasi berlebih atau penipisan pada bagian ekstrados. *Bending* dalam arah ini bersifat kritis dan seringkali kegagalan terjadi pada aplikasi momen *bending* yang masih sangat rendah, jauh dibawah nilai *yield moment*-nya.
3. Dalam kasus pembebanan *in-plane bending* pada arah *opening*, ovalisasi pada elbow cenderung meningkatkan kekakuan materialnya, dan meninggalkan titik kelemahan pada bagian sambungan antara *pipe bend* dengan pipa lurus. Titik kelemahan ini berbentuk kerutan dan menyerap

semua deformasi selama pembebanan sampai material tidak dapat berdeformasi lagi dan dinyatakan gagal.

4. Penampang *pipe bend* yang mengalami pembebanan *in-plane closing bending* akan mengalami pengurangan jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor tegak lurus bidang *bending*, sedangkan ovalisasi penampang akibat *in-plane opening bending* ditandai dengan bertambahnya jari-jari kelengkungan dan arah sumbu mayor searah bidang *bending*.

B. Saran

Saran yang dapat diberikan setelah dilakukannya penelitian ini yaitu :

1. Dilakukan analisis dimensional untuk model *pipe bend* agar karakteristik dimensional dari *pipe bend* tersebut dapat diketahui.
2. Dilakukan analisis sifat material untuk mengetahui apakah *brittle material* lebih baik daripada *ductile material* dalam penggunaannya pada *pipe bend*.
3. Digunakan *anchor* untuk mencegah pergerakan pipa dalam aplikasi *pipe bend* untuk beban *thermal* ataupun momen *bending*.
4. Dilakukan penelitian lain menggunakan beban *thermal* sebagai pengganti aplikasi momen *bending* pada penelitian ini.

TERIMAKASIH