IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Di dalam bab ini akan ditentukan teknik dalam membangkitkan bilangan *n*-Kaprekar *triples* serta mencari bilangan-bilangan *n*-Kaprekar *triples* dengan $n = 1, 2, 3, ..., 5$.

4.1 Himpunan $K(N)$

Definisi 4.1

Misalkan *N* bilangan asli dimana $N \not\equiv 1$ (mod 4). *K*(*N*) adalah himpunan bilangan *n*-Kaprekar *triples*.Himpunan *K(N)* adalah bilangan bulat positif. Dikatakan $k \in K(N)$ jika terdapat bilangan bulat tak negatif $r < N$, $q < N$, dan bilangan bulat positif *p* sedemikian sehingga

$$k^3 = pN^2 + qN + r \quad (1)$$

dan

$$k = p + q + r \quad (2)$$

(Lannuci, 2005).

Meskipun *N* memenuhi (1) dan (2) untuk $p = N, q = r = 0$, *N* bukan elemen dari $K(N)$. Kemudian akan ditunjukkan bahwa $k < N$ jika $k \in K(N)$ dengan kontradiksi yaitu $k \in K(N)$ dan $k \geq N$.

Dari pengurangan (1) dan (2) menghasilkan :

$$k(k-1)(k+1) = (N-1)(p(N+1)+q), \qquad (3)$$

Untuk $k > N$ akibatnya

$$k < p + \frac{q}{k+1}$$

Saat $q / (k+1) < 1$, maka $k \leq p$. Untuk $k < p$ kontradiksi dengan (2), dan untuk $k = p$, akibatnya $q = r = 0$ dan oleh karenanya $k = N$ kontradiksi. Oleh karena itu $k < N$ jika $k \in K(N)$.

Andaikan $k \in K(N)$, maka (3) berimplikasi $N-1 \mid k(k-1)(k+1)$. Karena $N \not\equiv 1$ (mod 4), maka terdapat pasangan bilangan bulat relatif prima d, d_1, dan d_2 sedemikian sehingga $N-1 = dd_1d_2$ maka $dd_1d_2 \mid k(k-1)(k+1)$. Persamaan tersebut dapat ditulis :

$$d \mid k, \qquad d_1 \mid k-1, \qquad d_2 \mid k+1 \qquad (4)$$

Karena $d \mid k$ dapat ditulis $k = dm$, untuk setiap bilangan bulat positif m maka $d_1 \mid dm-1$ dan $d_2 \mid dm+1$ dan didapatkan

$$dm \equiv 1 \pmod{d_1}, \qquad dm \equiv -1 \pmod{d_2}. \qquad (5)$$

Misalkan

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} (\mathrm{mod}\, d_1), \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} (\mathrm{mod}\, d_2), \qquad (6)$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} (\mathrm{mod}\, d_2), \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} (\mathrm{mod}\, d_1). \qquad (7)$$

maka

$$m \equiv \varepsilon_1 (\mathrm{mod}\, d_1), \qquad m \equiv -\varepsilon_2 (\mathrm{mod}\, d_2), \qquad (8)$$

Dari teorema sisa bagi cina didapatkan

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}. \qquad (9)$$

m adalah residu positif terkecil sedemikian sehingga (9) terpenuhi. Karena

$$dm = k < N = dd_1 d_2 + 1, \text{ jadi } m \le d_1 d_2.$$

Teorema 4.1

Jika $N \not\equiv 1$ (mod 4), maka setiap anggota $k \in K(N)$ dapat dibagi oleh faktorisasi tunggal *d* dari *N*-1. karena $k = dm$, *m* memenuhi (4) untuk beberapa d_1, d_2 dari faktorisasi tunggal *N*-1 sehingga $d_1 d_2 = (N\text{-}1) / d$ (Lannuci, 2005).

4.2 Teknik Membangkitkan Bilangan *n*-Kaprekar *Triples*

Berdasarkan definisi dan teorema pada subbab sebelumnya bahwa $N \not\equiv 1$ (mod 4) terdapat $k \in K(N)$. Maka dalam penelitian ini digunakan $N = 10^n$, dengan *n* bilangan asli. Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $N = 10^n \not\equiv 1$ (mod 4).
Andaikan $10^n \equiv 1$ (mod 4), maka 10^n-1= 4*k*.

Untuk *n* = 1, maka $9 \nmid 4$ karena tidak ada bilangan bulat *k* sehingga $9 \neq 4k$.

Untuk *n* = *n*, maka $999\ldots9 \nmid 4$ karena tidak ada bilangan bulat *k* sehingga $999\ldots9 \neq 4k$. Jadi $N = 10^n$ memenuhi $N \not\equiv 1$ (mod 4).

Kemudian berdasarkan metodelogi penelitian dibangkitkan bilangan prima dari 10^n-1, misalkan hasilnya adalah $\prod_{i=1}^{t} p_i^{\,ai}$ dengan p_i adalah faktor prima ke-*i*.

Setelah faktor-faktor prima didapat diambil d, d_1, dan d_2. Dengan menggunakan persamaan-persamaan (6), (7), dan (9) akan ditemukan bilangan k dengan $k = dm$. $k \in K(N)$ atau disebut bilangan n-Kaprekar triples jika memenuhi (1), dan (2).

Banyaknya percobaan yang dilakukan adalah sebanyak 3^t, dimana t yaitu banyaknya faktor prima dari 10^n-1 yang dibangkitkan. Sebagai contoh

Untuk n = 1

$$10^n - 1 = 10^1 - 1 = 9$$

Faktor prima dari 9 = 3^2, dapat dilihat bahwa t = 1. maka banyaknya percobaan yang akan dilakukan adalah 3^1 = 3 kali percobaan. Karena akan diambil d, d_1, dan d_2 yang saling prima dari faktor prima tersebut maka digunakan faktor pembagi dari 9 yaitu 1 dan 9. Sehingga percobaan yang akan dilakukan dengan mengambil d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut :

(1, 1, 9), (1, 9, 1), (9, 1, 1).

4.3 Mencari Bilangan *n*-Kaprekar *Triples* dengan *n* = 1, 2, …, 5.

Seperti telah dijelaskan pada pembahasan sebelumnya, yaitu teknik dalam membangkitkan bilangan n-Kaprekar *triples,* selanjutnya akan dicari bilangan-bilangan n-Kaprekar *triples* dengan n = 1, 2, …, 5 dengan menggunakan persamaan-persamaan yang telah dijelaskan di atas. Untuk mempermudah proses perhitungan dalam penelitian ini, digunakan program *Quickbasic*. Berikut adalah proses mencari bilangan n-Kaprekar *triples* dengan n = 1, 2, …, 5 :

Untuk n = 1

$$10^n - 1 = 10^1 - 1 = 9$$

Faktor prima dari 9 = 3^2

Faktor tunggal d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut : (1, 1, 9), (1, 9, 1), dan (9, 1, 1)

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 1, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 9c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9} \qquad \mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = 1 + 9c \qquad \mu_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2} \qquad k = m \cdot d$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 9 - 1 \cdot 1.1 \pmod{9} \qquad k = 8 \cdot 1$$
$$m \equiv 8 \pmod{9} \qquad k = 8$$
$$m = 8 \qquad 8^3 = 512$$
$$5 + 1 + 2 = 8$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 9, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 9c \qquad \varepsilon_2 = 1 + c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1} \qquad \mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{9} \qquad \mu_2 = 1 + c$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.9 \pmod{9}$$
$$m \equiv -8 \pmod{9}$$
$$m = 1$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 1\cdot 1$$
$$k = 1$$
$$1^3 = 1$$
$$0+0+1 = 1$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk $d, d_1,$ dan d_2 = 9, 1, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = 1+c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = 1+c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.1 \pmod{1}$$
$$m \equiv 0 \pmod{9}$$
$$m = 0$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 0 \cdot 9$$
$$k = 0$$

Karena *k* tidak memenuhi (1) dan (2), maka $k \notin K(N)$.

Jadi bilangan 1-Kaprekar *triples* : 1, 8.

Untuk *n* = 2

$$10^n - 1 = 10^2 - 1 = 99$$

Faktor prima dari 99 = 3^2, 11.

Faktor tunggal d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut : (1, 9, 11), (1, 11, 9), (9, 1, 11), (9, 11, 1), (11, 1, 9), (11, 9, 1), (1, 1, 99), (1, 99, 1), (99, 1, 1).

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 9, 11

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$
$\varepsilon_1 = 1 + 9c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$
$\varepsilon_2 = 1 + 11c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$
$\mu_1 = \frac{1+11c}{9}$
$\mu_1 = 5$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$
$\mu_2 = \frac{1+9c}{11}$
$\mu_2 = 5$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 5 \cdot 11 - 1 \cdot 5.9 \pmod{99}$
$m \equiv 10 \pmod{99}$
$m = 10$

$k = m \cdot d$
$k = 10 \cdot 1$
$k = 10$
$10^3 = 1000$
$00 + 10 + 00 = 10$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$.

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 11, 9

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$
$\varepsilon_1 = 1 + 11c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$
$\varepsilon_2 = 1 + 9c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$
$\mu_1 = \frac{1+9c}{11}$
$\mu_1 = 5$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$
$\mu_2 = \frac{1+11c}{9}$
$\mu_2 = 5$

$$k = m \cdot d$$
$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2} \qquad k = 89 \cdot 1$$
$$m \equiv 1 \cdot 5 \cdot 9 - 1 \cdot 5.11 \pmod{99} \qquad k = 89$$
$$m \equiv -10 \pmod{99} \qquad 89^3 = 704969$$
$$m = 89 \qquad 70 + 49 + 69 = 188$$
$$89 \neq 188$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 1, 11

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1} \qquad \varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{9} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+11c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 5$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{11} \qquad \mu_2 = \frac{1+1c}{11}$$
$$\mu_1 = 1 + 11c \qquad \mu_2 = 1$$
$$\mu_1 = 1$$

$$k = m \cdot d$$
$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2} \qquad k = 6 \cdot 9$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 11 - 5 \cdot 1.1 \pmod{11} \qquad k = 54$$
$$m \equiv 6 \pmod{11} \qquad 54^3 = 157464$$
$$m = 6 \qquad 15 + 74 + 64 = 153$$
$$54 \neq 153$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$.

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 11, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{11} \qquad \varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+11c}{9} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 5 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{11}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$$
$$\mu_2 = 1+11c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.11 (\mathrm{mod}\ 11)$$
$$m \equiv -6 (\mathrm{mod}\ 11)$$
$$m = 5$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 5\cdot 9$$
$$k = 45$$
$$45^3 = 91125$$
$$9+11+25 = 45$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 1, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{11}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\varepsilon_2 = 5$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = 1+9c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+1c}{9}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 9 - 5\cdot 1.1 (\mathrm{mod}\ 9)$$
$$m \equiv 4 (\mathrm{mod}\ 11)$$
$$m = 4$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 4\cdot 11$$
$$k = 44$$
$$44^3 = 85184$$
$$8+51+84 = 143$$
$$44 \neq 143$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$.

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 9, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\varepsilon_1 = 5$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{11}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_2 = 1+9c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.9 \pmod{9}$$
$$m \equiv -4 \pmod{9}$$
$$m = 5$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 5\cdot 11$$
$$k = 55$$
$$55^3 = 166375$$
$$16+63+75 = 154$$
$$55 \neq 154$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$.

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 1, 99

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = 1+c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$$
$$\varepsilon_2 = 1+99c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$$
$$\mu_1 = 1+99c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{99}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 99 - 1\cdot 1.1 \pmod{99}$$
$$m \equiv 98 \pmod{99}$$
$$m = 98$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 98\cdot 1$$
$$k = 98$$
$$98^3 = 941192$$
$$94 + 11 + 92 = 197$$
$$98 \neq 197$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 1, 99, 1**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 99c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{99}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$$
$$\mu_2 = 1 + 99c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.99 \pmod{99}$$
$$m \equiv -98 \pmod{99}$$
$$m = 1$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 1\cdot 1$$
$$k = 1$$
$$1^3 = 1$$
$$00 + 00 + 01 = 1$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 99, 1, 1**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{99}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{99}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1} \qquad \mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = 1 + c \qquad \mu_2 = 1 + c$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.1 \pmod{1} \qquad k = m \cdot d$$
$$m \equiv 0 \pmod{99} \qquad k = 0 \cdot 1$$
$$m = 0 \qquad k = 0$$

Karena *k* tidak memenuhi (1) dan (2), maka $k \notin K(N)$

Jadi bilangan 2-Kaprekar *triples* : 1, 10, 45

Untuk *n* = 3

$$10^n - 1 = 10^3 - 1 = 999$$

Faktor prima dari 99 = 3^3, 37.

Faktor tunggal d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut : (1, 27, 37), (1, 37, 27), (27, 1, 37), (27, 37, 1), (37, 1, 27), (37, 27, 1), (1, 1, 999), (1, 999, 1), (999, 1, 1).

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 27, 37

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{27} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{37}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 27c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 37c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 27^{-1} \pmod{37} \qquad \mu_2 \equiv 37^{-1} \pmod{27}$$
$$\mu_1 = \frac{1 + 37c}{27} \qquad \mu_2 = \frac{1 + 27c}{37}$$
$$\mu_1 = 11 \qquad \mu_2 = 19$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 19 \cdot 37 - 1 \cdot 11.27 \pmod{999}$$
$$m \equiv 406 \pmod{999}$$
$$m = 406$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 406 \cdot 1$$
$$k = 406$$
$$406^3 = 66923416$$
$$66 + 923 + 416 = 1405$$
$$406 \neq 1405$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 37, 27

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{37}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 37c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{27}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + 27c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 37^{-1} \pmod{27}$$
$$\mu_1 = \frac{1+27c}{37}$$
$$\mu_1 = 19$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 27^{-1} \pmod{37}$$
$$\mu_2 = \frac{1+37c}{27}$$
$$\mu_2 = 11$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 11 \cdot 27 - 1 \cdot 19.37 \pmod{999}$$
$$m \equiv -406 \pmod{99}$$
$$m = 593$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 593 \cdot 1$$
$$k = 593$$
$$593^3 = 208527857$$
$$208 + 527 + 857 = 1592$$
$$593 \neq 1592$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 27, 1, 37

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 27^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{27}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 27^{-1} \pmod{37}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+37c}{27}$$
$$\varepsilon_2 = 11$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{37}$$
$$\mu_1 = 1 + 37c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 37^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{37}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 37 - 11\cdot 1.1 \pmod{37}$$
$$m \equiv 26 \pmod{37}$$
$$m = 26$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 26\cdot 27$$
$$k = 702$$
$$702^3 = 345948408$$
$$345 + 948 + 408 = 1701$$
$$702 \neq 1701$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 27, 37, 1**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 27^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+37c}{27}$$
$$\varepsilon_1 = 11$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 27^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{27}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 37^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{37}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{37}$$
$$\mu_2 = 1 + 37c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 11\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.37 \pmod{37}$$
$$m \equiv -26 \pmod{37}$$
$$m = 11$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 11\cdot 27$$
$$k = 297$$
$$297^3 = 26198073$$
$$26 + 198 + 073 = 297$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 37, 1, 27**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 37^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{37}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 37^{-1} \pmod{27}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+27c}{37}$$
$$\varepsilon_2 = 19$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{27}$$
$$\mu_1 = 1+27c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 27^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+1c}{27}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 27 - 19\cdot 1.1 \pmod{27}$$
$$m \equiv 8 \pmod{27}$$
$$m = 8$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 8\cdot 37$$
$$k = 296$$
$$296^3 = 25934336$$
$$25+934+336 = 1295$$
$$296 \neq 1295$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 37, 27, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 37^{-1} \pmod{27}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+27c}{37}$$
$$\varepsilon_1 = 19$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 37^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{37}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 27^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{27}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{27}$$
$$\mu_2 = 1+27c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 19\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.27 \pmod{27}$$
$$m \equiv -8 \pmod{27}$$
$$m = 19$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 19\cdot 37$$
$$k = 703$$
$$703^3 = 347428927$$
$$347 + 428 + 927 = 1702$$
$$703 \neq 1702$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 1, 999

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{999}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + 999c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{999}$$
$$\mu_1 = 1 + 999c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 999^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{999}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 999 - 1\cdot 1.1 \pmod{999}$$
$$m \equiv 998 \pmod{999}$$
$$m = 998$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 998\cdot 1$$
$$k = 998$$
$$998^3 = 994011992$$
$$994 + 011 + 992 = 1997$$
$$998 \neq 1997$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 999, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{999}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 999c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \text{ (mod } d_2) \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \text{ (mod } d_1)$$
$$\mu_1 \equiv 999^{-1} \text{ (mod 1)} \qquad \mu_2 \equiv 1^{-1} \text{ (mod 99)}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{999} \qquad \mu_2 = 1+999c$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \text{ (mod } d_1 d_2) \qquad k = m \cdot d$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.999 \text{ (mod 999)} \qquad k = 1\cdot 1$$
$$m \equiv -998 \text{ (mod 99)} \qquad k = 1$$
$$m = 1 \qquad 1^3 = 1$$
$$000+000+001 = 1$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 999, 1, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \text{ (mod } d_1) \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \text{ (mod } d_2)$$
$$\varepsilon_1 \equiv 999^{-1} \text{ (mod 1)} \qquad \varepsilon_2 \equiv 999^{-1} \text{ (mod 1)}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{999} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+c}{999}$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \text{ (mod } d_2) \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \text{ (mod } d_1)$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \text{ (mod 1)} \qquad \mu_2 \equiv 1^{-1} \text{ (mod 1)}$$
$$\mu_1 = 1+c \qquad \mu_2 = 1+c$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \text{ (mod } d_1 d_2) \qquad k = m \cdot d$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.1 \text{ (mod 1)} \qquad k = 0\cdot 1$$
$$m \equiv 0 \text{ (mod 99)} \qquad k = 0$$
$$m = 0$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Jadi bilangan 3-Kaprekar *triples* : 1, 297

Untuk *n* = 4

$10^n - 1 = 10^4 - 1 = 9999$

Faktor prima dari 99 = 3^2, 11, 101.

Faktor tunggal d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut : (9, 11, 101), (9, 101, 11), (11, 101, 9), (11, 9, 101), (101, 9, 11), (101, 11, 9), (1, 99, 101), (1, 101, 99), (99, 1, 101), (99, 101, 1), (101, 1, 99), (101, 99, 1), (1, 11, 909), (1, 909, 11), (909, 1, 11), (909, 11, 1), (11, 909, 1), (11, 1, 909), (1, 9, 1111), (1, 1111, 9), (9, 1, 1111), (9, 1111, 1), (1111, 1, 9), (1111, 1, 9), (1, 1, 9999), (1, 9999, 1), (9999, 1, 1).

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 11, 101

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+11c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 5$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{101}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+101c}{9}$$
$$\varepsilon_2 = 45$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{101}$$
$$\mu_1 = \frac{1+101c}{11}$$
$$\mu_1 = 46$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 101^{-1} \pmod{11}$$
$$\mu_2 = \frac{1+11c}{101}$$
$$\mu_2 = 6$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5\cdot 6\cdot 101 - 45\cdot 46.11 \pmod{1111}$$
$$m \equiv -19740 \pmod{1111}$$
$$m = 258$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 258\cdot 9$$
$$k = 2322$$
$$2322^3 = 12519490248$$
$$125 + 1949 + 0248 = 2322$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 101, 11

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{101} \qquad \varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+101c}{9} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+11c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 45 \qquad \varepsilon_2 = 5$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 101^{-1} \pmod{11} \qquad \mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{101}$$
$$\mu_1 = \frac{1+11c}{101} \qquad \mu_2 = \frac{1+101c}{11}$$
$$\mu_1 = 6 \qquad \mu_2 = 46$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 45\cdot 46\cdot 11 - 5\cdot 6.101 (\bmod\ 1111)$$
$$m \equiv 19740 \pmod{1111}$$
$$m = 853$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 853\cdot 9$$
$$k = 7677$$
$$7677^3 = 452454197733$$
$$4524 + 5419 + 7733 = 1592$$
$$7677 \neq 17676$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 101, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{101} \qquad \varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+101c}{11} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\varepsilon_1 = 46 \qquad \varepsilon_2 = 5$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 101^{-1} \pmod{9} \qquad \mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{101}$$
$$\mu_1 = \frac{1+9c}{101} \qquad \mu_2 = \frac{1+101c}{9}$$
$$\mu_1 = 5 \qquad \mu_2 = 45$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 46\cdot 45\cdot 9 - 5\cdot 5.101 \pmod{909}$$
$$m \equiv 16105 \pmod{909}$$
$$m = 652$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 652\cdot 11$$
$$k = 7172$$
$$7172^3 = 368910352448$$
$$3689 + 1035 + 2448 = 7172$$

Karena *k* memenuhi (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 9, 101

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\varepsilon_1 = 5$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{101}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+101c}{11}$$
$$\varepsilon_2 = 46$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{101}$$
$$\mu_1 = \frac{1+101c}{9}$$
$$\mu_1 = 45$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 101^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_2 = \frac{1+9c}{101}$$
$$\mu_2 = 5$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5\cdot 5\cdot 101 - 46\cdot 45.9 \pmod{909}$$
$$m \equiv -16105 \pmod{909}$$
$$m = 257$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 257\cdot 11$$
$$k = 2827$$
$$2827^3 = 22593183283$$
$$225 + 9318 + 3283 = 12826$$
$$2827 \neq 12826$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 101, 9, 11

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 101^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{101}$$
$$\varepsilon_1 = 5$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 101^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+11c}{101}$$
$$\varepsilon_2 = 6$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$$
$$\mu_1 = \frac{1+11c}{9}$$
$$\mu_1 = 5$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_2 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\mu_2 = 5$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5\cdot 5\cdot 11 - 6\cdot 5.9 \pmod{99}$$
$$m \equiv 5 \pmod{27}$$
$$m = 5$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 5\cdot 101$$
$$k = 505$$
$$505^3 = 128787625$$
$$1 + 2878 + 7625 = 10505$$
$$505 \neq 10505$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 101, 11, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 101^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+11c}{101}$$
$$\varepsilon_1 = 6$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 101^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+9c}{101}$$
$$\varepsilon_2 = 5$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = \frac{1+9c}{11}$$
$$\mu_1 = 5$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{11}$$
$$\mu_2 = \frac{1+11c}{9}$$
$$\mu_2 = 5$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 6\cdot 5\cdot 9 - 5\cdot 5.11 \pmod{99}$$
$$m \equiv -5 \pmod{99}$$
$$m = 94$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 94\cdot 101$$
$$k = 9494$$
$$9494^3 = 855751525784$$
$$8557 + 5152 + 5784 = 19493$$
$$9494 \neq 19493$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 99, 101

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$
$\varepsilon_1 = 1 + 99c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{101}$
$\varepsilon_2 = 1 + 101c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 99^{-1} \pmod{101}$
$\mu_1 = \dfrac{1+101c}{99}$
$\mu_1 = 50$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 101^{-1} \pmod{99}$
$\mu_2 = \dfrac{1+99c}{101}$
$\mu_2 = 50$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 50 \cdot 101 - 1 \cdot 1.99 \pmod{9999}$
$m \equiv 100 \pmod{9999}$
$m = 100$

$k = m \cdot d$
$k = 100 \cdot 1$
$k = 100$
$100^3 = 1000000$
$0 + 100 + 0000 = 100$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 101, 99

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{101}$
$\varepsilon_1 = 1 + 101c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$
$\varepsilon_2 = 1 + 99c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 101^{-1} \pmod{99}$
$\mu_1 = \dfrac{1+99c}{101}$
$\mu_1 = 50$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 99^{-1} \pmod{101}$
$\mu_2 = \dfrac{1+101c}{99}$
$\mu_2 = 50$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 50\cdot 99 - 1\cdot 50.101 \pmod{9999}$$
$$m \equiv -100 \pmod{9999}$$
$$m = 9899$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 9899\cdot 1$$
$$k = 9899$$
$$9899^3 = 970004999699$$
$$9700 + 0499 + 9699 = 19898$$
$$9899 \neq 19898$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 99, 1, 101**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{99}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 99^{-1} \pmod{101}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+101c}{99}$$
$$\varepsilon_2 = 50$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{101}$$
$$\mu_1 = 1 + 101c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 101^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{101}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 101 - 50\cdot 1.1 \pmod{101}$$
$$m \equiv 51 \pmod{101}$$
$$m = 51$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 51\cdot 99$$
$$k = 5049$$
$$5049^3 = 128711132649$$
$$1287 + 1113 + 2649 = 5049$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 99, 101, 1**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 99^{-1} \pmod{101}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+101c}{99}$$
$$\varepsilon_1 = 50$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+1c}{99}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 101^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \dfrac{1+c}{101}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{101}$
$\mu_2 = 1+101c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 50 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.101 \pmod{101}$
$m \equiv -51 \pmod{101}$
$m = 50$

$k = m \cdot d$
$k = 50 \cdot 99$
$k = 4950$
$4950^3 = 121287375000$
$1212 + 8737 + 5000 = 14949$
$4950 \neq 14949$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 101, 1, 99

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 101^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{101}$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 101^{-1} \pmod{99}$
$\varepsilon_2 = \dfrac{1+99c}{101}$
$\varepsilon_2 = 50$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$
$\mu_1 = 1+99c$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$
$\mu_2 = \dfrac{1+c}{99}$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 99 - 50 \cdot 1.1 \pmod{99}$
$m \equiv 49 \pmod{99}$
$m = 49$

$k = m \cdot d$
$k = 49 \cdot 101$
$k = 4949$
$4949^3 = 121213882349$
$1212 + 1388 + 2349 = 4949$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 101, 99, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 101^{-1} \pmod{99}$
$\varepsilon_1 = \frac{1+99c}{101}$
$\varepsilon_1 = 50$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 101^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{101}$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 99^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \frac{1+c}{99}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99}$
$\mu_2 = \frac{1+c}{99}$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 50 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.99 \pmod{99}$
$m \equiv -49 \pmod{99}$
$m = 50$

$k = m \cdot d$
$k = 50 \cdot 101$
$k = 5050$
$5050^3 = 128787625000$
$1287 + 8762 + 5000 = 15049$
$5050 \neq 15049$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 11, 909

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$
$\varepsilon_1 = 1 + 11c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{909}$
$\varepsilon_2 = 1 + 909c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{909}$
$\mu_1 = \frac{1+909c}{11}$
$\mu_1 = 248$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 909^{-1} \pmod{11}$
$\mu_2 = \frac{1+11c}{909}$
$\mu_2 = 8$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 8 \cdot 909 - 1 \cdot 248.11 \pmod{9999}$$
$$m \equiv 4544 \pmod{9999}$$
$$m = 4544$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 4544 \cdot 1$$
$$k = 4544$$
$$4544^3 = 93824221184$$
$$938 + 2422 + 1184 = 4544$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 909, 11

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{909}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 909c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + 11c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 909^{-1} \pmod{11}$$
$$\mu_1 = \frac{1+11c}{909}$$
$$\mu_1 = 8$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{909}$$
$$\mu_2 = \frac{1+909c}{11}$$
$$\mu_2 = 248$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 248 \cdot 11 - 1 \cdot 8.909 \pmod{9999}$$
$$m \equiv -4544 \pmod{9999}$$
$$m = 5455$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 5455 \cdot 1$$
$$k = 5455$$
$$5455^3 = 162324571375$$
$$1623 + 2457 + 1375 = 5455$$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 909, 1, 11

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 909^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{909}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 909^{-1} \pmod{11}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+11c}{909}$$
$$\varepsilon_2 = 8$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$
$\mu_1 = 1 + 11c$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$
$\mu_2 = \dfrac{1+c}{11}$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 11 - 8 \cdot 1.1 (\text{mod } 11)$
$m \equiv 3 (\text{mod } 99)$
$m = 3$

$k = m \cdot d$
$k = 3 \cdot 909$
$k = 2727$
$2727^3 = 20279414583$
$202 + 7941 + 4583 = 12726$
$2727 \neq 12726$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 909, 11, 1**

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 909^{-1} \pmod{11}$
$\varepsilon_1 = \dfrac{1+11c}{909}$
$\varepsilon_1 = 8$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 909^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{909}$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \dfrac{1+c}{11}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11}$
$\mu_2 = 1 + 11c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 8 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.11 \pmod{11}$
$m \equiv -3 \pmod{11}$
$m = 8$

$k = m \cdot d$
$k = 8 \cdot 909$
$k = 7272$
$7272^3 = 384557787648$
$3845 + 5778 + 7648 = 17271$
$7272 \neq 17271$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 909, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{909}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+909c}{11}$

$\varepsilon_1 = 248$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{11}$

$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 909^{-1} \pmod{1}$

$\mu_1 = \dfrac{1+c}{909}$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{909}$

$\mu_2 = 1 + 909c$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 248 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.909 \pmod{909}$

$m \equiv -661 \pmod{909}$

$m = 248$

$k = m \cdot d$

$k = 248 \cdot 11$

$k = 2728$

$2728^3 = 20301732352$

$203 + 0173 + 2352 = 2728$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11, 1, 909

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 11^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{11}$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 11^{-1} \pmod{909}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+909c}{11}$

$\varepsilon_2 = 248$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{909}$

$\mu_1 = 1 + 909c$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 909^{-1} \pmod{1}$

$\mu_2 = \dfrac{1+c}{909}$

$\mu_2 = 1$

$$
\begin{array}{ll}
 & k = m \cdot d \\
m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2} & k = 661 \cdot 11 \\
m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 909 - 248 \cdot 1.1 \pmod{909} & k = 7271 \\
m \equiv 661 \pmod{909} & 7271^3 = 384399163511 \\
m = 661 & 3843 + 9916 + +3511 = 17270 \\
 & 7271 \neq 17270
\end{array}
$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 9, 1111

$$
\begin{array}{ll}
\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} & \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2} \\
\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9} & \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1111} \\
\varepsilon_1 = 1 + 9c & \varepsilon_2 = 1 + 1111c \\
\varepsilon_1 = 1 & \varepsilon_2 = 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} & \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1} \\
\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1111} & \mu_2 \equiv 1111^{-1} \pmod{9} \\
\mu_1 = \dfrac{1 + 1111c}{9} & \mu_2 = \dfrac{1 + 9c}{1111} \\
\mu_1 = 247 & \mu_2 = 7
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2} & k = m \cdot d \\
m \equiv 1 \cdot 7 \cdot 1111 - 1 \cdot 247.9 \pmod{9999} & k = 5554 \cdot 1 \\
m \equiv 5554 \pmod{1111} & k = 5554 \\
m = 5554 & 5554^3 = 171323771464 \\
 & 1713 + 2377 + 1464 = 5554
\end{array}
$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 1111, 9

$$
\begin{array}{ll}
\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} & \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2} \\
\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1111} & \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9} \\
\varepsilon_1 = 1 + 1111c & \varepsilon_2 = 1 + 9c \\
\varepsilon_1 = 1 & \varepsilon_2 = 1
\end{array}
$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 1111^{-1} \pmod{9}$ $\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1111}$

$\mu_1 = \dfrac{1+9c}{1111}$ $\mu_2 = \dfrac{1+1111c}{9}$

$\mu_1 = 7$ $\mu_2 = 247$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$ $k = m \cdot d$

$m \equiv 1 \cdot 247 \cdot 9 - 1 \cdot 7.1111 \pmod{9999}$ $k = 4445 \cdot 1$

$m \equiv -5554 \pmod{9999}$ $k = 4445$

$m = 4445$ $4445^3 = 87824421125$

$878 + 2442 + 1125 = 4445$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 1, 1111

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$ $\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$ $\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1111}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{9}$ $\varepsilon_2 = \dfrac{1+1111c}{9}$

$\varepsilon_1 = 1$ $\varepsilon_2 = 247$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1111}$ $\mu_2 \equiv 1111^{-1} \pmod{1}$

$\mu_1 = 1 + 1111c$ $\mu_2 = \dfrac{1+c}{1111}$

$\mu_1 = 1$ $\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$ $k = m \cdot d$

$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 1111 - 247 \cdot 1.1 \pmod{1111}$ $k = 864 \cdot 9$

$m \equiv 864 \pmod{1111}$ $k = 7776$

$m = 864$ $7776^3 = 470184984576$

$4701 + 8498 + 4576 = 17775$

$7776 \neq 17775$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 1111, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1111}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+1111c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 247$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1111^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{1111}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1111}$$
$$\mu_2 = 1+1111c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 247\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.1111 \pmod{1111}$$
$$m \equiv -864 \pmod{1111}$$
$$m = 247$$

$$k = m\cdot d$$
$$k = 247\cdot 9$$
$$k = 2223$$
$$2223^3 = 10985463567$$
$$109+8546+3567 = 12222$$
$$2223 \neq 12222$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1111, 1, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1111^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{1111}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1111^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+9c}{1111}$$
$$\varepsilon_2 = 7$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = 1+9c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 9 - 7 \cdot 1.1 \pmod 9$$
$$m \equiv 2 \pmod 9$$
$$m = 2$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2 \cdot 1111$$
$$k = 2222$$
$$2222^3 = 10970645048$$
$$109 + 7064 + 5048 = 12221$$
$$2222 \neq 12221$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 1111, 9, 1**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1111^{-1} \pmod 9$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{1111}$$
$$\varepsilon_1 = 7$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1111^{-1} \pmod 1$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{1111}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod 1$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod 9$$
$$\mu_2 = 1 + 9c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 7 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.9 \pmod 9$$
$$m \equiv -2 \pmod 9$$
$$m = 7$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 7 \cdot 1111$$
$$k = 7777$$
$$7777^3 = 470366406433$$
$$4703 + 6640 + 6433 = 17776$$
$$7777 \neq 17776$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 1, 1, 9999**

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod 1$$
$$\varepsilon_1 = 1 + c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9999}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + 9999c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9999}$

$\mu_1 = 1 + 9999c$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 9999^{-1} \pmod{1}$

$\mu_2 = \dfrac{1+c}{9999}$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 9999 - 1 \cdot 1.1 \pmod{9999}$

$m \equiv 9998 \pmod{9999}$

$m = 9998$

$k = m \cdot d$

$k = 9998 \cdot 1$

$k = 9998$

$9998^3 = 999400119992$

$9994 + 0011 + 9992 = 19997$

$9998 \neq 19997$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1**, dan** d_2 **= 1, 9999, 1**

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9999}$

$\varepsilon_1 = 1 + 9999c$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_2 = 1 + c$

$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 9999^{-1} \pmod{1}$

$\mu_1 = \dfrac{1+c}{9999}$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9999}$

$\mu_2 = 1 + 9999c$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.9999 \pmod{9999}$

$m \equiv -9998 \pmod{9999}$

$m = 1$

$k = m \cdot d$

$k = 1 \cdot 1$

$k = 1$

$1^3 = 1$

$0000 + 0000 + 0001 = 1$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9999, 1, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 9999^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{9999}$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 9999^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{9999}$

$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$

$\mu_1 = 1 + c$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$

$\mu_2 = 1 + c$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.1 \pmod{1}$

$m \equiv 0 \pmod{1}$

$m = 0$

$k = m \cdot d$

$k = 0 \cdot 9999$

$k = 0$

Karena *k* tidak memenuhi (1) dan (2), maka $k \notin K(N)$

Jadi bilangan 4- Kaprekar *triples* : 1, 100, 2322, 2728, 4445, 4544, 4949, 5049, 5455, 5554, 7172.

Untuk *n* = 5

$10^n - 1 = 10^5 - 1 = 99999$

Faktor prima dari 99999= 3^2, 41, 271.

Faktor tunggal d, d_1, dan d_2 adalah sebagai berikut : (9, 41, 271), (9, 271, 41), (41, 271, 9), (41, 9, 271), (271, 9, 41), (271, 41, 9), (1, 369, 271), (1, 271, 369), (369, 1, 271), (369, 271, 1), (271, 1, 369), (271, 369, 1), (1, 41, 2439), (1, 2439, 41), (2439, 1, 41), (2439, 41, 1), (41, 2439, 1), (41, 1, 2439), (1, 9, 11111), (1, 11111, 9), (9, 1, 11111), (9, 11111, 1), (11111, 1, 9), (11111, 1, 9), (1, 1, 99999), (1, 99999, 1),(99999, 1, 1).

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 41, 271

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{41} \qquad \varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{271}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+41c}{9} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+271c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 32 \qquad \varepsilon_2 = 241$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 41^{-1} \pmod{271} \qquad \mu_2 \equiv 271^{-1} \pmod{41}$$
$$\mu_1 = \frac{1+271c}{41} \qquad \mu_2 = \frac{1+41c}{271}$$
$$\mu_1 = 119 \qquad \mu_2 = 23$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 32 \cdot 23 \cdot 271 - 241 \cdot 119.41 \pmod{11111}$$
$$m \equiv -976383 \pmod{11111}$$
$$m = 1385$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 1385 \cdot 9$$
$$k = 12465$$
$$12465^3 = 1936764644625$$
$$193 + 67646 + 44625 = 112464$$
$$12465 \neq 112464$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 271, 41

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{271} \qquad \varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{41}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+271c}{9} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+41c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 241 \qquad \varepsilon_2 = 32$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\qquad$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 271^{-1} \pmod{41}$ $\qquad$ $\mu_2 \equiv 41^{-1} \pmod{271}$

$\mu_1 = \dfrac{1+41c}{271}$ $\qquad$ $\mu_2 = \dfrac{1+271c}{41}$

$\mu_1 = 23$ $\qquad$ $\mu_2 = 119$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 241 \cdot 119 \cdot 41 - 32 \cdot 23.271 \pmod{11111}$$
$$m \equiv 976383 \pmod{11111}$$
$$m = 9726$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 9726 \cdot 9$$
$$k = 87534$$
$$87534^3 = 670703115989304$$
$$67070 + 31159 + 89304 = 187533$$
$$87534 \neq 187533$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 41, 271, 9

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$ $\qquad$ $\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_1 \equiv 41^{-1} \pmod{271}$ $\qquad$ $\varepsilon_2 \equiv 41^{-1} \pmod{9}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+271c}{41}$ $\qquad$ $\varepsilon_2 = \dfrac{1+9c}{41}$

$\varepsilon_1 = 119$ $\qquad$ $\varepsilon_2 = 2$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\qquad$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 271^{-1} \pmod{9}$ $\qquad$ $\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{271}$

$\mu_1 = \dfrac{1+9c}{271}$ $\qquad$ $\mu_2 = \dfrac{1+271c}{9}$

$\mu_1 = 1$ $\qquad$ $\mu_2 = 241$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 119 \cdot 241 \cdot 9 - 2 \cdot 1.271 \pmod{2439}$$
$$m \equiv 257569 \pmod{2439}$$
$$m = 1474$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 1474 \cdot 41$$
$$k = 60434$$
$$60434^3 = 220721185826504$$
$$22072 + 11858 + 26504 = 60434$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 41, 9, 271

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 41^{-1} \pmod{9} \qquad \varepsilon_2 \equiv 41^{-1} \pmod{271}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{41} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+271c}{41}$$
$$\varepsilon_1 = 2 \qquad \varepsilon_2 = 119$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{271} \qquad \mu_2 \equiv 271^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = \frac{1+271c}{9} \qquad \mu_2 = \frac{1+9c}{271}$$
$$\mu_1 = 241 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 2 \cdot 1 \cdot 271 - 119 \cdot 241.9 \pmod{2439}$$
$$m \equiv -257569 \pmod{2439}$$
$$m = 965$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 965 \cdot 41$$
$$k = 39565$$
$$39565^3 = 61934624687125$$
$$6193 + 46246 + 87125 = 139564$$
$$39565 \neq 139564$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 271, 9, 41

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 271^{-1} \pmod 9$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+9c}{271}$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 271^{-1} \pmod{41}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+41c}{271}$

$\varepsilon_2 = 23$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{41}$

$\mu_1 = \dfrac{1+41c}{9}$

$\mu_1 = 32$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 41^{-1} \pmod 9$

$\mu_2 = \dfrac{1+9c}{41}$

$\mu_2 = 2$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1 \cdot 32 \cdot 41 - 23 \cdot 32.9 \pmod{369}$

$m \equiv -6542 \pmod{369}$

$m = 100$

$k = m \cdot d$

$k = 100 \cdot 271$

$k = 27100$

$27100^3 = 19902511000000$

$1990 + 25110 + 00000 = 27100$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 271, 41, 9

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 271^{-1} \pmod{41}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+41c}{271}$

$\varepsilon_1 = 23$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 271^{-1} \pmod 9$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+9c}{271}$

$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 41^{-1} \pmod{9}$ $\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{41}$

$\mu_1 = \frac{1+9c}{41}$ $\mu_2 = \frac{1+41c}{9}$

$\mu_1 = 2$ $\mu_2 = 32$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 23\cdot 32\cdot 9 - 1\cdot 2.41 (\text{mod } 369)$

$m \equiv 6542 \pmod{369}$

$m = 269$

$k = m\cdot d$

$k = 269\cdot 271$

$k = 72899$

$72899^3 = 387404545988699$

$38740 + 45459 + 88699 = 172898$

$72899 \neq 172898$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 369, 271

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$ $\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{369}$ $\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{271}$

$\varepsilon_1 = 1 + 369c$ $\varepsilon_2 = 1 + 271c$

$\varepsilon_1 = 1$ $\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$ $\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_1 \equiv 369^{-1} \pmod{271}$ $\mu_2 \equiv 271^{-1} \pmod{369}$

$\mu_1 = \frac{1+271c}{369}$ $\mu_2 = \frac{1+369c}{271}$

$\mu_1 = 224$ $\mu_2 = 64$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1\cdot 64\cdot 271 - 1\cdot 224.369 \pmod{99999}$

$m \equiv -65312 \pmod{99999}$

$m = 34687$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 34687 \cdot 1$$
$$k = 34687$$
$$34687^3 = 41734981080703$$
$$4173 + 49810 + 80703 = 134686$$
$$34687 \neq 134686$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 271, 369

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{271} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{369}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 271c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 369c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 271^{-1} \pmod{369} \qquad \mu_2 \equiv 369^{-1} \pmod{271}$$
$$\mu_1 = \frac{1 + 369c}{271} \qquad \mu_2 = \frac{1 + 271c}{369}$$
$$\mu_1 = 64 \qquad \mu_2 = 224$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 224 \cdot 369 - 1 \cdot 64.271 (\text{mod } 99999)$$
$$m \equiv 65312 (\text{mod } 9999)$$
$$m = 65312$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 65312 \cdot 1$$
$$k = 65312$$
$$65312^3 = 278598612451328$$
$$27859 + 86124 + 51328 = 165311$$
$$65312 \neq 165311$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 369, 1, 271

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 369^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{369}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 369^{-1} \pmod{271}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+271c}{369}$$
$$\varepsilon_2 = 224$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{271}$$
$$\mu_1 = 1 + 271c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 271^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{271}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 271 - 224 \cdot 1.1 \pmod{271}$$
$$m \equiv 47 \pmod{271}$$
$$m = 47$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 47 \cdot 369$$
$$k = 17343$$
$$17343^3 = 5216421452607$$
$$521 + 64214 + 52607 = 117342$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 369, 271, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 369^{-1} \pmod{271}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+271c}{369}$$
$$\varepsilon_1 = 224$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 369^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{369}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 271^{-1} \pmod 1$
$\mu_1 = \frac{1+c}{271}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{271}$
$\mu_2 = 1 + 271c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 224 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.271 \pmod{271}$
$m \equiv -47 \pmod{271}$
$m = 224$

$k = m \cdot d$
$k = 224 \cdot 369$
$k = 82656$
$82656^3 = 564706976956416$
$56470 + 69769 + 56416 = 182655$
$82656 \neq 182655$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 271, 1, 369

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 271^{-1} \pmod 1$
$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{271}$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 271^{-1} \pmod{369}$
$\varepsilon_2 = \frac{1+369c}{271}$
$\varepsilon_2 = 64$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{369}$
$\mu_1 = 1 + 369c$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 369^{-1} \pmod 1$
$\mu_2 = \frac{1+c}{3699}$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 369 - 64 \cdot 1.1 \pmod{369}$
$m \equiv 305 \pmod{369}$
$m = 305$

$k = m \cdot d$

$k = 305 \cdot 271$

$k = 82655$

$82655^3 = 5646866481161375$

$56468 + 64811 + 61375 = 182654$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 271, 369, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 271^{-1} \pmod{369}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+369c}{271}$

$\varepsilon_1 = 64$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 271^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{271}$

$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 369^{-1} \pmod{1}$

$\mu_1 = \dfrac{1+c}{369}$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{369}$

$\mu_2 = \dfrac{1+c}{369}$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 64 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.369 \pmod{369}$

$m \equiv -305 \pmod{369}$

$m = 64$

$k = m \cdot d$

$k = 64 \cdot 271$

$k = 17344$

$17344^3 = 5217323843584$

$521 + 73238 + 43584 = 117343$

$17344 \neq 117343$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$.

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 41, 2439

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{41} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{2439}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 41c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 2439c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 41^{-1} \pmod{2439} \qquad \mu_2 \equiv 2439^{-1} \pmod{41}$$
$$\mu_1 = \frac{1+2439c}{41} \qquad \mu_2 = \frac{1+41c}{2439}$$
$$\mu_1 = 119 \qquad \mu_2 = 39$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 39 \cdot 2439 - 1 \cdot 119.41 \pmod{99999}$$
$$m \equiv 90242 \pmod{99999}$$
$$m = 90242$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 90242 \cdot 1$$
$$k = 90242$$
$$90242^3 = 734896426452488$$
$$73489 + 64264 + 52488 = 190241$$
$$90242 \neq 190241$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 2439, 41

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{2439} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{41}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 2439c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 41c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 2439^{-1} \pmod{41} \qquad \mu_2 \equiv 41^{-1} \pmod{2439}$$
$$\mu_1 = \frac{1+41c}{2439} \qquad \mu_2 = \frac{1+2439c}{41}$$
$$\mu_1 = 39 \qquad \mu_2 = 119$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 119 \cdot 41 - 1 \cdot 39.2439 \pmod{99999}$$
$$m \equiv -90242 \pmod{99999}$$
$$m = 9757$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 9757 \cdot 1$$
$$k = 9757$$
$$9757^3 = 928857121093$$
$$92 + 88571 + 21093 = 109756$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 2439, 1, 41

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 2439^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{2439}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 2439^{-1} \pmod{41}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+41c}{2439}$$
$$\varepsilon_2 = 39$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{41}$$
$$\mu_1 = 1 + 41c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 41^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{41}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 41 - 39 \cdot 1.1 \pmod{41}$$
$$m \equiv 2 \pmod{41}$$
$$m = 2$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2 \cdot 2439$$
$$k = 4878$$
$$4878^3 = 116071444152$$
$$11 + 60714 + 44152 = 104877$$
$$4878 \neq 104877$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 2439, 41, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 2439^{-1} \pmod{41}$
$\varepsilon_1 = \dfrac{1+41c}{2439}$
$\varepsilon_1 = 39$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 2439^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{2439}$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 41^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \dfrac{1+c}{41}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{41}$
$\mu_2 = 1 + 41c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 39 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.41 \pmod{41}$
$m \equiv -2 \pmod{41}$
$m = 39$

$k = m \cdot d$
$k = 39 \cdot 2439$
$k = 95121$
$95121^3 = 860655249456561$
$86065 + 52494 + 56561 = 195120$
$95121 \neq 195120$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 41, 2439, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 41^{-1} \pmod{2439}$
$\varepsilon_1 = \dfrac{1+2439c}{41}$
$\varepsilon_1 = 119$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 41^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_2 = \dfrac{1+c}{41}$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 2439^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \dfrac{1+c}{2439}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{2439}$
$\mu_2 = 1 + 2439c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 119 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.2439 \pmod{2439}$
$m \equiv -95002 \pmod{2439}$
$m = 119$

$k = m \cdot d$
$k = 119 \cdot 41$
$k = 4879$
$4879^3 = 116142843439$
$11 + 61428 + 43439 = 104878$
$4879 \neq 104878$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 41, 1, 2439

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 41^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{41}$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 41^{-1} \pmod{2439}$
$\varepsilon_2 = \dfrac{1+2439c}{41}$
$\varepsilon_2 = 119$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{2439}$
$\mu_1 = 1 + 2439c$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 2439^{-1} \pmod{1}$
$\mu_2 = \dfrac{1+c}{2439}$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 2439 - 119 \cdot 1.1 \pmod{2439}$
$m \equiv 2320 \pmod{2439}$
$m = 2320$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2320 \cdot 41$$
$$k = 95120$$
$$95120^3 = 860628105728000$$
$$86062 + 81057 + 28000 = 195119$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 9, 11111

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11111}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 9c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 11111c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1111} \qquad \mu_2 \equiv 1111^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = \frac{1 + 11111c}{9} \qquad \mu_2 = \frac{1 + 9c}{11111}$$
$$\mu_1 = 8642 \qquad \mu_2 = 2$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 2 \cdot 11111 - 1 \cdot 8642.9 \pmod{99999}$$
$$m \equiv -55556 \pmod{99999}$$
$$m = 44443$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 44443 \cdot 1$$
$$k = 44443$$
$$44443^3 = 87782935806307$$
$$8778 + 29358 + 06307 = 44443$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 11111, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{11111} \qquad \varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + 11111c \qquad \varepsilon_2 = 1 + 9c$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 11111^{-1} \pmod{9}$

$\mu_1 = \dfrac{1+9c}{11111}$

$\mu_1 = 2$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{11111}$

$\mu_2 = \dfrac{1+11111c}{9}$

$\mu_2 = 8642$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1\cdot 8642\cdot 9 - 1\cdot 2.11111 (\text{mod } 99999)$

$m \equiv 55556 \pmod{99999}$

$m = 55556$

$k = m\cdot d$

$k = 55556\cdot 1$

$k = 55556$

$55556^3 = 171471879319616$

$17147 + 18793 + 19616 = 55556$

Karena *k* memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 1, 11111

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$

$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$

$\varepsilon_1 = \dfrac{1+c}{9}$

$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$

$\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1111}$

$\varepsilon_2 = \dfrac{1+11111c}{9}$

$\varepsilon_2 = 8642$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$

$\mu_1 \equiv 1^{-1} (\text{mod}11111)$

$\mu_1 = 1 + 11111c$

$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$

$\mu_2 \equiv 11111^{-1} (\text{mod}1)$

$\mu_2 = \dfrac{1+c}{11111}$

$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$

$m \equiv 1\cdot 1\cdot 11111 - 8642\cdot 1.1 (\text{mod } 11111)$

$m \equiv 2469 (\text{mod } 11111)$

$m = 2469$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2469 \cdot 9$$
$$k = 22221$$
$$22221^3 = 10972126299861$$
$$1097 + 21262 + 99861 = 122220$$
$$22221 \neq 122220$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 9, 11111, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 9^{-1} \pmod{11111}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+11111c}{9}$$
$$\varepsilon_1 = 8642$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 11111^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{11111}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{11111}$$
$$\mu_2 = 1 + 11111c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 8642 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.11111 \pmod{11111}$$
$$m \equiv -2469 \pmod{11111}$$
$$m = 8642$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 8642 \cdot 9$$
$$k = 77778$$
$$77778^3 = 470511577514952$$
$$47051 + 15775 + 14952 = 77778$$

Karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11111, 1, 9

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11111^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{11111}$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1111^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+9c}{11111}$$
$$\varepsilon_2 = 8642$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_1 = 1+9c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 9 - 8642 \cdot 1.1 (\text{mod } 9)$$
$$m \equiv -8633 (\text{mod } 9)$$
$$m = 2$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2 \cdot 11111$$
$$k = 22222$$
$$22222^3 = 10973607685048$$
$$1097 + 36076 + 85048 = 122221$$
$$22222 \neq 122221$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 11111, 9, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 11111^{-1} \pmod{9}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+9c}{11111}$$
$$\varepsilon_1 = 8642$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 11111^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1+c}{1111}$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 9^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = \frac{1+c}{9}$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{9}$$
$$\mu_2 = 1 + 9c$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 8642\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.9 \pmod{9}$$
$$m \equiv 8633 \pmod{9}$$
$$m = 2$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 2 \cdot 11111$$
$$k = 22222$$
$$22222^3 = 10973607685048$$
$$1097 + 36076 + 85048 = 122221$$
$$22222 \neq 122221$$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 1, 99999

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = 1 + c$$
$$\varepsilon_1 = 1$$

$$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99999}$$
$$\varepsilon_2 = 1 + 99999c$$
$$\varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99999}$$
$$\mu_1 = 1 + 99999c$$
$$\mu_1 = 1$$

$$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_2 \equiv 99999^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_2 = \frac{1+c}{99999}$$
$$\mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 99999 - 1\cdot 1.1 \pmod{99999}$$
$$m \equiv 99998 \pmod{99999}$$
$$m = 99998$$

$k = m \cdot d$
$k = 99998 \cdot 1$
$k = 99998$
$99998^3 = 999940001199992$
$99994 + 00011 + 99992 = 199997$
$99998 \neq 199997$

Karena k tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 1, 99999, 1

$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1}$
$\varepsilon_1 \equiv 1^{-1} \pmod{99999}$
$\varepsilon_1 = 1 + 99999c$
$\varepsilon_1 = 1$

$\varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$
$\varepsilon_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$
$\varepsilon_2 = 1 + c$
$\varepsilon_2 = 1$

$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2}$
$\mu_1 \equiv 99999^{-1} \pmod{1}$
$\mu_1 = \dfrac{1+c}{99999}$
$\mu_1 = 1$

$\mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$
$\mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{99999}$
$\mu_2 = 1 + 99999c$
$\mu_2 = 1$

$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$
$m \equiv 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1.99999 \pmod{99999}$
$m \equiv -99998 \pmod{99999}$
$m = 1$

$k = m \cdot d$
$k = 1 \cdot 1$
$k = 1$
$1^3 = 1$
$00000 + 00000 + 00001 = 1$

karena k memenuhi (1) dan (2), maka $k \in K(N)$

Untuk d, d_1, dan d_2 = 99999, 1, 1

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$
$$\varepsilon_1 \equiv 99999^{-1} \pmod{1} \qquad \varepsilon_2 \equiv 99999^{-1} \pmod{1}$$
$$\varepsilon_1 = \frac{1+c}{99999} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+c}{99999}$$
$$\varepsilon_1 = 1 \qquad \varepsilon_2 = 1$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$
$$\mu_1 \equiv 1^{-1} \pmod{1} \qquad \mu_2 \equiv 1^{-1} \pmod{1}$$
$$\mu_1 = 1+c \qquad \mu_2 = 1+c$$
$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 1$$

$$m \equiv \varepsilon_1\mu_2 d_2 - \varepsilon_2\mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 1\cdot 1\cdot 1 - 1\cdot 1.1 \pmod{1}$$
$$m \equiv 0 \pmod{1}$$
$$m = 0$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 0 \cdot 99999$$
$$k = 0$$

Karena *k* tidak memenuhi (1) dan (2), maka $k \notin K(N)$

Jadi bilangan 5- Kaprekar *triples* : 1, 27100, 44443, 55556, 60434, 77778.

Setelah didapatkan bilangan-bilangan *n*-kaprekar *triples* dengan *n* = 1, 2, ..., 5 di atas didapat beberapa sifat yang tidak sesuai. Secara umum bilangan *n*-Kaprekar *triples k,* dengan *n* bilangan asli jika memenuhi persamaan :

$$k^3 = p \cdot 10^{2n} + q \cdot 10^n + r$$

dan

$$k = p + q + r$$

Dengan $0 \le r < 10^n$, $0 \le q < 10^n$, dan *p* > 0 adalah bilangan bulat positif. Akan tetapi untuk *k* = 1 adalah bilangan *n*-Kaprekar *triples* untuk $n \ge 1$, karena $1^3 = 0 \cdot 10^{2n} + 0 \cdot 10^n + 1$, $1 = 0 + 0 + 1$. jadi *k* tidak sama dengan jumlah digit bilangan *n*-Kaprekar *triples*. Selain itu untuk bilangan 100 adalah bilangan 4-

Kaprekar *triples*, padahal jika dilihat 100 adalah bilangan dengan jumlah digit 3, akan tetapi dalam perhitungan bilangan 4-Kaprekar *triples* menghasilkan *k* = 100, karena $100^3 = 0 \cdot 10^8 + 100 \cdot 10^4 + 0, 100 = 0 + 100 + 0$. Untuk *k* = 297 merupakan bilangan 3-Kaprekar *triples,* karena $297^3 = 26 \cdot 10^6 + 198 \cdot 10^3 + 73$, 297 = 26+198+73. Kemudian untuk k = 2728 merupakan bilangan 4-Kaprekar *triples*, karena $2728^3 = 203 \cdot 10^8 + 173 \cdot 10^4 + 2352$, 2728 = 203+173+2352. Berdasarkan kasus-kasus tersebut, *p, q*, dan *r* dapat memiliki lebih sedikit dari *n* digit.

Selain kasus di atas sifat yang tidak sesuai yaitu ketika Teorema 4.1 yang menyatakan bahwa jika $N \not\equiv 1 \pmod 4$, maka setiap anggota $k \in K(N)$ dapat dibagi oleh faktorisasi tunggal *d* dari *N*-1. Akan tetapi ketika penelitian dilakukan dengan $N = 10^n$ yang memenuhi $N \not\equiv 1 \pmod 4$ terdapat $k \notin K(N)$, sebagai contoh dari proses pencarian bilangan n-Kaprekar *triples* di atas untuk *n* = 4 ketika di ambil d, d_1, dan d_2 = 11, 9, 101, didapat :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &\equiv d^{-1} \ (\text{mod } d_1) \\ \varepsilon_1 &\equiv 11^{-1} \ (\text{mod } 9) \\ \varepsilon_1 &= \frac{1+9c}{11} \\ \varepsilon_1 &= 5 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \varepsilon_2 &\equiv d^{-1} \ (\text{mod } d_2) \\ \varepsilon_2 &\equiv 11^{-1} \ (\text{mod} 101) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1+101c}{11} \\ \varepsilon_2 &= 46 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &\equiv d_1^{-1} \ (\text{mod } d_2) \\ \mu_1 &\equiv 9^{-1} \ (\text{mod} 101) \\ \mu_1 &= \frac{1+101c}{9} \\ \mu_1 &= 45 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \mu_2 &\equiv d_2^{-1} \ (\text{mod } d_1) \\ \mu_2 &\equiv 101^{-1} \ (\text{mod} 9) \\ \mu_2 &= \frac{1+9c}{101} \\ \mu_2 &= 5 \end{aligned}$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$
$$m \equiv 5 \cdot 5 \cdot 101 - 46 \cdot 45.9 \pmod{909}$$
$$m \equiv -16105 \pmod{909}$$
$$m = 257$$

$$k = m \cdot d$$
$$k = 257 \cdot 11$$
$$k = 2827$$
$$2827^3 = 22593183283$$
$$225 + 9318 + 3283 = 12826$$
$$2827 \neq 12826$$

Nilai *k* yang diperoleh dapat membagi *d* = 11, ditulis 2827 | 11. Akan tetapi $k \notin K(N)$ atau bukan merupakan bilangan 4-Kaprekar *triples*, karena tidak memenuhi persamaan (2), dimana $2827^3 = 22593183283$, tetapi 225+9318+3283 = 12826. Berdasarkan nilai tersebut dapat dilihat bahwa 12826 = 2827 + (10^4-1). Secara umum untuk bilangan yang bukan merupakan bilangan *n*-Kaprekar *triples*, berdasarkan percobaan di atas selalu tidak memenuhi persamaan (2), karena $p + q + r \neq k$, sebaliknya $p + q + r = k + (N - 1)$.

Berdasarkan kasus tersebut, maka Teorema 4.1 tidak cukup untuk menentukan bilangan n-Kaprekar *triples*.

Dalam mencari bilangan *n*-Kaprekar *triples* tidak dapat dicari dengan menggunakan sembarang bilangan, karena bilangan *n*-Kaprekar *triples* didapat dengan membangkitkan faktor bilangan prima dari $(10^n - 1)$. Kemudian diambil 3 bilangan yang saling prima.

Berikut contoh dengan mengambil sembarang bilangan yang saling prima.

Untuk $d, d_{1,} d_2 = 3{,}5{,}4$

$$\varepsilon_1 \equiv d^{-1} \pmod{d_1} \qquad \varepsilon_2 \equiv d^{-1} \pmod{d_2}$$

$$\varepsilon_1 \equiv 3^{-1} \pmod{5} \qquad \varepsilon_2 \equiv 3^{-1} \pmod{4}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1+5c}{3} \qquad \varepsilon_2 = \frac{1+4c}{3}$$

$$\varepsilon_1 = 2 \qquad \varepsilon_2 = 3$$

$$\mu_1 \equiv d_1^{-1} \pmod{d_2} \qquad \mu_2 \equiv d_2^{-1} \pmod{d_1}$$

$$\mu_1 \equiv 5^{-1} \pmod{4} \qquad \mu_2 \equiv 4^{-1} \pmod{5}$$

$$\mu_1 = \frac{1+4c}{5} \qquad \mu_2 = \frac{1+5c}{4}$$

$$\mu_1 = 1 \qquad \mu_2 = 4$$

$$m \equiv \varepsilon_1 \mu_2 d_2 - \varepsilon_2 \mu_1 d_1 \pmod{d_1 d_2}$$

$$m \equiv 2 \cdot 4 \cdot 4 - 3 \cdot 1.5 \pmod{20}$$

$$m \equiv 17 \pmod{20}$$

$$m = 17$$

$$k = m \cdot d$$

$$k = 17 \cdot 3$$

$$k = 51$$

$$51^3 = 132651$$

$$13 + 26 + 51 = 90$$

$$51 \neq 90$$

Karena *k* tidak memenuhi (2), maka $k \notin K(N)$.

Dari contoh diatas jelas bahwa bilangan *n*-Kaprekar *triples* tidak dapat dicari dengan menggunakan sembarang bilangan, sebaliknya hanya didapat dengan membangkitkan faktor bilangan prima dari $10^n - 1$.