PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE LIMA TANPA GARIS PARALEL

(Skripsi)

Oleh
Eni Zuliana

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PEGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

ABSTRAK

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE LIMA TANPA GARIS PARALEL

Oleh

Eni Zuliana

Graf G(V, E) dikatakan sebagai graf terhubung jika setiap dua titik di G di hubungkan oleh suatu *path*, jika tidak maka disebut graf tak terhubung. Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang memiliki dua titik ujung yang sama. Garis yang titik-titik ujungnya sama disebut *loop*. Pada graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan jumlah titik n dan jumlah garis m dapat dibentuk rumus untuk menentukan jumlah graf tersebut. Pada penelitian ini dibahas tentang cara menentukan jumlah graf terhubung berlabel tanpa garis paralel jika diberikan n= 5. Graf yang terbentuk adalah $N(Gl_{n,m}) = \sum_{g \geq n-1}^{m} N(Gl_{n,m,g})$; untuk n = 5; m≥ g, dengan g adalah jumlah garis bukan *loop*.

Kata kunci: *graf, graf tak terhubung, loop, dan garis paralel*

PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE LIMA TANPA GARIS PARALEL

Oleh

ENI ZULIANA

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
SARJANA SAINS

Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi : **PENENTUAN BANYAKNYA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE LIMA TANPA GARIS PARALEL**

Nama Mahasiswa : *Eni Zuliana*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031025

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.	**Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**
NIP 19631108 198902 2 001	NIP 19720227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **03 Maret 2016**

PERNYATAAN

Nama	**: Eni Zuliana**
Nomor Pokok Mahasiswa	**: 1217031025**
Program Studi	**: Matematika**
Jurusan	**: Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri. Skripsi ini juga tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada Universitas Lampung atau institusi lain.

Bandar Lampung, Maret 2016

Eni Zuliana
NPM. 1217031025

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan sebagai anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Sal Wandi dan Ibu Suprinah pada tanggal 31 Desember 1993 di Desa Margomulyo Kecamatan Jati Agung Lampung Selatan.

Penulis menyelesaikan Pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 1 Margomulyo pada tahun 2006, pada tahun 2009 menyelesaikan Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 2 Jati Agung sebagai lulusan pertama, dan pada tahun 2012 menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Jati Agung sebagai lulusan pertama juga.

Tahun 2012 penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SMPTN tulis. Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah manjadi anggota biro Dana dan Usaha (DANUS) di Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA).

Penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) pada 20 Januari sampai 28 Februari 2015 sebagai bentuk pengabdian kepada masyarakat, dan penulis ditempatkan di Desa Suko Binangun Kecamatan Way Seputih Lampung Tengah. Pada tahun yang sama, penulis melakukan KP (Kuliah Praktek) di BPS Kota Bandar Lampung dari tanggal 1 Juli sampai dengan 31 Juli.

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur kepada Allah SWt, kupersembahkan hasil

karyaku ini untuk kedua orang tua tercinta

Bapak mamak

Dan orang-orang yang selalu menyayangiku maupun yang membenciku

yang mungkin tak kusadari

Kalian adalah warna dihidupku

Thank you very much

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah atas rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Tak lupa pula, pada kesempatan ini penulis ucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dra. Wamiliana, M.A.,Ph.D.,selaku Dosen Pembimbing I, yang telah bersedia membimbing, memberikan saran, waktu, kesabaran dan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku pembimbing II, yang telah memberikan bimbingan dan motivasi.
3. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji atas kesediaannya untuk memberikan saran dan kritik guna penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc. Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
5. Bapak Ir. Warsono, Ph.D., selaku Pembimbing Akademik yang telah membimbing, memberikan arahan dan saran selama perkuliahan.
6. Bapak Prof. Warsito,S.Si.,D.E.A.,Ph.D., selaku dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen dan staf karyawan Jurusan Matematika, Buk Lusi, Pak Drajat dan Pak Tamrin.

8. Bapak dan Mamak yang telah membesarkan, mendidik serta memberikan cinta yang sangat besar dan selalu mendoakan sehingga aku dapat menyelesaikan tugas akhir ini.
9. Kakakku Riyanti, dan Mei Saputra yang selalu memberikan dukungan dan motivasi.
10. Teman-teman seperjuangan, Grita, Desi, dan Siti.
11. Teman-teman 2012 yang tak bisa disebutkan satu persatu terima kasih banyak atas kebersamaannya selama perkuliahan.
12. Almamaterku Universitas Lampung

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penulisan tugas akhir ini, sehingga kritik dan saran yang membangun penulis harapkan. Akhir kata, semoga tugas akhir ini bermanfaat bagi pembaca pada umumnya.

Bandar Lampung, Maret 2016

Penulis

DAFTAR ISI

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

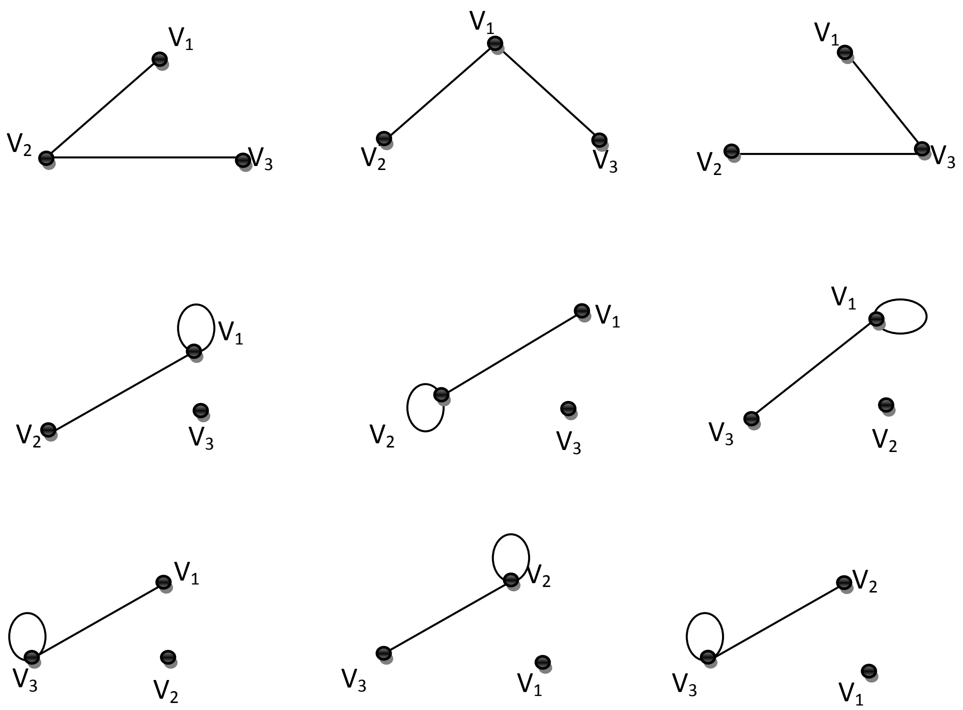
1.1 Latar Belakang dan Masalah

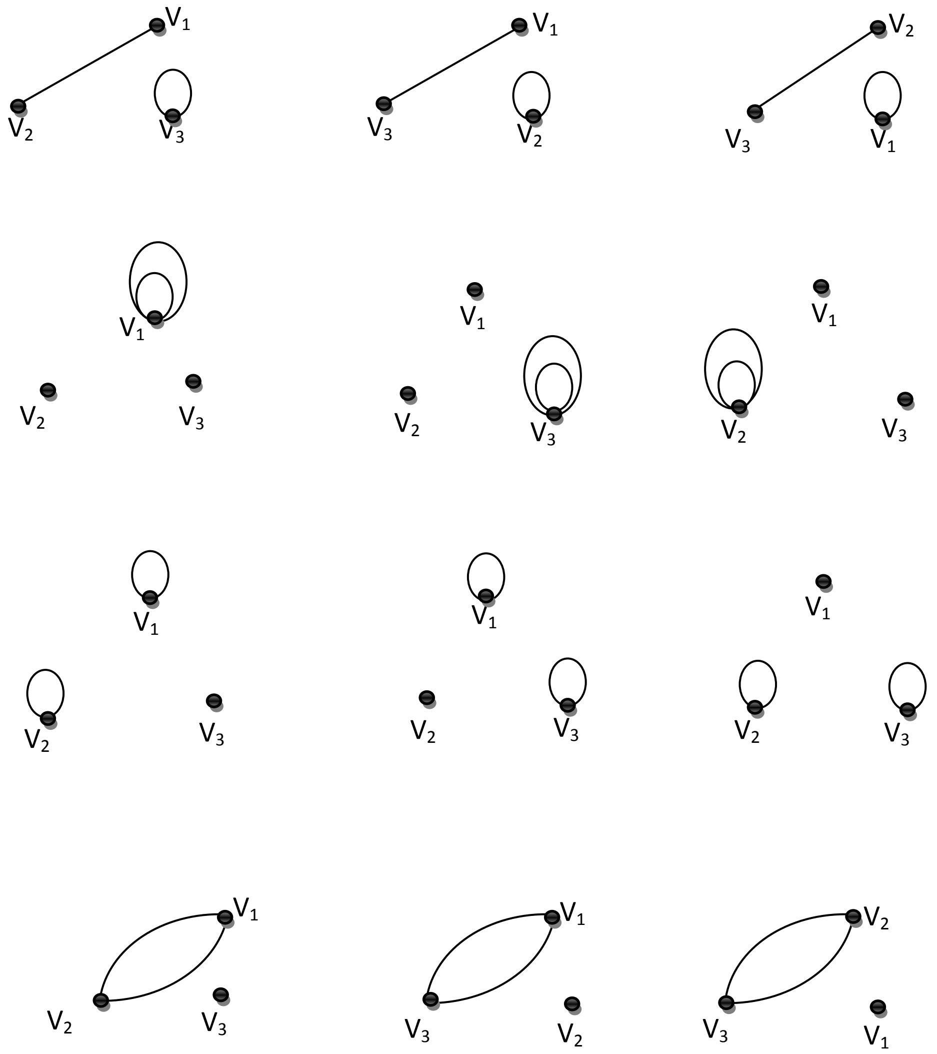
Teori graf merupakan cabang dari matematika yang mempelajari tentang objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai titik atau *vertex* dan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis atau *edge*.

Awal munculnya teori graf adalah pada abad ke-18 karena adanya masalah jembatan konigsberg yang melalui sungai Pregel di Kaliningrat, Rusia dan diselesaikan oleh Leohard Euler. Terdapat tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan yang di pisahkan oleh sungai Pregel. Permasalahan yang muncul adalah menentukan apakah mungkin melalui jembatan yang dimulai dari satu daratan dan melalui setiap jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Pada tahun 1736 Leonhard Euler membuktikan masalah jembatan tersebut dengan memodelkan masalah tersebut ke dalam bentuk graf dan ia berhasil memberikan solusi untuk masalah tersebut bahwa tidak mungkin dapat melewati jembatan tersebut tepat satu kali jika derajat tiap titik jumlahnya tidak genap, sehingga model graf tersebut saat ini dikenal sebagai graf Eulerian.

Setelah masa Euler, bermunculan peneliti-peneliti yang mengkaji tentang teori graf dan tiga puluh tahun terakhir ini merupakan periode yang sangat intensif dalam aktifitas pengembangan teori graf baik murni maupun terapan. Sebagai contoh penelitian yang dilakukan oleh Harary dan Palmer yang di publikasikan pada tahun 1973 mengenai perhitungan banyaknya graf. Namun penelitian yang dilakukannya belum bisa memberikan banyak solusi untuk perhitungan graf seperti untuk menghitung banyaknya graf terhubung maupun tak terhubung yang berlabel tanpa garis paralel yang dapat dibentuk dari n titik dan m garis yang diberikan.

Jika diberikan graf berlabel dengan n titik dan m garis maka banyak graf yang terbentuk, baik terhubung atau tidak. Sebagai contoh, diberikan n= 3 dan m= 2 jumlah graf yang terbentuk adalah 3 graf terhubung dan 18 graf tak terhubung yang dapat dilihat dalam gambar berikut:





Gambar 1.1. Graf dengan tiga titik dan dua garis

Selanjutnya, Arifah pada tahun 2015 berhasil menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan jumlah titik n= 3; dengan jumlah garis m ≥ 2 dan n= 4; m ≥ 3. Oleh karenanya penulis tertarik untuk meneliti banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n= 5 serta m ≥ 4.

1.2 Batasan Masalah

Pada penelitian ini pembahasan hanya dibatasi untuk graf terhubung berlabel tanpa garis paralel berorde lima dan garis lebih besar atau sama dengan empat.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan titik sebanyak $n = 5$ dan garis sebanyak $m \geq 4$.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Memperluas pengetahuan teori graf khususnya graf terhubung.
2. Sebagai rujukan atau sumber referensi bagi pembaca untuk penelitian selanjutnya dan dapat memberikan motivasi dalam mempelajari dan mengembangkan ilmu matematika dibidang teori graf.

II. TINJAUAN PUSTAKA

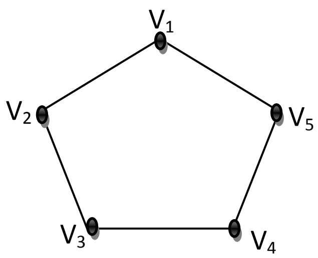
Pada bab ini akan diberikan beberapa definisi, istilah-istilah yang berhubungan dengan materi yang akan dibahas pada penelitian ini.

2.1 Konsep Dasar Teori Graf

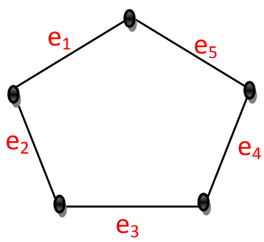
Adapun konsep dasar teori graf yang perlu diketahui sebelumnya adalah mengenai graf, graf terhubung dan tak terhubung, *loop,* garis paralel, dan graf sederhana, *adjacent* (bertetangga) dan *incident* (menempel), *walk*, *path*, dan *cycle*, serta *degree* (derajat) dan isomorfis.

Suatu graf G(V, E) didefinisikan sebagai pasangan terurut (V, E) dengan V adalah himpunan berhingga yang tak kosong dan memuat elemen-elemen yang disebut *vertex* atau titik, dan E adalah himpunan elemen-elemen (mungkin kosong) graf yang berbentuk garis atau disebut *edge* yang menghubungkan setiap titik di G (Deo, 1989).

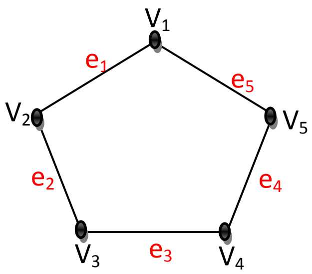
Graf berlabel adalah graf yang setiap titiknya diberi nilai atau label. Label pada tiap titik dapat berbeda-beda bergantung pada masalah yang dimodelkan dengan graf. Label yang diberikan pada titik disebut sebagai pelabelan titik, label yang diberikan pada tiap garis disebut pelabelan garis, dan jika label diberikan pada tiap garis dan titik disebut sebagai pelabelan total (Munir, 2005).



Gambar 2.1 Contoh graf dengan pelabelan titik

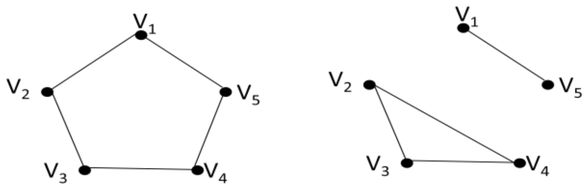


Gambar 2.2 Contoh graf dengan pelabelan garis



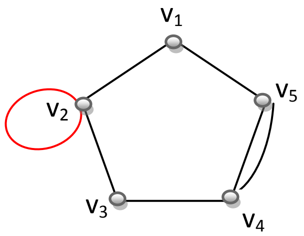
Gambar 2.3 Contoh graf dengan pelabelan total

Graf tak berarah G disebut graf terhubung (*connected graph*) jika untuk tiap pasangan *vertex* *u* dan *v* di dalam himpunan V terdapat garis yang menghubungkan dari *u* ke *v*, jika tidak maka disebut graf tak terhubung (Munir, 2005).

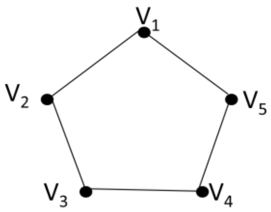


Gambar 2.4. Contoh graf terhubung dan graf tak terhubung

Loop adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, garis paralel adalah dua garis atau lebih yang titik-titik ujungnya sama, dan graf sederhana adalah suatu graf tanpa *loop* atau garis paralel (Deo, 1989).



Gambar 2.5. Contoh graf berlabel titik dengan *loop* dan garis paralel



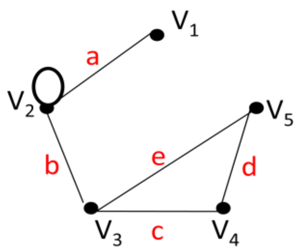
Gambar 2.6. Contoh graf berlabel titik sederhana

Suatu garis dikatakan menempel (*incident*) dengan titik *u* jika titik *u* merupakan salah satu ujung dari garis tersebut. Dua titik *u*, *v* dikatakan bertetangga (*adjacent*) satu sama lain jika kedua titik tersebut dihubungkan oleh garis yang sama dan dinotasikan dengan (*u*, *v*) (Deo, 1989).

Pada Gambar 2.3. titik v_1 bertetangga dengan v_2 dan v_5, titik v_2 bertetangga dengan v_1 dan v_3, titik v_3 bertetangga dengan v_2 dan v_4, titik v_4 bertetangga dengan v_3 dan v_5, dan titik v_5 bertetangga dengan v_4 dan v_1. Garis e_1 menempel pada titik v_1 dan $v_{2,}$.

Walk adalah barisan berhingga dari suatu titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik, sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *close walk*. *Walk* yang melewati titik yang berbeda-beda disebut sebagai *path* (lintasan). *Path* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle* (Deo, 1989).

Contoh:



Gambar 2.7 . Contoh graf dengan lima titik dan enam garis

Contoh *Walk* : v_1 a v_2 b v_3 c v_4 d v_5 e v_3

Path : v_2 b v_3 c v_4 d v_5

Cycle : v_3 c v_4 d v_5 e v_3

Banyaknya garis yang menempel pada satu titik, dengan *loop* dihitung sebagai dua garis disebut sebagai derajat (*degree*) dari suatu titik. *Degree* dari suatu titik dinotasikan dengan $d(v_i)$, dengan i adalah label dari titik.

Lemma 2.1 (Deo,1989) : Misalkan G(V,E) adalah graf terhubung dengan $|E| = e$, maka:

$$\sum_{i=1}^{n} d(V_i) = 2e$$

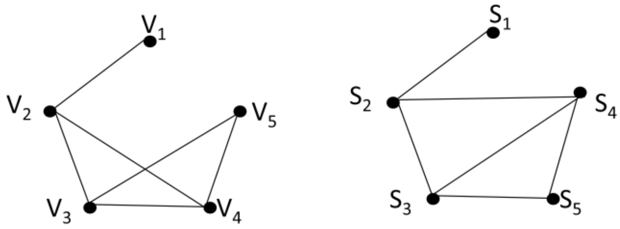
Teorema 2.1 (Deo, 1989) : Untuk sembarang graf G, banyaknya titik yang berderajat ganjil selalu genap.

Bukti: Misalkan V_{genap} dan V_{ganjil} masing-masing adalah himpunan-himpunan titik yang berderajat genap dan berderajat ganjil pada G(V,E), maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} d(V_1) = \sum_{V_{genap}} d\left(V_j\right) + \sum_{V_{genap}} d(V_k)$$

Karena $d(V_1)$ untuk V_j € V_{genap}, maka suku pertama dari ruas kanan persamaan harus bernilai genap. Ruas kiri persamaan juga harus bernilai genap. Nilai genap pada ruas kiri hanya benar bila suku kedua dari ruas kanan juga harus genap. Karena $d(V_k)$ V_k untuk setiap € V_{ganjil}, maka banyaknya titik V_k di dalam V_{ganjil} harus genap agar jumlah seluruh derajatnya bernilai genap agar jumlah seluruh derajatnya bernilai genap. Jadi banyaknya titik yang berderajat ganjil selalu genap.

Dua graf dikatakan isomorfis jika memiliki jumlah garis dan titik yang sama dan mempertahankan sifat ketetanggaannya walaupun digambarkan dengan cara yang berbeda (Deo, 1989).



Gambar 2.8. Contoh graf yang saling isomorfis

Kedua graf di atas isomorfis karena:

1. Banyaknya titik dan garisnya sama yaitu 5 titik dan 6 garis
2. Banyaknya derajat tiap titiknya sama yaitu 1 titik berderajat 1, 1 titik berderajat 2, dan 3 titik berderajat 3
3. Mempertahankan ketetanggaan. Hal ini dapat di lihat dengan mendefinisikan suatu fungsi $f: v - s$

   $v_1 - s_1$

   $v_2 - s_2$

   $v_3 - s_3$

   $v_4 - s_4$

   $v_5 - s_5$

2.2 Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Adapun yang menjadi konsep dasar teknik pencacahan adalah:

1. Faktorial

   Misalkan n adalah bilangan bulat positif. Besaran n! (dibaca n faktorial) didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara n hingga 1, dan dinotasikan dengan

   $$n! = n(n-1)(n-2)\ldots 1$$

   (Ayres dan Schmidt, 2004).

2. Permutasi

   Permutasi *r* objek dan *n* objek adalah suatu urutan *r* objek yang diambil dari *n* objek yang berbeda yang dapat dibentuk, dan dinotasikan dengan

   $$\mathrm{P}(\mathrm{n},\mathrm{r}) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

   (Munir, 2005).

   Contoh:

   Misalkan dalam suatu himpunan mahasiswa terdapat 10 calon yang mengajukan diri sebagai ketua dan wakil ketua himpunan tersebut. Ada berapa cara untuk memilih ketua dan wakil ketua himpunan tersebut?

   Solusi:

   Untuk memilih ketua angkatan ada 10 cara. Sedangkan untuk memilih wakil ketuanya, sisa dari calon yang ada yaitu 9 calon. Maka banyaknya cara yang dapat dilakukan adalah 10 . 9 = 90 cara.

   $$P_{(10,2)} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10.9.8!}{8!} = 90$$

3. Kombinasi

Kombinasi *r* elemen dari n elemen adalah jumlah pemilihan yang tidak terurut *r* elemen yang diambil dari n elemen n ≥ r, dan dinotasikan dengan

$$C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

(Munir, 2005).

Contoh:

Seorang pelatih sepak bola akan memilih komposisi pemain yang akan diturunkan dalam pertandingan. Terdapat 15 orang pemain yang dapat dipilih. Ada berapa cara untuk membentuk tim?

Penyelesaian:

Dalam hal ini urutan pemilihan tidak diperhatikan, yang menjadi pokok permasalahan adalah siapa saja yang akan dipilih. Sehingga, banyaknya tim yang dapat dibentuk dapat dicari dengan kombinasi 15 objek yang diambil 11 secara bersamaan.

$$C_{11}^{15} = \frac{15\,!}{11!(15-11)!} = 1.365 \text{ cara}$$

4. Barisan Aritmatika Orde Tinggi

Suatu fungsi yang domainnya merupakan semua bilangan bulat disebut barisan dan dinotasikan dengan $\{a_n\}$ (Rosen, 2012).

Secara umum, barisan dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_n$$

Contoh :

3, 6, 9, 12, ...

Barisan dibagi menjadi dua yaitu barisan aritmatika dan barisan geometri. Barisan yang berbentuk $a, ar, ar^2, \ldots\ , ar^n, \ldots$, dengan a dan r adalah bilangan riil serta r merupakan rasio (beda) disebut sebagai barisan geometri (Rosen, 2012).

Contoh:

3, 6, 12, 24, ..., dengan a = 3 dan r = 2

Barisan yang berbentuk $a, a + d, a + 2d, \ldots\ , a + nd, \ldots.$, dengan a dan d adalah bilangan riil serta d merupakan beda disebut barisan arimatika (Rosen, 20012).

Contoh:

5, 8, 11, 14, ... , dengan a = 5 dan d = 3

Jika diberikan suatu barisan bilangan $\{a_n\}$ sebagai berikut:

$a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots a_r$ (1)

Beda pertama dari barisan (1) adalah:

$D_0^1, D_1^1, D_2^1, D_3^1, \ldots, D_r^1$ dengan $D_r^1 = a_{r+1} - a_r$

Secara rekurensi didefinisikan beda orde ke k dari barisan (1) dengan orde k-1 sebagai beda sebelumnya:

$D_0^k, D_1^k, D_2^k, D_3^k, \ldots, D_r^k$ dengan $D_r^k = D_{r+1}^{k-1} - D_r^{k-1}$

Hal itu valid untuk k = 1 jika $a_r = D_r^0$

(Alonso, 2000).

III. METODE PENELITIAN

Pada bab ini akan diberikan teorema yang berhubungan dengan penelitian, tempat dan waktu penelitian serta metode penelitian yang digunakan.

3.1 Penelitian yang Telah Dilakukan

Diberikan *n*, *m* € *N* dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$

1. Graf g_n yang merupakan graf sederhana dengan *n* sebagai titiknya, maka banyaknya graf g_n adalah

$$g_n = 2^{\binom{n}{2}}$$

2. Graf g_n (m) dari graf sederhana dengan *n* sebagai titik dan *m* sebagai garis, maka banyaknya graf $g_n(m)$ adalah

$$g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m}$$

(Agreusson dan Raymon, 2007).

Arifah (2015) mendapat hasil sebagai berikut:

Diberikan n, m € N dengan m≥ n-1

1. Graf $G(l)_{n,m}$ dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n titik sebanyak 3 dan m sebagai garis maka banyaknya graf $G(l)_{n,m}$adalah

$$G(l)_{3,m} = \binom{2m-1}{2}$$

2. Graf $G(l)_{n,m}$ dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n titik sebanyak 4 dan m= 3 sebagai garis maka banyaknya graf $G(l)_{n,m}$adalah

$$G(l)_{4,3} = 16$$

3. Graf $G(l)_{n,m}$ dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n titik sebanyak 4 dan m> 3 sebagai garis maka banyaknya graf $G(l)_{n,m}$adalah

$$G(l)_{4,m} = \binom{3(m-1)}{3} 3 \binom{m-1}{3} \binom{m+1}{3}$$

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

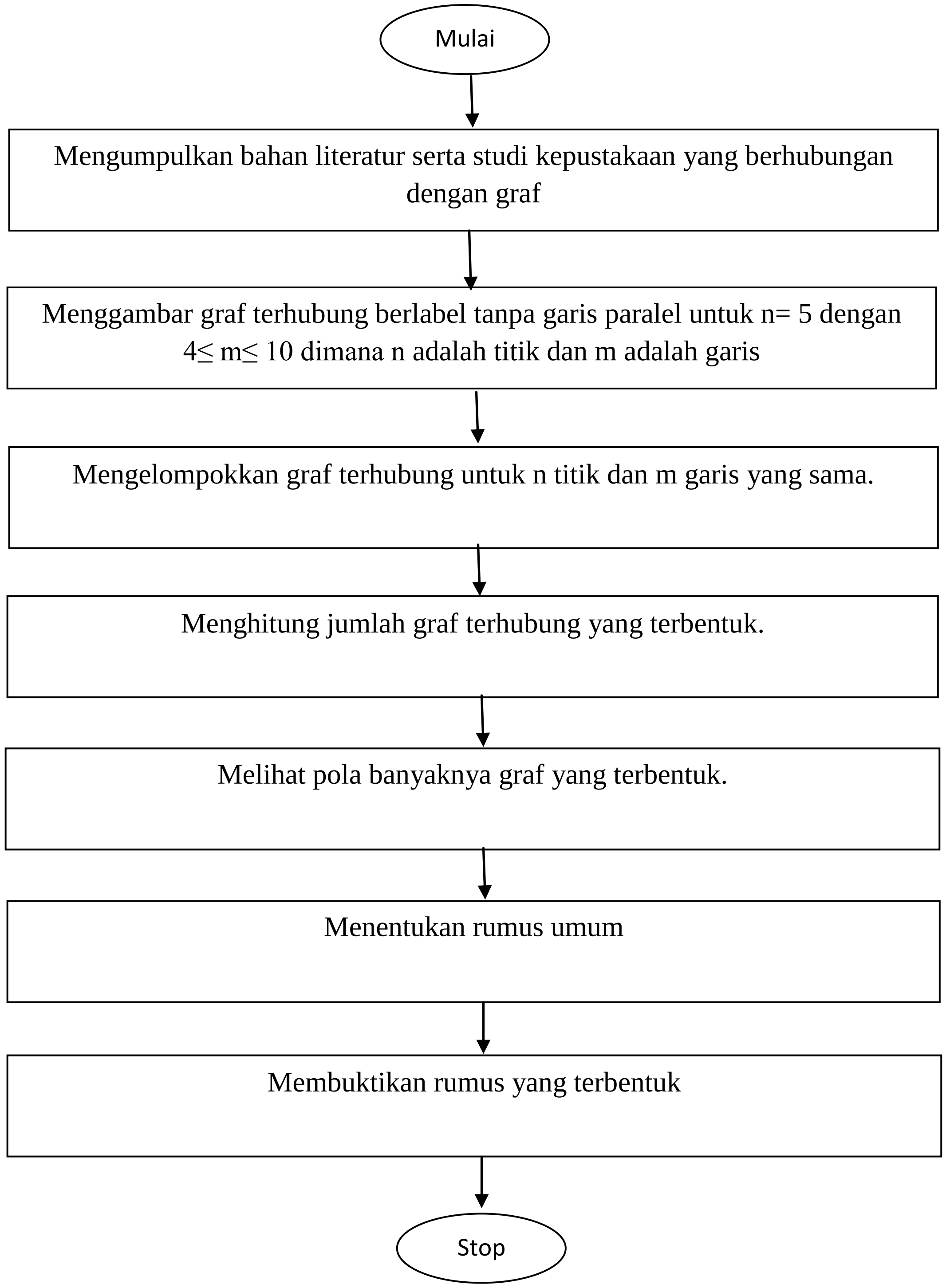
Penelitian ini dilakukan pada tahun ajaran 2014/2015 di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Mengumpulkan bahan literatur serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan graf.
2. Menggambar graf terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk n= 5 dengan 4≤ m≤ 10 dimana n adalah titik dan m adalah garis.
3. Mengelompokkan graf terhubung untuk n titik dan m garis yang sama.
4. Menghitung jumlah graf terhubung yang terbentuk.
5. Melihat pola banyaknya graf yang terbentuk.
6. Menentukan rumus umum.
7. Membuktikan rumus yang terbentuk.
8. Menarik kesimpulan.

Penyajian metode penelitian dalam bentuk diagram alir:



Gambar 3.1. Diagram prosedur penelitian

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan observasi dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan orde 5 berdasarkan jumlah g, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk n= 5 ; g= 4

$$N(Gl_{n,m,4}) = 125 \times \binom{m}{4}$$

2. Untuk n=5 ; g= 5

$$N(Gl_{n,m,5}) = 222 \times \binom{m-1}{4}$$

3. Untuk n= 5; g= 6

$$N(Gl_{n,m,6}) = 205 \times \binom{m-2}{4}$$

4. Untuk n= 5; g= 7

$$N(Gl_{n,m,7}) = 110 \times \binom{m-3}{4}$$

5. Untuk n= 5; g= 8

$$N(Gl_{n,m,8}) = 45 \times \binom{m-4}{4}$$

6. Untuk n= 5; g= 9

$$N(Gl_{n,m,9}) = 10 \times \binom{m-5}{4}$$

7. Untuk n= 5; g= 10

$$N(Gl_{n,m,10}) = 1 \times \binom{m-6}{4}$$

Jumlah graf terhubung berlabel tanpa garis paralel berorde lima secara umum dapat dicari dengan;

$$N(Gl_{n,m}) = \sum_{g \geq n-1}^{m} N(Gl_{n,m,g})$$

dengan:

n = jumlah titik pada graf

m = jumlah garis pada graf

g = jumlah garis bukan *loop*

5.2. Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan untuk menentukan rumus umum jumlah graf terhubung berlabel berorde lebih besar dari lima tanpa garis paralel.

DAFTAR PUSTAKA

Agreusson, G. and Raymon, D.G. 2007. *Graph Theory Modeling, Applications, And Algorithms.* Pearson/Prentice education Inc., New Jerse.

Alonso, J. 2000. *Arithmetic Sequences Of Higher Order*. http://www.fq.math.ca/Scaned/14-2/alonso.pdf. Diakses Tanggal 23 November 2015, pukul 11.00.

Arifah, N. Umi. 2015. Penentuan Banyaknya Graf Terhubung Berlabel Tanpa Garis Paralel Dengan Banyaknya Titik Tiga Atau Empat. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Ayres, F.J dan Schmidt, P.A. 2004. *Matematika Universitas*. Edisi Ketiga. Erlangga, Jakarta.

Deo, N. 1989. *Graph Theory with Application to engineering and computer science*. Prentice Hall Inc., New York.

Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit.* Edisi Ketiga. Informatika Bandung, Bandung.

Rosen, H. Kenneth. 2012. *Discrete Mathematics and its Applications*. McGraw-Hill. New York. USA