PENGKAJIAN HIPOTESIS MODEL LINEAR
DENGAN METODE *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS* (SUR)
BERDASARKAN KAJIAN SIMULASI

(Skripsi)

Oleh

RENY CANDRA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PEMNGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2015

ABSTRACT

THE EXAMINATION HYPOTHESIS OF LINEAR MODEL USING SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS (SUR) METHOD BASE ON SIMULATION TEST

By

Reny Candra

The application of the linear model theory on simultan equation, sometime the assumption are violate. This can cause that Ordinary Least Square (OLS) is not efficient. Model Seemingly Unrelated Regressions (SUR) one of the model that can be used to analize the simultan equation. The method of Generalized Least Square (GLS) can be used to estimate the SUR model. The aim of this study is to test the hypothesis of SUR by using Likelihood Ratio Test (LRT). In this study, the simulation result are presented.

Keywords : Linear Model, Generalized Least Square (GLS), Seemingly Unrelated Regressions (SUR), dan Likelihood Ratio Test (LRT).

ABSTRAK

PENGKAJIAN HIPOTESIS MODEL LINEAR DENGAN METODE *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS* (SUR) BERDASARKAN KAJIAN SIMULASI

Oleh

Reny Candra

Penerapan teori model linear pada model persamaan simultan memungkinkan terjadinya pelanggaran asumsi klasik. Hal ini menyebabkan penggunaan metode penduga *Ordinary Least Square* (OLS) menjadi tidak efisien. Model *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR) merupakan salah satu contoh model persamaan simultan yang dikembangkan oleh Zellner dimana galat dari persamaan yang berbeda saling berkorelasi. Sehingga pada model SUR terjadi pelanggaran asumsi klasik, dimana galat menjadi tidak konstan, dan terjadi autokorelasi. Metode penduga *Generalized Least Square* (GLS) yang digunakan untuk mencari penduga parameter pada model SUR.Tujuan dari penelitian ini adalah menguji hipotesis model SUR dengan menggunakan *Likelihood Ratio Test* (LRT). Pada penelitian ini dilakukan simulasi pengujian hipotesis.

Kata Kunci : Model Linear, *Generalized Least Square* (GLS), *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR), dan *Likelihood Ratio Test* (LRT).

PENGKAJIAN HIPOTESIS MODEL LINEAR DENGAN METODE *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS* (SUR) BERDASARKAN KAJIAN SIMULASI

Oleh

RENY CANDRA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2015

Judul Skripsi	:	**PENGKAJIAN HIPOTESIS MODEL LINEAR DENGAN METODE *SEEMINGLY UNRELATED REGRESSIONS* (SUR) BERDASARKAN KAJIAN SIMULASI**
Nama Mahasiswa	:	Reny Candra
No. Pokok Mahasiswa	:	0817031048
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Mustofa Usman, Ph.D.
NIP 19570101 198404 1 001

Widiarti, S.Si., M.Si.
NIP 19800502 200501 2 003

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Mustofa Usman, Ph.D.** ....

   Sekretaris : **Widiarti, S.Si., M.Si.** ....

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Warsono, Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Suharso, Ph.D.
NIP 19690530 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **28 Desember 2015**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

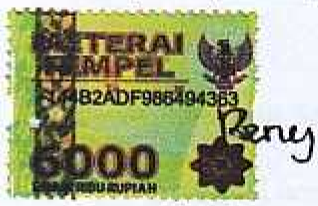
Saya yang bertandatangan di bawah ini :

Nama	: **Reny Candra**
Nomor Pokok Mahawiswa	: **0817031048**
Jurusan	: **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, Januari 2016

Yang Menyatakan,



Reny Candra
NPM. 0817031048

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 7 Oktober 1990, sebagai anak ketiga dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Afrizal Chan dan Ibu Ernawati.

Penulis memulai pendidikan di Taman Kanak-Kanak Budi Bhakti/Kartika II-26 Bandar Lampung pada tahun 1995, kemudian melanjutkan pendidikan Sekolah Dasar di SD Kartika II-5 Bandar Lampung yang diselesaikan pada tahun 2002, kemudian Sekolah Menengah Pertama di SMP Kartika II-2 Bandar Lampung yang diselesaikan pada tahun 2005, dan Sekolah Menengah Atas di SMA Yayasan Pembina Universitas Lampung (YP UNILA) yang diselesaikan pada tahun 2008.

Tahun 2008, penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Seleksi Nasional Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SNMPTN). Selama menjadi mahasiswa penulis aktif di organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) periode 2010-2011 sebagai Sekretaris di Bidang Eksternal. Pada tahun 2011, penulis telah melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) Tematik di Desa Neki Kecamatan Banjit Kabupaten Way Kanan.

PERSEMBAHAN

Kupersembahkan skripsi Ini Untuk

Mama, Papa, Nenek, dan Abak (Alm)

Yang telah menunggu dengan sabar

Serta keluarga, sahabat, dan semua yang telah mendoakan

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat ALLAH SWT. atas berkat, rahmat, dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pengkajian Hipotesis Model Linier dengan Metode *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR) Berdasarkan Kajian Simulasi”. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada :

1. Mama dan Papa yang tanpa lelah memberikan segala bentuk dukungan, motivasi serta senantiasa mendoakan penulis.
2. Bapak Mustofa Usman, Ph.D., selaku dosen pembimbing utama dan pembimbing akademik yang telah memberikan arahan, bantuan, saran, serta waktunya selama penulis menjadi mahasiswa maupun dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Widiarti, M.Si., selaku dosen pembimbing pendamping yang telah memberikan bantuan, motivasi, saran serta waktunya dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Warsono, Ph.D., selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Tiryono Ruby, Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
6. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.

7. Bapak Prof.Warsito, S.Si., DEA., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
8. Bapak dan Ibu dosen yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat selama penulis berada di Jurusan Matematika.
9. Bunda Lusiana yang luar biasa memberikan motivasi kepada penulis, serta Seluruh Staf Jurusan Matematika dan Staf Jurusan lain yang sudah membantu penulis semasa perkuliahan.
10. Abang Faisal Rachman, Uni Sylvia, dan Adik Feri Rizki Tanjung yang selalu memotivasi dan mendoakan penulis.
11. Nenek Bahari, Emak Salmah, Abak H.Anwar Sutan Rajo Alam, dan seluruh keluarga yang selalu mendoakan yang terbaik untuk penulis.
12. Teman-teman Sepermainan : Eflin, Ike, Jihan, Lucky, Tiyas Trianafuri, Tiyas Yulita, Oki, Syaza, Tulang Adi, Made, dan seluruh teman angkatan 2008 atas kebersamaan serta bantuan semasa perkuliahan.
13. Rido, Dias, Wesly, Sepria, Bram, Asmawi, Mbak Novi, Nova, Dhia, Icha, Sherly, Meri, dan seluruh teman di Jurusan Matematika yang sudah menemani dan membantu penulis.
14. Clara, Rita, Pita, Owen, Triwid, Resti, M.Harry, Fajar, Amin, teman angkatan Ilkom 2008, 2010, dan 2011 yang sudah menemani dan membantu penulis.
15. Seluruh pihak yang telah membantu penulis.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, namun penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi yang membutuhkan.

Bandar Lampung, Januari 2016

Penulis,

Reny Candra

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Penelitian

Model linear merupakan suatu model yang menggambarkan suatu hubungan antara variabel respon dengan variabel penjelas dan berisikan beberapa parameter yang linear. Secara umum, model linear adalah $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, dimana $\mathbf{Y}$ adalah peubah acak yang teramati, $\mathbf{X}$ adalah matriks peubah penjelas, $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter, dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor galat yang diasumsikan berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan matriks kovarians σ^2.

Menurut Khuri (2010) model linear telah banyak digunakan sebagai teknik analisis statistik dalam berbagai bidang penelitian. Sedangkan teori model linear pun telah berperan dalam pengembangan beberapa teknik analisis statistik seperti analisis regresi, analisis varians, rancangan percobaan, analisis multivariate, analisis time series, serta analisis kurva pertumbuhan. Teori model linear dalam berbagai penelitian, umumnya merupakan penerapan dari model persamaan tunggal, yaitu model yang memiliki hubungan satu arah atau model dimana variabel penjelasnya dapat menjelaskan ketergantungan variabel respon. Salah satu contoh model linear ini adalah model linear dari model regresi linear sederhana. Model persamaan simultan merupakan model hubungan dua arah atau model dengan variabel penjelasnya bukan hanya menjelaskan ketergantungan variabel respon, namun variabel penjelas dari suatu persamaan dapat menjadi variabel respon pada persamaan yang lain.

Estimasi parameter pada model linear dari suatu sistem persamaan tunggal dengan metode kuadrat terkecil mungkin akan menghasilkan penduga yang baik apabila model tersebut telah memenuhi asumsi-asumsi dasar dari model linear. Adapun asumsi-asumsi dasar tersebut menurut Sitepu dan Sinaga (2006), yaitu :

1. Galat berdistribusi normal dengan nilai tengah nol.
2. Varian dari galat adalah konstan (homokedasitas).
3. Galat dari pengamatan yang berbeda-beda saling bebas atau tidak terjadi autokorelasi.
4. Tidak ada hubungan linear antara variabel penjelas dengan kata lain tidak ada multikolinearitas.

Dalam kenyataannya, tidak semua model linear akan memenuhi semua asumsi dasar tersebut. Namun, tidak sedikit pula metode penelitian yang berkembang untuk menangani kasus-kasus pelanggaran asumsi untuk model persamaan tunggal yang diterapkan pada model linear. Sama halnya dengan model persamaan tunggal, model persamaan simultan mungkin akan menghasilkan penduga yang baik apabila model tersebut telah memenuhi asumsi-asumsi dasar dari model linear.

Pada model persamaan simultan, penggunaan metode kuadrat terkecil untuk mengestimasi parameter pada model ini akan menjadi tidak efisien karena akan menyebabkan penduga menjadi bias dan tidak konsisten. Jika dilihat dari bentuk hubungannya saja, model persamaan simultan yang mempunyai hubungan dua arah dapat memberikan kemungkinan terjadi pelanggaran asumsi dimana galat menjadi tidak konstan, dan terjadi autokorelasi. Oleh karena itu penggunaan metode kuadrat terkecil bukanlah metode yang cocok digunakan pada model persamaan simultan. Metode *Seemingly Unrelated Regression* (SUR) biasanya digunakan untuk model persamaan simultan yang mana galat dari tiap-tiap persamaan saling berhubungan. Sehingga metode SUR merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi penyimpangan asumsi pada model persamaan simultan. Oleh karena itu penulis ingin membahas penerapan metode SUR dari model persamaan simultan pada pengkajian model linear. Pengkajian secara manual dilakukan dengan bantuan *software* R 3.2.2.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji parameter dari model linear dengan metode *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR).
2. Mengkaji hipotesis dari model linear dengan metode SUR berdasarkan kajian simulasi yang menggunakan bantuan *software* R 3.2.2.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Linear Umum

Menurut Mustofa dan Warsono (2009) model linear umum adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

dengan :

Y adalah vektor peubah acak $nx1$ yang teramati.

X adalah matriks nxp dengan unsur-unsurnya bilangan tertentu yang diketahui $(n > p)$.

β adalah vektor parameter $px1$ yang tidak diketahui.

ε adalah vektor peubah acak $nx1$ yang tidak teramati, dengan E (ε) = 0 dan cov (ε) = ∑.

Model linear umum mempunyai pengertian-pengertian khusus yang bergantung pada distribusi dari ε, struktur matriks kovarian ∑, dan peringkat struktur dari matriks X. Jika peringkat atau rank dari matriks X sama dengan jumlah kolomnya dinamakan berperingkat penuh dan jika peringkat matriksnya tidak penuh maka modelnya dinamakan model tidak penuh (*non-full rank model*).

Kasus 1. ε berdistribusi normal dengan nilai tengah nol dan matriks kovarians $\sigma^2 I$, dengan $\sigma^2 > 0$ tidak diketahui, secara simbolik dilambangkan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$.

Kasus 2. Distribusi ε tidak diketahui, tetapi mempunyai nilai tengah nol dan matriks kovarians $\sigma^2 I$, dengan $\sigma^2 > 0$ tidak diketahui. Diasumsikan ruang parameter untuk kasus-kasus tersebut adalah **Ω**, dengan :

$$\Omega = \left\{(\beta, \sigma^2), \beta\ dalam\ E_p, \sigma^2 > 0\right\}$$

Untuk kasus pertama yang sering disebut teori normal, seringkali digeneralisasikan dengan ε berdistribusi $N(0,\sigma^2 V)$, dengan $\sigma^2 > 0$ tidak diketahui dan V matriks yang diketahui nilainya. Untuk kasus kedua seringkali asumsi-asumsi yang kaku disyaratkan seperti misalnya Y_i adalah independen dan berdistribusi identik dengan fungsi distribusi kumulatif yang kontinu (Usman dan Warsono,2009).

Asumsi-asumsi dasar model linear menurut Sitepu dan Sinaga (2006), yaitu :

1. Galat berdistribusi normal dengan nilai tengah nol.
2. Varian dari galat adalah konstan (homokedasitas).
3. Galat dari pengamatan yang berbeda-beda saling bebas atau tidak terjadi autokorelasi.

Tidak ada hubungan linear anatara variabel penjelas dengan kata lain tidak ada multikolinearitas.

2.2 *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR)

Seemingly Unrelated Regressions (SUR) model merupakan model multivariat regresi yang pertama kali dikembangkan oleh Zellner, dalam jurnalnya yang berjudul " *An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated and Test for Aggregation Bias*".

Menurut Zellner (1962), *Seemingly Unrelated Regressions* (SUR) model mempunyai ciri yaitu galat dari persamaan yang berbeda saling berkorelasi dan variabel independen dari persamaan yang berbeda tidak saling berkorelasi. Dalam jurnal tersebut, Zellner menerapkan analisis data *cross-section temporal* pada data investasi tahunan tersebut terdiri dari beberapa sistem persamaan regresi. Agar menghasilkan koefisien regresi yang lebih efisien, Zellner mengaplikasikan metode SUR ke seluruh persamaan. Menurut Zellner, dengan mengaplikasikan metode SUR, varian yang diperoleh lebih kecil daripada menggunakan metode biasa.

2.3 *Generalized Least Square* (GLS)

Penerapan pendugaan kuadrat terkecil B dari β pada model linear $\mathrm{Y} = \mathrm{X}\beta + \varepsilon$ dengan asumsi matriks kovariannya $\sum = \sigma^2 I$ tidak akan menghasilkan pendugaan terbaik (*best*) dalam pengertian Gauss-Markov. Dengan demikian diperlukan suatu pendekatan baru, yaitu dengan transformasi. Setelah transformasi matriks kovarian menjadi $\sigma^2 I$ dan kemudian diterapkan teorema Gauss Markov pada model yang telah ditransformasikan. Hasilnya akan merupakan BLUE (*Best Linear Unbiased Estimation*). Metode pendekatan ini merupakan metode GLS (*Generalized Least Square*).

Pendekatan Transformasi :

Jika suatu matriks Q adalah simetrik definit positif maka Q nonsingular atau Q^{-1} ada, dan karena itu ada matriks nxn nonsingular (misal P) sedemikian rupa sehingga

$$P'P = Q^{-1}$$

Pada model linear $Y = X\beta + \varepsilon$ dengan asumsi matriks kovariannya $\sum = \sigma^2\Delta$, matriks Δ adalah simetriks dan definit positif sehingga nonsingular, karena itu ada suatu matriks nxn nonsingular P sehingga $P'P = \Delta^{-1}$. Pada model linear kalikan kedua ruas dengan matriks P ini

$$PY = PX\beta + P\varepsilon$$

Sehingga matriks pengamatan setelah ditransformasikan akan berbentuk $[PY \ \ PX]$ dengan vektor galat $P\varepsilon$, dengan matriks kovarians $\sum = \sigma^2\Delta$ adalah

$$\begin{aligned} Cov(P\varepsilon) &= P\ E(\varepsilon\varepsilon')\ P' \\ &= \sigma^2 P\Delta P' \\ &= \sigma^2 P(P'P)^{-1}P' \\ &= \sigma^2 I \end{aligned}$$

Penerapan metode kuadrat terkecil pada model transformasi akan menghasilkan persamaan normal sebagai berikut:

$$X'P'PY = X'P'PX\ B$$

dengan B adalah kuadrat terkecil untuk β berdasarkan model transformasi. Karena $X'P'PY$ adalah matriks definit positif jika X mempunyai peringkat kolom penuh (*full column rank*) sehingga $X'P'PY$ adalah nonsingular dan $P'P = \Delta^{-1}$.

Maka solusinya adalah

$$B = (X'P'PX\ )^{-1}X'P'PY$$

atau

$$B = (X'\Delta^{-1}X\ )^{-1}X'\Delta^{-1}Y$$

Persamaan terakhir ini dinamakan penduga kuadrat terkecil umum (*Generalized Least Square*) (Usman dan Warsono, 2009).

2.4 Pendugaan Parameter

Menurut Miller dan Miller (1999), ketika menggunakan nilai statistik untuk memperkirakan parameter populasi maka nilai itu disebut penduga titik (*point estimation*). Suatu penduga dikatakan penduga titik karena hanya memberikan satu nilai atau satu titik yang digunakan untuk menduga parameter. Penduga adalah suatu statistik yang digunakan untuk menduga parameter populasi. Ada berbagai macam sifat penduga yang dapat digunakan untuk menentukan penduga yang paling tepat dalam situasi tertentu, yang akan menjelaskan resiko terkecil, yang akan memberikan banyak informasi dengan biaya rendah, dan sebagainya. Sifat-sifat penduga tersebut adalah sebagai berikut:

1. Tak Bias

   Suatu statistik $\hat{\theta}$ dikatakan penduga tak bias dari parameter θ jika dan hanya jika nilai harapannya harus sama dengan parameter yaitu E (θ) = θ. Selain itu, jika nilai harapan statistiknya tidak sama dengan parameter maka penduga dikatakan berbias.

2. Varians Minimum

   Suatu statistik $\hat{\theta}$ merupakan penduga tak bias dari θ dan

$$var(\hat{\theta}) \geq \frac{1}{n.E\left[\left(\frac{\partial \ln f(X)}{\partial \theta}\right)^2\right]}$$

   Maka $\hat{\theta}$ adalah penduga varians minimum tak bias dari θ.

3. Konsisten

Suatu statistik $\hat{\theta}$ dikatakan penduga konsisten jika $\hat{\theta}$ mendekati nilai parameter θ yang sebenarnya dengan semakin besarnya ukuran sampel $(n \to \infty)$ sehingga varians θ semakin kecil $(var(\hat{\theta}) \to 0)$. Secara formal, suatu statistik $\hat{\theta}$ dikatakan penduga konsisten dari θ jika :

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\hat{\theta} - \theta| < \delta\} = 1$$

dengan $\delta > 0$.

4. Statistik Cukup

Suatu statistik $\hat{\theta}$ merupakan *sufficient estimator* dari parameter θ jika dan hanya jika untuk setiap nilai θ distribusi probabilitas bersyarat atau kepadatan dari sampel acak $X_1, X_2, \dots, X_n$, mengingat $\hat{\theta} = \theta$, tidak bergantung pada θ . Suatu statistik $\hat{\theta}$ adalah statistik cukup penduga dari parameter θ jika dan hanya jika distribusi probabilitas gabungan atau kepadatan dari sampel acak dapat diperhitungkan sehingga :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}) = g(\hat{\theta}, \theta).\, h(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

dimana $g(\hat{\theta}, \theta)$ hanya bergantung pada $\hat{\theta}$ dan θ, serta $h(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tidak bergantung pada θ (Miller dan Miller, 1999).

5. Kelengkapan

Misal peubah acak Z baik tipe kontinu ataupun tipe diskrit mempunyai fungsi kepekatan peluang (fkp) yang merupakan salah satu dari keluarga $\{h(z; \theta) : \theta \in \Omega\}$. Jika kondisi $E[u(Z)] = 0$, untuk setiap $\theta \in \Omega$, maka u(z) terpenuhi kecuali pada suatu yang peluangnya nol untuk setiap fkp

$h(z;\theta):\theta \epsilon \Omega$, maka keluarga $\{h(z;\theta):\theta \epsilon \Omega\}$ disebut *complete family* dari fungi kepekatan peluangnya (Hogg and Craig, 1995).

2.5 *Estimable*

Definisi: *Estimable* dari fungsi linear parametrik

Fungsi linear parametrik $\lambda'\beta$ dimana,

$$\lambda' = [\lambda_1, \dots, \lambda_p] \tag{2.5.1}$$

dikatakan *estimable* jika terdapat paling sedikit satu fungsi linear dari pengamatan $u'y$, dimana

$$u' = [u_1, \dots, u_n] \tag{2.5.2}$$

Sehingga $E(u'y)$ sama persis dengan $\lambda'\beta$.

Melalui "sama persis dengan $\lambda'\beta$", kita melihat sama dengan $\lambda'\beta$, berapapun nilai dari β. Kita simbolkan ini dengan $E(u'y) = \lambda'\beta$, maka melalui persamaan (2.1), disubstitsikan dengan $E(y)$, kita memiliki :

$$E(u'y) = \lambda'\beta$$

$$\leftrightarrow \qquad u'X\beta = \lambda'\beta \tag{2.5.3}$$

Maka dari itu, $u'X = \lambda'$. [kita dapat mengambil β menjadi $[1, 0, \dots, 0]'$, $[0, 1, \dots, 0]'$, ..., $[0, 0, \dots, 1]'$, untuk menunjukkan bahwa masing-masing elemen dari $u'X$ adalah elemen yang berhubungan dari λ' dan juga $u'X = \lambda'$].

Ini berarti λ' adalah kombinasi linear dari baris X. Sebaliknya, jika $u'X = \lambda'$,

$$E(u'y) = u'X\beta = \lambda'\beta$$

dan berdasarkan definisi *estimable*, $\lambda'\beta$ *estimable* (Kshirsagar,1983).

2.6 Pengujian Hipotesis

Pengujian hipotesis adalah suatu prosedur yang didasarkan kepada bukti sampel dan teori probabilita yang dipakai untuk menentukan apakah hipotesis yang bersangkutan merupakan pernyataan yang wajar dan oleh karenanya tidak ditolak, atau hipotesis tersebut tidak wajar dan oleh karena itu harus ditolak (Dason dan Lind,1996).

Dalam pengujian hipotesis dikenal dua jenis kesalahan, yaitu: kesalahan jenis I dan kesalahan jenis II. Kesalahan jenis I adalah kesalahan yang terjadi akibat menolak hipotesis nol, H_o, padahal seharusnya H_o adalah benar. Sedangkan kesalahan hipotesis II adalah kesalahan yang terjadi akibat tidak menolak hipotesis nol padahal hipotesis tersebut adalah salah. Peluang terjadinya kesalahan jenis I dilambangkan dengan α yang disebut juga sebagai taraf nyata (*level of significance*). Sedangkan peluang terjadinya kesalahan jenis II dilambangkan dengan β. Atau dapat dituis sebagai berikut:

$$\alpha = \mathrm{P}\ (\ \mathrm{Tolak}\ \mathrm{H}_0\ |\mathrm{H}_0\ \mathrm{benar})$$

$$\beta = \mathrm{P}\ (\mathrm{Tidak\ tolak}\ \mathrm{H}_0\ |\mathrm{H}_0\ \mathrm{salah})$$

Peluang menyatakan untuk menolak H_o dimana H_o salah yang dilambangkan $1-\beta$ disebut dengan kekuatan pengujian (*power of the test*) (Gujarati,1997).

Definisi : *Testable*

Suatu Hipotesis H_0 dikatakan *testable* apabila terdapat himpunan fungsi *estimable*, misal $h_1'\beta$, $h_2'\beta$, ..., $h_m'\beta$ sedemikian sehingga H_0 benar jika dan hanya jika

$$h_1'\beta = h_2'\beta = ... = h_m'\beta = 0$$

dengan $h_1'\beta$, $h_2'\beta$, ..., $h_m'\beta$ bebas linear (Usman dan Warsono, 2009).

Teorema : Statistik Uji *Generalized Likelihood Ratio* (GLR)

Menurut Usman dan Warsono (2009), dalam model linear, misalkan Hβ (H diketahui) adalah himpunan q yang bebas linear independen *estimable* fungsi β. $\mathit{\Lambda}$ adalah *generalized likelihood ratio test* untuk menguji hipotesis H_0: Hβ=0 dengan alternatif Ha: Hβ≠0 disajikan dalam bentuk

$$\Lambda = \frac{(\mathrm{H}\hat{\beta})'[\mathrm{H}(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{c}\mathrm{H}']^{-1}(\mathrm{H}\hat{\beta})}{q\hat{\sigma}^2}$$

dengan $\hat{\beta}$ adalah sebarang solusi persamaan normal $\mathrm{X}'\mathrm{X}\hat{\beta} = \mathrm{X}'\mathrm{Y}$ dan

$$\hat{\tau} = (n-k)^{-1}(Y'Y - \hat{\beta}X'Y)$$

dan $(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{c}$ adalah sebarang c-invers$\mathrm{X}'\mathrm{X}$.

$$\mathit{\Lambda} = \left(\frac{\hat{\sigma}_{\omega}{}^2 - \hat{\sigma}_{\Omega}{}^2}{\hat{\sigma}_{\Omega}{}^2}\right)\left(\frac{n-k}{q}\right)$$

dengan $\hat{\sigma}_{\Omega}{}^2 = 1/n(Y'Y - \hat{\beta}X'Y)$ adalah MLE dari σ^2 dalam model penuh Y=Xβ+ε dan $\hat{\sigma}_{\omega}{}^2 = 1/n(Y'Y - \hat{\gamma}X'Y)$ adalah MLE dari σ^2 dalam model sederhana Y=Xγ+ε (dengan Y=Xγ+ε adalah model penuh disederhanakan oleh hipotesis H_0).

$\mathit{\Lambda}$ berdistribusi F(n-k, λ) dengan

$$\lambda = (2\sigma^2)^{-1}(\mathrm{H}\hat{\beta})'[\mathrm{H}(\mathrm{X}'\mathrm{X})^{c}\mathrm{H}']^{-1}(\mathrm{H}\hat{\beta})$$

H_0 ditolak jika dan hanya jika $\mathit{\Lambda}$ nilai perhitungannya memenuhi

$$\mathit{\Lambda} \geq F(\alpha; q, n-k)$$

Bukti (Lihat Usman dan Warsono 2009, hal 269)

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data simulasi yang dibangkitkan dengan menggunakan alat bantu software R 3.2.2, dimana sebaran datanya berdistribusi normal.

Data simulasi penelitian ini menerapkan model perekonomian yang dikembangkan oleh Prof. Lawrence R. Klein. Menurut Sitepu dan Sinaga (2006) model yang dikembangkan oleh Prof. Klein terdiri dari persamaan struktural dan persamaan identitas.

Persamaan Struktural :

$$C = a_0 + a_1 P + a_2 PLAG + a_3 WT$$

$$I = b_0 + b_1 P + b_2 PLAG + b_3 KLAG$$

$$WP = c_0 + c_1 X + c_2 XLAG + c_3 TREND$$

Persamaan Identitas :

$$X = C + I + G$$

$$P = X - WP - T$$

$$K = KLAG + I$$

$$WT = WP + WG$$

dengan keterangan:

C = Pengeluaran untuk konsumsi

P = Keuntungan usaha

G = Pengeluaran pemerintah

T = Penerimaan pajak

I = Pengeluaran untuk investasi

K = Stok barang modal

PLAG = Keuntungan tahun lalu

WT = Total pembayaran upah

WP = Pembayaran upah di sektor swasta

WG = Pembayaran upah di sektor pemerintahan

KLAG = Stok barang modal tahun lalu

X = Total output

XLAG = Total output tahun lalu

TREND = trend waktu

Data variabel bebas pada persamaan struktural ini akan dibangkitkan dengan distribusi normal sebanyak 50 data pengamatan untuk masing-masing variabelnya. Berikut adalah tabel nilai tengah dan varian untuk masing-masing variabel :

Tabel 3.1. Nilai Tengah dan Varian Untuk Variabel Bebas Persamaan Struktural

Variabel	Nilai Tengah	Varian
P	16,7	17,76
WT	41	59,37
K	200	111,68
X	59,37	117,8

Nilai Plag, Klag, dan Xlag merupakan transformasi lag dari variabel P, K, dan X. Untuk variabel tak bebas dari persamaan struktural ini diperoleh dari variabel bebas yang dikalikan dengan parameter, lalu dijumlahkan dengan galat yang datanya akan dibangkitkan dengan distribusi normal $(0,\sigma^2 S1)$ dimana S1={i/10,dengan i=1,2,..,50}. Selain S1 akan dicoba juga S2 dan S3 dimana S2={i/100,dengan i=1,2,..,50} dan S3={i/1000,dengan i=1,2,..,50}.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menduga parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan $\boldsymbol{\sigma}^2$ pada model linier.
2. Melakukan simulasi data.
3. Melakukan uji hipotesis model.

Langkah-langkah dalam simulasi adalah sebagai berikut :

1. Membangkitkan data X_1={P, Plag, WT} sebagai variabel penjelas bagi variabel respon Y_1={C}, X_2={P, Plag, Klag} sebagai variabel penjelas bagi variabel respon Y_2={I} dan X_3={X, Xlag, Trend} variabel penjelas bagi variabel respon Y_3={WP}.
2. Menetapkan $\beta_1 = \{a_0, a_1, a_2, a_3\}$ untuk model I, $\beta_2 = \{b_0, b_1, b_2, b_3\}$ untuk model II dan $\beta_3 = \{c_0, c_1, c_2, c_3\}$ untuk model III.
3. Membangkitkan data $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i{}^2 V)$; dengan i = 1, 2, dan 3.
4. Memperoleh $Y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i$; dengan i = 1, 2, dan 3.
5. Mengestimasi kembali parameter β_{OLS} dari masing-masing model yang data telah degenerate/dibangkitkan.

6. Membentuk model *cross covariance* dan model *cross correlation.*

7. Mengestimasi β_{GLS} dari model SUR linear.

8. Menguji hipotesis model

   H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$

   H1 : paling sedikit satu β yang tidak sama

BAB V

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa :

1. Penduga pada model SUR yaitu penduga yang diperoleh dari metode *Generalized Least Square*, yaitu :

$$B = (X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}y$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-p}y'[V^{-1} - V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}]y$$

2. Statistik uji GLR pada model SUR yaitu statistik uji yang diperoleh dari metode pengali *Lagrange*, yaitu:

$$\Lambda = \left(\frac{n-p}{q}\right)\left(\frac{\left(H\hat{\beta}_\Omega - h\right)' [H(X'V^{-1}X)^{-1} H']^{-1}\left(H\hat{\beta}_\Omega - h\right)}{Y'[V^{-1} - V^{-1}X(X'V^{-1}X)^{-1}X'V^{-1}]Y}\right)$$

3. Berdasarkan hasil simulasi yang diperoleh, jika nilai β semakin menjauh dari H_0 maka kuasa uji atau peluang menolak H_0 ketika H_0 salah semakin besar (mendekati satu).

DAFTAR PUSTAKA

Dason, Robert D. dan Lind, Douglas A. 1996. *Teknik Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*. Diterjemahkan Ellen G. Sitompul, dkk. Erlangga, Jakarta.

Elswick, R.K.Jr. dkk. 1991. A Simple Approach for Finding Estimable Functions in Linear Models. *Journal of The American Statistician*, Vol.45, No.1. 51-53.

Gujarati, N.D. 1997. *Ekonometrika Dasar*. Diterjemahkan Drs.Ak.Sumarno Zain, MBA. Erlangga, Jakarta.

Hoog, R.V. dan Allen, T.C. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics*. Fifth Edition. Prentice-Hall International Inc, New Jersey.

Khuri, I. A., (2010). *Linear Model Methodology*. USA: CRC Press.

Kshirsagar, M. A., (1983). *A Course in Linear Models*. USA: Marcel Dekker, Inc.

Miller, I. dan Miller, M. 1999. *John E. Freund's Mathematical Statistics*. Sixth Edition. Prentice-Hall International Inc,

Sitepu, R.K. dan Sinaga, B.M. 2006. *Aplikasi Model Ekonometrika*. IPB, Bogor.

Usman, Mustofa dan Warsono. 2009. *Teori Model Linear dan Aplikasinya*. Sinar Baru Algensindo : Bandung.

Zellner. 1962. An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions Equations and Tests for Aggregation Bias. *Journal of the American Statistical Association*.Vol. 57. 348-368.