

**ANALISIS MULTI KOVARIANS DUA ARAH
DENGAN DUA KOVARIAT**

(Skripsi)

Oleh

Novazila Safitri



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016**

ABSTRAK

ANALISIS MULTIKOVARIANS DUA ARAH DENGAN DUA KOVARIAT

Oleh

Novazila Safitri

Analisis kovarians adalah teknik statistik yang merupakan perpaduan antara analisis regresi dengan analisis varians. Tetapi analisis ini tidak dapat digunakan untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan, sehingga diperlukan teknik analisis untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan. Dalam hal ini untuk mengatasi masalah tersebut digunakan salah satu teknik analisis multivariat yaitu Analisis Multi Kovarians. Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam analisis multikovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap, kemudian diterapkan pada analisis data multikovarians dua arah dengan dua kovariat. Berdasarkan kajian tersebut diperoleh bahwa pengaruh dari variabel konkomitan terhadap variabel independen dan variabel dependen dapat menurunkan efek dari beberapa faktor yang tidak dapat dikontrol atau galat pada hasil analisis.

Kata Kunci : Analisis Kovarians, Analisis Varians, dan Analisis Multi Kovarians

ABSTRACT

MULTI COVARIANCE ANALYSIS TWO-WAY WITH TWO COVARIATES

Oleh

Novazila Safitri

Covariance Analysis is a statistical technique which is a combination of regression analysis with variance analysis . But this analysis can not be used for a study of more than two more than two variables simultaneously , so that the necessary analysis techniques for the study of more than two variables simultaneously .In this case to resolve the issue use one of the techniques of multivariate analysis that Multi covariance Analysis. This study aims to examine the influence of the independent variable on the dependent variable after adjusting for concomitant variables in the Multi covariance Analysis two-way with two covariates with a fixed model , and then applied to the data analysis Multi covariance Analysis two-way with two covariates . Based on these studies showed that the effect of concomitant variables to the independent variables and the dependent variable may decrease the effects of some factors that can not be controlled or errors in the analysis results .

Keywords: Covariance Analysis, Regression Analysis, Multi covariance Analysis

**ANALISIS MULTI KOVARIANS DUA ARAH DENGAN
DUA KOVARIAT**

Oleh

Novazila Safitri

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Sains**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016**

**Judul Skripsi : ANALISIS MULTI KOVARIANS DUA ARAH
DENGAN DUA KOVARIAT**

Nama Mahasiswa : Novazila Safitri

No. Pokok Mahasiswa : 1117031039

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Drs. Eri Setiawan, M.Si.
NIP 19581101 198803 1 002

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.
NIP 19560208 198902 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

A handwritten signature in black ink, likely belonging to Drs. Tiryono Ruby, is written over the text of the Dean's name and NIP.

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

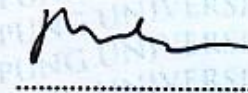
MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**



Sekretaris : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.**



Penguji

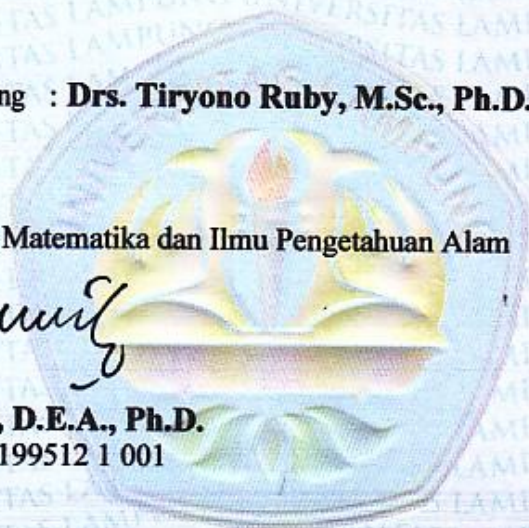
Bukan Pembimbing : **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, D.E.A., Ph.D.

NIP. 19710212 199512 1 001



Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **20 April 2016**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Novazila Safitri**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1117031039**

Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, April 2016

Yang Menyatakan,



Novazila Safitri
NPM. 1117031039

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Tanjung Karang, pada tanggal 14 Juni 1993, sebagai anak pertama dari empat bersaudara pasangan Bapak Sabbihis dan Ibu Desfitriani.

Penulis telah menempuh pendidikan di TK Kartini, kemudian dilanjutkan ke Sekolah Dasar Negeri 2 Rawa Laut Teladan Bandar Lampung dan selesai pada tahun 2005. Melanjutkan pendidikan di Sekolah Menengah Pertama Kartika II-2 Bandar Lampung dan selesai pada tahun 2008, dan Sekolah Menengah Atas Perintis 1 Bandar Lampung dan selesaipada tahun 2011.

Pada tahun 2011 penulis diterima sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN. Selama awal menjadi mahasiswa, penulis pernah menjadi anggota muda Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) periode 2011-2012. Pada periode 2012-2013 dan periosde 2013-2014 penulis juga terdaftar sebagai anggota Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) bidang kesekretariatan.

Sebagai bentuk pengabdian mahasiswa kepada masyarakat penulis pada tahun 2012 penulis melaksanakan Karya Wisata Ilmiah (KWI) di Desa Sukabanjar,

Kabupaten Tanggamus. Selanjutnya, pada Februari 2014 penulis melaksanakan Kerja Praktik (KP) di Kantor Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Bandar Lampung dan pada bulan Agustus - September 2014 penulis melaksanakan KKN di Dusun Tenabang, Desa Sedampah Indah, Kecamatan Balik Bukit, Kabupaten Lampung Barat.

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah hirobbil alamin

Terima kasih sudah menunggu dengan sabar

Teruntuk ayah & ibu

Bapak Sabbihis & Ibu Desfitriani

serta tak lupa teruntuk keluarga sahabat teman dan

semua yang mendoakan

SANWACANA

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat”. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ayah dan Ibu atas doa dan dukungannya yang membuat semua yang sulit bisa dilalui dengan mudah dan lancar.
2. Bapak Drs. Eri Seriawan, M.Si. selaku pembimbing pertama, yang tidak bosan untuk meluangkan waktu, memberikan pelajaran, pemikiran dan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si. selaku pembimbing kedua. Terimakasih atas kesediaan waktu dan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D selaku pembahas. Terima kasih atas kesediaan waktu dan pemikiran bapak dalam memberikan kritik dan saran yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.
5. Bapak Drs. Muslim Ansori, M.Si. selaku pembimbing akademik yang selalu memberikan arahan dan memberikan nasihat kepada penulis.
6. Bapak Drs. Tiryono Ruby, Msc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.

7. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
8. Ibunda Lusiana yang luar biasa memberikan motivasi kepada penulis, serta Staf Jurusan Matematika dan Staf Jurusan lain yang sudah membantu penulis dalam proses penyelesaian studi di jurusan Matematika.
9. Adam Kurniawan yang telah memberikan nasehat dukungan serta motivasi sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
10. Sahabat-sahabat penulis Novia Lovirma, Meri Handayani, Mariam Ramadhona, Rika Aprianti Nurillah, dan Nuryanti Simarmata.
11. Keluarga KKN penulis Haviv, kak Dimas, Rizal, Sammi, Mbah Yoga, Yoga kecil, Abi Qim, Yumna, Anun, Rizka, Umi, Ulil, Priskilla, Novi, Tia dan Intan.
12. Teman-teman seperjuangan Sepria, Jordian, Dhia, Icha, eni dan grita serta Mbak Reni. Terima kasih sudah membantu dan menemani.
13. Teman-teman seperjuangan Matematika 2011. Terima kasih atas keakraban dan kebersamaan selama ini.
14. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis tuliskan satupersatu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, tapi besar harapan penulis semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak yang memerlukannya.

Bandar Lampung, April 2016
Penulis,

Novazila Safitri

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang	1
1.2. Perumusan Masalah.....	4
1.3. Tujuan Penelitian.....	4
1.4. Manfaat Penelitian.....	5

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matriks	6
2.1.1 <i>Transpose</i> Matriks.....	7
2.1.2 Invers Matriks	7
2.1.3 Determinan Matriks.....	8
2.1.4 Matriks Definit Positif.....	9
2.1.5 <i>Trace</i> Matriks	9
2.2 Vektor.....	10
2.2.1 Vektor Rata – rata	10
2.3 Analisis Kovarians	11
2.4 Analisis Multivariat.....	13
2.5 Distribusi Normal Multivariat.....	14
2.6 Varians Kovarians	15
2.6.1 Matriks Varians Kovarians	16
2.7 Analisis Multi Kovarians	18

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian	23
3.2 Metode Penelitian.....	23

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Analisis Kovarians	27
4.2	Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat.....	29
4.3	Asumsi – asumsi Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat	32
4.4	Prosedur Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat	39
4.5	Penerapan Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat.....	43

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRA

DAFTAR TABEL

Tabel	halaman
2.1 Data Pengamatan Mancova Dua Arah dengan Interaksi	12
4.1 Pengamatan Analisis Kovarians Dua Arah	28
4.2 Pengamatan Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat	30
4.3 Transformasi dari Λ ke F	36
4.4 Daya Tersambung, Energi Listrik Terjual, Produksi Energi dan Pelanggan tahun 2011, 2012 dan 2013 pada cabang Tanjung Karang dan Metro	44

DAFTAR GAMBAR

Gambar	halaman
3.1 Diagram Alir Pengaruh antar Variabel Independen terhadap Variabel Dependen setelah disesuaikan dengan Variabel Konkomitan dalam Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat	26

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika menjadikan proses penelitian bidang ilmu lain dengan metode ilmiah menjadi lebih efisien dalam menggunakan sumberdaya dan efektif dalam mencapai tujuan. Statistika bukanlah hanya sekumpulan metode analisis dan tata cara perhitungan belaka, tetapi juga merupakan alat bantu yang dapat diandalkan dalam memecahkan masalah bagi bidang ilmu lain (Warsono, 2012). Menurut Douglas A. Lind (2007) statistika adalah ilmu dan seni tentang pengumpulan, pengaturan, menampilkan, analisis, dan penafsiran data untuk membantu pengambilan keputusan dengan lebih efektif.

Menurut Douglas A. Lind (2007) metode statistika dibagi menjadi dua jenis yaitu Statistika Deskriptif dan Statistika Inferensia. Statistika Deskriptif adalah metode mengatur, merangkum, dan mempresentasikan data dengan cara yang informatif. Sedangkan statistika inferensia adalah metode yang digunakan untuk mengestimasi sifat populasi berdasarkan sampel. Statistik inferensia dibedakan menjadi dua, yaitu uji keterkaitan atau hubungan dan uji perbedaan antara beberapa variabel. Uji keterkaitan atau hubungan sering juga disebut uji korelasional, ada beberapa Teknik-teknik korelasi yaitu teknik korelasi product

moment, teknik korelasi ganda, teknik korelasi tata jenjang atau rank order, teknik korelasi biserial, teknik korelasi point biserial, teknik korelasi kontingensi, teknik korelasi phi, dan teknik korelasi tetrakorik.

Uji perbandingan atau uji beda adalah bagian yang lain pada analisis statistik, selain uji keterkaitan atau uji hubungan. Terdapat beberapa teknik uji beda, antara lain uji t (t-test), uji z (z-test), uji chi kuadrat (chi square of analysis), analisis varian disingkat ANAVA (analysis of variance/ANOVA), analisis kovarian (analysis of covariance/ANCOVA), analisis multi varian (multivariate analysis of variance/MANOVA), dan analisis multi kovarian (multivariate analysis of covariance/MANCOVA). Dalam tugas akhir ini akan membahas tentang salah satu uji perbandingan atau uji beda yaitu analisis multi kovarian (multivariate analysis of covariance/MANCOVA).

Analisis kovarians adalah teknik statistik yang merupakan perpaduan antara analisis regresi dengan analisis varians atau sering disebut dengan ANAVA (Renchner, 1998 :178). Analisis kovarians atau sering disebut dengan ANCOVA berfungsi untuk menghilangkan pengaruh variabel respon dari pengaruh variabel konkomitan. Misalkan variabel Y adalah suatu variabel respons yang terjadi akibat efek dari suatu faktor atau beberapa faktor. Akan tetapi, ada kenyataan nilai- nilai variabel Y bisa berubah-ubah karena ada variabel lain, misalnya variabel X. Variabel X ini sering tidak dapat dikontrol, sehingga tidak dapat diabaikan begitu saja saat dilakukan percobaan. Variabel X yang bersifat demikian disebut variabel konkomitan (Sudjana, 1994 : 341). Apabila dalam suatu

percobaan terdapat variabel konkomitan, maka analisis yang tepat digunakan adalah analisis kovarians atau sering disebut dengan ANCOVA.

Tetapi analisis ini tidak dapat digunakan untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan, sehingga diperlukan teknik analisis untuk penelitian terhadap lebih dari dua variabel secara bersamaan. Dalam hal ini untuk mengatasi masalah tersebut digunakan salah satu teknik analisis multivariat yaitu Analisis Multi Kovarians atau MANCOVA.

Analisis Multi Kovarians adalah perluasan dari analisis kovarians atau ANCOVA, perbedaannya yaitu analisis kovarians menggunakan variabel skalar sedangkan Analisis Multi Kovarians menggunakan variabel vektor. Menurut Raykov & Marcoulides (2008 : 192), Analisis Multi Kovarians adalah analisis kovarians yang setidaknya ada dua variabel dependen yang dianggap simultan. Analisis Multi Kovarians juga mirip dengan analisis variansi multivariat atau MANOVA, tetapi memungkinkan untuk mengendalikan pengaruh variabel independen tambahan yaitu variabel konkomitan.

Berdasarkan penjelasan diatas maka pada penulisan skripsi ini penulis akan membahas tentang Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap untuk mengetahui pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan serta penerapannya dalam bidang pelayanan listrik wilayah cabnag tanjung karang dan metro.

1.2 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimana pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap?
2. Bagaimana contoh penerapan Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap dalam bidang pelayanan listrik wilayah Tanjung Karang dan Metro?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut maka tujuan penulisan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menjelaskan pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap
2. Menjelaskan contoh penerapan Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap dalam bidang pelayanan listrik wilayah Tanjung Karang dan Metro

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

1. Memperdalam pengetahuan mengenai salah satu uji pembandingan atau uji beda, khususnya analisis multi kovarian (*multivariate analysis of covariance* /MANCOVA).
2. Memberikan motivasi bagi pembaca teori analisis multi kovarian agar dapat mengkaji lebih jauh permasalahan yang berhubungan dengan analisis multi kovarian

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pembahasan tentang Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap dibutuhkan beberapa materi yang digunakan sebagai dasar – dasar perhitungan. Oleh karena itu dalam bab ini akan dibahas beberapa materi antara lain Matriks, Vektor, Analisis Kovarians, Analisis Multivariat, Varians Kovarians, dan Analisis Multi Kovarians.

2.1 Matriks

Matriks adalah suatu susunan bilangan berbentuk segi empat. Bilangan-bilangan dalam susunan ini disebut anggota dalam matriks tersebut (Anton,1987).

Matriks dapat ditulis sebagai berikut :

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

(2.1)

Susunan di atas disebut sebuah matriks $m \times n$ karena memiliki m baris dan n kolom. dengan a_{ij} adalah unsur matriks baris ke- i dan kolom ke- j dalam matriks

A.

2.1.1 Transpose matriks

Definisi 2.1

Jika $\mathbf{A}$ adalah sebarang matriks $m \times n$, maka *transpose* matriks $\mathbf{A}$, dinyatakan $\mathbf{A}'$ didefinisikan sebagai matriks $n \times m$ yang didapat dengan mempertukarkan baris dan kolom dari $\mathbf{A}$. yaitu kolom pertama dari $\mathbf{A}'$ adalah baris pertama dari $\mathbf{A}$. kolom kedua dari $\mathbf{A}'$ adalah baris kedua dari $\mathbf{A}$, dan seterusnya (Anton,1987).

2.1.2 Invers Matriks

Definisi 2.2

Jika $\mathbf{A}$ adalah sebuah matriks bujur sangkar, dan jika sebuah matriks $\mathbf{B}$ yang memiliki ukuran sama bias didapatkan sedemikian sehingga $\mathbf{AB} = \mathbf{BA} = \mathbf{I}$, maka $\mathbf{A}$ disebut bisa dibalik dan $\mathbf{B}$ disebut invers dari $\mathbf{A}$ (Anton,1987).

Teorema 2.1

Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Mempunyai invers jika $ad-bc \neq 0$, dengan invers dari $\mathbf{A}$ adalah

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Teorema 2.2

Jika A dan B adalah matriks-matriks yang mempunyai invers dengan ukuran yang sama maka :

(a) AB mempunyai invers.

$$(b) (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \quad (2.4)$$

2.1.3 Determinan Matriks**Definisi 2.3**

Anggap A adalah suatu matriks bujur sangkar. Fungsi determinan dinyatakan dengan $\det$, dan didefinisikan $\det(A)$ sebagai jumlah hasil kali dasar bertanda dari A . angka $\det(A)$ disebut determinan A . $\det(A)$ dapat dinyatakan juga dalam bentuk $|A|$.

Teorema 2.3

Anggap A adalah suatu matriks bujur sangkar.

(a) jika A mempunyai sebuah baris nol atau sebuah kolom nol, maka $\det(A) = 0$

$$(b) \det(A) = \det(A') \quad (2.5)$$

Teorema 2.4

Jika A dan B adalah matriks-matriks bujur sangkar berukuran sama, maka

$$\det(AB) = \det(A)\det(B) \quad (2.6)$$

Teorema 2.5

Jika A mempunyai invers, maka

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)} \quad (2.7)$$

2.1.4 Matriks Definit Positif**Definisi 2.4**

Suatu bentuk kuadratik $\mathbf{x}'A\mathbf{x}$ disebut definit positif jika $\mathbf{x}'A\mathbf{x} > 0$ untuk setiap $\mathbf{x} \neq 0$, dan suatu matriks simetris A disebut matriks definit positif jika $\mathbf{x}'A\mathbf{x}$ merupakan bentuk kuadratik yang definit positif.

Teorema 2.6

Suatu matriks simetris A merupakan matriks definit positif jika dan hanya jika semua nilai eigen dari A bernilai positif.

2.1.5 Trace Matriks

Suatu matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama dikatakan matriks bujur sangkar, jika A matriks $n \times n$ maka trace (A) didefinisikan sebagai berikut :

$$tr(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

Dengan a_{ii} adalah unsur diagonal utama.

2.2 Vektor

Susunan bilangan dalam bentuk kolom tunggal atau bentuk baris tunggal disebut vektor. Vektor $\mathbf{X}$ disebut vektor kolom jika susunan bilangan entri-entri $\mathbf{X}$ dalam bentuk kolom tunggal. Vektor kolom juga dapat diartikan sebagai matriks yang terdiri atas satu kolom, atau matriks berorde $n \times 1$. Susunan $\mathbf{X}$ dari n bilangan

$x_1, x_2, \dots, x_n$ disebut vektor kolom dan dinyatakan dengan $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ Jika

suatu vektor kolom dinyatakan sebagai vektor baru, yaitu vektor baris, maka vektor baru ini disebut *transpose* dari vektor kolom tersebut. Demikian pula jika suatu vektor baris dinyatakan sebagai vektor baru, yaitu vektor kolom, maka vektor baru ini disebut *transpose* dari vektor baris tersebut (Suryanto, 1988 : 7).

Jika $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ maka $\mathbf{X}' = [x_1 \quad \dots \quad x_n]$, artinya *transpose* dari vektor berorde n

$\times 1$ adalah vektor berorde $1 \times n$.

2.2.1 Vektor Rata-rata

Misalkan $\mathbf{Y}$ merupakan matriks berukuran n pengamatan dan p variabel, vektor rata-rata sampel dari $\mathbf{Y}$ dapat didefinisikan sebagai (Rencher, 1998 : 7) :

$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i1} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i2} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ip} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Misalkan $\mathbf{Y}$ merupakan vector $p \times 1$, menurut Rencher (1998:8) rata-rata populasi atau nilai harapan dari $\mathbf{Y}$ didefinisikan sebagai vector dari nilai-nilai harapan dari p variabel dan ditulis sebagai berikut :

$$E(Y) = E \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(Y_1) \\ E(Y_2) \\ \vdots \\ E(Y_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \mu \quad (2.9)$$

2.3 Analisis Kovarians

Analisis kovarians atau sering disebut dengan ANCOVA adalah teknik statistik yang merupakan perpaduan antara analisis regresi dengan analisis varians atau ANAVA (Rencher, 1998 : 178). Analisis kovarians dilakukan berdasarkan pertimbangan bahwa dalam kenyataanya variabel tertentu yang tidak dapat dikendalikan, tetapi sangat mempengaruhi variabel respons yang diamati.

Variabel yang demikian disebut variabel konkomitan. Dengan kata lain, Analisis kovarians berfungsi untuk memurnikan pengaruh variabel respons dari pengaruh variabel konkomitan.

Variabel independen dalam Analisis kovarians sering disebut dengan faktor.

Analisis kovarians dapat diterapkan pada percobaan satu faktor, dua faktor maupun banyak faktor. Untuk percobaan yang terdiri dari satu faktor disebut Analisis kovarians satu arah. Sedangkan percobaan yang terdiri dari dua faktor disebut Analisis kovarians dua arah. Dapat diketahui bahwa Analisis kovarians berfungsi untuk memurnikan pengaruh variabel respons dari pengaruh variabel konkomitan. Analisis kovarians dapat diterapkan pada percobaan satu faktor, dua faktor maupun banyak faktor. Untuk percobaan yang terdiri dari dua faktor disebut Analisis kovarians dua arah.

Berikut adalah tabel pengamatan Analisis kovarians dua arah dalam rancangan acak lengkap (RAL) :

Tabel 2.1 Pengamatan Analisis kovarians Dua Arah

Faktor 1	Subjek	Faktor 2					Rata-rata	
		1		⋮	b			
		X	Y		X	Y	X	Y
1	1	y_{111}	x_{111}	...	y_{1b1}	x_{1b1}	$\bar{y}_{1.1}$	$\bar{x}_{1.1}$
	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
	N	y_{11n}	x_{11n}		y_{1bn}	y_{1bn}	$\bar{y}_{1.n}$	$\bar{x}_{1.n}$
	Rata-rata	$\bar{y}_{11.}$	$\bar{x}_{11.}$	...	$\bar{y}_{1b.}$	$\bar{x}_{1b.}$	$\bar{y}_{1..}$	$\bar{x}_{1..}$
⋮	...	...	...	...	...	...	...	...
G	1	y_{g11}	x_{g11}	...	y_{gb1}	x_{gb1}	$\bar{y}_{g.1}$	$\bar{x}_{g.1}$
	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
	N	y_{g1n}	x_{g1n}		y_{gbn}	y_{gbn}	$\bar{y}_{g.n}$	$\bar{x}_{g.n}$
	Rata-rata	$\bar{y}_{g1.}$	$\bar{x}_{g1.}$	...	$\bar{y}_{gb.}$	$\bar{x}_{gb.}$	$\bar{y}_{g..}$	$\bar{x}_{g..}$
Rata-rata total		$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{x}_{.1.}$	...	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{x}_{.1.}$	$\bar{y}_{...}$	$\bar{x}_{...}$

Tabel diatas menjelaskan percobaan yang terdiri dari dua faktor yaitu faktor 1 dengan level z dan faktor 2 dengan level b , dengan subjek sebanyak n dan satu variabel konkomitan.

Menurut Rencher (1998 : 183), model linear Analisis kovarians dua arah adalah :

$$Y_{lkr} = \mu + \alpha_l + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{lk} + \beta X_{lkr} + \varepsilon_{lkr} \quad (2.10)$$

dengan:

Y_{lkr} = nilai pengamatan pada satuan pengamatan ke- r yang memperoleh taraf ke- l dari faktor 1 dan taraf ke- k dari faktor 2

μ = rata-rata keseluruhan

α_l = taraf ke- l pengaruh faktor 1

γ_k = taraf ke- k pengaruh faktor 2

$(\alpha\gamma)_{lk}$ = pengaruh interaksi taraf ke- l faktor 1 dan taraf ke- k faktor 2

ε_{lkr} = galat yang muncul dari satuan percobaan ke- r yang memperoleh kombinasi perlakuan lk (taraf ke- l dari faktor 1 dan taraf ke- k dari faktor 2)

X_{lkr} = nilai pengamatan ke- lkr pada variabel konkomitan

β = koefisien regresi antara Y_{lkr} dengan X_{lkr}

2.4 Analisis Multivariat

Analisis multivariat merupakan analisis lanjutan dari analisis univariat maupun bivariat. Secara ilmiah, untuk menjelaskan fenomena sosial perlu dilakukan percobaan dengan pengumpulan dan analisis data. Analisis data yang dikumpulkan dari pengamatan atau percobaan akan menghasilkan modifikasi penjelasan dari fenomena tersebut. Selama dalam masa percobaan tersebut, sering kali akan terjadi penambahan dan pengurangan variabel. Dengan demikian, maka akan timbullah masalah yang semakin kompleks sehingga dibutuhkan lebih banyak variabel yang berbeda. Karena dalam data akan terdapat pengaruh beberapa variabel terhadap variabel lainnya dalam waktu yang bersamaan.

Menurut Suryanto (1988), Analisis multivariat adalah teknik-teknik analisis statistika yang memperlakukan sekelompok variabel dependen yang saling berkorelasi antar variabel-variabel itu. Analisis multivariat dilakukan karena adanya data multivariat. Data multivariat adalah data yang tidak hanya terdiri atas satu variabel, tetapi ada beberapa variabel yang digunakan untuk mengukur

karakteristik tertentu. Dalam analisis multivariat, data tersebut tersusun dalam bentuk matriks.

Penyajian data multivariat dalam bentuk matriks, misalkan $\mathbf{Y}$ adalah matriks dengan n baris dan p kolom sebagai berikut :

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1j} & \cdots y_{1p} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2j} & \cdots y_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ij} & \cdots y_{ip} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nj} & \cdots y_{np} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

dengan:

y_{ij} = data pengamatan ke- i pada variabel ke- j

n = banyak pengamatan

p = banyak variabel

2.5 Distribusi Normal Multivariat

Distribusi normal multivariat adalah suatu perluasan dari distribusi normal univariat sebagai aplikasi pada variabel-variabel yang mempunyai hubungan.

Dalam analisis multivariat, asumsi multivariat normal perlu diperiksa untuk memastikan data pengamatannya mengikuti distribusi normal agar statistik inferensi dapat digunakan dalam menganalisis data tersebut.

Variabel $y_1, y_2, \dots, y_p$ dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan parameter μ dan Σ jika mempunyai fungsi densitas peluang :

$$f(y_1, y_2, \dots, y_p) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(y-\mu)' \Sigma^{-1} (y-\mu)} \quad (2.12)$$

dengan:

y_i = variabel yang diamati ($i = 1, 2, \dots, p$)

μ = rata-rata sampel

Σ = matriks varians kovarians

Jika $y_1, y_2, \dots, y_p$ berdistribusi normal multivariat maka $(y - \mu)' \Sigma^{-1} (y - \mu)$ berdistribusi χ_p^2 . Berdasarkan sifat ini maka pemeriksaan distribusi normal dapat dilakukan dengan cara membuat *plot chi square*.

2.6 Varians Kovarians

Varians merupakan ukuran penyebaran dari suatu data. Varians untuk data populasi diberi simbol σ^2 , sedangkan varians untuk sampel diberi simbol s^2 . Notasi lain dan varians untuk variabel acak X dapat ditulis σ_x^2 atau $\text{Var}(X)$.

Varians populasi terhadap $x_1, x_2, \dots, x_n$ didefinisikan sebagai berikut (Walpole, 1995 : 33) :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \quad (2.13)$$

dengan:

μ = rata-rata populasi

N = banyaknya data observasi

Varians sampel untuk $x_1, x_2, \dots, x_n$ didefinisikan sebagai berikut (Walpole, 1995) :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (2.14)$$

dengan:

$\bar{x}$ = rata-rata hitung

n = banyaknya data observasi

Varians dari variabel acak X dinotasikan dengan $Var(X)$ dan didefinisikan sebagai berikut (Bain, 1992) :

$$\begin{aligned} Var(X) &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E(X^2) - \mu^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

dengan:

$E(X) = \int x f(x) dx$, jika x variabel acak kontinu

$E(X) = \sum x f(x)$, jika x variabel acak diskret

Sedangkan kovarians adalah ukuran ketertarikan antara dua variabel, misal X dan Y . Kovarians dinotasikan $Cov(X, Y)$ atau σ_{XY} . Kovarians dari variabel acak X dan Y didefinisikan sebagai (Bain, 1992) :

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \\ &= E(X, Y) - E(X)E(Y) \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.6.1 Matriks Varians Kovarians

Menurut Raykov dan Marcoulides (2008), matriks ragam peragam merupakan suatu matriks simetris yang berisi ragam pada diagonal utamanya dan koragam pada elemen lainnya. Koefisien ragam menggambarkan sebuah indeks tidak baku dari hubungan linear antara dua peubah penjelas.

Matriks varians kovarians populasi dapat diperoleh berdasarkan penjabaran berikut :

$$\begin{aligned}
E(Y - \mu)(Y - \mu)' &= E \left(\begin{bmatrix} Y_1 - \mu_1 \\ Y_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ Y_p - \mu_p \end{bmatrix} [Y_1 - \mu_1 \quad Y_2 - \mu_2 \quad \cdots \quad Y_p - \mu_p] \right) \\
&= E \begin{bmatrix} (Y_1 - \mu_1)^2 & (Y_1 - \mu_1)(Y_2 - \mu_2) & \cdots & (Y_1 - \mu_1)(Y_p - \mu_p) \\ (Y_2 - \mu_2)(Y_1 - \mu_1) & (Y_2 - \mu_2)^2 & \cdots & (Y_2 - \mu_2)(Y_p - \mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (Y_p - \mu_p)(Y_1 - \mu_1) & (Y_p - \mu_p)(Y_2 - \mu_2) & \cdots & (Y_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} E(Y_1 - \mu_1)^2 & E(Y_1 - \mu_1)(Y_2 - \mu_2) & \cdots & E(Y_1 - \mu_1)(Y_p - \mu_p) \\ E(Y_2 - \mu_2)(Y_1 - \mu_1) & E(Y_2 - \mu_2)^2 & \cdots & E(Y_2 - \mu_2)(Y_p - \mu_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(Y_p - \mu_p)(Y_1 - \mu_1) & E(Y_p - \mu_p)(Y_2 - \mu_2) & \cdots & E(Y_p - \mu_p)^2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (2.4) dan (2.7) yaitu :

$$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] \quad (2.17)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (2.18)$$

Matriks diatas dapat ditulis sebagai berikut :

$$E(Y - \mu)(Y - \mu)' = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} = \Sigma \quad (2.19)$$

Matriks Σ pada persamaan diatas merupakan matriks varians kovarians dengan :

$\sigma_i^2 = \text{Var}(Y_i)$ yang merupakan varians populasi

$\sigma_{ij} = \text{Cov}(Y_i, Y_j)$ yang merupakan kovarians antara Y_i dan Y_j untuk $i, j = 1, 2, \dots, p$

Matriks kovarians sampel sebagai penduga Σ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}})' \\
&= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{ip} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} \right) ([y_{i1} \quad y_{i2} \quad \cdots \quad y_{ip}] - [\bar{y}_1 \quad \bar{y}_2 \quad \cdots \quad \bar{y}_p])
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)^2 & \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)(y_{i2} - \bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{i1} - \bar{y}_1)(y_{ip} - \bar{y}_p) \\ \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)(y_{i1} - \bar{y}_1) & \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{i2} - \bar{y}_2)(y_{ip} - \bar{y}_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)(y_{i1} - \bar{y}_1) & \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)(y_{i2} - \bar{y}_2) & \cdots & \sum_{i=1}^n (y_{ip} - \bar{y}_p)^2 \end{bmatrix}$$

Jadi,

$$\mathbf{S} = (s_{jk}) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Dengan elemen diagonal s_{jj} (dapat dinotasikan dengan s_j^2) yang menyatakan varians sampel dari variabel ke- j yang diperoleh dari :

$$s_{jj} = s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2 \quad (2.21)$$

Dan s_{jk} merupakan kovarians sampel dari variabel ke- j dan ke- k

$$s_{jk} = s_{kj} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_j)(y_{ik} - \bar{y}_k) \quad (2.22)$$

2.7 Analisis Multi Kovarians

Multivariate Analysis of Covariance atau Analisis Multi Kovarians adalah analisis kovarian di mana setidaknya ada dua variabel dependen yang diukur secara simultan untuk menguji apakah terdapat perbedaan perlakuan terhadap sekelompok variabel dependen setelah disesuaikan dengan pengaruh variabel konkomitan (kendali) (Raykov & Marcoulides, 2008).

Analisis multi kovarian digunakan untuk membandingkan dua data atau lebih yang semuanya bersifat interval dari dua kelompok atau lebih, disertai pengendalian satu atau lebih data yang juga semuanya bersifat interval. Analisis Kovariansi sangat membantu dalam menghasilkan kesimpulan yang lebih akurat. Pada variabel dependen, terdapat satu atau lebih kuantitatif variabel yang dikenal

kovariat atau konkomitan variabel. Secara umum, kovariat merupakan variabel yang secara teoritik berkorelasi dengan variabel terikat atau beberapa variabel yang menunjukkan korelasi pada beberapa jenis subjek yang sama. Tujuan utama kovariat dilibatkan dalam penelitian adalah untuk memperoleh presisi dengan menghilangkan variansi kesalahan. Selain itu, pengikutsertaan kovariat juga bertujuan untuk menurunkan efek dari beberapa faktor yang tidak dapat dikontrol oleh peneliti.

Model Analisis Multi Kovarians merupakan gabungan antara Analisis Multi Varians dan regresi multivariat (Timm, 2002 : 225). Analisis Multi Kovarians yang terdiri dari dua factor dan dipengaruhi oleh satu variable independen tambahan yaitu variable konkomitan disebut Analisis Multi Kovarians dua arah dengan satu kovariat, sedangkan Analisis Multi Kovarians yang terdiri dari dua factor dan dipengaruhi oleh dua variable independen tambahan yaitu variabel konkomitan disebut Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat.

Analisis Multi Kovarians dua arah merupakan perluasan dari Analisis Kovarians dua arah sehingga prosedur dalam Analisis Multi Kovarians dua arah sama dengan Analisis Kovarians dua arah, perbedaannya adalah pada Analisis Kovarians menggunakan variabel skalar sedangkan Analisis Multi Kovarians menggunakan variabel vektor. Proses komputasi dalam Analisis Multi Kovarians Dua arah juga sama dengan Analisis Kovarians dua arah namun variabel dependen yang diamati lebih dari satu, berikut table pengamatannya :

Tabel 2.1 Data Pengamatan Mancova Dua Arah dengan Interaksi

Faktor 1	Ulangan	Faktor 2							Rata-rata					
		1			...	b								
		Y_1	...	Y_p		X	Y_1	...	Y_p	X	Y_1	...	Y_p	X
1	1	y_{1111}	...	y_{111p}	x_{111}	...	y_{1b11}	...	y_{1b1p}	x_{1b1}	$\bar{y}_{1.11}$	...	$\bar{y}_{1.1p}$	$\bar{x}_{1.1}$
	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$		...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
	N	y_{11n1}	...	y_{11np}	x_{11n}		y_{1bn1}	...	y_{1bnp}	x_{1bn}	$\bar{y}_{1.n1}$	...	$\bar{y}_{1.np}$	$\bar{x}_{1.n}$
	Rata-rata	$\bar{y}_{11.1}$	...	$\bar{y}_{11.p}$	$\bar{x}_{11.}$	...	$\bar{y}_{1b.1}$	...	$\bar{y}_{1b.p}$	$\bar{x}_{1b.}$	$\bar{y}_{1..1}$	...	$\bar{y}_{1..p}$	$\bar{x}_{1..}$
$\vdots$	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
g	1	y_{g111}	...	y_{g11p}	x_{g11}	...	y_{gb11}	...	y_{gb1p}	x_{gb1}	$\bar{y}_{g.11}$	...	$\bar{y}_{g.1p}$	$\bar{x}_{g11}$
	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$		...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
	N	y_{g1n1}	...	y_{g1np}	x_{g1n}		y_{gbn1}	...	y_{gbnp}	x_{gbn}	$\bar{y}_{g.n1}$	...	$\bar{y}_{g.np}$	$\bar{x}_{g.n}$
	Rata-rata	$\bar{y}_{g1.1}$	...	$\bar{y}_{g1.p}$	$\bar{x}_{g1.}$	...	$\bar{y}_{gb.1}$	...	$\bar{y}_{gb.p}$	$\bar{x}_{gb.}$	$\bar{y}_{g..1}$	...	$\bar{y}_{g..p}$	$\bar{x}_{g..}$
Rata-rata total		$\bar{y}_{.1.1}$	...	$\bar{y}_{.1.p}$	$\bar{x}_{.1.}$	...	$\bar{y}_{.1b.1}$	...	$\bar{y}_{.1b.p}$	$\bar{x}_{.1b.}$	$\bar{y}_{...1}$	...	$\bar{y}_{...p}$	$\bar{x}_{...}$

dengan :

$l = 1, 2, \dots, g$ (l adalah taraf dari faktor 1 sebanyak g)

$k = 1, 2, \dots, b$ (k adalah taraf dari faktor 2 sebanyak b)

$r = 1, 2, \dots, n$ (r adalah ulangan dalam percobaan sebanyak n)

$i = 1, 2, \dots, p$ (i adalah respons yang diamati sebanyak p)

Tabel di atas merupakan data pengamatan Analisis Multi Kovarians dua

arah dengan interaksi yang terdiri dari taraf ke- l dari pengaruh faktor 1 dan taraf

ke- k dari pengaruh faktor 2 dengan ulangan ke- n , dan respons yang diamati

sebanyak p dengan tambahan satu kovariat.

Menurut Rencher (1998) model linear Analisis Multi Kovarians dua arah dengan

interaksi adalah sebagai berikut:

$$Y_{lkr} = \mu + \alpha_l + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{lk} + BX_{lkr} + \varepsilon_{lkr} \quad (2.23)$$

dengan :

$$l = 1, 2, \dots, g$$

$$k = 1, 2, \dots, b$$

$$r = 1, 2, \dots, n$$

$$I = 1, 2, \dots, p$$

Y_{lkr} = vektor respons atau nilai pengamatan pada satuan percobaan ke- r yang memperoleh taraf ke- l dari faktor 1 dan taraf ke- k dari faktor 2

μ = vektor rata-rata keseluruhan

α_l = vektor taraf ke- l pengaruh faktor 1

γ_k = vektor taraf ke- k pengaruh faktor 2

$(\alpha\gamma)_{lk}$ = vektor pengaruh interaksi taraf ke- l faktor 1 dan taraf ke- k faktor 2

X_{lkr} = vektor nilai pengamatan ke- lkr pada variabel konkomitan

ϵ_{lkr} = vektor galat yang muncul dari satuan percobaan ke- r yang memperoleh kombinasi perlakuan lk (tarafke- l dari faktor 1 dan taraf ke- k dari faktor 2)

B = matriks koefisien regresi yang menunjukkan ketergantungan Y_{lkr} dan X_{lkr}

dimana

$$B = \begin{bmatrix} B'_1 \\ B'_2 \\ \vdots \\ B'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{01} \\ \beta_{01} & \beta_{01} \\ \vdots & \vdots \\ \beta_{01} & \beta_{01} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Analisis data untuk analisis multi kovarian dua arah dengan interaksi sebagai

berikut :

i. Rata-rata seluruh pengamatan untuk variabel X dan Y

$$\bar{x}_{lkr} = \frac{\sum_{l=1}^g \sum_{k=1}^b \sum_{r=1}^n x_{lkr}}{gbn} \quad (2.25)$$

$$\bar{y}_{lkr} = \frac{\sum_{l=1}^g \sum_{k=1}^b \sum_{r=1}^n x_{lkr}}{gbn} \quad (2.26)$$

$$l = 1, 2, \dots, g ; k = 1, 2, \dots, b ; r = 1, 2, \dots, n$$

ii. Rata-rata interaksi faktor 1 dan faktor 2

$$\bar{x}_{lk.} = \frac{\sum_{l=1}^g \sum_{k=1}^b x_{lk.}}{n} \quad (2.27)$$

$$\bar{y}_{lk.} = \frac{\sum_{l=1}^g \sum_{k=1}^b y_{lk.}}{n} \quad (2.28)$$

iii. Rata-rata pengaruh faktor 1

$$\bar{x}_{l..} = \frac{\sum_{l=1}^g x_{l..}}{bn} \quad (2.29)$$

$$\bar{y}_{l..} = \frac{\sum_{l=1}^g y_{l..}}{bn} \quad (2.30)$$

iv. Rata-rata pengaruh faktor 2

$$\bar{x}_{.k.} = \frac{\sum_{k=1}^b x_{.k.}}{gn} \quad (2.31)$$

$$\bar{y}_{.k.} = \frac{\sum_{k=1}^b y_{.k.}}{gn} \quad (2.32)$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2015/2016, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Adapun Tahapan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan model yang akan digunakan dalam Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat

Model yang digunakan dalam Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat adalah model tetap, adapun model yang digunakan sebagai berikut:

$$Y_{lkr} = \mu + \alpha_l + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{lk} + BX_{lkr} + \varepsilon_{lkr}$$

2. Menentukan Variabel Independen dan Variabel Dependen
3. Menentukan Variabel tambahan atau Variabel Konnomitan
4. Memahami asumsi-asumsi dalam Analisis Multi Kovarian dua arah dengan dua kovariat

5. Melakukan pengujian asumsi-asumsi dalam Analisis Multi Kovarian dua arah dengan dua kovariat

a. antar pengamatan bersifat independen

b. Variabel dependen berdistribusi normal multivariat

pemeriksaan distribusi normal dapat dilakukan dengan cara membuat *plot chi squared* dan mengitung jarak Mahalanobis dari setiap observasi yang didefinisikan sebagai berikut :

$$d_i^2 = (y_i - \bar{y})' S^{-1} (y_i - \bar{y})$$

c. Homogenitas matriks varians kovarians

Untuk menguji syarat ini dapat menggunakan statistik uji Box's M sebagai berikut (Gaspersz, 1995).

$$M = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln |S| - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \ln |S_i|$$

$$C^{-1} = 1 - \left\{ \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(k-1)} \right\} \left\{ \sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^k (n_i - 1)} \right\}$$

d. Ada hubungan linear antara variabel dependen dan variabel konkomitan

untuk menguji syarat ini dapat menggunakan statistik uji Wilks' Lambda, untuk uji kofisiensi regresi X mempengaruhi Y adalah sebagai berikut :

$$\Lambda = \frac{|E_{Y.X}|}{|E_{Y.X} + H_R|} = \frac{|E_{yy} - E_{yx} E_{xx}^{-1} E_{xy}|}{|E_{yy}|}$$

e. Koefisien regresi homogen antar perlakuan

untuk menguji syarat ini terlebih dahulu menghitung matrik jumlah kuadrat dan hasil kali silang galat tiap kelompok yang didefinisikan sebagai berikut :

$$E_{lk} = \begin{bmatrix} E_{xxlk} & E_{xylk} \\ E_{yxlk} & E_{yylk} \end{bmatrix}$$

f. Variabel konkomitan tidak berkorelasi dengan perlakuan yang dicobakan

6. Melakukan pengujian Analisis Data Multi Kovariat dengan Dua Kovariat

Untuk melakukan pengujian ini langkah yang digunakan adalah melakukan pengujian terhadap vektor rata-rata untuk p variabel dependen pada setiap perlakuan dengan statistik uji Wilks' Lambda

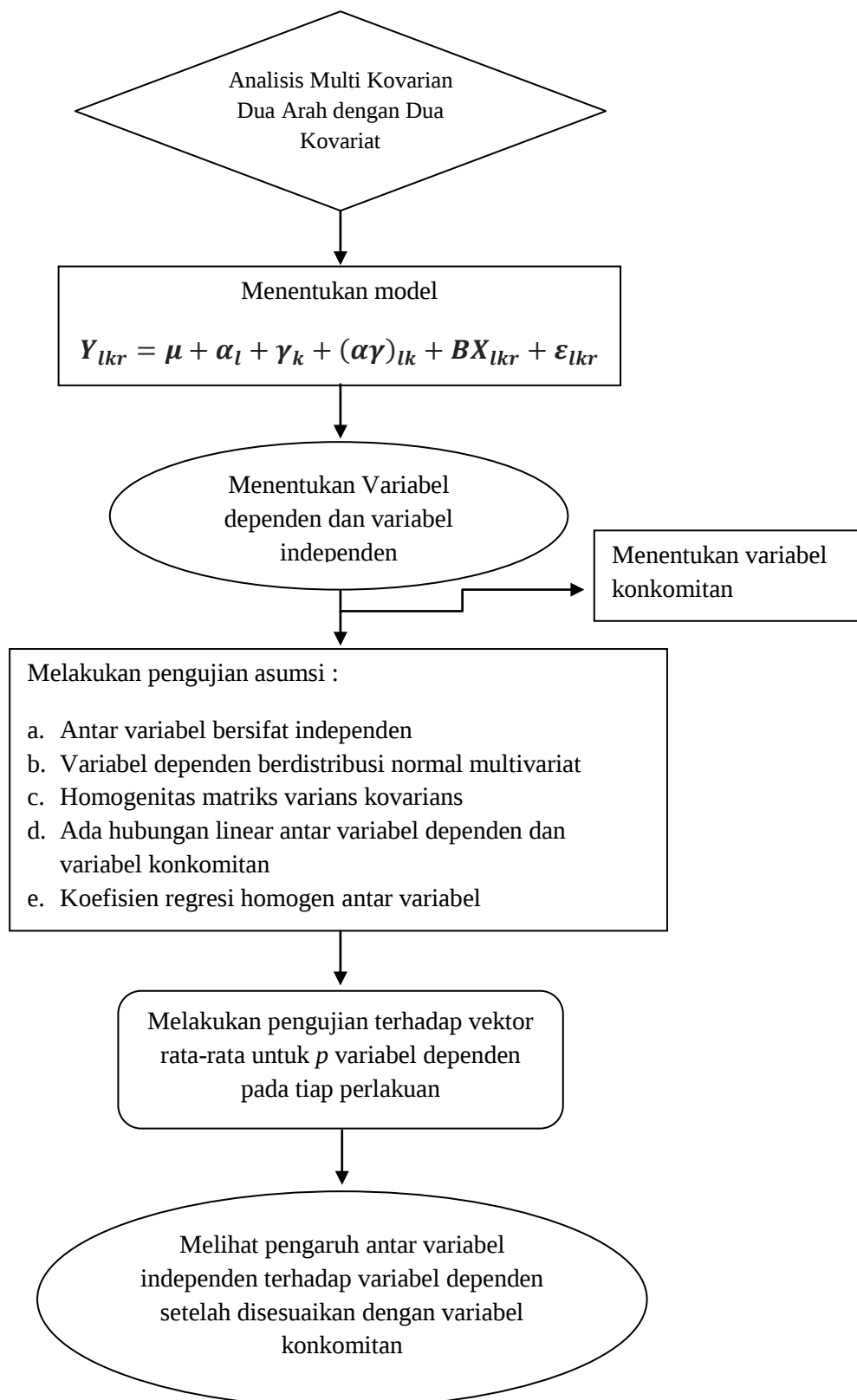
7. Melihat pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen

setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam Analisis Multi

Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap

Secara garis besar langkah-langkah penelitian yang dilakukan dapat tersaji dalam

Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram Alir pengaruh antar variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan mengenai analisis kovarians multivariat dua arah dengan dua kovariat dan contoh penerapannya maka dapat diambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. Pengaruh antara variabel independen terhadap variabel dependen setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan dalam Analisis Multi Kovarians dua arah dengan dua kovariat dengan model tetap dapat dilihat salah satunya dengan cara menggunakan statistik uji Wilks' Lambda yang telah ditransformasikan ke statistik F. Adapun statistik uji yang di gunakan adalah sebagai berikut :

- a) Pengaruh interaksi cabang kantor dan perbedaan tahun

$$F = \left(\frac{1-\sqrt{\Lambda}}{\sqrt{\Lambda}} \right) \left(\frac{v_E+v_H-p-1}{p} \right)$$

- b) Pengaruh cabang kantor

$$F = \left(\frac{1-\Lambda}{\Lambda} \right) \left(\frac{v_E+v_H-p}{p} \right)$$

- c) Pengaruh perbedaan tahun

$$F = \left(\frac{1-\sqrt{\Lambda}}{\sqrt{\Lambda}} \right) \left(\frac{v_E+v_H-p-1}{p} \right)$$

dengan menggunakan statistik uji Wilks' Lambda yang telah ditransformasikan ke statistik F diatas kita dapat mengetahui, untuk variabel independen dan variabel dependen memiliki pengaruh pada hasil analisis setelah disesuaikan dengan variabel konkomitan sehingga dapat menurunkan efek dari beberapa faktor yang tidak dapat dikontrol atau galat pada hasil analisis.

2. Contoh penerapan Analisis Multi Kovarians Dua Arah dengan Dua Kovariat h diberikan dalam bidang pelayanan energi listrik, yaitu untuk menyelidiki apakah cabang kantor (Tanjung Karang dan Metro) dan perbedaan tahun yaitu tahun 2011,2012 dan 2013 dalam pelayanan energi listrik berpengaruh terhadap daya tersambung dan energi listrik terjual setelah disesuaikan dengan produksi energi dan pelanggan. Hasil penelitian menunjukkan untuk faktor cabang kantor dan perbedaan tahun, dapat disimpulkan bahwa masing-masing ada pengaruhnya terhadap daya tersambung dan energi listrik terjual setelah disesuaikan dengan produksi energi dan pelanggan. Namun setelah cabang kantor diinteraksikan dengan perbedaan tahun hasilnya tidak mempengaruhi pelayanan listrik atau dapat dikatakan memiliki rata-rata sama untuk setiap grupnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard. 1987. *Elementary Linear Algebra*. John Wiley. New York.
- Bain, L. J. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics Second Edition*. Duxbury Press. California.
- Lind, D. A. dkk. 2007. *Statistical Techniques in Business and Economics with Global Data*. California
- Raykov, T. & Marcoulides, G. A. 2008. *An Introduction to Applied Multivariate Analysis*. Taylor and Francis Group. New York.
- Rencher, A. C. 1998. *Multivariate Statistical Inference and Applications*. John Wiley and Sons. New York.
- Salkind, N. J. *Encyclopedia of Research Design*. Sage Publications. University of Kansas.
- Suryanto. 1988. *Metode Statistika Multivariat*. Depdikbud. Jakarta.
- Timm, N. H. 2002. *Applied Multivariate Analysis*. Springer - Verlag. New York.
- Walpole, R. E. 1995. *Pengantar Statistika Edisi Ketiga Terjemahan*. PT Gramedia. Jakarta.
- Wulandari, M. T. 2006. Analisis Kovarians Multivariat Dua Arah dengan Satu Kovariat. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta