**PENENTUAN POLA - POLA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL DENGAN BANYAKNYA GARIS $\geq 5$**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**SITI FATIMAH**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2016**

**PENENTUAN POLA - POLA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL DENGAN BANYAKNYA GARIS ≥ 5**

Abstrak


Oleh
Siti Fatimah



Graf G(V,E) dikatakan graf terhubung jika untuk setiap dua titik pada graf tersebut terdapat path yang menghubungkannya. Jika tidak ada path yang menghubungkan antara kedua pasang titik di G maka G tidak terhubung. Garis paralel adalah dua garis atau lebih yang mehubungkan dua titik yang sama. Pada graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan jumlah titik ndan jumlah garis mbanyak graf yang dapat dibentuk, baik terhubungatau tidak terhubung. Dalam penelitian ini dibahas tentang cara menentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel jika diberikan $n = 6$ dan $5 \leq m \leq 15$. Dari penelitian ini didapat jumlah graf tersebut untuk $n = 6\,; g = 5$ adalah $N\left(G_{n,m,l,5}\right) = 1296\binom{m}{5}$ ; untuk $n = 6\,; g = 6$ adalah $N\left(G_{n,m,l,6}\right) = 1980\binom{m-1}{5}$ ; dan untuk $n = 6\,; g = 7$ adalah $N\left(G_{n,m,l,7}\right) = 3330\binom{m-2}{5}$.



**Kata kunci:** graf, graf terhubung, *loop*, garis paralel

# PENENTUAN POLA - POLA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDE ENAM TANPA GARIS PARALEL DENGAN BANYAKNYA GARIS $\geq 5$

**Oleh**

*Siti Fatimah*

**Skripsi**

Sebagai salah satu syarat untuk meperoleh gelar
SARJANA SAINS

pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDARLAMPUNG**
**2016**

Judul Skripsi : **PENENTUAN POLA-POLA GRAF TERHUBUNG BERLABEL BERORDER ENAM TANPA GARIS PARALEL DENGAN BANYANKNYA GARIS $\geq 5$**

Nama Mahasiswa : Siti Fatimah

No. Pokok Mahasiswa : 1217031064

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

**Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.**
NIP 19631108 198902 2 001

**Amanto, S.Si., M.Si.**
NIP 19730314 200012 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**
NIP 19620704 198803 1 002

## MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.** ............................

   Sekretaris : **Amanto, S.Si., M.Si.** ............................

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ............................

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

   **Prof. Warsito, D.E.A., Ph.D.**
   NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **22 April 2016**

**PERNYATAAN**

Nama : Siti Fatimah

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031064

Program Studi : Matematika

Jurusan :Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang berjudul Penentuan Pola - Pola Graf Terhubung Berlabel Berorde Enam Tanpa Garis Paralel Dengan Banyaknya Garis $m \geq 5$ adalah hasil pekerjaan saya sendiri. Skripsi ini juga tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada Universitas Lampung atau institut lain.

Bandar Lampung, 22 April 2016

Yang menyatakan


Siti Fatimah
NPM. 1217031064

## RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Lampung Tengah pada tanggal 17 Juni 1993, sebagai putri pertama dari dua bersaudara, dari pasangan Bapak Suprapto dan Ibu Atmiati. Penulis memiliki satu orang adik perempuan bernama Aprinawati.
Pendidikan Taman Kanak – Kanak (TK)diselesaikan penulis pada tahun 2000 di TK PKK Buyut Baru Seputih Raman Lampung Tengah, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 1 Buyut Baru Seputih Raman Lampung Tengah pada tahun 2006, Sekolah Menengah Pertama (SMP) diselesaikan penulis di SMPN2 Seputih Raman Lampung Tengah pada tahun 2009 dan Sekolah Menengah Atas (SMA) diselesaikan penulis di SMAN 01 Seputih Raman padatahun 2012.

Pada tahun 2012 penulis terdaftar sebagai mahasiswi Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Selama menjadi mahasiswi, penulis ikut serta dalam organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Maatematika (HIMATIKA) FMIPA Unila sebagai anggota biro Kesekretariatan pada tahun 2013 dan 2014, penulis juga ikut serta dalam organisasi Tae Kwon Do Universitas Lampung sebagai anggota divisi Eksternal para periode 2014/2015.

Pada tahun 2015, penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Tanjung Serupa Kecamatan Pakuan Ratu Waykanan. Pada tahun yang sama, penulis juga melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Dinas Peternakan dan Kesehatan Hewan Provinsi Lampung.

# PERSEMBAHAN

Dengan Penuh rasa syukur kepada Allah SWT, kupersembahkan hasil karyaku ini untuk orang – orang yang selalu menyayangi dan memotivasiku menuju kearah yang lebih baik.

Mama dan Bapak tersayang yang telah membesarkan dan merawatku dengan penuh kasih sayang yang tak terhingga dan selalu mendoakanku agar dipermudah dalam langkah dan semua hal yang aku lakukan.

Adikku dan sepupu serta seluruh keluarga besar yang selalu memberikan motivasi, semangat dan pengalaman hidup serta mendoakan kesuksesanku.

Dosen pembimbing dan penguji yang tidak ada bosan dan henti – hentinya memberikan ilmu dan pelajaran kepadaku selama ini.

Sahabat – sahabatku yang selalu berbagi kebahagiaan saling mendukung dan menyemangati

# MOTTO

*"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai dari urusan, kerjakanlah dengan sungguh – sungguh urusan yang lain dan hanya kepada Tuhan Mu'lah kamu berharap"*

*(Q.S. Al-Insyirah: 6-8)*

*Jangan sia – siakan kesempatan, karena kesempatan tidak selalu datang dua kali*

*(Penulis)*

## SANWACANA

*Alhamdulillahi robil 'alamin,* segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, karena atas izin, rahmat dan hidayah serta ridho-Nya skripsi yang berjudul "Penentuan Pola - Pola Graf Terhubung Berlabel Berorde Enam Tanpa Garis Paralel Dengan Banyaknya Garis $\geq$ 5" dapat diselesaikan tepat pada waktunya. Tak lupa Shalawat beriring salam senantiasa tercurah kepada nabi besar Muhammad SAW, tuntunan dan tauladan utama bagi seluruh umat manusia.

Penulis menyadari banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Untuk itu iringan doa penulis ucapkan terimakasih sebesar – besarnya terutama kepada :

1. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing pertama yang telah memberikan bimbingan, dan pengarahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
2. Bapak Amanto, S.Si.,M.Si., selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan bimbingan dan motivasinya.
3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si.,M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik yang membangun serta saran dalam penulisan skripsi ini.
4. Bapak Tiryono Ruby, M.Sc.,Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

5. Bapak Ir. Warsono, Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah membantu dan membimbing selama masa perkuliahan.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA.,Ph.D., selaku dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Mama dan Bapak yang telah membesarkan, mendidik serta memberikan cinta dan selalu mendoakan penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Adikku tercinta Aprinawati yang selalu hadir di hati penulis dan senantiasa mendukung dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Sepupu – sepupu terdekatku yang tersayang Imam Rofii, Dedi dan Devinta sari yang selalu melengkapiku dalam keceriaan.
10. Sahabat – sahabatku seperjuangan Eni Zuliana dan Grita Tumpi yang selalu membantu dan memberikan semangat.
11. Saudara – saudara satu atap tersayangku Desi Efiyanti, Sri Wahyu Puji Astuti, Tri Susilowati, Yeni Apriyanti dan sahabat tersayang Dwi Mayasari serta Tiand Reno yang senantiasa memberi semangat dan keceriaan yang berhamburan di hatiku.
12. Keluarga besar Matematika 2012 yang tidak dapat kusebutkan satu persatu atas semangat, motivasi dan kebersamaannya selama ini.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini, karena penulis manusia biasa yang tak luput dari salah dan lupa. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi pembaca pada umumnya.

Bandar Lampung, April 2016

Penulis

**DAFTAR ISI**

**DAFTAR TABEL**

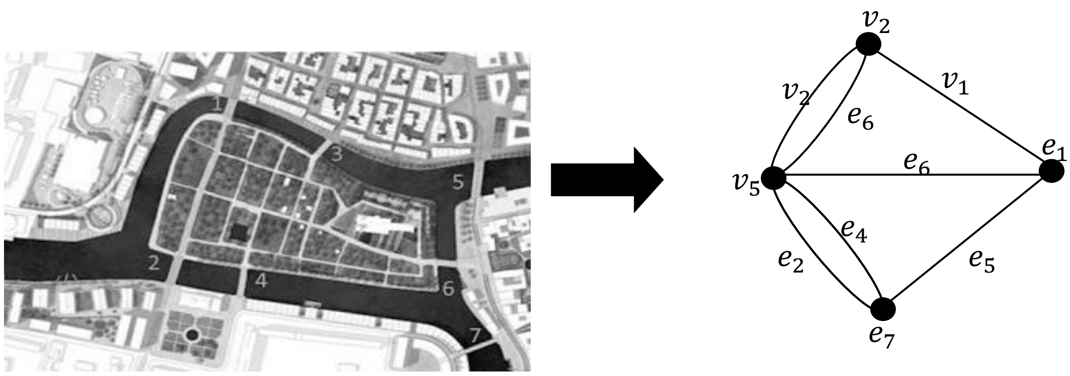
Tabel Halaman

# DAFTAR GAMBAR

# I. PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Teori Graf merupakan salah satu teori atau cabang matematika yang mempelajari tentang objek – objek diskrit dan hubungan antara objek – objek tersebut. Teori graf diperkenalkan oleh matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler. Pada tahun 1736 Leonhard Euler memberikan solusi terhadap masalah jembatan Konigsberg yang sangat terkenal di Eropa. Dengan memodelkan masalah tersebut kedalam bentuk graf, jembatan Konigsberg yang melalui sungai Pregel di Kaliningrat, Rusia, daratan dinyatakan sebagai titik atau *vertex* dan jembatan dinyatakan sebagai garis yang disebut sisi atau *edge*. Permasalahannya adalah menentukan apakah mungkin melakukan perjalanan yang dimulai dari satu daratan dan melalui setiap jembatan tersebut hanya satu kali serta kembali ke tempat semula.




Gambar 1. Jembatan Konigsberg dan representasinya dalam bentuk graf.

Dengan merepresentasikan titik sebagai daratan dan garis sebagai jembatan, Leonhard Euler menyatakan bahwa tidak mungkin dapat melewati jembatan tersebut tepat satu kali jika derajat tiap titik jumlahnya tidak genap sehingga model graf tersebut dikenal sebagai graf Eulerian.

Jika diberikan $n$ titik dan $m$ garis, dengan $n \neq 0$ dan $m \geq 5$, maka banyak graf yang dapat dibentuk, diantaranya graf terhubung dan tidak terhubung.

Graf berlabel adalah graf yang tiap titik atau garisnya berlabel. Jika hanya titiknya yang diberi label maka pelabelan tersebut disebut pelabelan titik, jika hanya garis yang diberikan label maka pelabelannya disebut pelabelan garis. Jika titik dan garis keduanya diberikan label maka pelabelannya disebut pelabelan titik dan garis atau pelabelan total.

Arifah (2015) telah melakukan observasi dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dan diperoleh rumus untuk $n = 3$ ; $m \geq 2$ yaitu $G(l)_{3,m} = \binom{2m-1}{2}$, untuk $n = 4$ ; $m = 3$ yaitu $G(l)_{4,3} = 16$,dan untuk $n = 4$ ; $m > 3$ yaitu $G(l)_{4,m} = \binom{3(m-1)}{3} - 3\binom{m-1}{3} - \binom{m+1}{2}$.

Berdasarkan solusi – solusi yang di dapat tersebut penulis tertarik untuk meneliti banyaknya pola – pola graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n = 6.

### 1.2.Batasan Masalah

Dalam penelitian ini pembahasan dibatasi pada graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan $n = 6$ dan $\mathrm{m} \geq (\mathrm{n} - 1)$ dengan n adalah banyaknya titik dan m adalah banyaknya garis pada graf.

### 1.3.Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Untuk mengetahui pola dalam menghitung graf jika diberikan n titik dan m garis
2. Untuk mengetahui jumlah graf yang terbentuk untuk tiap pola jika diberikan n titik dan m garis

### 1.1 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui pola dalam menghitung graf.
2. Mengetahui jumlah graf yang terbentuk dari masing – masing pola jika diberikan n titik dan m garis

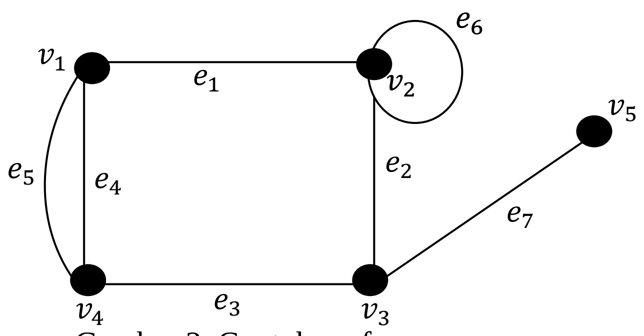
# II. TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1. Konsep Dasar Teori Graf

Istilah – istilah yang digunakan pada subbab ini diambil dari Deo (1989).

Graf G = *(V, E)* terdiri dari suatu himpunan dari objek $V = \{v_1, v_2, ...\}$ yang disebut dengan *vertex* atau titik, dan himpunan lainnya $E = \{e_1, e_2, ...\}$ dimana E boleh Ø, dengan elemen – elemennya disebut *edge* atau garis. Setiap garis atau edge $e_{k_j}$ menghubungkan pasangan titik $(v_k, v_j)$. Titik $v_k$ dan $v_j$ disebut titik ujung dari $e_{k_j}$.

Contoh:



Gambar 2. Contoh graf

Dua titik $v_i\ dan\ v_j$ dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika satu sama lain dari kedua titik tersebut dihubungkan oleh garis yang sama dan dinotasikan dengan $(v_i, v_j)$. Suatu garis $e_{ij}$ dikatakan menempel (*incident*) dengan titik *v*, jika titk *v* merupakan salah satu ujung dari garis $e_{ij}$ tersebut.

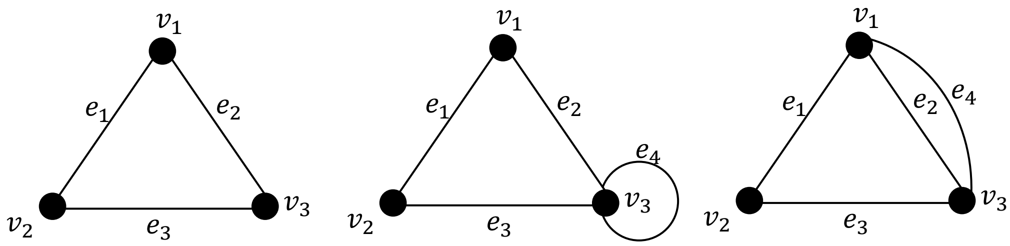
Pada Gambar 2, titik $v_1$ bertetangga dengan $v_2$ . Sementara itu, $v_1$ tidak bertetangga dengan $v_3$ karena tidak ada garis yang menghubungkan kedua titik tersebut. Garis $e_1$menempel pada $v_1$ dan $v_2$ sedangkan $e_1$ menempel pada $v_2$ dan $v_3$.

*Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama, sedangkan garis paralel adalah dua garis atau lebih yang memiliki titik ujung yang sama. Suatu graf tanpa

*loop* atau garis paralel disebut dengan graf sederhana.

Pada Gambar 2 merupakan contoh graf yang memuat *loop* dan garis paralel, *loop* yaitu garis $e_6$ sedangkan garis paralel yaitu garis $e_4$ $dan$ $e_5$ yang menempel pada $v_1$ dan $v_4$.

Contoh:




Gambar 3. Contoh graf sederhana, dan graf tidak sederhana

Misalkan $v_i$ adalah titik dalam suatu graf *G*. Jumlah garis atau edge yang menempel atau *incident* pada titik $v_i$, dengan loop dihitung sebanyak dua, disebut derajad atau degree dari titik $v_i$, yang dinotasikan dengan $d(v_i)$.

Pada Gambar 2 $d(v_1) = 3$, $d(v_2) = \ \ 4$, $d(v_3) = 3$, $d(v_4) = 3$, $d(v_5) = 1$.

Karena $v_5$berderajat satu, maka $v_5$ merupakan titik *pendant*.

*Walk* adalah barisan berhingga dari titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik sedemikian sehingga setiap garis menempel pada titik sebelum dan sesudahnya. *Walk* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *closed walk*. Sedangkan *path* adalah *walk* yang memiliki atau melewati titik yang berbeda – beda. *Path* yang berawal dan berakhir pada titik yang sama disebut *cycle*.

Pada Gambar 2 contoh walk adalah $(v_1 e_1 v_2 e_6\ v_2 e_2 v_3 e_3 v_4)$.

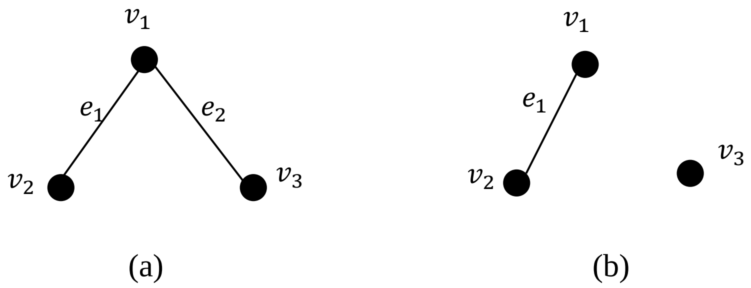
Contoh *closed walk* adalah $(v_1 e_1 v_2 e_6 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_1)$.

Contoh *path* $(v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_{4,})$.

Contoh *cycle* adalah $(v_1 e_1 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_1)$

Suatu graf dikatakan graf terhubung jika untuk setiap dua titik pada graf tersebut terdapat *path* yang menghubungkannya. Jika tidak ada path yang menghubungkannya maka G dikatakan graf tak terhubung.

Contoh:

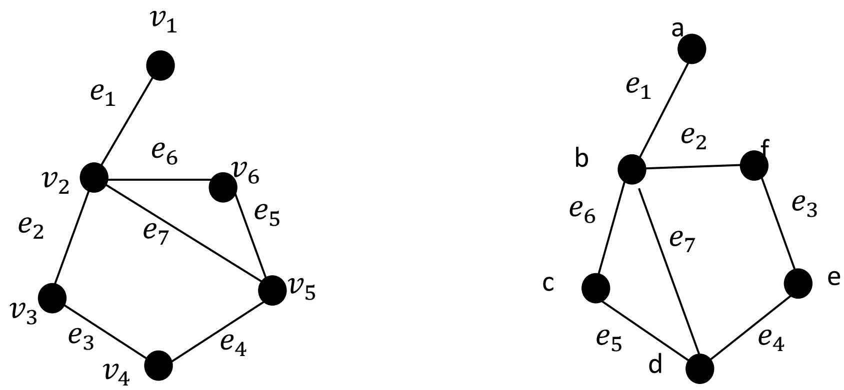



Gambar 4. Contoh graf terhubung (a) dan graf tak terhubung (b)

Pelabelan pada graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum dipresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bilangan asli yang disebut label, maka pelabelan disebut dengan pelabelan titik, jika garis yang diberikan label maka pelabelannya disebut pelabelan garis. Jika titik dan garis keduanya diberikan label maka pelabelannya disebut pelabelan titik dan garis atau pelabelan total.

Dua graf dikatakan isomorfis jika memiliki banyaknya titik dan garis yang sama dan mempertahankan sifat ketetanggaannya walaupun digambarkan dengan cara yang berbeda.

Contoh:




Gambar 5. Contoh dua graf yang isomorfis

## 2.2. Konsep Dasar Teknik Pencacahan

Teorema dan istilah yang digunakan pada subbab ini diambil dari Siang (2006).

Misalkan n adalah bilangan bulat positif. Besaran n faktorial (simbol *n!*) didefinisikan sebagai hasil kali semua bilangan bulat antara 1 sampai n. Untuk n=0, nol faktorial didefinisikan = 1.

$$n! = 1.2.3 \dots .(n-1).n$$

$$0! = 1$$

Teorema 1:

Banyaknya kombinasi dari n objek berbeda yang diambil sebanyak r objek adalah

$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$ .

Permutasi adalahsuatu susunan yang berbeda atau urutan yang berbeda yang dibentuk oleh sebagian atau keseluruhan objek yang diambil dari sekelompok objek yang tersedia. Dalam permutasi, perulangan tidak diperbolehkan, artinya objek yang sudah dipilih tidak bisa dipilih kembali.

Contoh:

Suatu warna tertentu dibentuk dari campuran 3 warna yang berbeda. Jika terdapat 4 warna, yaitu merah, kuning, biru dan hijau, maka berapa kombinasi tiga jenis warna yang dihasilkan?

Penyelesaian:

Dalam memilih warna yang akan dicampur, urutan warna tidaklah diperhatikan. Jadi, yang menjadi masalah adalah warna apa yang akan dicampur. Tidaklah menjadi masalah apakah warna merah dicampur pertama ataupun terakhir. Jadi banyaknya kombinasi warna yang dapat dihasilkan adalah kombinasi 4 objek yang diambil 3 sekaligus.

$$C_3^4 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{24}{6} = 4 \text{ cara}$$

Teorema 2:

Permutasi r objek dari n objek dihitung dengan cara

$p(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$.

Contoh:

Dalam suatu organisasi yang terdiri atas 30 orang akan dipilih 4 orang yang akan menjadi ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Ada berapa cara untuk memilih ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara untuk organisasi tersebut?

Penyelesaian:

Untuk memilih ketua organisasi ada 30 calon. Untuk memilih wakil ketua organisasi ada 29 calon. Untuk memilih sekretaris ada 28 calon dan untuk memilih bendahara ada 27 calon, sehingga untuk memilih ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara ada $30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 = 657.720$ cara.

$p(30,4) = \frac{30!}{(30-4)!} = \frac{30!}{26!} = 657.720$ cara

Teorema – teorema di atas digunakan untuk mencari banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel untuk setiap *n* dan *m* jika diketahui bentuk grafnya.

## 2.3. Konsep Dasar Barisan

Barisan adalah fungsi yang domainnya merupakan semua bilangan bulat dan dinotasikan dengan $a_n$ (Rosen, 2012).

Secara umum barisan direpresentasikan dalam barisan sebagai berikut:

$a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \dots, a_n$

Contoh : Barisan bilangan 2, 4, 6, 8, 10, ....

Suatu barisan geometri adalah barisan yang memiliki bentuk $a, ar, ar^2, \dots, ar^n, \dots$

Dengan $a$ dan $r$ adalah bilangan real serta $r$ merupakan rasio (Rosen, 2012).

Contoh : Barisan bilangan 1, 2, 4, 5, 16, ..., dengan $a = 1$ dan $r = 2$.

Suatu barisan geometri adalah barisan yang memiliki bentuk $a, a + d, a + 2d, \dots, a + nd, \dots$ dengan $a$ dan $d$ adalah bilangan real serta d adalah merupakan beda (Rosen, 2012).

Contoh : Barisan bilangan 1, 4, 7, 10, 13, ...., dengan $a = 1$ dan $d = 3$

Diberikan barisan bilangan $\{a_n\}$ sebagai berikut ini:

$a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_r$ (1)

Beda pertama dari barisan (1) adalah:

$D_0^1, D_1^1, D_2^1, \dots D_r^1$ dengan $D_r^1 = a_{r+1} - a_r$

Secara rekurensi mendefinisikan beda orde ke k dari barisan (1) dengan orde k -1 sebagai beda sebelumnya adalah:

$D_0^k, D_1^k, D_2^k, \dots D_r^k$dengan $D_r^k = D_{r+1}^{k-1} - D_r^{k-1}$ (2)

Perhatikan bahwa (2) valid untuk k=1 jika $a_r = D_r^0$

(Alonso, 2000).

**Proposisi 1**: Diberikan Barisan (1). Jika terdapat polinomial p(x) berderajat k dengan koefisien c sehingga $a_r$= p(r) untuk r = 0,1,2,3,... maka barisan (1) adalah barisan aritmatika orde k dengan beda adalah k! C (Alonso, 2000).

Bukti:

Misalkan $p(x) = a_1x^k + a_2x^{k-1} + a_3x^{k-2} + \cdots$

Maka $a_r = a_1r^k + a_2r^{k-1} + a_3r^{k-2} + \cdots$

Sehingga

$a_r = a_{r+1} - a_r = a_1[(r+1)^k - m^k] + a_2[(r+1)^{k-1} - r^{k-1}] + \cdots = ckr^{k-1}$

Oleh karena itu untuk beda pertama dapatdibentuk $p(x) = kcx^{k-1} + \cdots$ yang berderajat $k - 1$ dengan koefisien pertama kc sehingga $D_r^1 = p_1(r)$ dengan melakukan perulangan proses yang sama sebanyak k kali dapat disimpulkan bahwa:

$D_r^k = p_k(r)$ untuk suatu polinomial $p_k(r)$ berderajat nol dengan koefisien pertama k!c sehingga $D_r^k = k!\,c$ untuk r = 0,1,2,3,...

# III. METODE PENELITIAN

## 3.1 Penelitian – penelitian yang telah dilakukan berkaitan dengan perhitungan graf

1. Misalkan G = (V,E) adalah graf terhubung dengan $|V(G)| = n$ dan $|E(G)| = m,$ dengan $0 \leq m \leq \binom{n}{2}$

   a. Graf $g_n$ merupakan graf sederhana dengan n titik. Banyaknya graf $g_n$ adalah

   .$g_n = 2^{\binom{n}{2}}$

   b. Graf $g_n$(m) merupakan graf sederhana dengan n titik dan m garis. Banyaknya graf $g_n$(m) adalah:

   $$g_n(m) = \binom{\binom{n}{2}}{m}$$

   (Agreusson dan Raymond, 2007)

2. Misalkan G(V,E) adalah graf terhubung jika untuk setiap dua titik di G terdapat path yang menghubungkannya. Jika n adalah banyaknya titik dan *m* adalah banyaknya garis pada graf graf terhubung berlabel tanpa garis paralel atau $G(l)_{n,m}$ , $maka$ banyaknya $G(l)_{n,m}$ adalah:

   a. Untuk $n = 3$ ; $m \geq 2$ diperoleh rumus umum adalah

   $$G(l)_{3,m} = \binom{2m-1}{2}$$

b. untuk $n = 4\ ; m \geq 3$ diperoleh rumus adalah:

(i). untuk $n = 4\ ; m = 3$

$$G(l)_{4,3} = 16$$

(ii). untuk $n = 4\ ; m > 3$

$$G(l)_{4,m} = \binom{3(m-1)}{3} - 3\binom{m-1}{3} - \binom{m+1}{3}$$

(Arifah,2015).

**3.2 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian akan dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung pada tahun 2015-2016.

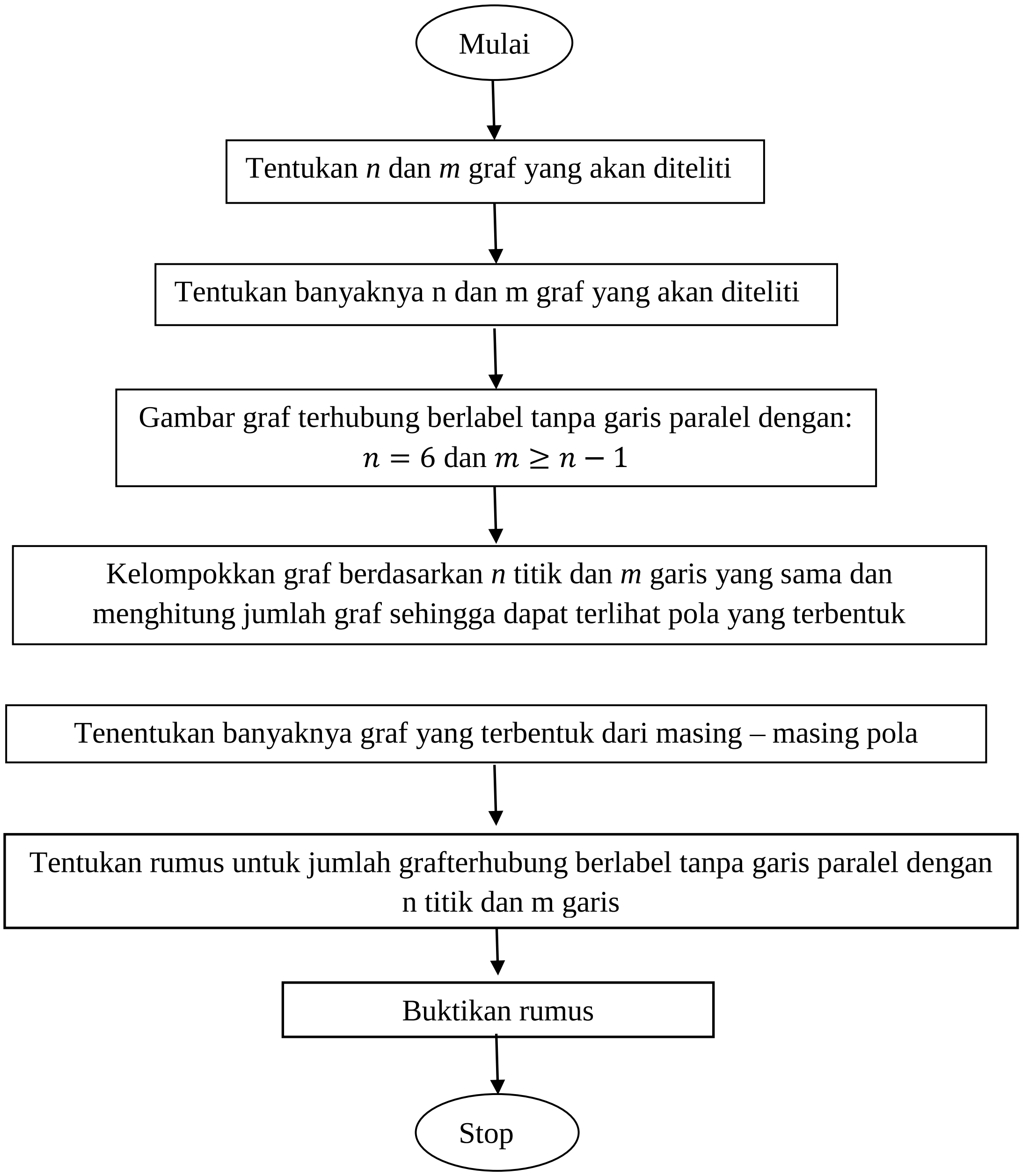
**3.3 Metode Penelitian**

Langkah – langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Tentukan banyaknya titik dan garis graf yang akan dicari banyaknya jumlah graf terhubung berlabel tanpa garis paralel yang dapat dibentuk dari titik dan garis tersebut.
2. Lakukan observasi dengan cara menggambar graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n = 6 ; m ≥ 5 dan, dimana n adalah banyaknya titik dan m adalah banyaknya garis.
3. Kelompokkan graf terhubung untuk setiap n titik dengan m garis.
4. Hitung jumlah graf terhubung untuk setiap n titik dengan m garis.
5. Lihat pola yang terbentuk dari banyaknya graf yang dapat dibentuk dari n titik dan m garis.

6. Tentukan banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n titik dan m garis yang terbentuk dari masing - masing pola.
7. Tentukan rumus untuk jumlah graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan n titik dan m garis.
8. Buktikan rumus yang terbentuk

Penyajian dalam bentik diagram alir adalah sebagai berikut:




Gambar 6. Diagram alir metode penelitian

# V. KESIMPULAN

## 5.1. Kesimpulan

Berdasarkan observasi dari graf terhubung berlabel tanpa garis paralel dengan orde 6, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk n= 6 ; g= 5 diperoleh rumus:

   $$N(G_{n,m,l,5}) = 1296 \binom{m}{5}$$

2. Untuk n=6 ; g= 6 diperoleh rumus:

   $$N(G_{n,m,l,6}) = 1980 \binom{m-1}{5}$$

3. Untuk n= 6; g= 7 diperoleh rumus:

   $$N(G_{n,m,l,7}) = 3330 \binom{m-2}{5}$$

dengan

*n*= banyaknya titik pada graf

*m*= banyaknya garis pada graf

*g*= garis bukan *loop*

## 5.1. Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan untuk menentukan rumu umum banyaknya graf terhubung berlabel tanpa garis paralel berorde lebih besar dari 6.

## DAFTAR PUSTAKA


Agreusson, G dan Raymond,D. G. 2007. *Graph Theory Modeling,Applications,and Algorithms.* Pearson/prentice education inc, New Jersey.

Alonso, J. 2000. *Arithmetic Sequences Of Higher Order. http://www.fq.math.ca/scanned/14-2/alonso.pdf.* Diakses Tanggal 17 November 2015, pukul 13.45.

Arifah, N. 2015. Penentuan Banyaknya GrafTerhubung Berlabel Tanpa Garis Paralel dengan Banyaknya Titik Tiga dan Empat. Skripsi. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Deo, N. 1989.*Graph Theory with Aplications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc, New York.

Rosen, H., Kenneth. 2012. *Discret Mathematics and its Aplication.* McGraw-Hill. New York. USA.

Siang, J, Jeng M.Sc..2006. *Matematika Diskrit pada Ilmu Komputer* Edisi ketiga. C.V ANDI OFFSET, Yogyakarta.