PERBANDINGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD UNWEIGTED LEAST SQUARE* DAN *WEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (MPS)

(Skripsi)

Oleh:

Ratih Subchiani

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

ABSTRAK

PEMBANDINGAN ANTARA METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD, WEIGHTED LEAST SQUARE* DAN *UNWEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (MPS)

Oleh

RATIH SUBCHIANI

Model persamaan struktural (MPS) adalah metode analisis multivariat yang digunakan untuk menggambarkan hubungan linear secara simultan antara variabel indikator dan variabel *laten*. Pemodelan struktural yang sering digunakan adalah berbasis koragam (covarian) dikenal dengan LISREL (*Linear Structural Relationship*). Pada LISREL terdapat tujuh metode pendugaan yang dapat digunakan dan sebagian besar menggunakan proses iteratif. Pada penelitian ini digunakan tiga metode pendugaan parameter yaitu *Maximum Likelihood* (ML), *Weighted Least Square* (WLS)dan *Unweighted Least Square* (ULS). Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode *Maximum Likelihood*, *Weighted Least Square*dan *Unweighted Least Square* pada beberapa ukuran sampel dan ingin mengetahui model terbaik dari masing-masing metode dengan beberapa ukuran sampel yaitu n=50, 100 dan 150 dalam Model Persamaan Struktural (MPS).
Hasil dari perbandingan metode *Maximum Likelihood, Weighted Least Square* dan *Unweighted Least Square* dengan ukuran sampel n=50, 100 dan 150 menunjukkan bahwa metode *Maximum Likelihood* lebih baik dalam menduga model dari semua ukuran sampel dibandingkan dengan metode ULS dan WLS. Pada metode *Maximum Likelihood* ukuran sampel n=100 memiliki model yang lebih baik daripada ukuran sampel n=50 dan n=150. Pada metode ULS dan metode WLS pada ukuran sampel n=50 memiliki model yang lebih baik daripada model ukuran sampel n=100 dan n=150.

Kata kunci : Model Persamaan Stuktural (MPS), LISREL (*Linear Structural Relationship*)

ABSTRACT

COMPARISON BETWEEN MAXIMUM LIKELIHOOD, WEIGHTED LEAST SQUARE AND UNWEIGHTED LEAST SQUARE METHOD WITH SOME SAMPLE SIZE IN STRUCTURAL EQUATION MODEL (SEM)

By

RATIH SUBCHIANI

Structural Equation Modelling (SEM) is a multivariate statistic analysis that is used to describe linear relationship simultaneously between indicator variable and latent variable. Structural modellingthat is commonly used is covariance base known as LISREL (Linear Structural Relationship). In LISREL, there are seven estimation methods that is used and mostly using iterative process. This research used three parameters of estimation methods : Maximum Likelihood (ML), Weighted Least Square (WLS) and Unweighted Least Square (ULS). The aim of this research was comparing between Maximum Likelihood, Weighted Least Square and Unweighted Least Square Method for some different sample sizes and examining the best model among each methods toward those different sample sizes of n=50, 100 and 150 in structural equation modelling (SEM).
The results of comparing between Maximum Likelihood, Weighted Least Square and Unweighted Least Square method toward the sample sizes of n=50, 100 and 150 show that Maximum Likelihood method was the best estimation modelling above all different sample sizes than ULS and WLS methods. Maximum Likelihood method forsample size n=100 had been the best modelling than the sample size of n=50 and n=150.WLS and ULS method for sample size n=50 had been the best modelling than the model for sample size of n=100 and n=150.

Key words: Structural Equation Modelling (SEM), LISREL (Linear Structural Relationship)

PERBANDINGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD* *UNWEIGTED LEAST SQUARE* DAN *WEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (MPS)

Oleh
RATIH SUBCHIANI

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai gelar
SARJANA SAINS

Pada
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi : **PERBANDINGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD UNWEIGHTED LEAST SQUARE* DAN *WEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (MPS)**

Nama Mahasiswa : Ratih Subchiani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031054

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Eri Setiawan, M.Si.	**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**
NIP 19581101 198803 1 002	NIP 19610128 198803 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Nusyirwan, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **14 Juni 2016**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Ratih Subchiani

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031054

Jurusan : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"PERBANDINGN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD, WEIGHTED LEAST SQUARE* DAN *UNWEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL (MPS)"** merupakan hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada Universitas Lampung atau Institusi lain.

Bandar Lampung, 14 Juni 2016
Yang Menyatakan,

Ratih Subchiani
NPM 1217031054

RIWAYAT HIDUP

Ratih Subchiani dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 19 Juli 1994, anak ke tiga dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Nasran, S.H dan Ibu Suryati. Ia mengawali pendidikannya pada tahun 1999 di TK Kartika II Tanjung Karang Pusat. Setahun kemudian, ia melanjutkan Pendidikan Dasar di SD Kartika II-5 Tanjung Karang Pusat hingga tahun 2006. Pada Pendidikan Sekolah Menengah Pertama penulis bersekolah di SMP N 23 Bandar lampung, yang diselesaikan pada tahun 2009. Kemudian ia melanjutkan pendidikannya di SMA YP UNILA Bandar Lampung hungga tahun 2012 dan melanjutkan ke perguruan tinggi di tahun yang sama. Sejak saat itu ia menjadi mahasisiwa Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika. Selama menempuh pendidikan di Universitas Lampung, ia pernah tergabung dalam organisasi sebagai anggota HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Matematika) dan ROIS (Rohani Islam).

Kupersembahkan karya ini dengan :

Ketulusan hati

Dan Perjuanganku

Sebagai tanda baktiku dan kasihku kepada :

Ibu dan Ayahku tercinta

Mas Andes Eko Suryono beserta Keluarga

Esti Retnowati

Dwi Ario Septiandri

Almamater

KATA INSPIRASI

Jadikan sabar dan shalat sebagai penolongmu. Dan sesungguhnya yang demikian itu sungguh berat, kecuali bagi orang-orang yang khusyu'.
(Q.S. Al-Baqarah : 45)

SANWACANA

Puji Sukur kehadirat Allah Swt. Atas segala nikmat, kekuatan, kemudahan, dan pertolongan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "PERBANDINGAN METODE *MAXIMUM LIKELIHOOD*, *WEIGHTED LEAST SQUARE* DAN *UNWEIGHTED LEAST SQUARE* DENGAN BEBERAPA UKURAN SAMPEL PADA MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL" yang merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) di Universitas Lampung. Shalawat dan salam semoga selalu tercurah kepada Rasulullah Muhammad saw., beserta keluarga, dan umatnya.

Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si selaku Pembimbing I, yang selama ini dengan penuh kesabaran membimbing penulis dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si selaku Pembimbing II, yang Selama ini telah membimbing dan memberi motivasi dalam menyelesaikan skripsi.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si selaku Dosen Pembahas yang memberi masukan dan evaluasi kepada penulis selama menyusun skripsi.

4. Pembimbing Akademik, Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., yang telah banyak memberikan nasehat dan motivasi kepada penulis selama menjalani pendidikan di Universita Lampung.
5. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika sekaligus Pembahas, yang telah memberikan petunjuk dan pengarahan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D, selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas lampung.
7. Para Dosen Jurusan Matematika yang telah banyak memberikan pengajaran dan ilmu yang insya Allah bermanfaat.
8. Seluruh staf karyawan di lingkungan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
9. Kepada keluargaku yang tersayang, khususnya orang tuaku. Terimakasih atas dukungan, nasihat, motivasinya dan selalu membantuku dalam mengerjakan skripsi.
10. Sahabat-sahabatku: Asri, Merry, Ersa, Lusie, Ari dan Rini (Superkece).
11. Kakak-kakakku yaitu Kak Lukman, Mb’ Rusmi, Mb’ Anjar dan lain-lain atas dukungan dan motivasi dalam pembuatan skripsi.
12. Teman-teman Matematika’12 yaitu Riyama, Ima, Mb’ hilya, Ira, Desi, Tri, Vien, Lina, Oci, Grita, Rendi, Jo, Danar, Cacan, Anwar, Selvi, Dita, Merda dan teman-teman yang lain serta seluruh keluarga besar HIMATIKA UNILA. Sukses untuk kita semua.
13. Keluarga besar Dakwah Sekolah: TKS SMA YP Unila Bandar Lampung.

Demikian ucapan terima kasih penulis sampaikan. Untuk segala dukungan, do’a, dan bantuan baik moril maupun materil hanya Allah SWT yang dapat membalasnya dengan balasan yang lebih baik. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Bandar Lampung, 14 Juni 2016

Penulis

Ratih Subchiani

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada berbagai bidang dalam penelitian seperti psikometrika (bidang psikologi), ekonometrika (bidang ekonomi), dan bidang ilmu pengetahuan sosial lainnya, banyak peneliti yang lebih tertarik dalam pemodelan yang lebih rumit. Dan sering menghadapi masalah faktor yang tidak dapat diukur secara langsung dan faktor yang dapat diukur secara langsung. Pada pemodelan tersebut melibatkan lebih dari satu peubah tak bebas dan peubah bebas yang dilakukan secara simultan. Peubah-peubah tersebut bisa berupa peubah yang dapat diukur secara langsung atau disebut sebagai variabel *laten* dan peubah yang dapat diukur secara langsung yang disebut variabel indikator.

Dalam dunia statistika telah dikembangkan model hubungan yang mengukur hubungan peubah yang tidak dapat diukur secara langsung (variabel *laten*) dengan peubah yang dapat diukur secara langsung (variabel indikator), dikenal dengan Model Persamaan Struktural (*Structural Equation Modelling*). Pada tahun 1970-an telah dikembangkan pemodelan persamaan struktural (*Structural Equation Modelling*) yang dapat menganalisis secara simultan hubungan beberapa peubah *laten* (Bollen, 1989). Pada model persamaan struktural (*Structural Equation*

Modelling) memiliki dua jenis model yaitu model struktural dan model pengukuran, dua jenis variabel yaitu variabel laten dan variabel indikator serta dua jenis kesalahan yaitu kesalahan struktural dan kesalahan pengukuran.

Prosedur SEM umumnya membagi beberapa tahapan-tahapan yaitu spesifikasi model, identifikasi model, estimasi, uji kecocokan dan respesifikasi (Bollen dan Long, 1993). Pemodelan struktural yang sering digunakan adalah berbasis koragam (covarian) dikenal dengan LISREL (*Linear Structural Relationship*). pada LISREL terdapat tujuh metode pendugaan yang dapat digunakan dan sebagian besar menggunakan proses iteratif. Pada penelitian ini digunakan tiga metode pendugaan parameter yaitu *Maximum Likelihood* (ML), *Weighted Least Square* (WLS) dan *Unweighted Least Square* (ULS). Berdasarkan dari tiga metode pendugaan yang dipakai dalam penelitian ini digunakan data pengamatan dengan karakteristik tertentu seperti ukuran sampel dan bentuk sebaran.

Pada penelitian ini dilakukan untuk membandingkan setiap model metode pendugaan yang dipakai dalam penelitian ini. Pada tiga metode yang berbeda dengan ukuran sampel yang berbeda maka akan menghasilkan model yang berbeda dengan melihat indeks kecocokan model dan ukuran kecocokan untuk model struktural dan model pengukuran. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk mengetahui model terbaik dan membandingkan tiga metode pendugaan maka dilakukan dengan ukuran sampel yang berbeda.

1.2 Tujuan

Adapun tujuan dilakukannya penelitian ini adalah

1. Membandingkan metode ML, WLS dan ULS pada beberapa ukuran sampel dalam Model Persamaan Struktural (MPS).
2. Ingin mengetahui model terbaik dari masing-masing metode dengan beberapa ukuran sampel dalam Model Persamaan Struktural (MPS).

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Menjadi panduan bagi pembaca untuk menentukan metode pendugaan parameter model persamaan struktural yang sesuai dengan karakteristik data pengamatan.
2. Menambah pengetahuan bagi pembaca tentang Model Persamaan Struktural (*Structural Equation Modelling*).
3. Memberikan pengetahuan tentang Metode ML, ULS dan WLS bagi pembaca.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 *Structural Equation Modelling* (SEM)

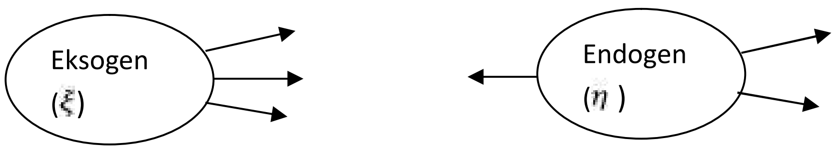
Structural Equation Model (SEM) pertama dikenalkan oleh seorang ilmuwan bernama Joreskog pada tahun 1970. *Structural Equation Modelling* (SEM) merupakan teknik statistika yang digunakan untuk membangun dan menguji model statistik yang biasanya berbentuk model-model sebab-akibat yaitu perubahan pada satu variabel berdampak pada variabel lainnya. Sebagai contoh yaitu pada bidang pemasaran, kualitas barang akan mempengaruhi harga barang, kepuasan konsumen dan lain sebagainya (Widagdo dan Widayat, 2011).
Kemudian SEM memudahkan peneliti untuk menguji secara simultan rangkaian hubungan dependen yang saling terkait antara variabel terukur (variabel indikator) dan variabel yang tidak dapat diukur secara langsung (variabel *laten*), serta hubungan antar variabel *laten* (Hair *et al*, 1998).
Stuctural Equation Modelling (SEM) merupakan metode analisis multivariat yang digunakan untuk menggambarkan hubungan linear secara simultan antara variabel yang dapat diukur secara langsung (indikator) dan variabel yang tidak dapat diukur secara langsung (variabel *laten*).

2.1.1 Variabel-variabel dalam SEM

Adapun jenis-jenis variabel dalam SEM adalah sebagai berikut:

a. Variabel *Laten*

Variabel *laten* merupakan konsep abstak, sebagai contoh perilaku seseorang, sikap dan motivasi. Variabel *laten* hanya dapat diamati secara tidak langsung yaitu melalui efeknya pada variabel indikator. Terdapat dua jenis variabel *laten* yaitu eksogen dan endogen. Variabel *laten* eksogen dinotasikan dengan ξ (ksi) dan variabel *laten* endogen dinotasikan dengan η (etha) (Wijayanto, 2007).



(a) (b)

Gambar 1. (a) Variabel *laten* eksogen dan (b) variabel *laten* endogen

b. Variabel Indikator

Variabel indikator adalah variabel yang dapat diamati atau dapat diukur secara empiris. Variabel indikator merupakan efek dari variabel *laten* eksogen diberi notasi **X** sedangkan efek dari variabel *laten* endogen diberi notasi **Y**. Variabel indikator diberi symbol berbentuk bujur sangkar.

Gambar 2. Variabel indikator

2.1.2 Model-Model dalam SEM

Structural Equation Modelling atau Model persamaan Struktural memiliki dua jenis model yaitu model struktural dan model pengukuran. Model struktural yang mengukur hubungan antara variabel *laten*, kemudian model pengukuran yang mengukur hubungan antara variabel indikator dengan variabel *laten* (Bollen, 1989). Model umum dalam *Structural Equation Modelling* (SEM) dengan bentuk umum persamaan struktural didefinisikan sebagai berikut :

Misalkan vektor acak $\boldsymbol{\eta}^{\boldsymbol{T}} = (\eta_1, \eta_2, \dots \dots, \eta_m)$ dan $\boldsymbol{\xi}^{\boldsymbol{T}} = (\xi_1, \xi_2, \dots \dots ., \xi_n)$ berturut-turut adalah variabel *laten* endogen dan variabel *laten* eksogen membentuk persamaan simultan dengan sistem hubungan persamaan linear

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \qquad (2.1)$$

Dimana α adalah vektor intersep, $\mathbf{B}$ dan $\boldsymbol{\Gamma}$ adalah matrik koefisien dan $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots \dots, \zeta_m)$ adalah vektor galat dalam persamaan struktural. Elemen $\mathbf{B}$ menghadirkan pengaruh variabel $\boldsymbol{\eta}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$ lainnya, dan elemen $\boldsymbol{\Gamma}$ menghadirkan pengaruh langsung variabel $\boldsymbol{\xi}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$**.** Diasumsikan bahwa $\boldsymbol{\xi}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\zeta}$ dan $\mathbf{I} - \mathbf{B}$ adalah nonsingular (Joreskog, 2000).

Bentuk persamaan (2.2) dapat diuraikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\
\boldsymbol{\eta} - \mathbf{B}\boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\
\mathbf{I} - \mathbf{B}\ \boldsymbol{\eta} &= \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \\
\boldsymbol{\eta} &= \ \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \qquad (2.2)
\end{aligned}$$

Keterangan persamaan (2.2) sebagai berikut :

$\boldsymbol{\alpha}$ **:** Vektor intersep $m \times 1$

$\boldsymbol{\eta}$: Vektor variabel *laten* endogen $m \times 1$

$\boldsymbol{\beta}$: Matriks koefisien variabel *laten* endogen $m \times m$

$\boldsymbol{\Gamma}$: Matriks koefisien variabel *laten* eksogen $m \times n$

$\boldsymbol{\xi}$: Vektor variabel *laten* eksogen$n \times 1$

$\boldsymbol{\zeta}$: Vektor galat Model struktural hubungan antara $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ ukuran $m \times 1$

Vektor acak $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ tidak diukur secara langsung tetapi melalui indikatornya yaitu variabel $\mathbf{Y}^T = (\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \dots \dots , \mathbf{y}_p)$ dan $\mathbf{X}^T = (\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \dots \dots , \mathbf{x}_p)$ yang diukur, berdasarkan persamaan (2.2) maka dengan model pengukuran dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$$

Keterangan :

$\boldsymbol{Y}$: Vektor variabel *independent* $p \times 1$

$\boldsymbol{\Lambda}_y$: Matriks koefisien regresi antara y dan η ukuran $p \times m$

$\boldsymbol{\varepsilon}$: Vektor galat model pengukuran terhadap y ukuran $p \times 1$

X : Vektor variabel *dependent* $q \times 1$

$\boldsymbol{\Lambda}_x$: Matriks koefisien regresi antara x dan ξ ukuran $q \times n$

$\boldsymbol{\delta}$: Vektor galat model pengukuran terhadap x ukuran $q \times 1$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\eta}$, $\boldsymbol{\delta}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\xi}$, dan $\boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta}$ tidak saling berkorelasi dan mempunyai nilai tengah nol. Sedangkan $\boldsymbol{\Lambda}_y$ dan $\boldsymbol{\Lambda}_x$ adalah matrik koefisien yang merupakan pengaruh variabel $\boldsymbol{\eta}$ dan ξ terhadap variabel indikator **y** dan **x.**

Misalkan $\boldsymbol{\kappa}$ adalah vektor nilai tengah $\boldsymbol{\xi}$, $\boldsymbol{\phi}$ dan $\boldsymbol{\psi}$ matrik kovarian pada $\boldsymbol{\xi}$ dan $\boldsymbol{\zeta}$, Θ_δ dan Θ_ε matrik kovarian $\boldsymbol{\delta}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$. Bentuk persamaan (2.2) dan asumsinya mengikuti vektor nilai tengah $\boldsymbol{\kappa}^*$ dan matrik kovarian $\boldsymbol{\phi}^*$ pada $\boldsymbol{\xi}^* = (\boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\xi}^T)$ adalah :

$$\boldsymbol{\kappa}^* = \begin{pmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\alpha + \Gamma\boldsymbol{\kappa}) \\ \boldsymbol{\kappa} \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\phi}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{A}(\Gamma\ \Gamma^T + \psi)\mathbf{A}^T & \mathbf{A}\Gamma\boldsymbol{\phi} \\ \boldsymbol{\phi}\Gamma^T\mathbf{A}^T & \boldsymbol{\phi} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

dimana $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}$

Vektor nilai tengah $\boldsymbol{\kappa}^*$ dan dinyatakan:

$$\boldsymbol{\kappa}^* = \begin{pmatrix} E(\boldsymbol{\eta}) \\ E(\boldsymbol{\xi}) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

dengan nilai tengah ξ adalah

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\kappa}$$

Dan nilai tengah $\boldsymbol{\eta}$ adalah

$$E(\eta) = \mathbf{E}[(\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\alpha + \Gamma\xi + \zeta)]$$

$$= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}\mathbf{E}(\alpha + \Gamma\xi + \zeta)$$

$$= (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}[\mathbf{E}(\alpha) + \mathbf{E}(\Gamma\xi) + \mathbf{E}(\zeta)]$$

$$= ((\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\alpha + \Gamma\kappa) \quad (2.5)$$

Matrik varian kovarian $\boldsymbol{\phi}^*$ dari persamaan (2.3) dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\phi}^* = \begin{pmatrix} \Sigma_{\eta\eta} & \Sigma_{\eta\xi} \\ \Sigma_{\xi\eta} & \Sigma_{\xi\xi} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Dengan unsur-unsurnya dinyatakan sebagai berikut :

$\boldsymbol{\Sigma}_{\xi\xi} = \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\phi}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\xi}$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\eta}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\text{Cov}\ \boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\eta} &= Cov\ \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\ ,\ \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\text{Cov}\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\ ,\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}[\text{Cov}\ \boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\alpha} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\zeta} + 2\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\zeta} \\
&\quad + 2\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}\ ]\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{0}+\boldsymbol{\Gamma}\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}\ \boldsymbol{\Gamma}^{T}+\text{Cov}\ \boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\zeta} + 0 + 0 + \\
&\quad 0]\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\Gamma}^{T}+\boldsymbol{\psi}\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T} \\
&= \mathbf{A}\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\Gamma}^{T}+\boldsymbol{\psi}\ \ \mathbf{A}^{T} \qquad (2.7)
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\xi}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\text{Cov}\ \boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\xi} &= \text{Cov}\ \ \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\ ,\boldsymbol{\xi} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\text{Cov}\ \ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\ ,\boldsymbol{\xi} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}[\ \text{Cov}\ \boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\xi} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\xi} \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{0}+\boldsymbol{\Gamma}\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi} + \mathbf{0}] \\
&= \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi} \\
&= \mathbf{A}\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\phi} \qquad (2.8)
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\xi\eta}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\xi}$ dan $\boldsymbol{\eta}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta} &= \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\ \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta} \\
&= \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\ \boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T} \\
&= [\text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\alpha} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\xi} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta}\quad \mathbf{I}-\mathbf{B}^{-1\ T}
\end{aligned}$$

$$= [\mathbf{0} + \text{Cov}\ \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}\ \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{T}} + \mathbf{0}]\ \ \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1\ \mathbf{T}}$$

$$= \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{T}} \boldsymbol{\phi}\ \ \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1\ \mathbf{T}}$$

$$= \mathbf{A} \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{T}} \boldsymbol{\phi} \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \tag{2.9}$$

Variabel acak $\mathbf{Z} = \ \mathbf{X}^{\mathbf{T}}, \mathbf{Y}^{\mathbf{T}}$ dengan vektor nilai tengah $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{\Sigma}$ dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{matrix} \mathbf{E}\ \mathbf{y} \\ \mathbf{E}\ \mathbf{x} \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{matrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{yy}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{yx}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{xy}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{xx}} \end{matrix}$$

Dari masing-masing elemen pada vektor nilai tengah dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathbf{E}\ \mathbf{y} = \mathbf{E}\ \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}} \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \mathbf{E}\ \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}}\ + \mathbf{E}\ \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}} \boldsymbol{\eta}\ + \mathbf{E}\ \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}}) + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}}\ \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}) + 0$$

$$= \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}}\ \ \mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}\ \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\kappa}$$

$$= \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}} \mathbf{A}\ \ \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\kappa} \tag{2.10}$$

$$\mathbf{E}\ \mathbf{x} = \mathbf{E}\ \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$$

$$= \mathbf{E}\ \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{x}}\ + \mathbf{E}\ \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\xi}\ + \mathbf{E}\ \boldsymbol{\delta}$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{x}}) + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{x}}\ \mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) + 0$$

$$= \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\kappa} \tag{2.11}$$

Sehingga diperoleh :

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{matrix} \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}} \mathbf{A}\ \ \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\tau}_{\mathbf{x}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\kappa} \end{matrix} \tag{2.12}$$

Elemen pada matrik varian kovarian adalah sebagai berikut :

$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ adalah kovarian diantara y dinyatakan :

$$\text{Cov}\ \mathbf{y},\mathbf{y} = \text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}\ \ \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \text{Cov}\ \ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\tau}_y\ + \ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\varepsilon}\ + \ \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}\ + 2\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}\ + 2\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$+ 2\ \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\tau}_y\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\varepsilon}\ + 2\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}$$

$$+ 2\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\varepsilon}\ + 2\,\text{Cov}\ \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y\,\mathbf{Cov}\ \boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\eta}\ \boldsymbol{\Lambda}_y^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon + 2\ 0\ + 2\ 0\ + 2\ 0$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_y\mathbf{A}(\ \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}\ + \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{\Lambda}_y^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon \qquad (2.13)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{yx}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}\ \mathbf{y},\mathbf{x} = \text{Cov}\ \ \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}\ \ \boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$$

$$= \text{Cov}\ \ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\tau}_x\ + \ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi}\ + \ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\delta}\ + \ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\tau}_x\ + \ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi}$$

$$+ \ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\delta}\ + \ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\tau}_x\ + \ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi}\ + \ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\delta}$$

$$= \text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\tau}_y\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi}\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\tau}_y,\boldsymbol{\delta}\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\tau}_x$$

$$+ \text{Cov}\ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi}\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\delta}\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\tau}_x\ + \text{Cov}\ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}$$

$$+ \text{Cov}\ \ \boldsymbol{\varepsilon},\boldsymbol{\delta}$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y\,\mathbf{Cov}\ \boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\xi}\ \boldsymbol{\Lambda}_x^{\mathrm{T}} + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta}$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_y\,\mathbf{A}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Lambda}_x^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \qquad (2.14)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{xy}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}\ \mathbf{x},\mathbf{y} = \mathbf{Cov}\ \ \boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}\ \ \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \text{Cov}\ \ \boldsymbol{\tau}_x,\boldsymbol{\tau}_y\ + \ \boldsymbol{\tau}_x,\boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta}\ + \ \boldsymbol{\tau}_x,\boldsymbol{\varepsilon}\ + \ \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\tau}_y\ + \ \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta}$$

$$+ \ \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\varepsilon}\ + \ \boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\tau}_y\ + \ \boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\Lambda}_y\,\boldsymbol{\eta}\ + \ \boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}_y)$$

$$+ \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\Lambda}_y\boldsymbol{\eta})$$

$$+ \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\varepsilon})$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Lambda}_x \textbf{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\Lambda}_y^T + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta}$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_x \mathbf{A}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\mathbf{A}^T\boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \qquad (2.15)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{xx}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})$$

$$= \text{Cov}((\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + (\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) +$$

$$\mathbf{2}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta}))$$

$$= \text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + \text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}\,\text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}) +$$

$$\mathbf{2}\,\text{Cov}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) + \mathbf{2}\,\text{Cov}(\boldsymbol{\Lambda}_x\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta})$$

$$= 0 + \boldsymbol{\Lambda}_x \textbf{Cov}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta + 2(0) + 2(0) + 2(0)$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta \qquad (2.16)$$

Sehingga matrik varian kovarian yang didapat sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_y\,\mathbf{A}(\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Gamma}^T)\mathbf{A}^T\boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon & \boldsymbol{\Lambda}_y\,\mathbf{A}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \\ \boldsymbol{\Lambda}_x\,\mathbf{A}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\mathbf{A}^T\boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} & \boldsymbol{\Lambda}_x\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta \end{pmatrix} \qquad (2.17)$$

2.2 Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter dalam *Structural Equation Modelling* (SEM) digunakan untuk memperoleh dugaan dari setiap parameter yang dispesifikasikan dalam model. Metode-metode pendugaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Weighted Least Square* (WLS), *Unweighted Least Square* (ULS) dan *Maximum Likelihood* (ML). Pada ketiga metode yang digunakan dalam penelitian ini merupakan metode yang umum digunakan untuk penelitian dalam model persamaan struktural.

2.2.1 Metode *Maximum Likelihood* (ML)

Penduga yang paling banyak digunakan dalam SEM adalah *Maximum Likelihood* (ML), *Maximum Likelihood* (ML) merupakan penduga terbaik yang memiliki sifat tak bias dan ragam minimum tetapi *Maximum Likelihood* (ML) cenderung tidak konsisten. Metode ini dapat dirumuskan dengan meminimumkan fungsi :

$$F_{ML} = Log|\boldsymbol{\Sigma}\ \theta\ | + \boldsymbol{tr}\ \ \boldsymbol{S\Sigma^{-1}}\ \theta\ \ - Log|\boldsymbol{S}| - (p - q) \qquad (2.18)$$

Dimana matriks **S** adalah penduga matriks parameter kovarian populasi dan $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks kovarian pada model. Nilai p dan q adalah banyaknya variabel teramati (**X** dan **Y**) dalam model (Wijayanto, 2007).

Fungsi kemungkinan didefinisikan :

Misal $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots \ldots, \boldsymbol{x_n}$ variabel acak berukuran n dengan fungsi kepekatan peluang $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \theta)$ dengan $\boldsymbol{L}\ \ \boldsymbol{\theta}\ \ = \prod_{i=1}^{N} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{\theta})$ disebut sebagai fungsi kemungkinan, dimana $\boldsymbol{\theta}$ merupakan parameter.

Sedangkan fungsi kemungkinan maksimum didefinisikan :

Misal $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ adalah fungsi kemungkinan dari variabel acak $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots \ldots, \boldsymbol{x_n}$. Jika $\boldsymbol{\theta_i} = \boldsymbol{t_i}(\boldsymbol{x})$ untuk $i = 1,2, \ldots \ldots, k$.

Untuk memperoleh fungsi F_{ML}diperoleh sebagai berikut :

Misalkan *y* dan *x* variabel acak dan saling bebas, dikombinasikan kedalam persamaan tunggal $(p + q) \times 1$ vektor $\boldsymbol{z} = (\boldsymbol{x^T}, \boldsymbol{y^T})$, sehingga fungsi kepekatan peluang adalah :

$$F\left(\boldsymbol{Z};\Sigma\right) = \left(2\pi\right)^{\frac{-(p+q)}{2}}|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}\exp\left(\frac{1}{2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{z}\right) \qquad (2.19)$$

Fungsi kepekatan bersama untuk sampel acak bebas stokastik dan identik pada *z*, sebagai berikut :

$$F\left(\boldsymbol{z_1},\boldsymbol{z_2},\ldots,\boldsymbol{z_n};\boldsymbol{\Sigma}\right) = f\left(\boldsymbol{z_1};\boldsymbol{\Sigma}\right), f\left(\boldsymbol{z_2};\boldsymbol{\Sigma}\right),\ldots, f(\boldsymbol{z_n};\boldsymbol{\Sigma}) \qquad (2.20)$$

Dengan fungsi likelihood adalah :

$$\boldsymbol{L}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \left(2\pi\right)^{-\frac{(p+q)}{2}}|\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}}\exp\left(\frac{1}{2}\,\boldsymbol{z}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{z}\right) \qquad (2.21)$$

Subtitusikan $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$ untuk $\boldsymbol{\Sigma}$ berdasarkan hipotesis struktur kovarian $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$, log pada fungsi likelihood adalah :

$$\boldsymbol{Log\,L}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \frac{-n(p+q)}{2}\log\left(2\pi\right) - \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}\left(\boldsymbol{\theta}\right)| - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{z}_i'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{z}_1 \qquad (2.22)$$

Untuk sementara persamaan $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{z}_i'\Sigma^{-1}(\theta)\boldsymbol{z}_1$ diuraikan sebagai berikut :

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{z}_i'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\boldsymbol{z}_1 = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{z}_i'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\boldsymbol{z}_1\right)$$

$$= -\frac{n}{2}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{tr}\left(n^{-1}\boldsymbol{z}_i'\boldsymbol{z}_1\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\right)$$

$$= -\frac{n}{2}\boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\right) \qquad (2.23)$$

Dimana $\boldsymbol{S} = n^{-1}\boldsymbol{z}_i'\boldsymbol{z}_i$

Nilai $\frac{-n(p+q)}{2}$ adalah konstanta (k) karena tidak berpengaruh terhadap penurunan $\boldsymbol{\theta}$, sehingga untuk persamaan $\boldsymbol{Log\,L}(\boldsymbol{\theta})$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Log\,L}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = k - \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}\left(\boldsymbol{\theta}\right)| - \frac{n}{2}\boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\right)$$

$$= k - \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}\left(\boldsymbol{\theta}\right)| - \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\right) \qquad (2.24)$$

$\boldsymbol{Log\,L}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = 0$ pada saat $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\Sigma} = 0$

$$\boldsymbol{Log\,L}\left(\boldsymbol{\theta}\right) = k - \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}\left(\boldsymbol{\theta}\right)| - \frac{n}{2}\boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{\theta}\right)\right)$$

$$k = \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{\Sigma}\ \boldsymbol{\theta}\ | - \frac{n}{2}\boldsymbol{tr}\ \ \boldsymbol{S}\,\square\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\ \boldsymbol{\theta}$$

$$k = \frac{n}{2}\log|\boldsymbol{S}| + \frac{n}{2}\boldsymbol{tr}\ \boldsymbol{SS}^{-1}$$

$$k = \frac{n}{2}\ \log|\boldsymbol{S}| +\ \ p + q \qquad (2.25)$$

Nilai $\log L(\theta)$ maksimum pada saat $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\Sigma} = 0$, fungsinya dapat ditulis :

$$\mathbf{Log}\,\boldsymbol{L}\ \boldsymbol{\theta}\ = \frac{n}{2}\ \log|\boldsymbol{S}| +\ \ p + q\ \ - \frac{n}{2}\ \log|\boldsymbol{\Sigma}\ \boldsymbol{\theta}\ | - \boldsymbol{tr}\ \boldsymbol{S}\,\square\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\ \boldsymbol{\theta} \qquad (2.26)$$

Dengan mengalikan $-\frac{2}{n}$ pada kedua ruas, sehingga fungsinya akan minimum

$$-\frac{2}{n}\boldsymbol{Log}\ \boldsymbol{L}\ \boldsymbol{\theta}\ = Log|\boldsymbol{\Sigma}\ \boldsymbol{\theta}\ | + \boldsymbol{tr}\ \ \boldsymbol{S}\,\square\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\ \boldsymbol{\theta}\ \ - Log\,|\boldsymbol{S}| - (p+q) \qquad (2.27)$$

Fungsi diatas ditulis kembali sebagai fungsi :

$$F_{ML} = Log|\boldsymbol{\Sigma}\ \theta\ | + \boldsymbol{tr}\ \ \boldsymbol{S}\,\square\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\ \theta\ \ - Log|\boldsymbol{S}| - (p-q) \qquad (2.28)$$

2.2.2 Metode *Weighted Least Square* (WLS)

Weighted Least Square (WLS) adalah metode pendugaan yang tidak memerlukan asumsi normalitas data serta memiliki sifat penduga yang konsisten. Dalam WLS, fungsi F(**S,** $\boldsymbol{\Sigma}\ \theta$) yang diminimumkan maka persamaannya sebagai berikut:

$$F_{WLS} =\ \ \boldsymbol{S} - \sigma\ '\boldsymbol{W}^{-1}(\boldsymbol{S} - \sigma)$$

$$= \sum_{g=1}^{k}\sum_{h=1}^{g}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{i} W^{ghji}\,(\boldsymbol{S}_{gh} - \boldsymbol{\sigma}_{gh})(\boldsymbol{S}_{ji} - \boldsymbol{\sigma}_{ij}) \qquad (2.29)$$

Dimana $\boldsymbol{S}' = (S_{11}, S_{21}, S_{22}, S_{31}, \ldots, S_{kk})$ adalah suatu vektor dari elemen-elemen segitiga bawah beserta diagonal dari matriks kovarian S sebagai penduga parameter yang berdimensi k x k yang digunakan untuk mencocokkan model data, $\boldsymbol{\sigma}' = (\sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{22}, \sigma_{31}, \ldots, \sigma_{kk})$ adalah vektor dari elemen-elemen pada $\Sigma\ \theta$ yang dihasilkan dari parameter-parameter model. Sedangkan W^{-1} atau W^{ghji} adalah suatu invers dari matriks **W** (Wijayanto, 2007).

Dalam teori Brown (1984) dalam Joreskog (1996) untuk variabel kontinu yang dibangkitkan dimana asumsi dari distribusi multivariat normal, digunakan pendekatan matriks **W** dengan :

$$\boldsymbol{W^{ghji}} = \boldsymbol{m_{ghji}} - \boldsymbol{s_{gh}s_{ij}} \tag{2.30}$$

Dimana

$$m_{ghji} = \frac{1}{n}\sum_{a=1}^{n}(Z_{ag} - \bar{\bar{Z}}_g)(Z_{hg} - \bar{\bar{Z}}_h)(Z_{ai} - \bar{\bar{Z}}_i)(Z_{aj} - \bar{\bar{Z}}_j) \tag{2.31}$$

$$\boldsymbol{S_{gh}} = \frac{1}{n}\sum_{a=1}^{n}(Z_{ag} - \bar{\bar{Z}}_g)(Z_{ah} - \bar{\bar{Z}}_h) \tag{2.32}$$

$$\boldsymbol{S_{ij}} = \frac{1}{n}\sum_{a=1}^{n}(Z_{ai} - \bar{\bar{Z}}_i)(Z_{aj} - \bar{\bar{Z}}_j) \tag{2.33}$$

Elemen pada matriks diatas akan sama dengan :

$\boldsymbol{W^{ghji}}$ = varian ($\boldsymbol{s_{gh}}$) = varian ($\boldsymbol{s_{ij}}$), untuk setiap $g = i$ dan $= j$

$\boldsymbol{W^{ghji}}$ = kovarian ($\boldsymbol{s_{gh}}, \boldsymbol{s_{ij}}$) untuk setiap $g \neq i$ dan $\neq j$

Secara umum matriks kovarian asimtotis dari θ adalah

$$Acov\ \ \theta\ = N^{-1}\ \ \frac{\partial\sigma\ \theta}{\partial\ \theta}\ \Sigma_{SS}^{-1}\ \frac{\partial\sigma\ \theta}{\partial\ \theta}\ ^{-1} \tag{2.34}$$

Menurut Joreskog dan Sorbom (1998) dalam Gallart (1996) WLS dapat menjadi kurang stabil apabila dipakai untuk model yang besar dan sampel kecil.

2.2.3 Metode *Unweighted Least Square* (ULS)

Unweighted Least Square (ULS) memiliki sifat penduga yang konsisten dan tak bias serta untuk melakukan prosesnya relatif cepat karena kesederhanaan metode ini, tetapi penduga ULS bukan merupakan penduga yang efisien untuk data yang besar. Fungsi ULS meminimumkan setengah jumlah kuadrat dari masing-masing unsur sisaan ($\mathbf{S} - \boldsymbol{\Sigma}\ \theta$). Matriks sisaan ini memuat selisih antara kovarian sampel dengan nilai-nilai dugaannya. Persamaan metode ULS sebagai berikut :

$$F_{ULS} = \ \boldsymbol{S} - \boldsymbol{\sigma}\ (\boldsymbol{S} - \boldsymbol{\sigma})'$$

$$= \ \frac{1}{2}\ tr\ \ \boldsymbol{S} - \boldsymbol{\Sigma}\ \theta\ \ ^2 \qquad (2.35)$$

2.3 Indeks Kecocokan Model

Indeks kecocokan model merupakan tahap dalam menentukan derajat kecocokan diterima atau ditolaknya model (Wijayanto, 2007). Untuk menguji keseluruhan model dapat dilihat melalui *Goodness of fit* (derajat kecocokan) dan signifikansi koefisien pada model pengukuran dan model struktural. Derajat kecocokan ini diantaranya χ^2, RMSEA, GFI, AGFI, dan PNFI (Joreskog, 1996).

Menurut Hair et al. dikutip dalam wijayanto (2007) derajat kecocokan χ^2, RMSEA dan GFI termasuk kedalam derajat kecocokan absolut, AGFI adalah derajat kecocokan inkrimental, dan PNFI termasuk dalam derajat kecocokan parsimony. Derajat kecocokan absolut menentukan derajat prediksi model keseluruhan yaitu model pengukuran dan struktural, terhadap matriks korelasi dan kovarian, diantaranya :

a. Statistik khi-kuadrat (χ^2)

Statistik χ^2 merupakan derajat kecocokan absolut yang membandingkan matriks kovarian terukur dengan matriks kovarian yang diduga dalam model. Statistik χ^2 dihipotesiskan sebagai berikut:

$$H_0 : \boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}(\theta)$$

$$H_1 : \boldsymbol{\Sigma} \neq \boldsymbol{\Sigma}(\theta)$$

Sedangkan derajat kecocokan χ^2 dirumuskan sebagai berikut :

$$\chi^2 = \ n - 1 \ F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta \qquad (2.36)$$

Statistik tersebut mendekati distribusi khi-kuadrat dengan derajat bebas :

$$\text{df} = \frac{p+q \ \ p+q+1}{2} - t \qquad (2.37)$$

Dimana $F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta$ = nilai minimum dari fungsi F untuk model yang di hipotesiskan. $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks kovarian populasi diduga dari $\boldsymbol{S}$ sampel dan $\boldsymbol{\Sigma}(\theta)$ matriks kovarian dugaan diduga dari model. p dan q adalah jumlah variable y dan x, sedangkan t adalah jumlah parameter yang diduga oleh model. Nilai χ^2 yang diharapkan adalah nilai yang kecil relative terhadap derajat bebasnya, atau *P-value* lebih besar dari 0,05 sehingga H_0 tidak ditolak maka model baik.

b. *Goodness Of Fit Index* (GFI)

Derajar kecocokan GFI menggambarkan seberapa besar kovarian terukur dapat dijelaskan oleh kovarian model, dirumuskan sebagai berikut :

$$GFI = 1 - \frac{F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta}{F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta} \qquad (2.38)$$

Dimana :

$F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta$ = nilai minimum fungsi F untuk model yang dihipotesiskan

$F \ \boldsymbol{S},\boldsymbol{\Sigma} \ \theta$ = nilai minimum fungsi F ketika tidak ada model yang dihipotesiskan

Nilai GFI berkisaran antara 0 sampai 1, dengan nilai yang lebih tinggi adalah lebih baik.

c. *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA)

RMSEA adalah derajat kecocokan yang mengukur kedekatan suatu model dengan populasinya, dirumuskan sebagai berikut :

$$RMSEA = \sqrt{\frac{\hat{F}_0}{df}}\ ; \hat{F}_0 = Max\left(\hat{F} - \frac{df}{n-1}, 0\right) \tag{2.39}$$

Nilai RMSEA kurang dari atau sama dengan 0,05 maka model sesuai.

d. *Adjust Goodness of Fit Index* (AGFI)

AGFI adalah perluasan dari GFI yang digunakan untuk membandingkan model yang diusulkan dengan model dasar. AGFI dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$AGFI = 1 - \frac{df_0}{df_h}(1 - GFI) \tag{2.40}$$

Dimana:

df_0 = derajat bebas ketika ada model yang dihipotesiskan

df_h = derajat bebas untuk model yang dihipotesiskan

Nilai AGFI berkisar antara 0 sampai 1 dan nilai AGFI ≥ 0.90 menunjukkan *good fit* sedangkan 0.80 ≤ AGFI < 0.90 menunjukkan *marginal fit*.

e. *Parsimonious Normed Fit Index* (PNFI)

PNFI merupakan modifikasi dari NFI. PNFI memperhitungkan banyaknya derajat bebas untuk pencapaian suatu tingkat kecocokan, dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{PNFI} = \frac{df_h}{df_i} \times \text{NFI} \tag{2.41}$$

Dimana :

df_h = derajat bebas dari model yang dihipotesiskan

df_i = derajat bebas dari model awal

Nilai PNFI yang lebih tinggi yang lebih baik. Penggunaan PNFI terutama untuk membandingkan dua atau lebih model yang mempunyai derajat bebas berbeda. PNFI digunakan untuk membandingkan model-model alternative, dan tidak ada rekomendasi tingkat kecocokan yang diterima. Meskipun demikian ketika membandingkan 2 model, perbedaan nilai PNFI sebesar 0,06 sampai 0,09 menandakan perbedaan model yang cukup besar (Hair et. al, 1998).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

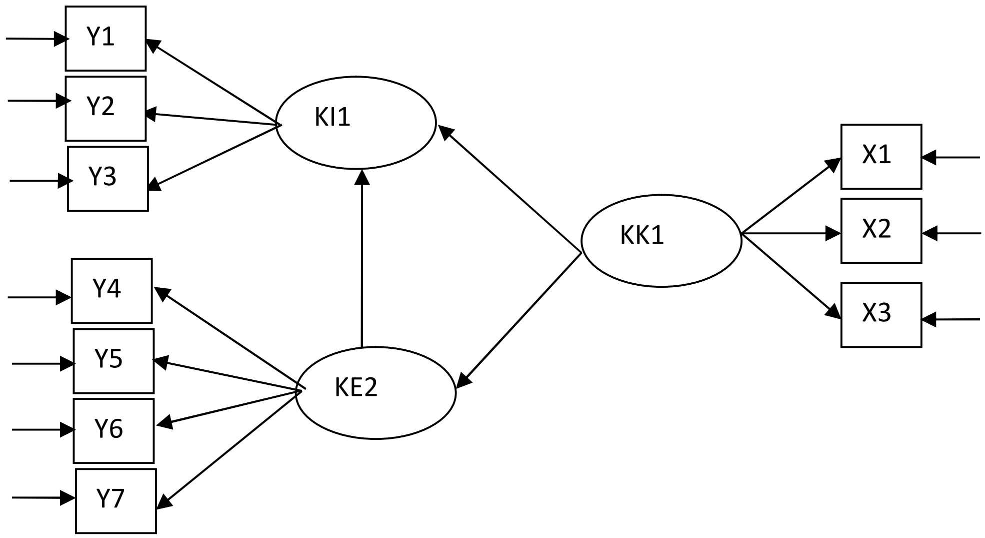
Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung Semester Genap Tahun Ajaran 2015/2016.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah :

1. Menentukan model awal yang akan dipakai untuk melakukan pengujian.
2. Kemudian meng*import* data pada program LISREL 8.80 dengan ukuran sampel 50, 100 dan 150 dengan asumsi normal multivariat untuk membuat model persamaan struktural.
3. Melakukan pendugaan pada model persamaan struktural menggunakan metode ML, WLS dan ULS.
4. Membandingkan uji kelayakan model dari masing-masing metode.
5. Menyimpulkan model terbaik dari masing-masing metode pendugaan parameter berdasarkan uji kelayakan modelnya.

3.3 Identifikasi Masalah



Gambar 3. Model *Comfimatory Factor Analysis*

Model ini dibentuk dari tiga variable indikator eksogen X_1, X_2, X_3 dua variabel laten endogen η_1, η_2, satu variabel laten eksogen $\xi_1$dan tujuh variabel indikator endogen $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7$ dengan galad pengukuran $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6, \varepsilon_7, \delta_1$, δ_2, δ_3 selain itu model dibangun oleh parameter

$\lambda_{x_{11}}, \lambda_{x_{21}}, \lambda_{x_{31}}, \lambda_{y_{11}}, \lambda_{y_{21}}, \lambda_{y_{31}}, \lambda_{y_{42}}, \lambda_{y_{52}}, \lambda_{y_{62}}, \lambda_{y_{72}}$

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian metode ML, ULS dan WLS dalam menduga parameter model persamaan struktural (MPS) dapat disimpulkan :

1. Pada semua metode yang digunakan sudah cukup memenuhi uji kecocokan model pada semua ukuran sampel namun dengan nilai uji kecocokan model yang bervariasi. Pada metode *Maximum Likelihood* lebih baik dalam menduga model dari semua ukuran sampel dibandingkan dengan metode ULS dan WLS.
2. Pada metode ML mengalami fluktuasi seiring bertambahnya ukuran sampel. Pada ukuran sampel n=100 memiliki model yang lebih baik daripada ukuran sampel n=50 dan n=150. Pada metode ULS, semua model dengan bertambahnya ukuran sampel sudah cukup baik. Tetapi pada ukuran sampel n=50 memiliki model yang lebih baik karena lima dari enam uji kecocokan model menunjukkan hasil model yang baik. Pada semua model dengan metode WLS dan semua ukuran sampel dapat dikatakan sudah cukup baik. Model ukuran sampel 50 dengan metode WLS memiliki model yang lebih baik dari pada model ukuran sampel n=100 dan n=150.

DAFTAR PUSTAKA

Bollen, K. A. 1989. *Structural Equation Modelling With Laten Variabels*. New York. Willey.

Bollen, Kenneth A dan J. Scott Long. 1993. *Testing Structural Equation Model*, Sage Publication.

Hair, J. F., *et al.* 1998. *Multivariate Data Analysis*, 5th Edition. Prentice Hall

Joreskog K.G. 1996. *Structural Equation Modelling With Ordinal Variables Using LISREL.* Scienctifict Software International, Chicago.

Joreskog K.G., *et al*. 2000. *LISREL 8 : New Statistical Features.* Scienctifict Software International, Chicago.

Sobriyansyah. 2010. *Hubungan Antara Komunikasi Interpersonal dan Kecerdasan Emosional dengan Kinerja Karyawan PT Federal International Finance Cabang kalianda*. Fakultas Ekonomi Universitas Lampung.

Widagdo, B dan Widayat. 2011. *Pemodelan Persamaan Struktural.* Malang:UMM Press.

Wijayanto, Setyo Hari. 2007. *Structural Equation Modeling dengan Liarel 8.8.* Graha Ilmu. Yogyakarta.