

**PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL  
*HOLT-WINTERS* DENGAN METODE *BOX-JENKINS*  
PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN  
(Studi Kasus Data Penumpang Bandara Soekarno Hatta 2007-2014)**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**SRI WAHYU PUJI ASTUTI**

**1217031066**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2016**

## **ABSTRACT**

### **A COMPARISON HOLT-WINTERS EXPONENTIAL SMOOTHING METHOD WITH BOX-JENKINS METHOD IN FORECASTING SEASONAL TIMES SERIES**

**By**

**SRI WAHYU PUJI ASTUTI**

The aim of this study is to determine the best method to predict the number of passengers at Soekarno Hatta airport by using Holt-Winters exponential smoothing method and Box-Jenkins method and compare the results with both methods of forecasting.

The results showed that forecasting the number of passengers at Soekarno Hatta airport using Holt-winters exponential smoothing method more feasible than using Box-Jenkins method.

*Key words: Method of Forecasting, Seasonal Time Series, Holt-Winters Exponential Smoothing Method, Box-Jenkins Method.*

## **ABSTRAK**

### **PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* DENGAN METODE *BOX-JENKINS* PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN**

**Oleh**

**SRI WAHYU PUJI ASTUTI**

Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan metode terbaik untuk meramalkan jumlah penumpang di bandara Soekarno Hatta dengan menggunakan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dan *Box-Jenkins* serta mengetahui perbandingan hasil peramalan dengan kedua metode tersebut.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa peramalan jumlah penumpang di bandara Soekarno Hatta menggunakan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* lebih layak digunakan dibandingkan dengan menggunakan metode *Box-Jenkins*.

Kata kunci: Metode Peramalan, Deret Waktu Musiman, Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*, Metode *Box-Jenkins*.

**PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL  
*HOLT-WINTERS* DENGAN METODE *BOX-JENKINS*  
PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN  
(Studi Kasus Data Penumpang Bandara Soekarno Hatta 2007-2014)**

**Oleh**

**SRI WAHYU PUJI ASTUTI**

**1217031066**

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar  
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2016**

Judul Skripsi

: **PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN  
EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* DENGAN  
METODE *BOX-JENKINS* PADA PERAMALAN  
DATA DERET WAKTU MUSIMAN**

Nama Mahasiswa

: **Sri Wahyu Puji Astuti**

Nomor Pokok Mahasiswa

: 1217031066

Program Studi

: Matematika

Fakultas

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

**Drs. Nusyirwan, M.Si.**

NIP 19961010 199205 1 001

**Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**

NIP 19650125 199003 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**

NIP 19620704 198803 1 002

**MENGESAHKAN**

**1. Tim Penguji**

Ketua

**: Drs. Nusyirwan, M.Si.**



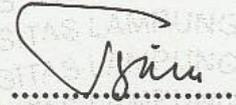
Sekretaris

**: Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**



Penguji

**: Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**

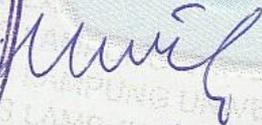


**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.**

**NIP 19710212 199512 1 001**



**Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 22 Juni 2016**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Sri Wahyu Puji Astuti**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1217031066**

Program Studi : **Matematika**

Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa penelitian ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri, dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada Universitas atau Institut lain.

Bandar Lampung, 22 Juni 2016  
Yang Menyatakan



Sri Wahyu Puji Astuti  
NPM. 1217031066

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis dilahirkan di Rumbia, Lampung Tengah pada tanggal 16 Desember 1994, sebagai anak kelima dari lima bersaudara, dari Bapak Jumari dan Ibu Supiyah.

Pendidikan Sekolah Dasar (SD) di SDN 1 Rekso Binangun pada tahun 2000 sampai dengan tahun 2006. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan tingkat pertama di SLTP/SMP N 1 Rumbia pada tahun 2006 sampai dengan tahun 2009, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 1 Rumbia pada tahun 2009 sampai dengan 2012.

Pada Tahun 2012, penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Unila melalui jalur SMPTN undangan. Selama menjadi mahasiswa penulis aktif di Organisasi Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila. Penulis juga aktif di Organisasi Fakultas yaitu Rohani Islam (ROIS) FMIPA Unila dan Organisasi Universitas yaitu BIROHMAH Unila. Penulis juga aktif di Organisasi Luar Kampus seperti KAMMILA. Pada tanggal 19 Januari 2015 sampai dengan 7 Februari 2015, penulis melakukan Praktek Kerja Lapangan (PKL) di Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Metro. Pada tanggal 27 Juli 2015 sampai 20 September 2015, penulis melakuka Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Tiyuh Candra Kencana Tulang Bawang Tengah.

## **PERSEMBAHAN**

*Sebuah persembahan kecil, semoga menjadi arti yang besar  
teruntuk*

*Kedua orang tuaku, Mamak dan Bapakku tercinta, yang tak  
henti-hentinya berdoa dan memberikan dukungan moril  
maupun materil, kasih sayang dan cinta yang tulus.*

*Teruntuk kakak-kakakku tercinta dan teman special yang  
selalu dihati. Terima kasih untuk do'a, kasih sayang dan  
dukung yang membuat saya terus semangat dalam  
menyelesaikan karya kecil ini.*

# Kata Inspirasi

*“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan) kerjakanlah dengan sungguh-sungguh urusan yang lain. Dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap”*

*(Q.S. Al-Insyirah: 6-8).*

*“Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri” (Q.S. Ar-Rad: 11).*

## SANWACANA

Puji syukur penulis ucapkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa, karena atas rahmat dan hidayah-Nya skripsi ini dapat diselesaikan.

Skripsi dengan judul “*Pembandingan Metode Penghalusan Eksponensial Holt-Winters dengan Metode Box-Jenkins Pada Peramalan Data Deret Waktu Musiman*” adalah salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Matematika di Universitas Lampung.

Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Nusyirwan, M.Si., selaku Pembimbing Utama atas kesediaannya untuk memberikan bimbingan, kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini;
2. Ibu Netti Herawati, Ph.D. selaku Pembimbing Kedua atas kesediaan memberikan bimbingan, kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini;
3. Bapak Tiryono Ruby, Ph.D., selaku Pembahas dan Ketua Jurusan Matematika FMIPA Unila. Terima kasih untuk masukan dan saran-saran pada seminar proposal terdahulu;
4. Bapak Agus Sutrisno, M.Si., selaku Pembimbing Akademik;
5. Bapak Prof. Warsito, DEA., Ph.D. selaku Dekan FMIPA Unila;

6. Bapak dan Ibu Staf Administrasi FMIPA Unila;
7. Bapak dan Ibuku tersayang;
8. Desi Efiyanti, Siti Fatimah, Dwi Mayasari, Tri Susilowati, Ira Nurdiana, Yeni Apriyanti, dan Aprinawati terima kasih atas bantuan dan dukungannya;
9. Rekan-rekan Matematika 2012, terima kasih atas kebersamaan kalian.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi sedikit harapan semoga skripsi yang sederhana ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua. Amiin.

Bandar Lampung, 22 Juni 2016

Penulis

**Sri Wahyu Puji Astuti**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	iii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	iv
<b>I. PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1. Latar Belakang dan Masalah .....	1
1.2. Tujuan Penelitian.....	2
1.3. Manfaat Penelitian.....	2
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	3
2.1 Peramalan .....	3
2.2 Data Deret Waktu.....	3
2.3 Komponen Deret Waktu.....	3
2.3.1 <i>Trend (T)</i> .....	4
2.3.2 <i>Seasonal (S)</i> .....	4
2.3.3 Gerakan Siklik (C) .....	4
2.3.4 Acak (I) .....	5
2.4 Analisa Deret Waktu .....	5
2.5 Stasioneritas dan Nonstasioneritas .....	6
2.5.1 Proses <i>Differencing</i> .....	6
2.5.2 Uji Kestasioneran Data dengan Analisa Grafik ....	7
2.5.3 Uji Kestasioneran Data dengan Uji Akar Unit.....	8
2.6 Uji Pemilihan Model Terbaik.....	9
2.6.1 <i>Mean Absolut Deviation (MAD)</i> .....	9
2.6.2 <i>Mean Absolut Percentage Error (MAPE)</i> .....	10
2.6.3 <i>Mean Squared Deviation (MSD)</i> .....	10
2.7 Metode <i>Box-Jenkins</i> (ARIMA) .....	11
2.7.1 Model <i>Autoregressive</i> (AR(p)) .....	12
2.7.2 Model <i>Moving Average</i> (MA(q)).....	12
2.7.3 Model <i>Autoregressive and Moving Average</i> (ARMA(p,q)) .....	13
2.7.4 <i>Seasonal</i> ARIMA (SARIMA).....	13
2.8 Metode Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> .....	14

2.8.1	Proses Inisialisasi (Nilai Awal).....	18
2.9	Indeks Musiman .....	19
<b>III.</b>	<b>METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>21</b>
3.1	Waktu dan Tempat Penelitian .....	21
3.2	Metode Penelitian.....	21
3.2.1	Metode <i>Box-Jenkins</i> .....	21
3.2.2	Metode Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> ....	24
3.2.3	Perbandingan Metode <i>Box-Jenkins</i> dan Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> .....	26
3.2.4	Peramalan Jumlah Penumpang di Bandara Soekarno Hatta dengan Model Terpilih .....	26
<b>IV.</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>27</b>
4.1	Peramalan Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta dengan Menggunakan Metode <i>Box-Jenkins</i> .....	27
4.1.1	Plot Data.....	27
4.1.2	Uji Normalitas Data .....	30
4.1.3	Identifikasi Model .....	31
4.1.4	Estimasi Parameter.....	32
4.2	Peramalan Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta dengan Menggunakan Metode Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> .....	41
4.2.1	Pemeriksaan Kestasioneran Data .....	41
4.2.2	Pemeriksaan Kecendrungan Data .....	42
4.2.3	Pemeriksaan Musiman Data.....	42
4.2.4	Penentuan Nilai Awal .....	44
4.2.5	Penentuan Nilai Parameter $\alpha, \beta$ , dan $\gamma$ .....	46
4.2.6	Model Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> ...	50
4.3	Pembandingan Metode <i>Box-Jenkins</i> dengan Penghalusan Eksponensial <i>Holt-Winters</i> .....	53
4.4	Peramalan Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta dengan Model Terpilih.....	54
<b>V.</b>	<b>KESIMPULAN.....</b>	<b>56</b>

## DAFTAR PUSTAKA

## LAMPIRAN

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
4.1 Plot Data Awal Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta.....	24
4.2 Plot Data Penumpang Bandara Soekarno Hatta <i>Differencing</i> Ke-1.....	25
4.3 Histogram Data Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta Setelah <i>Differencing</i> Ke-1.....	27
4.4 <i>Correlogram</i> Penumpang Bandara Soekarno Hatta Setelah <i>Differencing</i> Ke-1.....	28
4.5 Plot ACF Residual SARIMA (1,1,1) (2,1,2) <sup>12</sup> .....	30
4.6 Plot Probabilitas Residual SARIMA (1,1,1) (2,1,2) <sup>12</sup> .....	31
4.7 Plot ACF Residual SARIMA (1,1,2) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	32
4.8 Plot Probabilitas Residual SARIMA (1,1,2) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	32
4.9 Plot ACF Residual SARIMA (2, 1, 1) (1, 1, 2) <sup>12</sup> .....	33
4.10 Plot Probabilitas Residual SARIMA (2, 1, 1) (1, 1, 2) <sup>12</sup> .....	34
4.11 Plot ACF Residual SARIMA (1, 1, 3) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	35
4.12 Plot Probabilitas Residual SARIMA (1, 1, 3) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	36
4.13 Plot ACF Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta .....	38
4.14 Plot Analisis <i>Trend</i> Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta.....	39
4.15 Plot Musiman Data Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta.....	40
4.16 Grafik Residual Parameter Penghalusan Eksponensial $\alpha = 0,689$ , $\beta = 0,0088889$ , Dan $\gamma = 0$ .....	46
4.17 Grafik Fits Peramalan Jumlah Penumpang Di Bandar Soekarno Hatta Bulan Januari 2015 Sampai Desember 2015.....	52

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
4.1 Data Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta Tahun 2007-2014..	24
4.2 T-statistik <i>Augmented Dickey Fuller</i> (ADF) .....	24
4.3 T-statistik <i>Augmented Dickey Fuller</i> (ADF) <i>Differencing</i> ke-1.....	26
4.4 Penaksiran Parameter SARIMA (1,1,1) (2,1,2) <sup>12</sup> .....	29
4.5 Nilai Q <i>Box-Pierce</i> SARIMA (1,1,1) (2,1,2) <sup>12</sup> .....	30
4.6 Penaksiran Parameter SARIMA (1,1,2) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	31
4.7 Nilai Q <i>Box-Pierce</i> SARIMA (1, 1, 2) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	32
4.8 Penaksiran Parameter SARIMA (2, 1, 1) (1, 1, 2) <sup>12</sup> .....	33
4.9 Nilai Q <i>Box-Pierce</i> SARIMA (2, 1, 1) (1, 1, 2) <sup>12</sup> .....	34
4.10 Penaksiran Parameter SARIMA (1, 1, 3) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	35
4.11 Nilai Q <i>Box-Pierce</i> SARIMA (1, 1, 3) (0, 1, 1) <sup>12</sup> .....	36
4.12 Nilai MSD Model SARIMA .....	37
4.13 Rangkuman Diagnosis Model SARIMA .....	37
4.14 Uji <i>Trend</i> (kecendrungan) .....	39
4.15 Indeks Musiman .....	40
4.16 Nilai MAPE, MAD dan MSD Parameter $\alpha$ , $\beta$ , dan $\gamma$ .....	45
4.17 Nilai Penghalusan Jumlah Penumpang Bandara Soekarno Hatta dengan Model Terbaik.....	48
4.18 Perbandingan SARIMA dan PE <i>Holt-winters</i> .....	51
4.19 Peramalan Jumlah Penumpang di Bandara Soekarno Hatta.....	51

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Peramalan merupakan alat yang penting dalam perencanaan yang efektif dan efisien. Selama ini banyak peramalan dilakukan secara intuitif atau dengan menggunakan metode-metode statistik. Pemilihan metode yang digunakan untuk meramalkan hal tertentu tergantung pada berbagai aspek yang mempengaruhi seperti aspek waktu, pola data, tipe model, tingkat keakuratan ramalan yang diinginkan dan sebagainya. Karena itulah akan muncul suatu masalah apabila pengamatan atau pengujian dilakukan pada sistem pola data dengan formulasi yang selalu berubah-ubah. Sistem pola yang memiliki tingkat kesulitan yang tinggi untuk dibuatkan formulasi modelnya pada kurun waktu tertentu, seperti pada data deret waktu musiman.

Untuk meminimalisir ketidakakuratan hasil ramalan yang diinginkan maka perlu digunakan metode yang sesuai. Metode Pemulusan Eksponensial *Holt-Winters* merupakan metode yang biasa digunakan dalam peramalan data musiman.

Metode ini merupakan metode yang dapat mengatasi permasalahan indikasi musiman dari data deret waktu. Sementara metode *Box-Jenkins* merupakan metode yang dikembangkan oleh George Box dan Gwilym Jenkins yaitu metode yang biasa digunakan dalam peramalan data deret waktu. Metode *Box-Jenkins*

dikembangkan pada tiga arah yaitu identifikasi, efisiensi, dan prosedur penafsiran (untuk proses AR, MA, dan ARMA). Perluasan hasil tersebut untuk mencakup deret waktu musiman (*seasonal time series*) dan pengembangan sederhana yang mencakup proses-proses nonstasioner (ARIMA).

Pada penelitian ini akan dibahas perbandingan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dan *Box-Jenkins* pada data deret waktu musiman.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Membandingkan keefektifan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dan *Box-Jenkins* pada peramalan data deret waktu.
2. Menentukan metode terbaik untuk peramalan data deret waktu musiman.

## **1.3 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan solusi alternatif didalam mengatasi masalah pemodelan data deret waktu musiman.
2. Memberikan pengetahuan baru tentang metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dan *Box-Jenkins* untuk peramalan data deret waktu musiman.

## **II. TINJAUAN PUSTAKA**

### **2.1 Peramalan**

Peramalan merupakan dugaan atau perkiraan tentang terjadinya suatu keadaan dimasa depan dengan menggunakan metode–metode tertentu. Peramalan dilakukan dengan memanfaatkan informasi terbaik agar tujuan yang diinginkan dapat tercapai. Peramalan diperlukan untuk mengantisipasi peristiwa yang dapat terjadi dimasa yang akan datang, sehingga dapat dipersiapkan (Supangat, 2007).

### **2.2 Data Deret Waktu**

Data deret waktu adalah suatu jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Jika waktu dipandang bersifat diskrit (waktu dapat dimodelkan bersifat kontinu), frekuensi pengumpulan selalu sama. Dalam kasus diskrit, frekuensi dapat berupa detik, menit, jam, hari, minggu, bulan atau tahun (Montgomery, 2008).

### **2.3 Komponen Deret Waktu**

Analisis deret waktu meliputi identifikasi komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya fluktuasi dalam serangkaian data historis. Komponen komponen tersebut adalah sebagai berikut:

### **2.3.1 Trend (T)**

*Trend* adalah gerakan berjangka panjang yang menunjukkan adanya kecenderungan kenaikan dan penurunan secara keseluruhan. Gerakan *trend* jangka panjang tersebut merupakan suatu garis halus atau kurva yang menunjukkan suatu kecenderungan umum dari suatu data berkala. Kecenderungan tersebut arahnya bisa naik bisa juga turun. *Trend* sangat berguna untuk membuat peramalan yang merupakan perkiraan masa depan yang diperlukan bagi perencanaan (Supangat, 2007).

### **2.3.2 Seasonal (S)**

Komponen *seasonal* atau musiman juga merupakan fluktuasi periodik, tetapi periode waktunya sangat singkat yaitu satu tahun atau kurang. Gerakan musiman (*seasonal movement*) merupakan gerakan yang mempunyai pola-pola tetap atau identik dari waktu ke waktu dengan waktu yang kurang dari satu tahun. Dengan demikian jelas bahwa variasi musiman adalah suatu pola yang berulang dalam jangka pendek (Box, 1976).

### **2.3.3 Gerakan Siklik (C)**

Gerakan siklis adalah gerakan naik turun di sekitar garis tren dalam jangka panjang. Gerakan di sekitar rata-rata nilai data berkala, di atas atau di bawah garis tren dalam jangka panjang. Gerakan siklis ini bisa berulang setelah jangka waktu tertentu, misalnya setiap 3 tahun, 5 tahun atau bahkan lebih, tetapi bisa juga tidak berulang dalam jangka waktu yang sama. Dalam kegiatan bisnis dan ekonomi,

gerakan-gerakan hanya dianggap siklis apabila timbul kembali setelah jangka waktu lebih dari 1 tahun (Cryer, 2008).

#### **2.3.4 Acak (I)**

Komponen ini memperlihatkan fluktuasi yang acak atau “*noise*” sebagai akibat adanya suatu perubahan yang mendadak. Gerakan yang tidak teratur atau gerakan acak adalah gerakan yang bersifat sporadis atau gerakan dengan pola yang tidak teratur dan tidak dapat diperkirakan dalam waktu singkat. Gerakan ini disebabkan oleh peristiwa-peristiwa yang terjadi secara kebetulan seperti banjir, pemogokan, pemilihan umum, dan perubahan pemerintahan (Supangat, 2007).

#### **2.4 Analisa Deret Waktu**

Analisa deret waktu merupakan prosedur analisis yang dapat digunakan untuk mengetahui gerak perubahan atau perkembangan nilai suatu variabel sebagai akibat dari perubahan waktu. Analisa deret waktu juga merupakan suatu analisis berdasarkan hasil ramalan yang disusun atas pola hubungan antara variabel yang dicari dengan variabel waktu yang mempengaruhinya. Pendugaan masa depan dilakukan berdasarkan nilai masa lalu dari suatu variabel. Adapun tujuan dari analisa deret waktu adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui kecenderungan nilai suatu variabel dari waktu ke waktu.
2. Meramal nilai variabel pada suatu waktu tertentu (Supangat, 2007).

## 2.5 Stasioneritas dan Nonstasioneritas

Stasioneritas berarti bahwa tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Sekumpulan data dinyatakan stasioner jika nilai rata-rata dan variansi dari data deret waktu tersebut tidak mengalami perubahan secara sistematis sepanjang waktu atau dengan kata lain rata-rata dan variansinya konstan. Tidak stasionernya data akan mengakibatkan kurang baiknya model yang diestimasi dan data tersebut dipertimbangkan kembali validitas dan kestabilannya. Salah satu penyebab tidak stasionernya sebuah data adalah adanya autokorelasi. Bila data distasionerkan maka autokorelasi akan hilang dengan sendirinya, karena itu transformasi data untuk membuat data yang tidak stasioner menjadi stasioner sama dengan transformasi data untuk menghilangkan autokorelasi (Makridakis, 1995).

### 2.5.1 Proses *Differencing*

Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode pembedaan. Proses *differencing* dapat dilakukan untuk beberapa periode sampai data stasioner, yaitu dengan cara mengurangkan suatu data dengan data sebelumnya.

Metode pembedaan dengan operator *shift* mundur (*Backward shift*),  $B$  sebagai berikut:

$$BX_t = X_{t-1} \quad (2.1)$$

Notasi  $B$  dipasang pada  $X_t$  mempunyai pengaruh menggeser data 1 periode ke belakang. Dua penerapan  $B$  untuk  $X_t$  akan menggeser data tersebut 2 periode ke belakang, sebagai berikut:

$$B B X_t = B^2 X_{t-1} = X_{t-2} \quad (2.2)$$

Apabila data deret waktu tidak stasioner maka dilakukan pembedaan pertama sebagai berikut.

$$X_t' = X_t - X_{t-1} \quad (2.3)$$

Pembedaan selanjutnya dilakukan dengan mengurangi suatu data dengan data sebelumnya sampai data menjadi stasioner (Makridakis, 1995).

$$\begin{aligned} X_t'' &= X_t - X_{t-2} \\ &\vdots \\ X_t^m &= X_t - X_{t-n} \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 2.5.2 Uji Kestasioneran Data dengan Analisis Grafik

Uji yang sangat sederhana untuk melihat kestasioneran data adalah dengan analisis grafik, yang dilakukan dengan membuat plot korelogram. Korelogram memberikan nilai *Auto Correlation* (AC) dan *Partial Auto Correlation* (PAC). Nilai *Auto Correlation* (AC) mengukur korelasi antar pengamatan dengan beda kala (*lag*) ke- $k$  sedangkan *Partial Auto Correlation* (PAC) mengukur korelasi antar pengamatan dengan *lag* ke- $k$  dan mengontrol korelasi pengamatan antar dua pengamatan dengan *lag* kurang dari  $k$ . Adapun nilai autokorelasi untuk *lag* 1, 2, 3, ...,  $k$  dapat dicari dengan persamaan berikut:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} Y_t - \bar{Y} \quad Y_{t+k} - \bar{Y}}{\sum_{t=1}^n Y_t - \bar{Y}^2} \quad (2.5)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} r_k &= \text{autokorelasi pada lag ke- } k \\ Y_t &= \text{data pengamatan ke- } t \\ \bar{Y} &= \text{rata-rata data} \\ Y_{t+k} &= \text{data pengamatan ke- } t + k \end{aligned}$$

Suatu nilai koefisien autokorelasi dikatakan tidak berbeda secara signifikan apabila nilainya berada pada rentang nilai yang diperoleh dari nilai standar *error* dan nilai kepercayaan. Nilai kesalahan standar dari autokorelasi lag ke-  $k$  adalah:

$$Se_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} Se_k &= \text{standar error atau kesalahan standar} \\ n &= \text{banyaknya data, } k < n \end{aligned}$$

Nilai autokorelasi parsial lag ke-  $k$  digunakan persamaan berikut:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.7)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \text{autokorelasi populasi } k \\ \gamma_0 &= \text{autokorelasi populasi } 0 \end{aligned}$$

Akan tetapi analisis grafik mempunyai kelemahan karena keputusan diambil secara subjektif, sehingga memungkinkan terjadinya perbedaan pengambilan keputusan. Untuk itu digunakan uji formal dalam menentukan kestasioneran data.

### 2.5.3 Uji Kestasioneran Data dengan Uji Akar Unit

Uji akar unit merupakan pengujian yang sangat populer dan dikenalkan oleh David Dickey dan Whyne Fuller. Dalam uji ini dibentuk persamaan regresi dari data aktual pada periode ke- $t$  dan ke-  $t - 1$  . Dalam uji akar unit digunakan model berikut:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (2.8)$$

Jika koefisien regresi dari  $Y_{t-1}$   $\rho = 1$ , maka disimpulkan bahwa terdapat masalah bahwa  $Y_t$  tidak stasioner. Dengan demikian  $Y_t$  dapat disebut mempunyai “*unit root*” atau berarti data tidak stasioner. Bila persamaan diatas dikurangi sisi kanan dan kiri maka persamaannya menjadi:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = \rho - 1 Y_{t-1} + u_t \quad (2.9)$$

Atau dapat ditulis dengan:

$$\Delta Y_t = \delta Y_t + u_t \quad (2.10)$$

Dengan,

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.11)$$

Dimana:

$\Delta Y_t$  = hasil *difference* data pada periode ke-  $t$

$Y_t$  = data aktual periode ke-  $t$

$Y_{t-1}$  = data aktual periode ke-  $t$

$\delta$  = koefisien regresi

$u_t$  = *error* yang *white noise* dengan *mean* = 0 dan *varians* =  $\delta^2$

Pada tahap ini sudah dilakukan pembedaan sebagai metode untuk menanggulangi masalah ketidakstasioneran data dan kemudian data akan diuji kembali. Dari persamaan dapat dibuat hipotesis:

$$H_0: \delta = 0$$

$$H_0: \delta \neq 0$$

Jika hipotesis  $\delta = 0$  ditolak dengan derajat kepercayaan  $\alpha$  maka  $\rho = 1$  artinya terdapat akar unit, sehingga data deret waktu  $Y_t$  tidak stasioner. Dengan membentuk persamaan regresi antara  $\Delta Y_t$  dan  $Y_{t-1}$  akan diperoleh koefisien regresinya, yaitu  $\delta$ . Hipotesis dalam uji akar unit menjelaskan bahwa apabila hasil uji menyatakan nilai *Augmented Dickey-Fuller test statistic* lebih kecil nilai

kritis pada derajat kepercayaan tertentu atau nilai tingkat signifikansinya lebih kecil dari derajat kepercayaan  $\alpha = 0,05$ , maka hipotesis nol yang menyatakan bahwa data tersebut tidak stasioner ditolak dan demikian sebaliknya (Wei, 2006).

## 2.6 Kriteria Kebaikan Model

Dalam melakukan peramalan, ada beberapa metode yang digunakan untuk mencari ramalannya. Sebuah model dengan galat peramalan terkecil tentunya akan dipilih untuk melakukan prediksi di masa mendatang. Besarnya galat tersebut dapat dihitung melalui ukuran galat peramalan, sebagai berikut:

### 2.6.1 Mean Absolute Deviation (MAD)

Simpangan rata-rata MAD mengukur akurasi peramalan dengan meratakan nilai absolut galat peramalan. Nilai galat diukur dalam unit yang sama seperti pada data aslinya.

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t - \hat{Y}_t \quad (2.12)$$

Dimana:

$n$  = banyaknya data yang diamati

$\hat{Y}_t$  = peramalan ke -  $t$

$Y_t$  = data ke -  $t$

(Makridakis, dkk., 1999)

### 2.6.2 Mean Absolut Percentage Error (MAPE)

MAPE digunakan untuk melakukan perhitungan perbedaan antara data asli dan data hasil peramalan. Perbedaan tersebut diabsolutkan, kemudian dihitung ke dalam bentuk persentase terhadap data asli. Hasil persentase tersebut kemudian

didapatkan nilai mean-nya. Suatu model mempunyai kinerja sangat bagus jika nilai MAPE berada di bawah 10%, dan mempunyai kinerja bagus jika nilai MAPE berada di antara 10% dan 20% . Adapun diberikan persamaan untuk menghitung MAPE yaitu :

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|PE_t|}{x_t} \quad (2.13)$$

Dimana :

$PE_t$  (kesalahan persentase) :  $\frac{e_t}{x_t} \times 100$

$y_t$  : data aktual periode  $t$

$n$  : jumlah data

(Zainun, 2003).

### 2.6.3 Mean Squared Deviation (MSD) Atau Mean Squared Error (MSE)

*Mean Square Error* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menganalisis atau mengukur kesalahan metode peramalan. Pada metode ini hampir mirip dengan metode MAD, rumus MSE adalah

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \quad (2.14)$$

Dimana:

$n$  = banyaknya data yang diamati

$\hat{Y}_t$  = peramalan  $ke - t$

$Y_t$  = data  $ke - t$

## 2.7 Metode Box-Jenkins (ARIMA)

Model ARIMA dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins, dan nama mereka sering disinonimkan dengan proses ARIMA yang ditetapkan untuk analisis deret waktu, peramalan, dan pengendalian. Model

*autoregressive* (AR) pertama kali diperkenalkan oleh Yule dan kemudian dikembangkan oleh Walker, sedangkan model *moving average* (MA) pertama kali digunakan oleh Slutsky. Akan tetapi Wold-lah yang menghasilkan dasar-dasar teoritis dari proses kombinasi ARMA. Wold membentuk model ARMA yang dikembangkan pada tiga arah yaitu identifikasi, efisiensi, dan prosedur penafsiran (untuk proses AR, MA, dan ARMA). Perluasan hasil tersebut untuk mencakup deret waktu musiman dan pengembangan sederhana yang mencakup proses-proses non stasioner (ARIMA). Box dan Jenkins secara efektif telah berhasil mencapai kesepakatan mengenai informasi relevan yang diperlukan untuk memahami dan memakai model-model ARIMA. Metode ARIMA berbeda dengan metode peramalan lain karena metode ini tidak mensyaratkan suatu pola data tertentu supaya model dapat bekerja dengan baik. Metode ARIMA akan bekerja dengan baik apabila data deret berkala yang dipergunakan bersifat dependen atau berhubungan satu sama lain secara statistik (Makridakis dkk, 1999).

### 2.7.1. Model *Autoregressive* (AR(p))

Model *autoregressive* (AR) merupakan regresi deret  $Y_t$  terhadap amatan waktu sebelumnya  $Y_{t-k}$  dari dirinya sendiri, untuk  $k = 1, 2, \dots, p$ . Banyaknya nilai sebelumnya yang digunakan oleh model (sebanyak  $p$ ) menentukan tingkat model ini. Bentuk umum model *autoregressive* AR(p) adalah:

$$Y_t = a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

Keterangan:

- $Y_t$  : variabel yang diamati dengan  $t = 1, 2, \dots$
- $a_0$  : Konstanta *autoregressive*
- $a_1, \dots, a_p$ : parameter  $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}$

$\varepsilon_t$  : *white noise* (Enders, 1948).

### 2.7.2. Model *Moving Average* (MA( $q$ ))

Pada model *moving average*, yang menjadi variabel bebasnya adalah nilai residual lampau ( $\varepsilon_{t-q}$ ). Tingkat proses pada model *moving average* dengan ordo  $q$ , atau disebut MA( $q$ ), ditentukan oleh jumlah periode variabel bebas yang terdapat pada model. Bentuk umum model *moving average* MA( $q$ ) adalah:

$$Y_t = \varepsilon_t - \beta_1\varepsilon_{t-1} - \beta_2\varepsilon_{t-2} - \dots - \beta_q\varepsilon_{t-q} \quad (2.16)$$

Berlaku,

$$\rho_k = \frac{\beta_k + \beta_1\beta_{k+1} + \beta_2\beta_{k+2} + \dots + \beta_{q-k}\beta_q}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_q^2} \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, q \quad (2.17)$$

$$= 0, \text{ untuk } k = q + 1 \quad (\text{Box, 1976}).$$

### 2.7.3. Model *Autoregressive dan Moving-Average* (ARMA( $p, q$ ))

ARMA( $p, q$ ) merupakan suatu model yang terdiri atas gabungan proses regresi diri ordo  $p$  dan rata-rata bergerak ordo  $q$  (Enders, 1948). Bentuk umum model ARMA( $p, q$ ) adalah sebagai berikut:

$$Y_t = a_1Y_{t-1} + \dots + a_pY_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1\varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q\varepsilon_{t-q} \quad (2.18)$$

### 2.7.4. *Seasonal* ARIMA (SARIMA)

Musiman didefinisikan sebagai suatu pola yang berulang-ulang dalam selang waktu yang tetap. Untuk data yang stasioner, faktor musiman dapat ditentukan dengan mengidentifikasi koefisien autokorelasi pada dua atau tiga *time-lag* yang berbeda nyata dari nol. Autokorelasi yang secara signifikan berbeda dari nol

menyatakan adanya suatu pola dalam data. Untuk mengenali adanya faktor musiman, seseorang harus melihat pada autokorelasi yang tinggi (Makridakis dkk, 1999). Untuk menangani musiman, notasi umum yang singkat adalah:

SARIMA  $(p,d,q) (P,D,Q)^S$

Dimana:

$(p,d,q)$  : bagian yang tidak musiman dari model

$(P,D,Q)$  : bagian musiman dari model

$S$  : jumlah periode per musim

Dengan menggunakan operator *backshift* model umum SARIMA dapat dinyatakan dengan:

$$1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p - \theta_1 B^{-1} - \theta_2 B^{-2} - \dots - \theta_q B^{-q} Y_t = 1 - \beta_1 B - \beta_2 B^2 - \dots - \beta_s B^s \varepsilon_t$$

Dimana:

$B$  = operator *backshift*

$\alpha_p$  = koefisien AR

$\theta_r$  = koefisien SAR

$\beta_q$  = koefisien MA

$s$  = koefisien SMA

## 2.8 Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*

Metode penghalusan eksponensial dapat digunakan untuk data stasioner maupun data nonstasioner. Salah satu penemuan penting dalam bidang peramalan yakni ditemukannya metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* yang mampu menangani data yang memiliki unsur *trend* dan musiman yang merupakan penyempurnaan dari metode penghalusan eksponensial *Holt-Brown* (Evans, 2003).

Metode ini terdiri atas dua model yaitu model aditif dan model multiplikatif.

Model multiplikatif digunakan apabila terdapat kecenderungan atau tanda bahwa pola musiman bergantung pada ukuran data. Dengan kata lain, pola musiman

membesar seiring meningkatnya ukuran data. Sedangkan model aditif digunakan jika kecendrungan tersebut tidak terjadi. Ada tiga parameter penghalusan yang digunakan dalam metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters*, yakni:

1. Alpha ( $\alpha$ ) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan. Jika alpha bernilai mendekati 1 maka hanya pengamatan terbaru yang digunakan secara eksklusif. Sebaliknya bila alpha mendekati 0 maka pengamatan yang lain dihitung dengan bobot sepadan dengan yang terbaru.
2. Beta ( $\beta$ ) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan untuk mengestimasi kemunculan trend nilai beta berkisar dari 0 sampai 1.
3. Gamma ( $\gamma$ ) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan untuk mengestimasi kemunculan unsur musiman. Nilai gamma berkisar dari 0 sampai 1 (Mulyana, 2004).

Persamaan metode penghalusan eksponensial secara umum ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 &= ax_t - aS_{t-1} + S_{t-1} \\
 &= ax_t - aS_{t-1} + S_{t-1} \\
 S_t &= ax_t + (1 - a)S_{t-1}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Dimana:

$S_t$  = penghalusan eksponensial pada tahun  $t$

$x_t$  = data  $t$

$a$  = konstanta parameter penghalusan eksponensial ( $0 < a < 1$ )

Persamaan (2.19) merupakan persamaan yang digunakan pada metode penghalusan eksponensial tunggal dimana pada metode tersebut hanya menggunakan satu parameter penghalusan yaitu  $a$  dengan nilai parameter  $0 < a < 1$ . Namun pada metode penghalusan eksponensial tunggal tidak dapat digunakan untuk data yang mengandung *trend*, sehingga Holt (1957) mengembangkan metode ini dengan memasukkan unsur *trend* pada persamaan tersebut. Oleh karena itu, Holt menambahkan unsur *trend* pada persamaan (2.19), sehingga persamaan baru tersebut dapat ditulis:

$$\begin{aligned}
 S_t &= a x_t - S_{t-1} - b_{t-1} + S_{t-1} + b_{t-1} \\
 &= a x_t - a S_{t-1} - a b_{t-1} + S_{t-1} + b_{t-1} \\
 &= a x_t - a S_{t-1} + S_{t-1} - a b_{t-1} + b_{t-1} \\
 &= a x_t + (1 - a) S_{t-1} + (1 - a) b_{t-1} \\
 S_t &= a x_t + (1 - a) S_{t-1} + (1 - a) b_{t-1} \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

Dimana:

- $S_t$  = penghalusan eksponensial pada tahun  $t$
- $x_t$  = data tahun  $t$
- $L_t$  = penghalusan faktor musiman
- $L$  = panjang musiman
- $b_t$  = penghalusan trend
- $a$  = konstanta parameter penghalusan eksponensial ( $0 < a < 1$ )

Persamaan (2.20) tersebut kemudian yang dikenal dengan metode penghalusan eksponensial ganda. Metode ini juga biasa dikenal Holt's Linear. Untuk menghitung penghalusan trendnya digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \beta S_1 - S_{1-1} + (1 - \beta) b_{1-1} \\
 b_2 &= \beta S_2 - S_{2-1} + (1 - \beta) b_{2-1} \\
 \\ \\
 b_t &= \beta S_t - S_{t-1} + (1 - \beta) b_{t-1} \tag{2.21}
 \end{aligned}$$

Dimana:

- $\beta$  = konstanta parameter penghalusan untuk *trend*
- $S_t$  = penghalusan eksponensial pada tahun  $t$
- $b_t$  = penghalusan *trend*
- $S_t - S_{t-1}$  merupakan selisih antara penghalusan eksponensial

Karena menggunakan dua parameter penghalusan yaitu  $a$  dan  $\beta$ , maka dari itu metode tersebut dikenal dengan metode penghalusan eksponensial ganda. Namun pada metode penghalusan eksponensial ganda hanya dapat digunakan untuk data yang mengandung *trend* tapi tidak dapat digunakan untuk data yang mengandung musiman, sehingga Holt (1960) mengembangkan metode ini dengan memasukkan unsur musiman pada data. Sehingga persamaan baru tersebut dapat ditulis:

$$\begin{aligned}
 S_t &= a x_t - S_{t-1} - b_{t-1} + S_{t-1} + b_{t-1} - a l_{t-12} \\
 &= S_{t-1} + b_{t-1} + a x_t - S_{t-1} - b_{t-1} - a l_{t-12} \\
 &= S_{t-1} + b_{t-1} + a x_t - a S_{t-1} - a b_{t-1} - a l_{t-12} \\
 &= a x_t - a l_{t-12} + (1 - a) S_{t-1} + (1 - a) b_{t-1} \\
 S_t &= a x_t - l_{t-12} + (1 - a) S_{t-1} + b_{t-1} \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

Dimana:

- $S_t$  = penghalusan eksponensial pada tahun  $t$
- $x_t$  = data  $t$
- $L_t$  = penghalusan faktor musiman
- $L$  = panjang musiman
- $b_t$  = penghalusan *trend*
- $a$  = konstanta parameter penghalusan eksponensial ( $0 < a < 1$ )

Persamaan (2.22) dikenal dengan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters*.

Karena pada metode ini menggunakan unsur *trend* dan musiman maka perlu dilakukan perhitungan penghalusan *trend* dan penghalusan musimannya.

Persamaan untuk menghitung penghalusan *trend* ditulis sebagai berikut:

$$b_t = \beta S_t - S_{t-1} + (1 - \beta) b_{t-1} \quad (2.23)$$

Dimana:

- $S_t$  = penghalusan eksponensial pada tahun  $t$
- $\beta$  = konstanta parameter penghalusan trend ( $0 < \beta < 1$ )
- $b_t$  = penghalusan trend
- $S_t - S_{t-1}$  merupakan selisih antara penghalusan eksponensial

Selanjutnya persamaan untuk menghitung penghalusan musiman ditulis sebagai

berikut:

$$I_1 = \gamma \frac{X_1}{S_1} + (1 - \gamma) I_{1-12}$$

$$I_2 = \gamma \frac{X_2}{S_2} + (1 - \gamma) I_{2-12}$$

$$I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1 - \gamma) I_{t-L} \quad (2.24)$$

Dimana:

- $\gamma$  = konstanta parameter penghalusan musiman ( $0 < \gamma < 1$ )
- $I_t$  = penghalusan faktor musiman
- $x_t$  = data  $t$
- $L$  = panjang musiman

Untuk menghitung nilai peramalan penghalusan eksponensial *Holt-Winters*

digunakan persamaan sebagai berikut:

$$F_{1+m} = S_1 + b_{1m} + I_{1-12+m}$$

$$F_{2+m} = S_2 + b_{1m} + I_{2-12+m}$$

$$F_{3+m} = S_3 + b_{3m} + I_{3-12+m}$$

$$F_{t+m} = S_t + b_{tm} + I_{t-L+m} \quad (2.25)$$

Dimana :

- $I$  = faktor penyesuaian musiman
- $L$  = panjang musim
- $F_{t+m}$  = ramalan untuk  $m$  periode ke depan dari  $t$
- $b_t$  = komponen trend
- $S_t$  = nilai penghalusan keseluruhan

### 2.8.1 Proses Inisialisasi (Nilai Awal)

Sama halnya dengan metode penghalusan eksponensial lainnya, dibutuhkan nilai awal komponen untuk memulai perhitungan. Untuk menginisialisasi metode peramalan *Holt-Winters*, diperlukan nilai awal untuk penghalusan  $l_t$  dan indeks musiman  $s_t$ . Untuk mendapatkan estimasi nilai awal dari indeks musiman, diperlukan setidaknya data lengkap selama satu musim. Dengan demikian, nilai *trend* dan penghalusan diinisialisasi pada periode  $S$ . Nilai awal konstanta penghalusan didapatkan dengan menggunakan nilai rata-rata musim pertama, sehingga:

$$S_L = \frac{1}{L} x_1 + x_2 + \dots + x_k \quad (2.26)$$

Perlu dilihat bahwa persamaan (2.26) merupakan rata-rata bergerak berorde  $S$  yang akan mengeliminasi unsur musiman pada data. Untuk menginisialisasi *trend*, lebih baik menggunakan data lengkap selama dua musim (2 periode) sebagai berikut:

$$b_L = \frac{1}{k} \frac{x_{L+1} - x_1}{L} + \frac{x_{L+2} - x_2}{L} + \dots + \frac{x_{L+k} - x_k}{L} \quad (2.27)$$

Kemudian didapatkan nilai inisialisasi indeks musiman dengan menggunakan rasio dari data tahun pertama dengan rata-rata data tahun kedua sehingga,

$$l_1 = \frac{x_1}{S_L}, l_2 = \frac{x_2}{S_L}, \dots, l_k = \frac{x_k}{S_L} \quad (2.28)$$

Dimana:

$x_k$  = data  $ke - k$   
 $l_k$  = penghalusan faktor musiman  $ke - k$   
 $S_L$  = nilai awal penghalusan *Holt-Winters*  
 $k = 1, 2, \dots, L$  adalah panjang musiman.

## 2.9 Indeks Musiman

Gerakan musiman terjadi pada waktu yang sama atau sangat berdekatan, dengan kata lain gerakan musiman merupakan gerakan yang teratur yang mempunyai pola tetap atau berulang-ulang secara teratur. Kecenderungan musiman dapat berupa tahunan, bulanan, atau mingguan. Untuk keperluan analisis data runtun waktu dapat dinyatakan dalam bentuk angka indeks. Indeks musiman merupakan angka yang menunjukkan nilai relatif dari variabel Y, dimana Y adalah data runtun waktu selama seluruh bulan dalam satu tahun. Rata-rata angka indeks musiman untuk satu periode adalah 100%. Dengan kata lain indeks musiman adalah suatu angka yang bervariasi terhadap nilai dasar 100.

Ada beberapa metode untuk menghitung angka indeks musiman, antara lain metode rata-rata sederhana. Metode rata-rata sederhana dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Indeks musiman} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sum_{j=1}^n \bar{y}_j} \times 100\% \quad (2.29)$$

Dimana  $\bar{X}_i$  merupakan rata-rata dalam bulan ke-i tiap tahun ( $i=1,2,3,\dots,12$ ) dan  $\bar{Y}_j$  merupakan rata-rata data tiap bulan pada tahun ke-j ( $j=1,2,3,\dots,n$ ) (Yulianto, 2012).

### III. METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil dan semester genap Tahun Ajaran 2016/2017 bertempat di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

#### 3.2 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

##### 3.2.1 Metode *Box-Jenkins*

- a. Pemeriksaan Kestasioneran data

Untuk menguji apakah data yang digunakan memiliki sifat stasioner atau tidak, dapat dilihat dari plot *time series* atau grafik fungsi autokorelasinya.

Secara lebih formal untuk menguji kestasioneran data maka akan digunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* dengan hipotesis dan kriteria uji sebagai berikut:

Hipotesis:  $H_0: \delta = 0$  (data deret waktu tidak stasioner)

$H_1: \delta < 0$  (data deret waktu stasioner)

Kriteria pengujian: tolak  $H_0$  jika  $|\tau_\delta| \geq |\tau_{(n,\alpha)}|$  *Dickey-Fuller*

Jika data tidak stasioner pada rata-rata lakukan *differencing* dan jika data tidak stasioner pada ragam lakukan transformasi.

b. Identifikasi Model

Menganalisis plot ACF dan PACF dari korelogram untuk menduga beberapa kemungkinan orde AR dan MA yang sesuai.

c. Estimasi parameter dari model

Estimasi parameter dari model dilakukan dengan cara uji signifikansi model dengan  $p\text{-value} < \alpha = 0,05$ .

d. Uji Diagnostik Model

Setelah model-model terpilih telah diestimasi nilai parameternya, langkah selanjutnya adalah menguji apakah model tersebut sesuai dengan data.

Adapun pengujian yang harus dilakukan adalah :

1) Signifikansi koefisien

Hipotesis dan kriteria uji signifikansi koefisien adalah sebagai berikut:

Hipotesis:  $H_0$  : Koefisien tidak signifikan

$H_1$  : Koefisien signifikan

Kriteria uji: tolak  $H_0$  jika  $p\text{value} < \alpha$ , artinya koefisien signifikan.

2) Memenuhi Asumsi *White Noise*

yakni suatu asumsi yang menyatakan bahwa residu bersifat acak dan normal. Hipotesis dan kriteria uji keacakan residu adalah sebagai berikut:

Hipotesis :  $H_0: r_1 = r_2 = \dots = r_k = 0$  (residu bersifat acak)

$H_1: \exists r_i \neq r_j = 0$  (residu tidak bersifat acak)

Kriteria uji: terima  $H_0$  jika nilai  $Q > X_{(a,db)}$  atau  $P\text{value} > \alpha$

Sedangkan hipotesis dan kriteria uji kenormalan residu adalah sebagai berikut:

Hipotesis :  $H_0$ : residu berdistribusi normal

$H_1$ : residu tidak berdistribusi normal

Kriteria uji: tolak  $H_0$  jika  $D_{hit} > D_{tabel}$  atau  $P_{value} < \alpha$ .

### 3) Pemilihan model terbaik

Dari beberapa model yang memenuhi asumsi signifikansi koefisien dan asumsi *white noise* akan dipilih model terbaik yang ditentukan melalui nilai MSE dan MAD dari masing-masing model.

## 3.2.2 Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*

### a. Pemeriksaan Kestasioneran data

Untuk menguji apakah data yang digunakan memiliki sifat stasioner atau tidak, dapat dilihat dari grafik fungsi autokorelasinya. Untuk memastikan kestasioneran dapat juga digunakan pengujian akar unit *Augmented Dickey-Fuller (ADF)*.

### b. Pemeriksaan Kecenderungan data

Menganalisis plot data untuk melihat apakah data memiliki kecenderungan naik atau turun, untuk memastikan digunakan pengujian trend.

### c. Pemeriksaan musiman data

Menganalisis plot data untuk melihat apakah data mengandung musiman. Selanjutnya dilakukan pengujian data musiman dengan indeks musiman menggunakan metode rata-rata sederhana.

$$\text{Indeks musiman} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}}{\sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n}} \times 100\% \quad x12$$

d. Penentuan nilai awal

1. Nilai awal untuk Penghalusan

$$S = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L x_L$$

2. Nilai awal untuk *trend*

$$b = \frac{1}{L} \frac{x_{L+1} - x_1}{L} + \frac{x_{L+2} - x_2}{L} + \dots + \frac{x_{L+L} - x_L}{L}$$

3. Nilai awal untuk indeks musiman metode multiplikatif

$$l_k = \frac{x_k}{S_L}, \text{ dimana } k = 1, 2, \dots, L$$

e. Estimasi Parameter  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model ialah dengan cara simulasi, yakni mensimulasikan kisaran nilai  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$  pada interval (0,1).

f. Penentuan Parameter  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$

Memilih Parameter  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$  terbaik dengan mempertimbangkan nilai *Mean Squares Deviation* (MSD) dan *Mean Absolute Deviation* (MAD).

g. Menghitung nilai penghalusan eksponensial *Holt-Winters* multiplikatif dengan cara sebagai berikut:

1. Penghalusan keseluruhan

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-L}} + (1 - \alpha) S_{t-1} + b_{t-1}$$

2. Penghalusan *trend*

$$b_t = \beta S_t - S_{t-1} + 1 - \beta b_{t-1}$$

## 3. Penghalusan musiman

$$I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + 1 - \gamma I_{t-L}$$

4. Peramalan penghalusan eksponensial *Holt-Winters*

$$F_{t+m} = S_t + b_t m I_{t-L+m}$$

Keterangan:

- $X_t$  = nilai aktual pada periode akhir  $t$
- $\alpha$  = parameter penghalusan untuk data ( $0 < \alpha < 1$ )
- $\gamma$  = parameter penghalusan untuk musiman ( $0 < \gamma < 1$ )
- $\beta$  = parameter penghalusan untuk trend ( $0 < \beta < 1$ )
- $I$  = faktor penyesuaian musiman
- $L$  = panjang musim
- $F_{t+m}$  = ramalan untuk  $m$  periode ke depan dari  $t$
- $b_t$  = komponen trend
- $S_t$  = nilai penghalusan keseluruhan

### 3.2.3 Perbandingan Metode *Box-Jenkins* dan Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*.

Hasil pemilihan model yang diperoleh dari metode *Box-Jenkins* kemudian akan dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dari metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters*. Perbandingan dilakukan dengan mempertimbangkan nilai perhitungan MSD untuk dua model tersebut.

### 3.2.4 Peramalan Jumlah Penumpang di Bandara Soekarno Hatta dengan Model Terpilih.

Melakukan peramalan penumpang di Bandara Soekarno Hatta dengan menggunakan model terpilih selama satu tahun kedepan.

## V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian dan pembahasan yang telah dipaparkan pada bagian sebelumnya, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Metode *Box-Jenkins* dan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* sanggup memodelkan data jumlah penumpang bandara Soekarno Hatta dikarenakan data bersifat musiman dengan panjang musiman 12 periode.

2. Model *Box-Jenkins* yang paling sesuai dengan data adalah SARIMA

$(1,1,1)(2,1,2)^{12}$  yakni,

$$1 - 0,1758B - 0,9249 B^{12} - 0,9703B^{12}Y_t = 1 - 0,7096B + (0,6193 B^{12} + 0,6883B^{12})\epsilon_t.$$

Dengan nilai MSD sebesar 616299807.

3. Model penghalusan eksponensial *Holt-Winters* yang paling sesuai adalah metode multiplikatif dengan parameter penghalusan  $\alpha = 0,689$ ,  $\beta = 0,0088889$ , dan  $\gamma = 0$ . Dengan nilai MSD sebesar 609553153.
4. Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* jauh lebih baik digunakan dibandingkan metode *Box-Jenkins* dalam memodelkan data jumlah penumpang di bandara Soekarno Hatta tahun 2007 sampai 2014.

## DAFTAR PUSTAKA

Box, G.E.P. dan Jenkins, G.M. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting & Control*. Holden-Day Inc., San Fransisco.

Cryer, J.D. dan Chan, K.S. 2008. *Time Series Analysis with Applications in R*. Springer, New York.

Enders, W. 1948. *Applied Econometric Time Series*. 2<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Sons. Inc., New Jersey.

Evans, M.K. 2003. *Practical Business Forcesting*. Blackwell, Hong Kong.

Gujarati, N.D. 2003. *Basic Econometrics*. 4<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill Companies, Inc., New York.

Montgomery, D.C. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. John Wiley & Sons. Inc., New Jersey.

Supangat, A.M. 2007. *Statistika Dalam Kajian Deskriptif*. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Yulianto, M.A. 2012. Analisa Time Series. 26 Februari 2016.  
[Http://digensia.wordpress.com/2012/08/24/analisa-time-series](http://digensia.wordpress.com/2012/08/24/analisa-time-series).