UJI MULTIKOLINEARITAS DAN KESESUAIAN MODEL DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL

(Skripsi)

Oleh

VIENDIRA TRY ERIZA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

ABSTRACT

MULTICOLLINEARITY TEST AND SUITABILITY MODELS IN STRUCTURAL EQUATION MODELING

Oleh

VIENDIRA TRY ERIZA

Solving problems that involve multiple variables of data, particularly involving factors that cannot be measured directly (latent variables) used Structural Equation Modeling (SEM) or lisrel. In the SEM using Confirmatory Factor Analysis (CFA) for the testing of a model. Before making estimates on the model, testing statistical assumptions in that SEM multicollinearity test. This study aims to examine multicollinearity to see the relationship between observed variables on a sample size of 100 and using Maximum Likelihood (ML) method in estimating the model to evaluate the suitability or appropriateness of the model with data. ML method has no refraction and inconsistent nature. To determine whether or not of multicollinearity among independent variables by using the correlation coefficient, Variance Inflation Factors (VIF) and Tolerance. Based on study concluded that for the sample used is not contained multicollinearity and models are acceptable.

Keywords: ***Structural Equation Modeling*** **(SEM),** ***Maximum Likelihood*** **(ML), Multicollinearity.**

ABSTRAK

UJI MULTIKOLINEARITAS DAN KESESUAIAN MODEL DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL

Oleh

VIENDIRA TRY ERIZA

Penyelesaian masalah yang melibatkan data peubah ganda, terutama melibatkan faktor yang tidak dapat diukur secara langsung (peubah laten) digunakan *Structural Equation Modeling* (SEM) atau Lisrel. SEM menggunakan *Confirmatory Analysis Factor* (CFA) untuk melakukan pengujian terhadap suatu model. Sebelum melakukan estimasi pada model, dilakukan pengujian asumsi statistik dalam SEM yaitu uji multikolinearitas. Penelitian ini bertujuan untuk menguji multikolinearitas untuk melihat hubungan yang terjadi antar variabel *observed* pada ukuran sampel 100 dan menggunakan metode *Maximum Likelihood* (ML) dalam mengestimasi model untuk mengevaluasi kecocokan atau kesesuaian antara model dengan data. Metode ML memiliki sifat tak bias dan konsisten. Untuk mengetahui ada atau tidaknya multikolinearitas diantara variabel bebas yaitu dengan menggunakan nilai koefisien korelasi, *Variance Inflation Factors* (VIF) dan *Tolerance*. Berdasarkan hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa untuk sampel yang digunakan tidak terdapat multikolinearitas dan model yang digunakan dapat diterima.

Kata Kunci: ***Structural Equation Modeling* (SEM), *Maximum Likelihood* (ML), Multikolinearitas**

UJI MULTIKOLINEARITAS DAN KESESUAIAN MODEL DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL

Oleh

VIENDIRA TRY ERIZA

Skripsi
Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi : **UJI MULTIKOLINEARITAS DAN KESESUAIAN MODEL DALAM MODEL PERSAMAAN STRUKTURAL**

Nama Mahasiswa : *Viendira Try Eriza*

Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031071

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Eri Setiawan, M.Si.
NIP 19581101 198803 1 002

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Nusyirwan, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **1 Agustus 2016**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"Uji Multikolinearitas dan Kesesuaian Model dalam Model Persamaan Struktural"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Agustus 2016

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL
0BA30ADF649376706
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Viendira Try Eriza
NPM. 1217031071

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Viendira Try Eriza, dilahirkan di Bangko pada tanggal 25 Oktober 1994. Sebagai anak kedua dari tiga bersaudara, dari pasangan Bapak Nirwan dan Ibu Yunof Linda.

Pendidikan Taman Kanak-kanak (TK) Al-Hidayah Bangko diselesaikan tahun 2000, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 2 Beringin Raya Bandar Lampung pada tahun 2006, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMPN 1 Bandar Lampung pada tahun 2009, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMAN 9 Bandar Lampung pada tahun 2012.

Tahun 2012, penulis terdaftar sebagai Mahasiswi S1 Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA) Universitas Lampung (Unila) melalui jalur Seleksi Ujian Masuk Lokal (UML). Pada bulan Januari 2015, Penulis melaksanakan Kuliah Praktek (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Bandar Lampung guna mengaplikasikan serta menerapkan ilmu yang telah diperoleh dalam perkuliahan. Selanjutnya bulan Januari-Maret 2016 melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Way Sindi Hanuan, Kecamatan Karya Penggawa, Kabupaten Pesisir Barat. Selama penulis melaksanakan studi di Jurusan Matematika, penulis aktif bergabung dalam organisasi internal kampus. Penulis pernah aktif sebagai anggota di Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas

(UKMF) Natural FMIPA Unila periode 2013/2014 dan juga aktif bergabung di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) yang diamanahkan sebagai Anggota di Bidang Kaderisasi periode 2013/2014 dan selanjutnya sebagai Anggota Bidang Eksternal periode 2014/2015.

KATA INSPIRASI

"Kegagalan hanya terjadi bila kita menyerah"
(Lessing)

"Musuh yang paling berbahaya di atas dunia ini adalah penakut dan bimbang. Teman yang paling setia, hanyalah keberanian dan keyakinan teguh"
(Andrew Jackson)

"Bukan tidak mungkin, tetapi hanya belum mengetahui caranya"
(Viendira Try Eriza)

PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Dengan mengucap Syukur Alhamdulillah atas Rahmat Allah SWT

kupersembahkan karya kecil ini kepada :

Kedua Orang Tua Tercinta Ayahanda Nirwan dan Ibunda Yunof Linda

Terimakasih Ayah, Ibu yang telah memberiku kasih sayang dan dukungan yang tidak terhingga dan terimakasih juga telah menjadi pembimbing hidup yang terbaik sampai saat ini.

Abangku Ryand Yudha P dan Adikku Asfhira Novthya

Terimakasih karena kalian selalu memberikan semangat serta doa dan nasihat selama ini.

Teman dan Sahabat Tersayang

Terimakasih karena kalian juga selalu memberikan bantuan serta dukungan selama ini. Terimakasih juga selalu ada saat suka maupun duka.

Alamamaterku Tercinta

Universitas Lampung

SANWANCANA

Alhamdullilah segala puji bagi Allah SWT, karena atas rahmat dan hidayah-Nya skripsi ini dapat diselesaikan. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, penuntun jalan bagi umat manusia. Skripsi dengan judul "**Uji Multikolinearitas dan Kesesuaian Model dalam Model Persamaan Struktural**" disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Universitas Lampung. Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si, selaku penguji atas saran dan kritik yang diberikan bagi skripsi ini.
4. Ibu Dra. Wamiliana, Ph.D., selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan.
5. Bapak Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staf, dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah memberikan bantuan kepada penulis.
8. Keluargaku tercinta, terutama Ibu dan Ayah yang menjadi motivasi terbesar dalam hidup, selalu mendukung dan mendoakan apapun yang dicita-citakan, serta Abang dan Adikku yang selalu menjadi penghibur suka maupun duka selama ini.
9. Aditia Arief yang selalu memberikan semangat, motivasi, doa dan kebersamaannya selama mengerjakan skripsi.
10. Sahabat tersayang Adelfira, Adella, Anes, Cici, dan Linda atas bantuan, semangat dan rasa kekeluargaan yang telah diberikan.
11. Teman-teman angkatan 2012 yang tidak dapat disebutkan satu persatu dan Keluarga HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika).
12. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan namanya satu persatu, terimakasih untuk semangat dan bantuan yang telah diberikan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata kesempurnaan. Semoga skripsi ini dapat berguna dan bermanfaat bagi pembaca. Amiin.

Bandar Lampung, Agustus 2016
Penulis,

Viendira Try Eriza

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Penelitian diberbagai bidang seperti ilmu sosial, psikologi, dan ekonomi umumnya menggunakan konsep-konsep teoritis yang tidak dapat diamati secara langsung. Namun kita masih bisa menemukan beberapa indikator untuk mempelajari konsep-konsep teoritis tersebut. Kondisi seperti diatas menimbulkan dua permasalahan besar untuk membuat kesimpulan ilmiah yaitu masalah pengukuran dan masalah hubungan kausal antar variabel.

Model persamaan struktural atau biasa dikenal dengan SEM merupakan metode yang telah dikembangkan dalam dunia statistika yang dapat digunakan untuk menggambarkan keterkaitan hubungan linier secara simultan antara variabel pengamatan/yang dapat diukur langsung (indikator/manifest) dan variabel yang tidak dapat diukur secara langsung (variabel laten). Variabel laten merupakan variabel tak teramati (*unobserved*) atau tak dapat diukur (*unmeasured*) secara langsung. Terdapat dua tipe variabel laten dalam SEM yaitu endogen dan eksogen. Variabel laten endogen adalah variabel laten yang pernah menjadi variabel tak bebas dalam satu persamaan, meskipun dalam persamaan lain di dalam model tersebut menjadi variabel bebas. Variabel laten eksogen adalah variabel laten yang berperan sebagai variabel bebas dalam model.

Prosedur SEM secara umum membagi beberapa tahapan analisis yaitu spesifikasi model, identifikasi model, estimasi model, uji kecocokan dan respisifikasi (Wijanto, 2008). Pada tahapan estimasi model, terdapat beberapa metode pendugaan parameter dalam SEM salah satunya ialah *Maximum Likelihood* (ML). Namun sebelum model diestimasi, terlebih dahulu harus dilakukan uji asumsi statistik dalam SEM yaitu uji multikolinearitas. Uji multikolinearitas dilakukan dalam model persamaan struktural agar proses estimasi menghasilkan output yang baik dan tidak bias, karena multikolinearitas dapat memberikan efek yang fatal yaitu model menjadi *non identified* yang berarti parameter dalam model tidak dapat diestimasi. Uji ini dilakukan dengan menganalisis atau melihat nilai korelasi antar variabel bebas (independen) pada model dan melihat nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) serta nilai *Tolerance* pada variabel bebas.

Program yang akan digunakan adalah program Lisrel karena merupakan salah satu program untuk analisis metode *Structural Equation Modeling* (SEM) yang terpopuler dibandingkan yang lain karena memiliki kemampuan yang lebih untuk menganalisis berbagai metode yang kompleks. Pada penelitian ini, penulis juga akan melakukan uji kesesuaian model *(Goodness Of Fit)* menggunakan metode *Maximum Likelihood* untuk memeriksa tingkat kecocokan antara data dengan model, validitas, dan reabilitas model pengukuran, serta signifikansi koefisien-koefisien dari model struktural.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah :

1. Melakukan uji multikolinearitas pada variabel (bebas) independen.
2. Mengevaluasi kecocokan atau kesesuaian antara model dengan data menggunakan metode pendugaan *Maximum Likelihood* (ML).

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Menambah pengetahuan tentang *Structural Equation Modeling* (SEM) dalam program Lisrel.
2. Menambah wawasan tentang Multikolinearitas dalam model persamaan struktural bagi pembaca.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Multivariat

Analisis multivariat merupakan metode untuk menganalisis data yang terdiri dari lebih dari satu peubah secara simultan. Seringkali data yang dikumpulkan dalam suatu penelitian adalah dari sejumlah unit objek yang besar dan pada setiap objek banyak variabel yang diukur. Untuk menganalisis data semacam ini, statistik univariat tidak lagi dapat menyelesaikan masalah secara baik, sehingga diperlukan statistik multivariat.

Suatu matriks acak $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ berderajat p dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah $\underline{\boldsymbol{\mu}}$ dan matriks kovarian $\sum$ dituliskan :

$$\boldsymbol{X} \sim \boldsymbol{N_p}\ (\boldsymbol{\mu}, \sum) \qquad \textbf{(2.1)}$$

Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_p$ variabel acak dari distribusi normal multivariat dengan vektor nilai tengah $\underline{\boldsymbol{\mu}}$ dan matriks kovarian $\sum$, penduga $\underline{\boldsymbol{\mu}}$ diberikan oleh :

$$\boldsymbol{\mu} = E(x) = \begin{bmatrix} E(X_1) \\ E(X_2) \\ \vdots \\ E(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix}$$

dengan :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) = \frac{X_1, X_2, \ldots, X_n}{n} \quad \textbf{(2.2)}$$

sedangkan penduga $\sum$ diberikan oleh :

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{r=1}^{n}\left(X_{ir} - \overline{X_I}\right)\left(X_{jr} - \overline{X_J}\right)\right. \quad \textbf{(2.3)}$$

Konsep kovarian dirangkum dalam suatu matriks yang memuat varian dan kovarian sebagai berikut :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} var\,(X_1) & cov\,(X_1, X_2) & \cdots & cov(X, X_1) \\ cov\,(X_2, X_1) & var\,(X_2) & \cdots & cov\,(X_2, X_p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov\,(X_p, X_1) & cov\,(X_p, X_2) & \cdots & var\,(X_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \cdots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}$$

(Sartono, 2003).

2.2 Analisis Faktor Konfirmatori

Analisis Faktor Konfirmatori merupakan salah satu dari dua pendekatan utama di dalam analisis faktor yang dapat digunakan untuk mengkonfirmasikan apakah model pengukuran yang dibangun sesuai dengan yang dihipotesiskan. Model CFA adalah metode dengan model dibentuk terlebih dahulu, jumlah peubah laten ditentukan terlebih dahulu, pengaruh suatu peubah laten terhadap peubah teramati ditentukan terlebih dahulu, beberapa efek langsung peubah laten terhadap peubah teramati ditetapkan sama dengan nol atau suatu konstanta, kesalahan pengukuran boleh berkorelasi, kovarian peubah-peubah laten dapat diestimasi atau ditetapkan pada nilai tertentu, serta memerlukan identifikasi parameter. Dalam Analsis

Faktor Konfirmatori, peubah laten dianggap sebagai peubah bebas yang mendasari peubah-peubah indikator (Wijanto, 2008),

Model umum Analisis Faktor Konfirmatori adalah sebagai berikut :

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta} \qquad \textbf{(2.4)}$$

dengan :

x : merupakan vektor bagi peubah-peubah indikator dari peubah laten eksogen berukuran q x 1

Λ_x : merupakan matriks bagi faktor loading (λ) atau koefisien yang menunjukkan hubungan X dengan ξ berukuran q x n

ξ : merupakan vektor bagi peubah laten berukuran n x 1

δ : vektor bagi galat pengukuran peubah indikator eksogen berukuran q x 1

(Bollen, 1989).

2.3 Uji Asumsi Statistik

Sebelum dilakukan proses lebih lanjut pada Lisrel yaitu mengestimasi model, terlebih dulu harus dilakukan uji asumsi statistik, salah satunya ialah uji multikolinearitas. Uji multikolinearitas perlu dilakukan dalam model persamaan struktural agar proses estimasi dapat dilakukan dengan baik dan output yang dihasilkan tidak bersifat bias. Uji ini dibutuhkan sebagai syarat yang harus dipenuhi dalam pengolahan SEM.

2.3.1 Uji Multikolinearitas

Dalam model persamaan struktural, asumsi secara empiris yang tidak boleh dilanggar adalah multikolinearitas, karena multikolinearitas dapat memberikan efek yang fatal yaitu model menjadi *non identified* yang berarti parameter dalam model tidak dapat diestimasi dan keluaran dalam bentuk diagram jalur tidak dapat ditampilkan atau jika parameter berhasil diestimasi dan output diagram jalur berhasil ditampilkan, tetapi hasilnya dapat bias (Wijanto, 2008). Ada beberapa cara untuk mengetahui ada tidaknya multikolinearitas, diantaranya :

a. Nilai korelasi (korelasi antar variabel bebas)

Uji multikolinearitas bertujuan untuk menguji apakah ditemukan adanya korelasi antar variabel bebas (independen) pada model. Asumsi multikolinearitas mengharuskan tidak adanya korelasi yang sempurna atau besar diantara variabel-variabel independen. Analisis koefisien korelasi bertujuan untuk mempelajari apakah ada hubungan antara dua variabel. Koefisien korelasi antar variabel independen haruslah lemah (dibawah 0.5). Jika korelasi kuat, terjadilah problem multikolinearitas. Koefisien korelasi dirumuskan sebagai berikut :

$$r_{ab} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} ab - (\sum_{i=1}^{n} a)(\sum_{i=1}^{n} b)}{\sqrt{\{n\sum_{i=1}^{n} a^2 - (\sum_{i=1}^{n} a)^2\}\{n\sum_{i=1}^{n} b^2 - (\sum_{i=1}^{n} b)^2\}}} \qquad \textbf{(2.5)}$$

dimana a dan b adalah variabel bebas (independen) pada model, sedangkan n adalah banyaknya sampel yang digunakan (Santoso, 2012).

b. *Variance Inflation Faktor* (VIF) dan *Tolerance*

Metode untuk menguji adanya multikolinearitas dapat dilihat pada *tolerance value* atau *variance inflation factor* (VIF). Kedua ukuran ini menunjukkan setiap variabel independen manakah yang dijelaskan oleh variabel independen lainnya. *Tolerance* mengukur variabilitas variabel independen yang terpilih yang tidak dijelaskan oleh variabel independen lainnya. Nilai *tolerance* yang rendah sama dengan nilai VIF yang tinggi.

Nilai VIF dapat diperoleh dengan rumus berikut :

$$\text{VIF} = \frac{1}{Tolerance}$$

Batas *tolerance value* adalah 0,10 atau nilai VIF adalah 10. Jika VIF > 10 dan nilai *tolerance* < 0.10, maka tejadi multikolinearitas tinggi antar variabel bebas dengan variable bebas lainnya. Jika VIF < 10 dan nilai *tolerance* > 0.10, maka dapat diartikan tidak terdapat multikolinearitas pada penelitian tersebut. Regresi yang baik memiliki VIF disekitar angka 1 (satu) dan mempunyai angka *Tolerance* mendekati 1 (Santoso, 2012).

Cara yang dapat dilakukan untuk menanggulangi jika terjadi multikolinearitas adalah dengan mengeluarkan salah satu variabel bebas yang memiliki korelasi yang tinggi dari model regresi dan identifikasi variabel lainnya untuk membantu prediksi.

2.4 Model Persamaan Struktural

Model persamaan struktural (*Structural Equation Modeling*) merupakan suatu teknik analisis multivariate generasi kedua yang menggabungkan antara analisis faktor dan analisis jalur sehingga memungkinkan peneliti untuk menguji dan mengestimasi secara simultan hubungan antara multiple exogenous dan endogenous variabel dengan banyak indikator (Bollen, 1989).

Structural Equation Modeling (SEM) terdiri dari 2 bagian yaitu model variabel laten dan model pengukuran. Kedua model SEM ini mempunyai karakteristik yang berbeda dengan regresi biasa, umumnya, menspesifikasi hubungan kausal antara variabel-variabel teramati (observed variables), sedangkan pada model variabel laten SEM, hubungan kausal terjadi di antara variabel-variabel tidak teramati (unobserved variables) atau variabel-variabel laten (Wijanto, 2008).

Dalam bentuk umum model persamaan struktural didefinisikan sebagai berikut : Misalkan vektor acak $\boldsymbol{\eta}^{\boldsymbol{T}} = (\eta_1, \eta_2, \dots \dots, \eta_m)$ dan $\boldsymbol{\xi}^{\boldsymbol{T}} = (\xi_1, \xi_2, \dots \dots, \xi_n)$ berturut-turut adalah variabel *laten* endogen dan variabel *laten* eksogen membentuk persamaan simultan dengan sistem hubungan persamaan linear

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Dimana α adalah vektor intersep, $\mathbf{B}$ dan $\boldsymbol{\Gamma}$ adalah matrik koefisien dan $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2, \dots \dots, \zeta_m)$ adalah vektor galat dalam persamaan struktural. Elemen $\mathbf{B}$ menghadirkan pengaruh variabel $\boldsymbol{\eta}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$ lainnya, dan elemen $\boldsymbol{\Gamma}$ menghadirkan pengaruh langsung variabel $\boldsymbol{\xi}$ dalam variabel $\boldsymbol{\eta}$.

Diasumsikan bahwa $\boldsymbol{\xi}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\zeta}$ dan $\mathbf{I} - \mathbf{B}$ adalah nonsingular .

Bentuk persamaan 2.2 dapat diuraikan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}$$

$$\boldsymbol{\eta} - \mathbf{B}\,\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{B})\,\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}$$

$$\boldsymbol{\eta} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\zeta}) \tag{2.7}$$

Vektor acak $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ tidak diukur secara langsung tetapi melalui indikatornya yaitu variabel $\mathbf{Y}^T = (\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \dots \dots, \mathbf{y_p})$ dan $\mathbf{X}^T = (\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \dots \dots, \mathbf{x_p})$ yang diukur, berdasarkan persamaan 2.2 maka dengan model pengukuran dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}}\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{x}}\,\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta}$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\eta}$, $\boldsymbol{\delta}$ tidak berkorelasi dengan $\boldsymbol{\xi}$, dan $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\delta}$ tidak saling berkorelasi dan mempunyai nilai tengah nol. Sedangkan $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathbf{y}}$ dan $\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{x}}$ adalah matrik koefisien yang merupakan pengaruh variabel $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ terhadap variabel indikator **y** dan **x.** Misalkan κ adalah vektor nilai tengah ξ, ϕ dan ψ matrik kovarian pada ξ dan $\boldsymbol{\zeta}$, Θ_{δ} dan Θ_{ε} matrik kovarian $\boldsymbol{\delta}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$. Bentuk persamaan (2.2) dan asumsinya mengikuti vektor nilai tengah κ^* dan matrik kovarian ϕ^* pada $\xi^* = (\eta^T, \xi^T)$ adalah :

$$\kappa^* = \begin{bmatrix} (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\,\kappa \\ \kappa \end{bmatrix}$$

$$\phi^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\Gamma}(\Gamma^T + \psi)\mathbf{A}^T & \mathbf{A}\,\boldsymbol{\Gamma}\,\phi \\ \phi\,\boldsymbol{\Gamma}^T\,\mathbf{A}^T & \phi \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

dimana $\mathbf{A} = (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}$

Vektor nilai tengah $\boldsymbol{\kappa}^*$ dan dinyatakan:

$$\boldsymbol{\kappa}^* = \begin{bmatrix} \mathrm{E}(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathrm{E}(\boldsymbol{\xi}) \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

dengan nilai tengah $\boldsymbol{\xi}$ adalah

$$\mathrm{E}(\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\kappa}$$

dan nilai tengah $\boldsymbol{\eta}$ adalah

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(\boldsymbol{\eta}) &= \mathbf{E}\left((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta})\right) \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\mathrm{E}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}) \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\left(\mathbf{E}(\boldsymbol{\alpha})+\mathbf{E}(\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi})+\mathbf{E}(\boldsymbol{\zeta})\right) \\
&= ((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\kappa})
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Matrik varian kovarian $\boldsymbol{\phi}^*$ dari persamaan (2.3) dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\phi}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta} & \boldsymbol{\Sigma}_{\eta\xi} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\xi\eta} & \boldsymbol{\Sigma}_{\xi\xi} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

Dengan unsur-unsurnya dinyatakan sebagai berikut :

$\boldsymbol{\Sigma}_{\xi\xi} = \mathrm{Cov}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}) = \boldsymbol{\phi}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\xi}$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\eta}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\eta}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\eta}) &= Cov[(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}),(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta})] \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\mathrm{Cov}[(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}),(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta})]((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathrm{T}} \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}[\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\alpha})+\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi})+\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\zeta})+2\,\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\zeta}) \\
&\quad +2\,\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})]\,((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathrm{T}} \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}[\mathbf{0}+\boldsymbol{\Gamma}\,\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\,\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}+\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\zeta})+0+0+ \\
&\quad 0]((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathrm{T}} \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\Gamma}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\psi})((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathrm{T}}
\end{aligned}$$

$$= \mathbf{A}(\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}\,\mathbf{\Gamma}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\psi})\,\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \tag{2.12}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\eta\xi}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\eta}$ dan $\boldsymbol{\xi}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\eta},\boldsymbol{\xi}) &= \mathrm{Cov}\,[(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}),\boldsymbol{\xi}] \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\mathrm{Cov}\,[(\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta}),\boldsymbol{\xi}] \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}[\,\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\xi}) + \mathrm{Cov}\,(\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}) + \mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\zeta},\boldsymbol{\xi}) \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}[\mathbf{0}+\mathbf{\Gamma}\,\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{0}] \\
&= (\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}\,\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi} \\
&= \mathbf{A}\,\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\phi}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{\xi\eta}$ adalah kovarian diantara $\boldsymbol{\xi}$ dan $\boldsymbol{\eta}$ dinyatakan :

$$\begin{aligned}
\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\eta}) &= \mathrm{Cov}\,[\boldsymbol{\xi},(\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta})] \\
&= \mathrm{Cov}\,[\boldsymbol{\xi},(\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\zeta})]\,((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathbf{T}} \\
&= [\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\alpha}) + \mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\mathbf{\Gamma}\,\boldsymbol{\xi}) + \mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\zeta})((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathbf{T}} \\
&= [\mathbf{0}+\mathrm{Cov}\,(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi})\,\mathbf{\Gamma}^{\mathrm{T}} + \mathbf{0}]((\mathbf{I}-\mathbf{B})^{-1})^{\mathbf{T}} \\
&= \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{\phi}\,((\mathbf{I}-\mathrm{B})^{-1})^{\mathbf{T}} \\
&= \mathbf{A}\,\mathbf{\Gamma}^{\mathbf{T}}\,\boldsymbol{\phi}\,\mathbf{A}^{\mathrm{T}}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Variabel acak $\mathbf{Z} = (\mathbf{X}^{\mathbf{T}}, \mathbf{Y}^{\mathbf{T}})$ dengan vektor nilai tengah $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{\Sigma}$ dinyatakan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{E}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{yy}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{yx}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{xy}} & \boldsymbol{\Sigma}_{\mathrm{xx}} \end{pmatrix}$$

Dari masing-masing elemen pada vektor nilai tengah dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathbf{E}(\mathbf{y}) = \mathbf{E}\big(\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{y}} + \boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{y}}\,\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}\big)$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_y) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\varepsilon})$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_y) + \boldsymbol{\Lambda}_y\, \mathbf{E}(\boldsymbol{\eta}) + 0$$

$$= \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\, (\mathbf{I} - \mathbf{B})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\kappa})$$

$$= \boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\, \mathbf{A}\, (\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\kappa}) \qquad \textbf{(2.15)}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{E}(\boldsymbol{\delta})$$

$$= \mathbf{E}(\boldsymbol{\tau}_x) + \boldsymbol{\Lambda}_x\, \mathbf{E}(\boldsymbol{\xi}) + 0$$

$$= \boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\kappa} \qquad \textbf{(2.16)}$$

Sehingga diperoleh :

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_y + \Lambda_y\, A(\alpha + \Gamma\, \kappa) \\ \boldsymbol{\tau}_x + \Lambda_x\, \kappa \end{bmatrix} \qquad \textbf{(2.17)}$$

Elemen pada matrik varian kovarian adalah sebagai berikut :

$\boldsymbol{\Sigma}_{yy}$ adalah kovarian diantara y dinyatakan :

$$\text{Cov}\,(\mathbf{y},\mathbf{y}) = \text{Cov}\big[(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})\big]$$

$$= \text{Cov}\,\big[(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_y) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\varepsilon})$$

$$+\ \mathbf{2}(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon})\big]$$

$$= \text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_y) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{2}\ \text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta})$$

$$+\ \mathbf{2}\ \text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\varepsilon}) + \mathbf{2}\ \text{Cov}\,(\boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\varepsilon})$$

$$= 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y\ \mathbf{Cov}\,(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\Lambda}_y^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon + 2(0) + 2(0) + 2(0)$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_y \mathbf{A}((\boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\phi}\, \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{T}}) + \mathbf{A}^{\mathbf{T}}\, \boldsymbol{\Lambda}_y^{\mathbf{T}} + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon \qquad \textbf{(2.18)}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{yx}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}\,(\mathbf{y},\mathbf{x}) = \text{Cov}\,\big[(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon})(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})\big]$$

$$= \text{Cov}\left[\left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_x\right) + \left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}\right) + \left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\delta}\right) + \left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\tau}_x\right) + \left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}\right)\right.$$

$$\left. + \left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\delta}\right) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}) + (\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta})\right]$$

$$= \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}_y, \boldsymbol{\delta}\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\tau}_x\right)$$

$$+ \text{Cov}\left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\delta}\right) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi})$$

$$+ \text{Cov}\,(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\delta})$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Lambda}_y\, \mathbf{Cov}\,(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \boldsymbol{\Lambda}_x^T + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta}$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_y\, \mathbf{A}\, \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\phi}\, \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \quad \textbf{(2.19)}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{xy}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}\,(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{Cov}\left[(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})\left(\boldsymbol{\tau}_y + \boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}\right)\right]$$

$$= \text{Cov}\left[\left(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \left(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}\right) + (\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\varepsilon}) + \left(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \left(\boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}\right)\right.$$

$$\left. + (\boldsymbol{\Lambda}_x\, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varepsilon}) + \left(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \left(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\Lambda}_y\, \boldsymbol{\eta}\right) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\varepsilon})\right]$$

$$= \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}\right) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\tau}_y\right)$$

$$+ \text{Cov}\left(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}\right) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\varepsilon}) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\tau}_y\right) + \text{Cov}\left(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\Lambda}_y \boldsymbol{\eta}\right)$$

$$+ \text{Cov}\,(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\varepsilon})$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Lambda}_x\, \mathbf{Cov}\,(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})\, \boldsymbol{\Lambda}_y^T + 0 + 0 + 0 + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta}$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_x \mathbf{A}\, \boldsymbol{\Gamma}\, \boldsymbol{\phi}\, \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \quad \textbf{(2.20)}$$

$\boldsymbol{\Sigma}_{xx}$ adalah kovarian diantara y dan x dinyatakan :

$$\text{Cov}\,(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})(\boldsymbol{\tau}_x + \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\delta})]$$

$$= \text{Cov}[(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + (\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + (\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) +$$

$$\mathbf{2}(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta})]$$

$$= \text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\tau}_x) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}) + \text{Cov}\,(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) + \mathbf{2}\,\text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}) +$$

$$\mathbf{2}\,\text{Cov}\,(\boldsymbol{\tau}_x, \boldsymbol{\delta}) + \mathbf{2}\,\text{Cov}\,(\boldsymbol{\Lambda}_x \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\delta})$$

$$= 0 + \boldsymbol{\Lambda}_x \, \mathbf{Cov}\,(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})\, \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta + 2(0) + 2(0) + 2(0)$$

$$= \boldsymbol{\Lambda}_x \, \boldsymbol{\phi} \, \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta \tag{2.21}$$

Sehingga matrik varian kovarian yang didapat sebagai berikut :

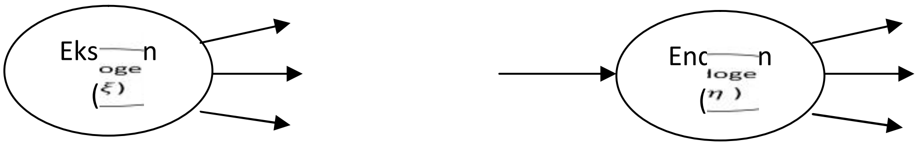
$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda}_y \, \mathbf{A}((\boldsymbol{\Gamma} \, \boldsymbol{\phi} \;\; \boldsymbol{\Gamma}^T) + \mathbf{A}^T \, \boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_\varepsilon & \boldsymbol{\Lambda}_y \, \mathbf{A} \, \boldsymbol{\Gamma} \, \boldsymbol{\phi} \, \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} \\ \boldsymbol{\Lambda}_x \, \mathbf{A} \, \boldsymbol{\Gamma} \, \boldsymbol{\phi} \, \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Lambda}_y^T + \boldsymbol{\Theta}_{\varepsilon\delta} & \boldsymbol{\Lambda}_x \, \boldsymbol{\phi} \, \boldsymbol{\Lambda}_x^T + \boldsymbol{\Theta}_\delta \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

2.5 Variabel – Variabel dalam *Structural Equation Modeling* (SEM)

Terdapat dua variabel dalam SEM, yaitu :

2.5.1 Variabel Laten

Variabel laten merupakan konsep abstrak, sebagai contoh : perilaku orang, sikap, perasaan , dan motivasi. Variabel laten ini hanya dapat diamati secara tidak sempurna melalui efeknya terhadap variabel teramati. Terdapat dua jenis variabel laten , yaitu eksogen dan endogen. SEM membedakan kedua jenis variabel ini berdasarkan atas keikutsertaan mereka sebagai variabel terikat pada persamaan-persamaan dalam model. Variabel eksogen selalu muncul sebagai variabel bebas pada semua persamaan yang ada dalam model. Sedangkan variabel endogen merupakan variabel terikat pada paling sedikit satu persamaan dalam model, meskipun disemua persamaan sisanya variabel tersebut adalah variabel bebas. Notasi matematik dari variabel laten eksogen adalah huruf Yunani ξ (“ksi”) dan variabel laten endogen ditandai dengan huruf Yunani η (“eta”) (Wijanto, 2008).



Gambar 1. Variabel laten eksogen dan variabel laten endogen

2.5.2 Variabel Teramati

Variabel teramati (observed variable) atau variabel terukur (measured variable) adalah variabel yang dapat diamati atau dapat diukur secara empiris dan sering disebut indikator. Variabel teramati merupakan efek atau ukuran dari variabel laten. Variabel teramati yang berkaitan atau merupakan efek dari variabel laten eksogen (ξ) diberi notasi matematik dengan label X, sedangkan yang berkaitan dengan variabel laten endogen (η) diberi label Y. Diluar itu, tidak ada perbedaan fundamental di antara keduanya, dan suatu ukuran dengan label X dalam satu model bias diberi label Y pada model yang lain. Simbol diagram lintasan dari variabel teramati adalah bujur sangkar atau empat persefi panjang (Wijanto, 2008).

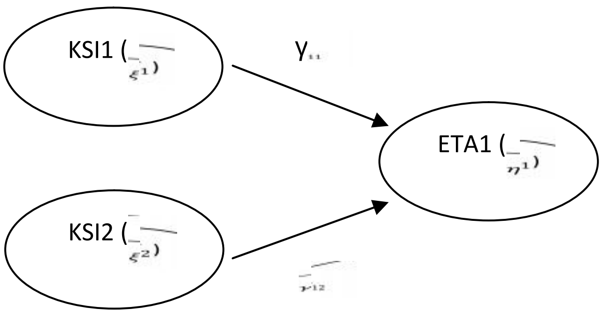
Gambar 2. Variabel indikator

2.6 Model – Model dalam *Structural Equation Modeling* (SEM)

Terdapat dua jenis model dalam SEM, yaitu :

2.6.1 Model Struktural

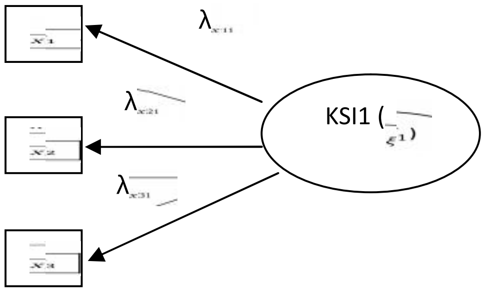
Model struktural menggambarkan hubungan-hubungan yang ada di antara variabel-variabel laten. Hubungan ini umumnya linear, meskipun perluasan SEM memungkinkan untuk mengikutsertakan hubungan non-linier. Parameter yang menunjukkan regresi variabel laten endogen pada variabel laten eksogen diberi label dengan huruf Yunani γ ("gamma"), sedangkan untuk regresi variabel laten endogen pada variabel laten endogen diberi label dengam huruf Yunani β ("beta") (Wijanto, 2008).



Gambar 3. Contoh model struktural

2.6.2 Model Pengukuran

Dalam SEM, setiap variabel laten biasanya mempunyai beberapa ukuran atau variabel teramati atau indikator. Pengguna SEM paling sering menghubungkan variabel laten dengan variabel-variabel teramati melalui model pengukuran yang berbentuk analisis faktor dan banyak digunakan di psikometri dan sosiometri. Dalam model ini , setiap variabel laten dimodelkan sebagai sebuah faktor yang mendasari variabel-variabel teramati yang terkait. Muatan – muatan faktor yang menghubungkan variabel laten dengan variabel-variabel teramati diberi label dengan huruf Yunani λ . Model pengukuran yang paling umum dalam aplikasi SEM adalah model pengukuran kon-generik *(congeneric measurement model),* dimana setiap ukuran atau variabel teramati hanya berhubungan dengan satu variabel laten, dan semua kovariasi diantara variabel-variabel teramati adalah sebagai akibat dari hubungan antara variabel teramati dan variabel laten (Wijanto, 2008).



Gambar 4. Contoh model pengukuran

2.7 Metode Pendugaan *Maximum Likelihood* (ML)

Maximum Likelihood merupakan metode estimasi yang paling popular dan banyak digunakan oleh peneliti di bidang SEM. *Maximum Likelihood* akan menghasilkan estimasi parameter terbaik (*unbiased*) apabila data yang digunakan memenuhi asumsi *multivariate normality*. Ukuran sampel yang disarankan untuk penggunaan estimasi *Maximum Likelihood* (ML) adalah sebesar 100-200 (Byrne, 2001). *Maximum Likelihood* (ML) merupakan penduga terbaik yang memiliki sifat tak bias dan ragam minimum. Menurut Bollen (1989), penduga *Maximum Likelihood*

(ML) juga memiliki sifat-sifat penting yakni : konsisten dan efisien secara asimtotis. Metode ini dirumuskan dengan meminimumkan fungsi :

$$F_{ML} = Log|\boldsymbol{\Sigma}(\theta)| + \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S\Sigma^{-1}}(\theta)\right) - Log|\boldsymbol{S}| - (p+q) \qquad \textbf{(2.23)}$$

dengan matriks **S** adalah penduga matriks parameter kovarian populasi dan $\boldsymbol{\Sigma}$ adalah matriks kovarian pada model. Nilai p dan q adalah banyaknya variabel teramati (**X** dan **Y**) dalam model (Wijayanto, 2008).

Fungsi kemungkinan didefinisikan :

Misalkan $\boldsymbol{x_1, x_2, \ldots \ldots, x_n}$ variabel acak berukuran n dengan fungsi kepekatan peluang $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \theta)$ dengan $\boldsymbol{L(\theta)} = \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{N} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{\theta})$ disebut sebagai fungsi kemungkinan, dengan $\boldsymbol{\theta}$ merupakan parameter.

Sedangkan fungsi kemungkinan maksimum didefinisikan :

Misal $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta})$ adalah fungsi kemungkinan dari variabel acak $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots \ldots, \boldsymbol{x_n}$. Jika $\boldsymbol{\theta_i^*} = \boldsymbol{t_i}(\boldsymbol{x})$ untuk $i = 1,2, \ldots \ldots, k$.

Untuk memperoleh fungsi F_{ML} diperoleh sebagai berikut :

Misalkan *y* dan *x* variabel acak dan saling bebas, dikombinasikan kedalam persamaan tunggal $(p+q) \times 1$ vektor $\boldsymbol{z} = (\boldsymbol{x^T}, \boldsymbol{y^T})$, sehingga fungsi kepekatan peluang adalah :

$$F(\boldsymbol{Z}; \Sigma) = (2\pi)^{\frac{-(p+q)}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{\boldsymbol{1}}{2}} \exp\left(\left(\frac{1}{2}\right) \boldsymbol{z' \Sigma^{-1} z}\right) \qquad \textbf{(2.24)}$$

Fungsi kepekatan bersama untuk sampel acak bebas stokastik dan identik pada *z*, sebagai berikut :

$$F(\boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \ldots, \boldsymbol{z_n}; \boldsymbol{\Sigma}) = f(\boldsymbol{z_1}; \boldsymbol{\Sigma}), f(\boldsymbol{z_2}; \boldsymbol{\Sigma}), \ldots, f(\boldsymbol{z_n}; \boldsymbol{\Sigma}) \qquad \textbf{(2.25)}$$

dengan fungsi likelihood adalah :

$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\theta}) = (2\pi)^{-\frac{(p+q)}{2}} |\boldsymbol{\Sigma}|^{\frac{1}{2}} \exp\left(\left(\frac{1}{2}\right) \boldsymbol{z}' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{z}\right) \qquad \textbf{(2.26)}$$

Subtitusikan $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$ untuk $\boldsymbol{\Sigma}$ berdasarkan hipotesis struktur kovarian $\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$, log pada fungsi likelihood adalah :

$$\boldsymbol{Log\ L}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{-n(p+q)}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{z}_1 \qquad \textbf{(2.27)}$$

Untuk sementara persamaan $\left(\frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{z}_i' \Sigma^{-1}(\theta) \boldsymbol{z}_1$ diuraikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{z}_1 &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{tr}(\boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{z}_1) \\
&= -\frac{n}{2} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{tr}\left(n^{-1} \boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{z}_1 \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right) \\
&= -\frac{n}{2} \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right) \qquad \textbf{(2.28)}
\end{aligned}$$

dimana $\boldsymbol{S} = n^{-1} \boldsymbol{z}_i' \boldsymbol{z}_i$

Nilai $\frac{-n(p+q)}{2}$ adalah konstanta (k) karena tidak berpengaruh terhadap penurunan $\boldsymbol{\theta}$, sehingga untuk persamaan $\boldsymbol{Log\ L}(\boldsymbol{\theta})$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Log\ L}(\boldsymbol{\theta}) &= k - \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \frac{n}{2} \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right) \\
&= k - \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right) \qquad \textbf{(2.29)}
\end{aligned}$$

$\boldsymbol{Log\ L}(\boldsymbol{\theta}) = 0$ pada saat $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\Sigma} = 0$

$$\boldsymbol{Log\ L}(\boldsymbol{\theta}) = k - \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \frac{n}{2} \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right)$$

$$k = \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \frac{n}{2} \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right)$$

$$k = \frac{n}{2} \log|\boldsymbol{S}| + \frac{n}{2} \boldsymbol{tr}(\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{-1})$$

$$k = \frac{n}{2}\left(\log|\boldsymbol{S}| + (p + q)\right) \qquad \textbf{(2.30)}$$

Nilai $\log L(\theta)$ maksimum pada saat $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\Sigma} = 0$, fungsinya dapat ditulis :

$$\mathbf{Log}\,\boldsymbol{L}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{n}{2}\left(\log|\boldsymbol{S}| + (p+q)\right) - \frac{n}{2}\left(\log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| - \boldsymbol{tr}(\boldsymbol{S}\,\square\,\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta}))\right) \quad \textbf{(2.31)}$$

Dengan mengalikan $-\frac{2}{n}$ pada kedua ruas, sehingga fungsinya akan minimum

$$-\frac{2}{n}\boldsymbol{Log}\ \boldsymbol{L}(\boldsymbol{\theta}) = Log|\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})| + \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\theta})\right) - Log\ |\boldsymbol{S}| - (p+q) \quad \textbf{(2.32)}$$

Fungsi diatas ditulis kembali sebagai fungsi :

$$F_{ML} = Log|\boldsymbol{\Sigma}(\theta)| + \boldsymbol{tr}\left(\boldsymbol{S} * \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\theta)\right) - Log|\boldsymbol{S}| - (p+q) \quad \textbf{(2.33)}$$

2.8 Uji Kesesuaian Model (*Goodness Of Fit*)

Goodness Of Fit merupakan indikasi dari perbandingan antara model yang dispesifikasi dengan matriks kovarian antar indikator atau *observed* variabel. Jika *Goodness Of Fit* yang dihasilkan itu baik, maka model tersebut dapat diterima dan sebaliknya jika *Goodness Of Fit* yang dihasilkan suatu model itu buruk, maka model tersebut harus ditolak. Secara keseluruhan terdapat tiga jenis ukuran *Goodness Of Fit* yaitu *absolute fit measures*, *incremental fit measures*, dan *parsimony fit measures*. Dalam suatu penelitian empiris, seorang peneliti tidak dituntut untuk memenuhi semua kriteria *goodness of fit*, akan tetapi tergantung dari *judgment* masing-masing peneliti.

Menurut Hair et al. (2010), penggunaaan 4-5 kriteria *Goodness Of Fit* dianggap sudah mencukupi untuk menilai kelayakan suatu model, asalkan masing-masing-masing kriteria dari *Goodness Of Fit* yaitu *absolute fit measures*, *incremental fit measures*, dan *parsimony fit measures* terwakili. Uji kesesuaian model antara lain :

2.8.1 *Absolute Fit Measures*

Ukuran kecocokan absolut menentukan derajat prediksi model keseluruhan (model structural dan pengukuran) terhadap matriks korelasi dan kovarian. Statistik uji yang digunakan adalah :

a. Uji *Chi-square* (χ^2)

Statistik pertama dan satu-satunya uji statistik dalam GOF adalah χ^2. *Chi-square* digunakan untuk menguji seberapa dekat kecocokan antara matrik kovarian sampel S dengan matrik kovarian model $\sum(\theta)$. Uji statistik χ^2 adalah:

$$\chi^2 = (n-1)\ F\big(S, \textstyle\sum(\theta)\big) \qquad \textbf{(2.34)}$$

yang merupakan sebuah distribusi Chi-Square dengan *degree of freedom* (df) sebesar c-p . Peneliti berusaha memperoleh nilai χ^2 yang rendah yang menghasilkan *significance level* lebih besar atau sama dengan 0,05 ($p \geq 0{,}05$). Hal ini menandakan bahwa hipotesis nol diterima dan matrik input yang diprediksi dengan yang sebenarnya tidak berbeda statistik (Wijanto, 2008).

b. *Root Mean Square Error of Approximation* (RMSEA)

Indeks ini pertama kali diusulkan ole Teiger dan Lind yang merupakan salah satu indeks yang informatif dalam SEM. Rumus perhitungan RMSEA adalah sebagai berikut :

$$RMSEA = \sqrt{\frac{\hat{F}_0}{df}} \qquad \textbf{(2.35)}$$

dimana $\hat{F}_0 = Max\ \{\hat{F} - \frac{df}{(n-)}\ , 0\ \}$

Nilai RMSEA ≤ 0.05 menandakan *close fit*, sedangkan 0.05 < RMSEA ≤ 0.08 menunjukkan *good fit*, dan RMSEA > 0.08 menunjukkan *poor fit* (Wijanto, 2008) .

c. *Goodness of Fit Index* (GFI)

GFI dapat diklasifikasikan sebagai ukuran kecocokan absolut, karena pada dasarnya GFI membandingkan model yang dihipotesiskan dengan tidak ada model sama sekali $(\sum(0))$. Rumus dari GFI adalah sebagai berikut :

$$GFI = 1 - \frac{\hat{F}}{F_0} \quad \textbf{(2.36)}$$

dimana :

$\hat{F}$: Nilai minimum dari F untuk model yang dihipotesiskan

F_0 : Nilai minimum dari F, ketika tidak ada model yang dihipotesiskan .

Nilai GFI berkisar antara 0 (*poor fit*) sampai 1 (*perfect fit*), dan nilai GFI ≥ 0.90 merupakan *good fit* (kecocokan yang baik), sedangkan 0.80 ≤ GFI < 0.9 sering disebut *marginal fit* (Wijanto, 2008) .

2.8.2 *Incremental Fit Measures*

Ukuran kecocokan inkremental membandingkan model yang diusulkan dengan model dasar yang sering disebut sebagai *null model* atau *independence model*. Model dasar ini adalah model dimana semua variabel di dalam model bebas satu sama lain (atau semua korelasi di antara variabel adalah nol). Indeks kesesuaian yang digunakan adalah :

a. ***Adjusted Goodness of fit* (AGFI)**

AGFI adalah perluasan dari GFI yang disesuaian dengan rasio antara *degree of freedom* dari *null* model dengan *degree of freedom* dari model yang dihipotesiskan atau diestimasi. AGFI dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :

$$AGFI = 1 - \frac{df_0}{df_h}(1 - GFI)$$

$$= 1 - \frac{P}{df_h}(1 - GFI) \qquad \textbf{(2.37)}$$

dimana :

df_0 : *derajat bebas*dari *null* model = p

P : jumlah varian dan kovarian dari variabel teramati

df_h : *derajat bebas*dari model yang diestimasi

Nilai AGFI berkisar antara 0 sampai 1, dan nilai AGFI ≥ 0,90 menunjukkan *good fit* (Wijanto,2008) .

2.8.3 *Parsimony Fit Measures*

Model dengan parameter relatif sedikit (dan *degree of freedom* relatif banyak) sering dikenal sebagai model yang mempunyai parsimoni atau kehematan tinggi. Sedangkan model dengan banyak parameter (dan *degree of freedom* sedikit) dapat dikatakan model yang kompleks dan kurang parsimoni. Ukuran kecocokan parsimoni mengaitkan GOF model dengan jumlah parameter yang diestimasi, yakni yang diperlukan untuk mencapai kecocokan pada tingkat tersebut. Dalam hal ini, parsimoni dapat didefinisikan sebagai memperoleh *degree of fit* (derajat kecocokan) setinggi-tingginya untuk *degree of freedom*. Dengan demikian, parsimoni yang tinggi yang lebih baik. Indeks kesesuaian yang digunakan adalah :

a. *Parsimony Goodness of Fit Index* (PGFI)

Berbeda dengan AGFI yang memodifikasi GFI berdasarkan derajat bebas, PGFI berdasarkan parsimoni dari model yang diestimasi. Rumus PGFI adalah :

$$PGFI = \frac{df_h}{df_0} \times GFI \qquad \textbf{(2.38)}$$

Nilai PGFI berkisar antara 0 dan 1, dengan nilai yang lebih tinggi menunjukkan model parsimoni yang lebih baik (Wijanto,2008) .

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2015-2016 dan bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

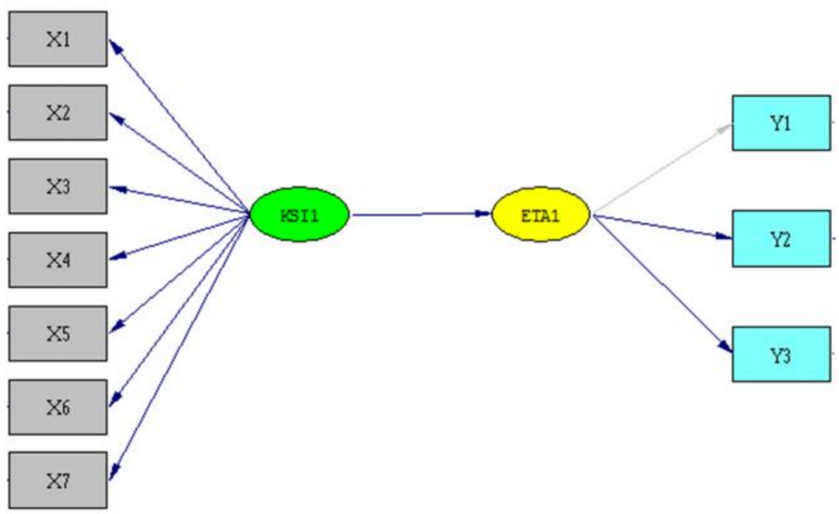
3.2 Alat dan Bahan Penelitian

Data yang digunakan merupakan data bangkitan menggunakan *software* LISREL 8.80 *Student Edition*.

3.3 Metode Penelitian

1. Menentukan model awal yang akan dipakai untuk melakukan pengujian. Model yang akan digunakan menggunakan 10 variabel teramati (Y_1, Y_2, Y_3; X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7) dan 2 variabel laten (η_1, ξ_1).

Model analisis jalur yang digunakan adalah :



2. Mengimport data ke Lisrel dengan ukuran sampel 100 dengan asumsi normal multivariat untuk membuat model persamaan struktural.
3. Melakukan uji multikolinearitas berdasarkan nilai koefisien korelasi antar variabel independen, *Variance Inflation Factors* (VIF), dan *Tolerance*.
4. Melakukan pendugaan pada model persamaan struktural menggunakan metode *Maximum Likelihood*.
5. Melakukan pengukuran kecocokan atau kesesuaian model berdasarkan nilai *Goodness Of Fit*.

V. KESIMPULAN

Dari penelitian ini maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Asumsi nonmultikolinearitas pada model terpenuhi sehingga dapat digunakan untuk estimasi karena tidak terdapat adanya korelasi tinggi pada variabel. Korelasi yang terjadi antar variabel independen relatif kecil. Tidak adanya multikolinearitas juga terlihat dari nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) < 10 dan *Tolerance* > 0.1 pada variabel independen.

2. Nilai-nilai kesesuaian pada metode *Maximum Likelihood* yaitu uji Chi-Square, GFI, AGFI, dan PGFI untuk sampel 100 sudah menunjukkan tingkat kecocokan yang baik sehingga model yang digunakan dapat diterima.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. dan Rorres, C. 2004. *Dasar-Dasar Aljabar Linear Versi Aplikasi* Edisi Ketujuh. Jakarta, Erlangga.

Bollen, K.A. 1989. *Structural Equations with Latent Variables*. John Wiley & Sons, Inc., Amerika.

Byrne, B. M. 2001. *StructuralEquation Modeling with AMOS: Basic Concepts, Aplications and Programming.* Lawrence Erlbaum Associates Inc., New Jersey.

Ghozali, I. 2005. *Model Persamaan Struktural*. Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang.

Ghozali, I. 2006. *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program SPSS*. Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang.

Gujarati, D. 1995 . *Dasar – Dasar Ekonometrika.* Erlangga, Jakarta .

Hair, Joseph F., William C. Black, Barry J. Babin, and Rolph E. Anderson. 2010. *Multivariate Data Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs.

Hogg, R.V and Craig, A.T . 1995. *Introduction to Mathematical Statistics* Fifth Edition. Prentice Hall,Inc., New Jersey.

Latan, H. 2012 . *Stuctural Equation Modeling :Konsep dan Aplikasi Menggunakan Program LISREL 8.80.* Alfabeta, Bandung .

Santoso, S. 2012. *Analisis SPSS pada Statistik Parametrik.* PT Elex Media Komputindo, Jakarta.

Sartono, B. 2003. *Analisis Peubah Ganda*. Buku Ajar Statistika FMIPA IPB, Bogor.

Wijanto, S.H. 2008. *Structural Equation Modeling dengan Lisrel 8.8: Konsep dan Tutorial*. Graha Ilmu, Yogyakarta.