

**PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW FILTERING*
FURIFICATION DENGAN METODE BEDA HINGGA**

(Skripsi)

Oleh:

Angga Gustiawan



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016**

ABSTRAK

PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW FILTERING FURIFICATION* DENGAN MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA

Oleh

ANGGA GUSTIAWAN

Telah dilakukan penelitian dengan tujuan menghitung laju air dengan menggunakan differensial dan pengaplikasian differensial khususnya metode beda hingga. Persamaan diferensial adalah persamaan yang memiliki variable terikat dan variable bebas beserta turunannya. Ada dua macam persamaan diferensial yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Pada penelitian ini, digunakan persamaan diferensial parsial dengan menggunakan metode beda hingga. Tahapan penelitiannya melakukan pendekatan dibidang fisika yaitu prinsip fluida dinamis. Sehingga di dapatkan laju air. Kemudian mencari laju air dilambangkan dengan T_1 untuk air bersih dan T_2 untuk air keruh sehingga di dapatkan beda laju air bersih dan air keruh yang di lambangkan dengan T_C . dinyatakan dalam satuan liter/detik Sehingga dari laju yang di dapat diperoleh model laju *water flow filtering furification*.

Kata Kunci: Persamaan Diferensial Parsial, Metode Beda Hingga, Fluida Dinamis, Laju.

**PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW FILTERING*
FURIFICATION DENGAN MENGGUNAKAN METODE BEDA HINGGA**

Oleh

ANGGA GUSTIAWAN

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS**

Pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016**

Judul Skripsi

**: PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER
FLOW FILTERING FURIFICATION DENGAN
MENGUNAKAN METODE BEDA HINGGA**

Nama Mahasiswa

: Angga Gustiawan

Nomor Pokok Mahasiswa

: 1117031066

Progra Studi

: Matematika

Jurusan

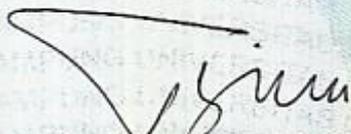
: Matematika

Fakultas

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

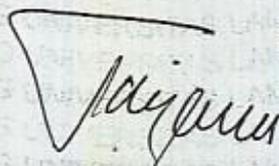


Drs. Tiryo Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002



Amanto, S.Si., M.Si.
NIP 19730314 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika



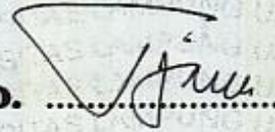
Drs. Tiryo Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

: **Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



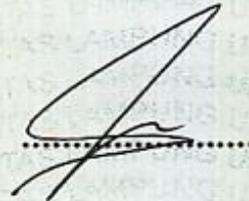
Sekretaris

: **Amanto, S.Si., M.Si.**



Penguji

Bukan Pembimbing : **Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.**



2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.

NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **15 Juli 2016**

SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **“Pemodelan Laju *Water Flow Filtering Furification* Dengan Menggunakan Metode Beda Hingga”** merupakan hasil karya sendiri dan bukan merupakan karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 17 Agustus 2016

Penulis



Angga Gustiawan

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung, pada tanggal 20 Juli 1993, anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Ridwan dan Ibu Hairiyah.

Penulis mengawali pendidikan formal pada tahun 1999 di TK Diniyah Putri Lampung. Pada tahun 2000 penulis melanjutkan pendidikannya di SD Negeri 59 Pesawaran, diselesaikan tahun 2005. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 26 Bandar Lampung hingga tahun 2008, kemudian penulis melanjutkan pendidikannya di SMA Negeri 14 Bandar Lampung, diselesaikan pada tahun 2011. Pada tahun yang sama, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa reguler Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Lampung.

Pada tahun 2015, penulis melakukan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di Badan Kependudukan Keluarga Berencana Nasional Provinsi Lampung dan Kuliah Kerja Nyata di Desa Bumi Ratu Kecamatan Ngambur Pesisir Barat.

MOTTO

“Wahai Tuhan sungguh aku sangat faqir atas pemberian anugerah-Mu”

(QS. Al-Qashash:24)

“Wahai orang-orang yang beriman! Bersabarlah kamu dan kuatkanlah kesabaranmu dan tetaplah bersiap siaga dan bertaqwalah kepada Allah agar kamu beruntung.”

(Q.S. Ali Imran : 200)

Jangan pernah berharap kepada orang karena yang kamu dapat hanya kekecewaan. Berharaplah kepada Allah seraya berdoa, tiada kecewa yang kamu dapat. Serta memohon doa lah dari orangtua karena Ridho Allah bergantung pada Ridho orang tua.

(Angga Gustiawan)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Dengan segala kerendahan hati penulis persembahkan skripsi ini kepada:

1. Kedua orang tua, Bapak Ridwan dan Ibu Hairiyah tercinta yang selalu tulus berkorban, membimbing, selalu memberikan semangat, rela menjadi pendengar yang baik dan mendoakan setiap waktu untuk keberhasilan penulis.
2. Kakakku tercinta Ajeng Gustiawantina yang telah memberikan doa, semangat dalam menyelesaikan skripsi ini
3. Adikku tercinta Andika Okta Wijaya Gustiawan yang telah memberikan doa, semangat dalam menyelesaikan skripsi ini
4. Keluarga besarku yang selalu mendukung, mendoakan, dan membantu keberhasilan penulis.
5. Almamater tercinta Universitas Lampung.

SANWACANA

Bismillahirrohmanirrohim...

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Skripsi ini berjudul “ **Pemodelan Matematika Laju Water Flow Filtering Furification Dengan Menggunakan Metode Beda Hingga**”. Penulis menyadari bahwa dengan bantuan berbagai pihak, skripsi ini dapat diselesaikan. Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA.,Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
2. Bapak Drs., Tiryono Ruby. M.Sc.,Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung
3. Bapak Drs., Tiryono Ruby. M.Sc.,Ph.D. selaku dosen Pembimbing Akademik dan Pembimbing I yang telah memotivasi dan membimbing penulis selama penulisan skripsi.
4. Bapak Amanto,S.Si. ,M.Si. selaku Pembimbing II, atas kesabarannya dalam memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis.
5. Bapak Agus Sutrisno. ,M.Si. selaku Pembahas yang banyak memberikan masukan dan kritik yang bersifat positif dan membangun.

6. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Teman-temanku Novi, Nata, Musa, Tri, Gesti, San, Jefry, Fahmi dan Afredi terima kasih atas segala motivasi yang kalian berikan
8. Teman-temanku SMA N 14 Bandar Lampung Sofya, Adi, Marthen, Ira, Trio, Ria, Rini dan Yogie terima kasih atas segala motivasi yang kalian berikan.
9. Teman –teman seperjuangan KKN Desa Bumi Ratu Kecamatan Ngambur Kabupaten Pesisir Barat: Elia, Desy, Tiara, Rahma, Adel, Amal dan Putra terimakasih atas semangat, canda, tawa dan doa yang tidak akan terlupakan selama menjalani masa sulit hidup di negeri orang dan jauh dari keluarga.
10. Kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berdoa, semoga semua amal dan bantuan, mendapat pahala serta balasan dari Allah SWT dan semoga skripsi ini bermanfaat bagi dunia pendidikan. Amin.

Bandar Lampung, Agustus 2016

Angga Gustiawan

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI	xiii
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Batasan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Manfaat Penelitian	5
1 TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pemodelan Matematika	6
2.2 Kemiringan Garis.....	9
2.3 Persamaan Differensial.....	11
2.4 Persamaan Differensial Biasa	12
2.5 Persamaan Differensial Parsial.....	13
2.6 Metode Beda Hingga.....	14
2.7 Fluida Dinamis.....	16
2.8 Air.....	16
2.9 Kualitas Air Minum.....	17
2.10 Pengolahan Air.....	18
2.11 Ultravioletisasi.....	19
III. METODE PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	22

3.2 Data Penelitian	22
3.3 Metode Penelitian.....	22

IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian.....	25
4.2 Pembahasan Penelitian	26

V KESIMPULAN

5.1 Simpulan.....	33
-------------------	----

DAFTAR PUSTAKA

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Ilmu matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan atau persoalan matematika. Dimana matematika (berasal dari bahasa Yunani: μ μ - *math matiká*) adalah studi besaran, struktur, ruang, dan perubahan. Berbagai pola ilmu matematika mempelajari dan membangun kebenaran melalui metode deduksi yang kaku dari aksioma-aksioma dan definisi-definisi yang bersesuaian. Matematika digunakan diseluruh dunia sebagai media penting diberbagai bidang keilmuan lainnya.

Matematika terapan yang dalam hal ini persamaan differensial baik biasa maupun parsial. Persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki variable terikat dan variable bebas beserta turunannya.

1. $\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$

2. $3x^2 dx + 2ydy = 0$

3. $x \frac{dy}{dx} + 5y = 6$

Merupakan persamaan diferensial biasa orde 1 berderajat 1

Tingkat persamaan diferensial dapat di lihat dari turunan tertinggi dari persamaan tersebut.

Misalkan $y = A \sin x + B \cos x$, dengan A dan B konstanta sebarang.

Jika diferensialkan kita peroleh :

$$\frac{dy}{dx} = A \cos x - B \sin x, \quad \text{dan} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -A \sin x - B \cos x$$

Yang tepat sama dengan semula kecuali tandanya berlawanan yaitu

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$$

Jadi

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$$

Ini adalah persamaan orde dua.

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan dengan n variabel. Dengan demikian perbedaan persamaan diferensial biasa dengan persamaan diferensial parsial terletak pada peubah bebasnya contoh :

$$1) \frac{dy}{dx} = x + 5$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa)

$$2) \frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa)

$$3) Xy' + y = 3$$

(y peubah tak bebas, x peubah bebas dan persamaan diferensial biasa)

$$4) \frac{d^2z}{dx^2} + \frac{d^2z}{dy^2} = x^2 + y$$

(Z peubah tak bebas, x dan y peubah bebas dan persamaan diferensial parsial)

$$5) \frac{du}{ds} + \frac{du}{dt} = 0$$

(u peubah tak bebas, s dan t peubah bebas dan persamaan diferensial parsial)

Jika terdapat peubah bebas yang tunggal (*single independent variable*), dapat dilihat dari nomor 1 sampai dengan 3 merupakan turunan biasa dan persamaannya di sebut persamaan differensial biasa (*ordinay differential equation*). Apabila terdapat dua atau lebih peubah bebas, dapat dilihat seperti pada nomor 4 dan 5 merupakan turunan parsial dan persamaannya di sebut persamaan diferensial parsial (*partial differential equation*).

Matematika terapan merupakan cabang ilmu matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan terkadang pada perkembangannya dapat mengarah pada pengembangan disiplin ilmu lainnya.

Pada skripsi ini penulis akan membahas model laju *water flow filtering purification* menggunakan metode beda hingga yang disempurnakan oleh proses ultravioletisasi sehingga air menjadi siap dikonsumsi. Dengan memperhatikan *forward difference* dan *backward difference* sehingga mendapatkan *central difference* formula sehingga dapat mengetahui laju air ketika proses filterisasi.

Kebutuhan air minum bagi masyarakat yang tinggi didaerah yang airnya bermasalah, biasanya dipenuhi dengan membeli air dalam kemasan. Adanya temuan baru beberapa tahun yang lalu tentang teknologi penyaringan air bersih

(air isi ulang) dengan investasi yang cukup murah dan dapat dijadikan sebagai home industri (usaha mikro) dilokasi-lokasi pemukiman.

Industri air minum isi ulang merupakan peluang bisnis yang tetap bisa bertahan dimasa yang akan datang semua orang membutuhkan air minum. Proses penjernihan air yang disebut filtrasi. Filtrasi bertujuan menjernihkan air dari berbagai kotoran. Ultravioletisasi berguna untuk menetralisasi air dari kuman yang terkandung didalamnya. Ultravioletisasi adalah proses menyinari air dengan intensitas cahaya 2537 A (10-8 cm) untuk membunuh kuman-kuman yang terdapat dalam air.

Dengan melakukan proses filterisasi air dapat menghasilkan air siap minum disempurnakan dengan proses ultravioletisasi dan dapat diketahui laju proses ultravioletisasinya menggunakan metode beda hingga sehingga dapat menentukan model laju water purification.

1.2 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lebih ditekankan pada menghitung laju air pada proses *water filtering purification* yang di sterilisasikan dengan proses ultravioletisasi dengan menggunakan metode beda hingga.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menghitung laju air dengan menggunakan teori differensial.

2. Pengaplikasian teori differensial khususnya metode beda hingga di kehidupan nyata dalam proses *water purification*.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan sumbangan pemikiran dalam memperluas wawasan ilmu matematis.
2. Memberikan masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji tentang perhitungan matematika pada model laju *water flow filtering purification* dengan menggunakan ultravioletisasi

II. TINJAUAN PUSTAKA.

2.1 Pemodelan matematika

Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena-fenomena lainnya. Secara umum dalam menerapkan matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi 3 langkah, yaitu :

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah. Langkah ini untuk menterjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika. Data maupun informasi tentang suatu fenomena dapat diperoleh melalui eksperimen di laboratorium, pengamatan di industri ataupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam model matematika, suatu fenomena dapat dipelajari secara lebih terukur (kuantitatif) dalam bentuk (sistem) persamaan/pertidaksamaan matematika maupun ekspresi matematika. Namun demikian karena asumsi-asumsi yang digunakan dalam prosesnya, model matematika juga mempunyai kelemahan-kelemahan dibandingkan dengan fenomena sebenarnya, yaitu keterbatasan dalam generalisasi interpretasinya.

2. Pencarian solusi/kesimpulan matematika. Setelah model matematika diperoleh, solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode-metode matematika yang sesuai. Ada kalanya belum terdapat metode matematika pencarian solusi yang sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Hal ini sering menjadi motivasi para ahli matematika terapan untuk menciptakan metode matematika baru. Solusi matematika ini sering dinyatakan dalam fungsi-fungsi matematika, angka-angka maupun grafik.
3. Interpretasi solusi/kesimpulan matematika pada fenomena yang dipelajari. Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal (*Cahyono, 2013*).

Model adalah representasi penyederhanaan dari sebuah realita yang kompleks (biasanya bertujuan untuk memahami realita tersebut) dan mempunyai *feature* yang sama dengan tiruannya dalam melakukan *task* atau menyelesaikan permasalahan. Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada, atau representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep-konsep matematis melalui konsep himpunan, atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem matematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan obyek-obyek matematika (misalnya keberadaan semua bilangan) dan kemudian mencari dan menganalisis keberadaan operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-

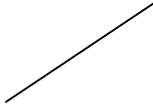
masing obyek atau pada obyek-obyek tersebut. Independensi dua hukum matematis yang lebih dikenal dengan nama *axiom of choice*, dan *continuum hypothesis* dari aksioma-aksioma teori himpunan (dibuktikan oleh Paul Cohen dan Kurt Godel) adalah dua hasil terkenal yang diperoleh dari teori model.

Telah dibuktikan bahwa *axiom of choice* dan negasinya konsisten dengan aksioma-aksioma Zermelo- Fraenkel dalam teori himpunan dan hasil yang sama juga dipenuhi oleh *continuum hypothesis*. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan-aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut solusi matematika. Jika penyelesaian tidak valid atau tidak memenuhi model matematika maka solusi masalah belum ditemukan, dan perlu dilakukan pemecahan ulang atas model matematikanya. (*Frederich H. Bell 1978*).

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) ke dalam bagian-bagian matematika yang disebut dunia matematika (*mathematical world*). Pemodelan matematika juga merupakan representasi dari objek, proses, atau hal lain yang diharapkan dapat diketahui polanya sehingga dapat dianalisis. (*Dym and Ivey, 1980*)

2.2 Kemiringan Garis

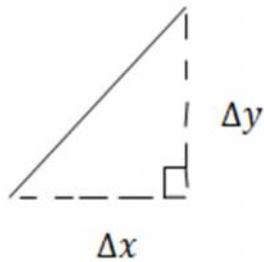
Sebuah garis sembarang



Gambar 2.1

Dimana kemiringan dilambangkan dengan m , sehingga di dapatkan rumus

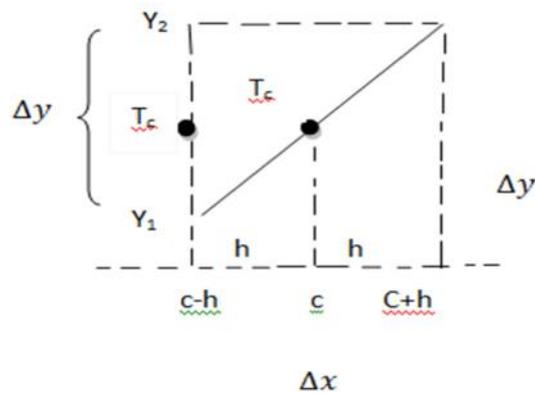
mencari kemiringan $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ dimana dapat dilihat grafiknya



Gambar 2.2

Mengukur kemiringan garis dengan alat bantu sebuah penggaris

Titik tengah garis atau disebut center dengan menggunakan koordinat cartesius



Gambar 2.3

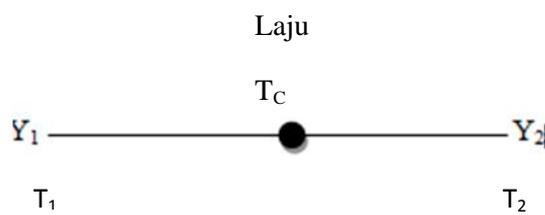
Titik tengah garis yang di lambangkan dengan m dan di dapat persamaan nya

$$\text{yakni } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{2h}$$

dimana Y_2 merupakan nilai fungsi $f(c + h) = y_2$

dan Y_1 merupakan nilai fungsi $f(c - h) = y_1$

Laju T_c

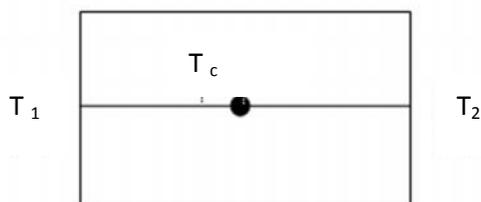


Gambar 2.4

$$T_c' = \frac{T_2 - T_1}{2h}$$

$$T_c = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

Strategi Beda Hingga



Gambar 2.5

$$2T_c = T_2 + T_1$$

$$0 = T_1 + T_2 - 2T_c$$

$$T_c = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

2.3 Persamaan Diferensial

Persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih, yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dan turunannya dalam berbagai orde.

Persamaan diferensial memegang peranan penting dalam rekayasa, fisika, ilmu ekonomi dan berbagai macam disiplin ilmu lain.

Persamaan diferensial muncul dalam berbagai bidang sains dan teknologi, bilamana hubungan deterministik yang melibatkan besaran yang berubah secara kontinu (dimodelkan oleh fungsi matematika) dan laju perubahannya (dinyatakan sebagai turunan) diketahui atau dipostulatkan. Ini terlihat misalnya pada mekanika klasik, di mana gerakan sebuah benda diperikan oleh posisi dan kecepatannya terhadap waktu. Hukum Newton memungkinkan kita mengetahui hubungan posisi, kecepatan, percepatan dan berbagai gaya yang bertindak terhadap benda tersebut, dan menyatakannya sebagai persamaan diferensial posisi sebagai fungsi waktu. Dalam banyak kasus, persamaan diferensial ini dapat dipecahkan secara eksplisit, dan menghasilkan hukum gerak.

Contoh pemodelan masalah dunia nyata menggunakan persamaan diferensial adalah penentuan kecepatan bola yang jatuh bebas di udara, hanya dengan memperhitungkan gravitasi dan tahanan udara. Percepatan bola tersebut ke arah tanah adalah percepatan karena gravitasi dikurangi dengan perlambatan karena

gesekan udara. Mencari kecepatan sebagai fungsi waktu mensyaratkan pemecahan sebuah persamaan diferensial.

Persamaan diferensial dikatakan *linier*. Jika fungsi F linier terhadap $y, y', \dots, y^{(n)}$, namun fungsi F terhadap variable x tak perlu linier. Jika $y = f(x)$ memenuhi persamaan diferensial maka $f(x)$ dikatakan *solusi* dari persamaan diferensial tersebut. Solusi umum suatu persamaan diferensial adalah bentuk umum solusi persamaan diferensial tersebut suatu solusi umum bisa menjadi solusi khusus dengan adanya informasi/ syarat tambahan disebut syarat awal / syarat batas.

Berikut ini adalah contoh persamaan diferensial :

1. $\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$
2. $3x^2 dx + 2ydy = 0$
3. $y' + xy = 3$
4. $y'' - 5y' + 6y = \cos x$

2.4 Persamaan Diferensial Biasa.

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang mengandung satu atau lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu peubah bebas. Jika diambil $y(x)$ sebagian suatu fungsi satu variabel, dengan x dinamakan variabel bebas dan y dinamakan variabel tak bebas, maka suatu persamaan diferensial biasa dapat dinyatakan dalam bentuk $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$

Contoh :

1. $\frac{dy}{dx} = x + 10$
2. $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 5$

$$3. \frac{dy}{dx} = 4e^{-x}$$

2.5 Persamaan Diferensial Parsial

Suatu persamaan yang meliputi turunan fungsi dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan diferensial. Jika turunan fungsi itu hanya tergantung pada satu variabel bebas maka disebut persamaan diferensial biasa (PDB) dan bila tergantung pada lebih dari satu variabel bebas disebut persamaan diferensial parsial (PDP). Pada PDP, variabel bebas dapat berupa waktu dan satu atau lebih koordinat ruang. (Soedradjat, 2003).

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan dengan dua variabel bebas / penentu atau lebih.

Telah dibahas Definisi Turunan pertama:

- **Beda Maju:**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Beda Mundur :**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

- **Beda Tengah :**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

dan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

Berdasarkan definisi tersebut, maka dapat diketahui definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Beda Maju} & : \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} & \text{dan} & \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h} \\
 \text{Beda Mundur} & : \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x-h, y)}{h} & & \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x, y-h)}{h} \\
 \text{Beda Tengah} & : \frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{2h} & & \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{2h}
 \end{aligned}$$

Dan definisi turunan Parsial Tingkat Dua.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2} & \text{Dan} \\
 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} & = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) + f(x, y-h) - 2f(x, y)}{h^2}
 \end{aligned}$$

2.6 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga atau yang lebih dikenal dengan *finite difference method*.

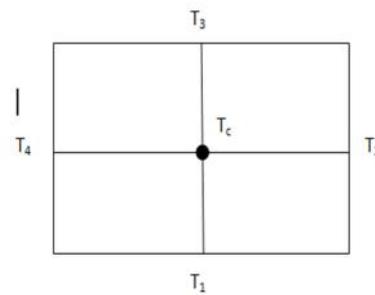
Adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan problem matematis dari suatu gejala fisis. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah digunakan dalam penyelesaian problem fisis yang mempunyai bentuk geometri yang teratur, seperti interval dalam satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam ruang tiga dimensi (Li, 2010).

Aplikasi penting dari metode beda hingga adalah dalam analisis numeric, khususnya pada persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Prinsipnya adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskritisasi beda

- Nilai fungsi di titik C

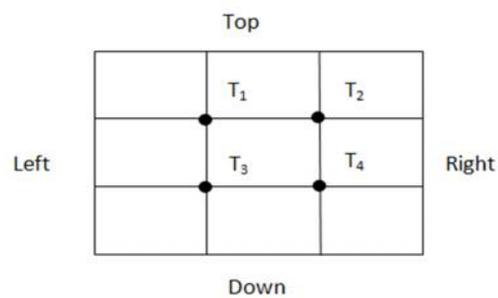
- Satu titik T_c (Temperatur di c)



Gambar 2.6

$$T_1 + T_2 + T_3 + T_4 - 4T_c = 0$$

- Empat titik T_c



Gambar 2.7

$$T_1 = l + T_4 + T_2 + T_1 - 4T_1 = 0$$

$$T_4 = l + D + T_3 + T_1 - 4T_4 = 0$$

$$T_3 = T_4 + D + R + T_2 - 4T_3 = 0$$

$$T_2 = T_1 + T_3 + R + T_1 - 4T_2 = 0$$

2.7 Fluida Dinamis

Fluida dinamis adalah fluida (bisa berupa zat cair, gas) yang bergerak. Untuk memudahkan dalam mempelajari, fluida disini dianggap mempunyai kecepatan yang konstan terhadap waktu, tak termampatkan (tidak mengalami perubahan volume), tidak kental, tidak turbulen (tidak mengalami putaran-putaran). Aliran fluida sering dinyatakan dalam debit. Debit adalah banyaknya volume zat cair yang mengalir pada tiap satu satuan waktu, biasanya dinyatakan dalam satuan liter/detik atau dalam satuan meter kubik (m^3) per detik.

$$Q = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dimana :

Q = debit aliran (m^3/s)

v = volume (m^3)

t = selang waktu (s) (Setiawan, 2015).

2.8 Air

Air merupakan salah satu dan ketiga komponen yang membentuk bumi (zat padat, air, atmosfer). Bumi dilingkupi air sebanyak 70% sedangkan sisanya (30 0%) berupa daratan (dilihat dan permukaan bumi). Udara mengandung uap air sebanyak 15% di dalam atmosfer (Gabriel, 2001). Air merupakan senyawa kimia yang terdiri dan atom H dan O. molekul air terdiri dari satu atom O yang berikatan

kovalen dengan dua atom H. bagi manusia, air minum adalah salah satu kebutuhan utama.

Dengan demikian air minum harus jernih, tidak berwarna tidak berasa, tidak berbau dan tidak mengandung zat kimia. Air minum pun juga tidak boleh mengandung kuman patogen dan segala makhluk yang membahayakan kesehatan manusia misalnya bakteri *Escheria coli*. Karena itu dibuat standar air minum yaitu suatu Peraturan Menteri Kesehatan RI Nomor 907/MENKES/SK/IV//2002 yang memberi petunjuk tentang parameter yang diperbolehkan di dalam air minum agar tujuan penyediaan air bersih memenuhi persyaratan kesehatan.

2.9 Kualitas Air Minum

Pengadaan air bersih untuk kepentingan rumah tangga untuk air minum, air mandi, dan keperluan lainnya, harus memenuhi persyaratan yang sudah ditentukan sesuai peraturan internasional (WHO dan APHA) ataupun peraturan nasional atau setempat. Dalam hal ini kualitas air bersih di Indonesia harus memenuhi persyaratan yang tertuang dalam peraturan Menteri Kesehatan RI No.1 73/Men.Kes/Per/VIII/77 dimana setiap komponen yang diperkenankan berada didalamnya harus sesuai

Menurut Widiyanti dan Ristianti, 2004, Kualitas air tersebut menyangkut :

a. Kualitas fisik

Yang meliputi kekeruhan, temperatur, warna, bau dan rasa. Kekeruhan air dapat ditimbulkan oleh adanya bahan-bahan organik dan anorganik yang terkandung di dalam air seperti lumpur dan bahan-bahan yang berasal dari

buangan. Dari segi estetika, kekeruhan di dalam air dihubungkan dengan kemungkinan pencemaran oleh air buangan.

b. Kualitas kimia

Yang berhubungan dengan ion-ion senyawa ataupun logam yang membahayakan, di samping residu dan senyawa lainnya yang bersifat racun, seperti antara lain residu pestisida. Dengan adanya senyawa-senyawa ini kemungkinan besar bau, rasa dan wama air akan berubah, seperti yang umum disebabkan oleh adanya perubahan pH air. Pada saat ini kelompok logam berat seperti Hg, Ag, Pb, Cu, Zn, tidak diharapkan kehadirannya di dalam air.

c. Kualitas biologis

Berhubungan dengan kehadiran mikroba patogen (penyebab penyakit, terutama penyakit perut), pencemar (terutama bakteri *coli*) dan penghasil toksin.

2.10 Pengolahan Air

Menurut Gabriel (2001), pengolahan air merupakan suatu usaha menjernihkan air dan meningkatkan mutu air agar dapat diminum. Proses pengolahan air meliputi 4 (empat) tahap yaitu:

1. Proses pemunian air yaitu suatu proses merubah keadaan air yang keruh, berbau dan berwarna, menjadi air yang jernih, bebas dan keruh, tidak berbau dan tidak berwarna.

2. Proses desinfeksi yaitu suatu proses agar kuman patogen yang berada dalam air dipanaskan.
3. 3. Proses ultravioletisasi: Melalui penyinaran ultraviolet dengan intensitas cahaya pada air yang sedang mengalir maka kuman-kuman yang terdapat di dalam air akan mati.
4. Proses filtrasi: Proses ini terhadap zat atau unsur mineral dan kuman patogen.

Filter yang dimaksud adalah sebagai berikut:

- a. Filter karbon aktif: Filter ini menggunakan karbon aktif berbentuk bubuk atau butiran.
 - b. Filter keramik: Filter ini terbuat dari bahan dasar keramik atau bubuk halus kemudian dibentuk menjadi keramik.
 - c. Filter selaput disebut juga filter membran, ada tiga macam filter selaput yaitu filter selaput selulose acetat, filter selaput selulose triacetat dan filter resin poliamida.
4. Proses pengaturan pH air: pH air normal berkisar 6,5-9,2 apabila pH kurang dari 6,5 atau lebih besar dari 9,2 akan mengakibatkan pipa air yang terbuat dari logam mengalami korosi sehingga pada akhirnya air tersebut akan menjadi racun terhadap pertumbuhan manusia.

2.11 Ultravioletisasi

Ultraviolet merupakan salah satu sinar dengan daya radiasi yang dapat bersifat letal bagi mikroorganisme. Radiasi ultra ungu atau ultraviolet adalah radiasi elektromagnetis terhadap panjang gelombang yang lebih pendek dari daerah

dengan sinar tampak, namun lebih panjang dari sinar-X yang kecil. Radiasi UV dapat dibagi menjadi hampir UV (panjang gelombang: 380–200 nm) dan UV vakum (200–10 nm). Dalam pembicaraan mengenai pengaruh radiasi UV terhadap kesehatan manusia dan lingkungan, jarak panjang gelombang sering dibagi lagi kepada UVA (380–315 nm), yang juga disebut "Gelombang Panjang" atau "*blacklight*"; UVB (315–280 nm), yang juga disebut "Gelombang Medium" (*Medium Wave*); dan UVC (280–10 nm), juga disebut "Gelombang Pendek" (*Short Wave*).

Istilah ultraviolet berarti "melebihi ungu" (dari bahasa Latin *ultra*, "melebihi"), sedangkan kata ungu merupakan warna panjang gelombang paling pendek dari cahaya dari sinar tampak. Beberapa hewan, termasuk burung, reptil, dan serangga seperti lebah dapat melihat hingga mencapai "hampir UV". Banyak buah-buahan, bunga dan benih terlihat lebih jelas di latar belakang dalam panjang gelombang UV dibandingkan dengan penglihatan warna manusia. Salah satu sifat sinar ultraviolet adalah daya penetrasi yang sangat rendah. Selapis kaca tipis pun sudah mampu menahan sebagian besar sinar UV. Oleh karena itu, sinar UV hanya dapat efektif untuk mengendalikan mikroorganisme pada permukaan yang terpapar langsung oleh sinar UV, atau mikroba berada di dekat permukaan medium yang transparan.

Absorpsi maksimal sinar UV di dalam sel terjadi pada asam nukleat, maka diperkirakan mekanisme utama kerusakan sel oleh sinar UV pada ribosom, sehingga mengakibatkan terjadinya mutasi atau kematian sel. Absorpsi radiasi ultraviolet menyebabkan modifikasi kimiawi dari nucleoprotein serta

menimbulkan hubungan silang antara pasangan pasangan molekul timin. Hubungan ini dapat menyebabkan salah baca dari genetic code yang akan menghasilkan mutasi sehingga akan merusak atau memperlemah fungsi - fungsi vital organisme dan kemudian akan membunuhnya.

Orang orang yang bekerja dengan atau dekat sumber sinar ultraviolet harus memakai peralatan guna melindungi kornea terhadap iritasi atau kerusakan yang mungkin bersifat permanent, misalnya kerusakan pada keturunan (mutasi gen). Yang perlu diperhatikan adalah bagaimana memilih lampu ultraviolet (germicidal) yang menjamin para pekerja dari efek sinar ultraviolet yang merugikan dengan tidak menambah intensitas cahaya tapi efektif dapat membunuh bakteri. Efektifitas sinar ultraviolet terhadap daya bunuh bakteri dipengaruhi oleh beberapa factor diantaranya : luas ruangan, Intensitas cahaya yang digunakan, jarak sumber cahaya terhadap bakteri, lama waktu penyinaran, jenis bakteri itu sendiri. Proses Ultravioletisasi merupakan proses bagian dari pemurniaan air dimana proses ultravioletisasi melalui penyinaran ultraviolet dengan intensitas cahaya 2537 A(10-8cm) pada air yang sedang mengalir maka kuman-kuman yang terdapat didalam air akan mati sehingga air menjadi siap minum.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini akan dilakukan pada semester genap tahun pelajaran 2015/2016 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka dan penelitian lapangan.

3.2 Data Penelitian

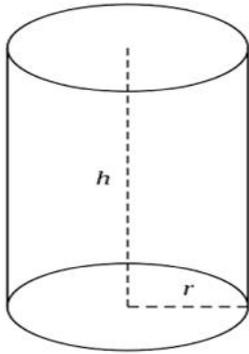
Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data laju proses filtrasi air.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika atau perpustakaan Universitas Lampung dan juga jurnal yang menunjang proses penelitian.

Langkah pertama menentukan laju air dengan menggunakan persamaan differensial biasa kemudian mencari beda laju dengan menggunakan persamaan diferensial parsial dengan metode beda hingga. Akan diaplikasikan untuk kasus menentukan laju *water filtering purification*. Tahapan penelitian ini adalah pertama-tama mendeteksi Volume Reservoir rancang bangun, kemudian mendesain filter dengan menggunakan bahan yakni tabung paralon dan kain

saringan tahu lalu menyiapkan tangki tendon. Tangki tandon berbentuk tabung atau silinder.



Rumus Volume Tabung

$V = \text{Luas Alas} \cdot \text{Tinggi}$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

Setelah selesai menyiapkan alat filter yang terbuat dari kain saringan tahu pada tahapannya untuk menghitung laju air dengan menggunakan mesin, Pertama menyiapkan mesin pompa air , pompa air listrik semi jet dengan model:jet108BLT dengan mesin daya 125 watt, kedua siapkan 1 drum air dengan kapasitas air 300 liter, dan menyiapkan sebuah selang air.

langkah penelitian yang pertama merancang mesin pompa air sehingga siap untuk menarik air dari dasar sumur, setelah mesin siap maka air siap di tarik kepermukaan.

Langkah berikutnya setelah mesin dihidupkan maka air didasar sumur di bersihkan dengan sebuah paralon yang ujungnya telah di desain menggunakan alat pembersih sumur yang telah dirancang sebelumnya hingga dasar sumur, sehingga lumpur yang berada didasar sumur terangkat sampai sumur benar benar bersih.

Kemudian setelah air naik kepermukaan maka air diendapkan di dalam drum tabung maka dapat memulai proses filterisasi air, filterisasi air menggunakan kain saringan tahu sebagai sebagai media filterisasi, dengan menggunakan sejumlah 10 lilitan kain.

Filterisasi air dilakukan ketika air masuk dan air keluar sehingga dapat menghasilkan air dengan standar air siap konsumsi (mandi), setelah melakukan proses filter disempurnakan dengan proses ultravioletisasi, yakni proses dimana melalui penyinaran ultraviolet dengan intensitas cahaya 2537 A(10-8cm) pada air yang sedang mengalir maka kuman-kuman yang terdapat di dalam air akan mati. Sehingga air siap untuk di konsumsi (Minum).

V. KESIMPULAN

Adapun kesimpulan yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. Laju kecepatan yang dihasilkan dengan menggunakan mesin pompa air :
 $0,2941 \text{ liter/s}$
2. Laju kecepatan air pada saat proses filterisasi air yang menggunakan kain saringan tahu sebanyak 10 lilitan sebagai filter yaitu : $0,0061 \text{ liter/s}$.
3. Beda laju kecepatan air dengan menggunakan metode beda hingga yaitu :
 $0,3439 \text{ liter/s}$

DAFTAR PUSTAKA

Adiono. 1987. *Air dan kegunaannya*. USU, Medan.

Ault, JC and Frank Ayres, JR. 1992. *Persamaan Differensial*. Erlangga, Jakarta.

Anonymous. 2014. <http://alieslow.blogspot.com/2012/01/persamaan-diferensial-parsial-dengan.html>. Diakses pada Rabu, 12 November 2014.

Cahyono. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu. Bandung.

Daryanto. 2000. *Fisika teknik*. Rineka Cipta, Jakarta.

Frederich H. Bell .1978. *Teaching and Learning Mathematics*. University of Pittburght.

Toni, Setiawan. 2015. Fluida Dinamis. Yudistira, Jakarta.