RENCANA SAMPLING PENERIMAAN
MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL

(Skripsi)

Oleh

ERNIA NURUL FITRI

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

ABSTRAK

RENCANA SAMPLING PENERIMAAN
MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL

Oleh

Ernia Nurul Fitri

Rencana sampling penerimaan melalui keterandalan sistem atau *Reliability Acceptance Sampling Plans* (RASP) merupakan suatu prosedur pengujian masa hidup beserta aturannya untuk menerima atau menolak item dalam lot berdasarkan data masa hidup sistem. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) yang ideal dari suatu data masa hidup sistem. Data masa hidup sistem dapat berbentuk tersensor atau tidak tersensor. Data tersensor terdiri dari tersensor tipe I dan tersensor tipe II. Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data masa hidup tersensor tipe I. Penentuan n dan k melibatkan nilai dari peluang tersensor (q_0 =0.995, q_1 =0.90) dan nilai dari α (risiko produsen) serta β (risiko konsumen) tertentu. Hasil simulasi menunjukkan bahwa n dan k yang ideal dengan α dan β yang telah ditentukan adalah 29 dan 3.936966. Setelah dilakukan pengujian terhadap n dan k yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa lotnya diterima.

Kata Kunci : Rencana sampling penerimaan dalam keterandalan sistem, Tersensor Tipe I, Risiko Produsen, Risiko Konsumen.

ABSTRACT

Reliability Acceptance Sampling Plans
For The Log Weibull Distribution
Under Type I Censoring Data

By

Ernia Nurul Fitri

Reliability Acceptance Sampling Plans (RASP) is a set of life test procedures and rules for either accepting or rejecting a lot based on lifetime data. The purpose of the research for determine a simple size (n) and acceptance constant (k) ideals from lifetime data. Lifetime data consists of a censoring or not censoring data. The censoring data consist of a type I censoring and type II censoring. In this study used type I censoring data. The determination of n and k involving the value of probability of censoring (q_0 =0.995, q_1 =0.90) and α (producer risk) and β (consumer risk) are satisfied. The simulation results show that n and k are ideal with α and β are satisfied is 29 and 3.936966. After conducted hypotesis test of n and k, the conclution is accepting lot.

Keywords : *Reliability Acceptance Sampling Plans, Type I censoring, producer risk, consumer risk.*

RENCANA SAMPLING PENERIMAAN
MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I
BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL

Oleh

Ernia Nurul Fitri

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi	: **RENCANA SAMPLING PENERIMAAN MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL**
Nama Mahasiswa	: *Ernia Nurul Fitri*
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1217031027
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Rudi Ruswandi, M.Si.	**Widiarti, M.Si.**
NIP. 19560208 198902 1 001	NIP. 19800502 200501 2 003

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Rudi Ruswandi, M.Si.**	....
Sekretaris	: **Widiarti, M.Si.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Dian Kurniasari, M.Sc.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI UNIVERSITAS LAMPUNG FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 11 Agustus 2016

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Ernia Nurul Fitri**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1217031027**
Judul	: **RENCANA SAMPLING PENERIMAAN MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL**
Jurusan	: **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, Agustus 2016

Penulis,

Ernia Nurul Fitri
NPM. 1217031027

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Desa Ratna Daya, Kecamatan Raman Utara, Lampung Timur pada tanggal 15 Februari 1995, sebagai anak pertama dari dua bersaudara pasangan Bapak Daryo dan Ibu Ismawati.

Pendidikan Sekolah Dasar (SD) Negeri 4 Ratna Daya diselesaikan pada tahun 2006, Madrasah Tsanawiah (MTs) N Raman Utara diselesaikan pada tahun 2009, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) Negeri 1 Purbolinggo diselesaikan pada tahun 2012.

Tahun 2012 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN tulis. Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif dalam organisasi kemahasiswaan tingkat jurusan yaitu Anggota Gematika 2012-2013, anggota biro dana dan usaha Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA) periode 2013-2014.

Pada tahun 2015 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Kantor Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Bandar Lampung, pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Pesawaran Indah, Kecamatan Way Ratai, Kabupaten Pesawaran, Provinsi Lampung.

MOTTO

"Karena Sesungguhnya bersama setiap kesulitan ada kemudahan"
(Al-Insyirah:5)

"Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya"

(Al-Baqarah:286)

"Belajar dari hari kemarin, hidup untuk hari ini, dan berharap untuk hari esok"

(Albert Einstain)

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur kepadaAllah SWT, penulis persembahkan karya kecil dan sederhana ini sebagai tanda bakti dan cinta kepada semua orang yang senantiasa mendukung dan dengan tulus mendoakan kelancaran terciptanya karya ini.

Bapak , Ibu, Iin yang telah meberikan banyak masukan dan pengarahan serta menjadi motivasi terbesar selama ini

Dosen Pembimbing dan Penguji yang senantiasa mengarahkan dan memberi motivasi kepada penulis

Sahabat-sahabat yang selalu ada. Terima kasih atas keceriaan, semangat, serta motivasi yang diberikan kepada penulis.

Almamater penulis Universitas Lampung

SANWACANA

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan ridho-Nya jualah penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "RENCANA SAMPLING PENERIMAAN MELALUI KETERANDALAN SISTEM PADA DATA TERSENSOR TIPE I BERDISTRIBUSI LOG WEIBULL" tepat pada waktunya. Shalawat beriring salam kepada junjungan Nabi besar Muhammad SAW yang telah menjadi suri tauladan yang baik bagi kita semua. Selesainya penulisan skripsi ini adalah juga berkat motivasi dan pengarahan serta bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis ingin menyampaikan terimakasih kepada :

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., selaku pembimbing pertama, terimakasih atas setiap bimbingan, kesabaran dalam memberikan arahan, semangat, serta dukungan dalam proses penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Widiarti, M.Si., selaku pembimbing kedua, yang selalu sabar dalam memberi pengarahan, semangat dan bahkan dukungan.
3. Ibu Dian Kurniasari, M.Sc., selaku penguji yang telah memberikan kritik, saran, dan masukan kepada penulis.
4. Bapak Eri Setiawan, M.Si., selaku pembimbing akademik yang selalu memberikan masukan dan bimbingan dalam menjalani perkuliahan.

5. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Tenaga Kependidikan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan bantuan kepada penulis.
8. Ibu, bapak, adik tercinta serta keluarga besar yang memberi semangat, dukungan dan doa yang tak pernah henti.
9. Sahabat-sahabat penyemangat: Desti Restiana, Suyanti, Riyama Ambarwati, Rohimatul Anwar, Dwi Maya Sari, Gurit Prasetyo, Candra Mustofa.
10. Teman-teman sebimbingan: Anggryani, Selvi, Erni, Hana, Citra, Maya, Annisa Rahmawati, Rendi Rinaldi yang telah berjuang bersama. Gery, Yefta yang tidak pernah sungkan membagi ilmunya.
11. Teman-teman Matematika angkatan 2012 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
12. Keluarga Besar HIMATIKA Universitas Lampung
13. Seluruh pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandar Lampung,   Agustus 2016

Penulis,

Ernia Nurul Fitri

DAFTAR ISI

Halaman

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Rencana sampling penerimaan melalui keandalan sistem atau *Reliability Acceptance Sampling Plans* (RASP) merupakan suatu prosedur pengujian masa hidup beserta aturannya untuk menerima atau menolak item dalam lot berdasarkan data masa hidup sistem. Biasanya item-item hasil produksi dikemas dalam suatu lot. Lot merupakan kumpulan-kumpulan kotak (*pack*) yang terdiri dari satuan item hasil produksi tersebut. Prinsip dasar dalam RASP adalah pengambilan sampel secara acak dengan syarat produk tersebut harus homogen, kemudian sampel tersebut diperiksa, jika banyaknya item yang rusak atau gagal kurang dari angka penerimaan maka lot tersebut diterima, dan sebaliknya ditolak.

Permasalahan yang muncul dalam RASP adalah berapa ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) yang akan diambil dengan melibatkan risiko konsumen (β) dan risiko produsen (α). Risiko produsen merupakan peluang konsumen untuk menolak lot padahal mutunya baik. Sedangkan risiko konsumen merupakan peluang konsumen menerima lot padahal mutunya tidak baik. Karena penentuan n dan k berhubungan dengan kedua risiko tersebut, maka harus ditentukan berapa ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) ideal yang memenuhi nilai α dan β tertentu.

Data yang digunakan dalam RASP merupakan data masa hidup sistem. Masa hidup (*lifetimes*) merupakan interval waktu yang diamati dari suatu objek sejak pertama kali dioperasikan sampai dengan objek tersebut mengalami kegagalan atau mati. Fungsi pada masa hidup merupakan fungsi dengan peubah acak waktu hidup, biasanya dinotasikan dengan T dan akan membentuk suatu distribusi tertentu. Berdasarkan penelitian M.Kim and Bong-jin Yum (2008), distribusi log Weibull merupakan salah satu distribusi yang umum digunakan dalam menyelesaikan persoalan yang berhubungan dengan RASP. Distribusi log Weibull lebih banyak digunakan dalam RASP, karena ragam yang dihasilkan akan lebih kecil dari pada distribusi Weibull.

Dari suatu masa hidup sistem biasanya akan diukur keandalannya (reliabilitas). Reliabilitas merupakan peluang suatu sistem akan beroperasi dalam interval waktu tertentu sesuai dengan ketentuan yang diharapkan. Sebelum reliabilitas sistem diukur, maka kondisi lingkungan, alat ukur, operator yang melakukan pengukuran harus dalam kondisi yang normal sehingga reliabilitas suatu sistem tidak dipengaruhi faktor lain.

Data masa hidup sistem dapat berbentuk data tidak tersensor (data lengkap) dan data tersensor (data tidak lengkap). Data tidak tersensor adalah data yang diambil jika semua objek penelitian mengalami kejadian yang dimaksudkan dalam penelitian. Sedangkan data tersensor adalah data masa hidup yang tidak diketahui secara pasti berapa lama waktu ketahanannya. Secara umum, data tersensor terdiri dari data tersensor tipe I dan data tersensor tipe II. Data tersensor tipe I merupakan data masa hidup yang dihasilkan setelah penelitian berjalan selama waktu yang ditentukan. Sedangkan data tersensor tipe II adalah data hasil penelitian yang dihentikan setelah sejumlah kegagalan telah terjadi (Lawless, 2003).

Permasalahan utama dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) yang ideal. Selain melibatkan nilai dari risiko produsen (α), risiko konsumen (β), penentuan ukuran sampel dan angka penerimaan dalam RASP pada data tersensor tipe I juga melibatkan peluang tersensor (q).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada sub-bab sebelumnya, maka masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah bagaimana menentukan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) dari RASP data tersensor tipe I berdasarkan distribusi log Weibull dengan melibatkan risiko produsen dan risiko konsumen.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menentukan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) dari RASP data tersensor tipe I berdasarkan distribusi log Weibull dengan beberapa nilai α dan β tertentu.
2. Mengkaji RASP data tersensor tipe I berdasarkan distribusi log Weibull berdasarkan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) yang diperoleh.

.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Konsep Dasar Masa Hidup Sistem

Masa hidup merupakan interval waktu sejak suatu objek mulai masuk ke dalam penelitian sampai mengalami kegagalan. Misalnya interval waktu yang mengukur kerusakan suatu produk, matinya suatu makhluk hidup, atau kambuhnya suatu penyakit. Fungsi-fungsi pada distribusi daya tahan hidup merupakan suatu fungsi menggunakan peubah acak masa hidup. Peubah acak masa hidup biasanya dinotasikan dengan huruf T dan akan membentuk suatu distribusi. Distribusi masa hidup dijelaskan oleh tiga fungsi, yaitu fungsi kepekatan peluang f(t), fungsi tahan hidup R(t), dan fungsi kegagalan / fungsi hazard h(t). Ketiga fungsi tersebut ekuivalen secara matematik, yang berarti jika salah satu dari ketiga fungsi tersebut diketahui, maka fungsi yang lain dapat diturunkan (B.K, Kale dan S.K Sinha, 1979).

2.2 Fungsi Kepekatan Peluang Masa Hidup Sistem

Masa hidup T mempunyai fungsi kepekatan peluang yang dinotasikan dengan f(t) dan didefinisikan sebagai peluang kegagalan suatu objek pada interval $(t,\Delta t)$ per satuan waktu. Fungsi kepekatan peluang dinyatakan sebagai

$$f(t) = lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{P(objek\,gagal\,pada\,interval\,(t,t+\Delta t))}{\Delta t}\right]$$

$$f(t) = lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{P(t<T<t+\Delta t)}{\Delta t}\right]$$

Yang mempunyai sifat dasar sebagai berikut :

a. $f(t) \geq 0 \,; t \geq 0$

b. $\int_0^\infty f(t)dt = 1$ (B.K, Kale dan S.K Sinha, 1979)

2.3 Konsep Dasar dan Fungsi Tahan Hidup Sistem (*Reliability*)

Menurut B.K, Kale dan S.K Sinha (1979), keandalan (*reliability*) dapat didefinisikan sebagai suatu peluang sistem akan memiliki kinerja sesuai fungsi yang dibutuhkan dalam periode waktu tertentu. Keandalan juga dapat diartikan sebagai peluang suatu produk akan beroperasi dengan baik untuk periode yang telah ditetapkan dibawah kondisi yang ditentukan.

Fungsi keandalan suatu sistem dapat dituliskan sebagai berikut:

R(t) = P (Objek hidup lebih dari waktu t)

= P(T>t)

= 1- P(objek gagal sebelum waktu t)

=1 - P(T≤t)

2.4 Fungsi Laju Tingkat Kegagalan (Fungsi Hazard)

Fungsi kegagalan dari waktu tahan hidup T dinotasikan h(t) dan didefinisikan sebagai peluang suatu objek gagal di dalam interval waktu (t,t+Δt) dengan mengetahui bahwa objek tersebut telah hidup selama waktu t. Fungsi kegagalan dinyatakan dengan :

$$h(t) = lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t}\right]$$

jika f(t) adalah fungsi densitas peluang pada waktu t, maka diperoleh:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P(t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P\left[\left(t \leq T \leq (t + \Delta t)\right) \cap (T \geq t)\right]}{P(T \geq t)\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P\left[\left(t \leq T \leq (t + \Delta t)\right)\right]}{P(T \geq t)\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{(1 - F(t))\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \; \frac{1}{R(t)}\right]$$

$$h(t) = \frac{F'(t)}{R(t)}$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

(B.K, Kale dan S.K Sinha, 1979)

2.5 Jenis-Jenis Data

Menurut Klein dan Moeschberger (1997), data pada analisis reliabilitas dapat berupa data lengkap, data terpancung, ataupun data tersensor. Data lengkap berarti bahwa waktu kegagalan dari semua unit sampel yang diobservasi dapat diketahui (eksak). Percobaan akan berhenti jika semua sampel yang diamati mengalami kegagalan. Data dikatakan terpancung jika suatu sistem mengalami kerusakan dikarenakan sebab lain di luar dari tujuan utama penelitian. Sehingga tidak teramati tujuan utama penelitiannya. Sedangkan suatu data dikatakan tersensor jika hanya diketahui sebagian informasi mengenai waktu tahan hidupnya, akan tetapi tidak diketahui secara pasti waktu tahan hidupnya. Pada data tersensor terdiri dua macam skema *censoring*, yaitu tipe I dan tipe II.

1. Sensor tipe I

Data masa hidup sistem dikatakan tersensor tipe I jika sistem yang diamati tetap bertahan hidup pada saat waktu pengamatan t yang telah ditentukan untuk mengakhiri semua n individu yang masuk pada waktu yang sama. Jika tidak ada individu yang hilang secara tiba-tiba, maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan waktu pengamatan.

Pada data tersensor tipe I, unit sampel $1,2,\dots n$ dibatasi oleh waktu pengamatan $t_1, t_2,\ t_n$. Jadi waktu tahan hidup suatu sistem X_i hanya diamati jika $X_i \leq t_i$. Saat (X_i, t_i) , $i = 1,2,\dots n$ independen, dan δ menyatakan variabel indikator maka

$$\delta_i = \begin{cases} 0\,; & Pengamatan\ tersensor(\,X_i > t_i) \\ 1\ ; & Pengamatan\ tidak\ tersensor\ (X_i \leq t_i) \end{cases}$$

Dengan asumsi bahwa X_i merupakan variabel acak iid (*independent and identically distributed*) dengan fungsi reliabilitas $R(t)$. Sehingga fkp bersama untuk x_i dan δ_i untuk $i = 1,2,\dots n$ yaitu:

$$f(x_i, \delta_i) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i)^{\delta_i}\, R(t)^{1-\delta_i}$$

2. Sensor tipe II

Sensor tipe II adalah tipe penyensoran dimana sampel ke-r merupakan observasi terkecil dalam sampel random berukuran n $(1 < r < n)$. Dengan kata lain, jika total sampel berukuran n maka percobaan akan dihentikan sampai diperoleh r kegagalan. Semua unit uji n masuk pada waktu yang sama. Pada sensor tipe II, jika tidak terdapat individu yang hilang, maka waktu tahan hidup observasi tersensor sama dengan waktu tahan hidup observasi tidak tersensor.

Penyensoran dapat disebabkan oleh beberapa hal, antara lain:

a. Data hilang
b. Data keluar (*withdrawls*)
c. Berakhir waktu pengamatan

2.6 Distribusi Binomial

Banyaknya kegagalan dalam suatu percobaan dengan menggunakan data tersensor tipe 1 mengikuti distribusi Binomial. Salah satu ciri distribusi Binomial adalah hanya memiliki dua hasil yang mungkin terjadi dalam sebuah percobaan, misalkan sukses dan gagal. Pada data tersensor tipe I, dikatakan sukses jika suatu objek gagal sebelum waktu pengamatan berakhir dan dikatakan gagal jika objek tetap hidup setelah pengamatan berakhir. Berdasarkan Bain and Engelhardt (1992), secara umum distribusi Binomial adalah suatu n percobaan yang saling bebas, dengan peluang terjadinya peristiwa sukses sebesar p pada setiap percobaan. Misalkan X merupakan banyaknya peristiwa sukses. Maka fungsi peluang dari distribusi Binomial adalah sebagai berikut

$$B(x,n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \; ; x = \; 0,1,2,\dots\dots,n$$

2.7 Distribusi Weibull

Salah satu distribusi yang sering digunakan dalam menggambarkan masa hidup sistem adalah Distribusi Weibull. Distribusi ini diperkenalkan oleh seorang matematikawan bernama Wallodi Weibull. Distribusi Weibull biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah-masalah yang berhubungan dengan lama waktu (umur) suatu objek yang mampu bertahan hingga akhirnya objek tersebut tidak berfungsi lagi sebagaimana mestinya (rusak atau mati). Distribusi Weibull sering disebut juga sebagai distribusi waktu tunggu hingga gagal. Distribusi Weibull memiliki 2 parameter, yaitu :

b= parameter bentuk (*shape*) yaitu menggambarkan tingkat kegagalan pada distribusi Weibull.

a = parameter skala (*scale*) yaitu menggambarkan bentuk keragaman data pada distribusi Weibull.

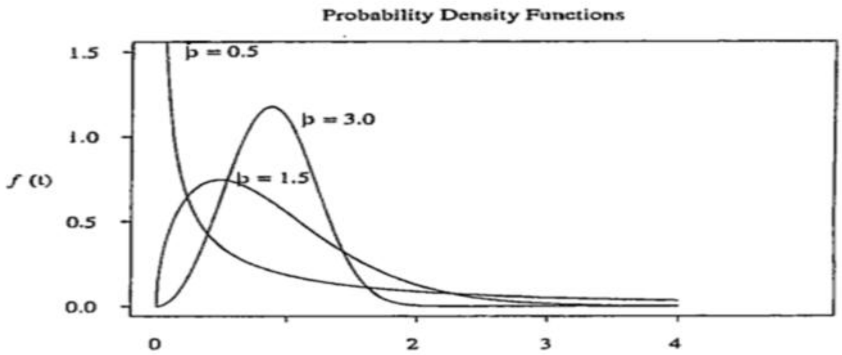
Fungsi densitas peluang distribusi Weibull

$$f(t) = \begin{cases} \left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} \exp - \left(\frac{t}{a}\right)^{b} & ; t, b, a > 0 \\ 0 & ; lainnya \end{cases}$$

Fungsi kumulatif distribusi Weibull adalah :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

Bentuk grafik fungsi densitas peluang dari distribusi Weibull dapat dilihat pada gambar di bawah ini:



Gambar 2.1 Fungsi Densitas Peluang Distribusi Weibull

Menurut Lawless (2003), berdasarkan Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa bentuk grafik fungsi densitas peluang ditribusi Weibull bergantung dengan besarnya nilai b (parameter bentuk). Sehingga dapat disimpulkan bahwa fungsi hazard dari distribusi Weibull monoton naik jika $b > 1$, turun jika $b < 1$. Sedangkan perbedaan nilai a hanya akan merubah skala pada garis horizontal (t) saja.

Rata-rata (*mean*) dan Ragam (*variance*) dari distribusi Weibull adalah sebagai berikut:

a. Rata-rata [E(T)] pada distribusi Weibull

E(T) = $\int_0^\infty t\, f\,(t)\, dt$

E(T) = $a\,\Gamma\,[1 + \left(\frac{1}{b}\right)]$

b. Ragam [Var(T)] pada distribusi Weibull

Var (T) = E (T^2) – $[E(T)]^2$

Var (T) = $a^2\,\left\{\Gamma\,\left[1 + \left(\frac{2}{b}\right)\right] - \Gamma^2\,\left[1 + \left(\frac{1}{b}\right)\right]\right\}$

2.8 Distribusi Log Weibull

Distribusi yang dekat hubungannya dengan distribusi Weibull adalah distribusi *Extreme Value* atau sering disebut juga distribusi Gumbel. Menurut Lawless (2003), Jika T berdistribusi Weibull (b, a) maka Log dari Distribusi Weibull merupakan Distribusi *Extreme Value*. dengan fkp dan Cdf dari Distrbusi *Extreme Value* seperti di bawah ini:

$$f(y) = \frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{(y-\mu)}{\sigma}\right] exp\{-\exp\left[\frac{(y-\mu)}{\sigma}\right]\} \quad ; -\infty < y < \infty, \sigma > 0, -\infty < \mu < \infty$$

$$F(y) = 1 - \exp\{-\exp\left[\frac{(y-\mu)}{\sigma}\right]\}$$

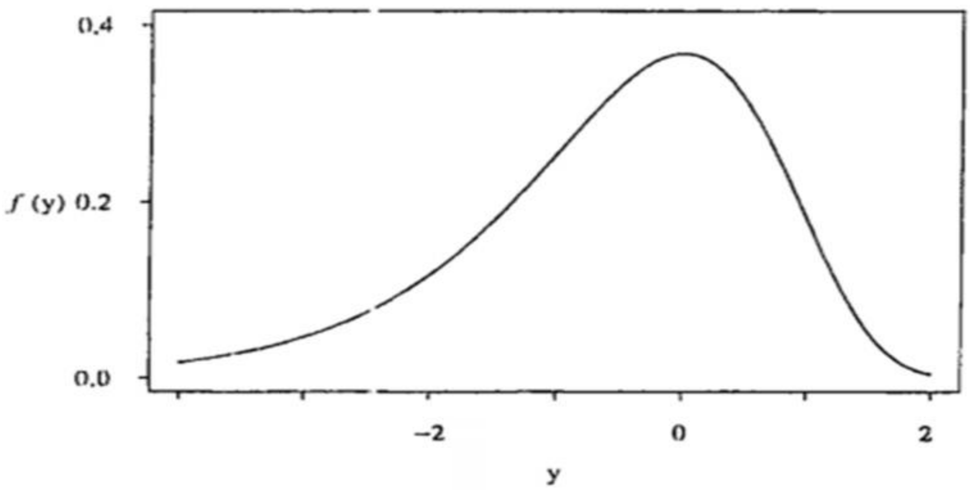
Y berdistribusi log Weibull dengan parameter $\mu = lna$ dan $\sigma = 1/b$.

Dengan

μ = parameter lokasi

σ = parameter skala

Bentuk grafik fungsi densitas peluang dari Distribusi log Weibull tersaji pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Fungsi Kepekatan Peluang Distribusi log Weibull pada $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$

Gambar 2.2 merupakan grafik fkp distribusi log Weibull pada saat $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$. Ketika μ menyatakan parameter lokasi dan σ menyatakan parameter skala maka perbedaan nilai μ dan σ tidak akan memberikan dampak pada bentuk $f(y)$. Akan tetapi, perubahan nilai μ akan berdampak pada lokasi pemusatan datanya. Sedangkan perubahan σ akan berdampak pada penyebaran datanya.

Rata-rata Distribusi log Weibull adalah

$E(Y) = \mu - \sigma\gamma$ dengan $\gamma \approx 0{,}5772$ adalah konstanta euler.

Varians dari Distribusi log Weibull adalah

$Var\ (Y) = \frac{\pi^2\sigma^2}{6}$ dengan $\pi = 3.14$.

pth *quantile* dari Distribusi log Weibull adalah

$y = \mu + \sigma \ln(-\ln(1-p))$

Misalkan Y adalah peubah acak kontinu dengan Cdf $F(y)$. Untuk $0 < p < 1$, didefinisikan quantile ke p dari Y adalah $F(y)^{-1}$.

2.9 Quantil (*Quantile*)

Quantil adalah membagi data menjadi m bagian yang sama banyak. Quantil merupakan bentuk umum dari quartil, desil, dan persentil. Jika $m = 4$ maka disebut quartil, jika $m = 10$ maka disebut dengan desil. Sedangkan ketika $m = 100$ disebut persentil. Selain itu, Quantil dapat juga diaplikasikan pada distribusi kontinu.

Berdasarkan Forbes.C., *et.al.* (2011), misalkan X suatu peubah acak dari distribusi yang kontinu dengan Cdf $F(x)$. Untuk $0 < p < 1$, invers dari Cdf atau fungsi quantil ke p (*pth quantile*) dari X didefinisikan sebagai G, dengan proses dibawah ini:

$F(x) = p$

$x = G_p$

$F(G_p) = p$

$F(X \leq x) = p$

$F(X \leq G_p) = p$

$G_p = F^{-1}(p)$

Oleh karena itu, G_p merupakan quantil pada saat peluang ke p (*pth quantile*). Sebagai contoh $G_{0.5}$ disebut median dari X, ketika quantil pada saat peluangnya 0.5. Pada penelitian ini *pth quantile* akan digunakan dalam proses perhitungan untuk mendapatkan nilai *k* (angka penerimaan). pth *quantile* yang digunakan merupakan pth *quantile* dari distribusi log Weibull. Selanjutnya, untuk menduga parameter dari distribusi log Weibull digunakan metode *maximum likelihood estimation*.

2.10 Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Estimation Method*)

Metode kemungkinan maksimum adalah metode untuk menduga satu sebaran dengan memilih dugaan-dugaan yang nilai-nilai parameternya diduga dengan memaksimalkan fungsi kemungkinannya, metode kemungkinan maksimum merupakan salah satu metode yang paling sering digunakan untuk mencari nilai estimasi dari suatu parameter.

Misalkan terdapat x_1, x_2, ..., x_n dari suatu populasi yang memiliki fungsi probabilitas $f(x, \theta)$; $\theta \epsilon \Omega$, dimana θ merupakan suatu parameter yang tidak diketahui dan Ω merupakan ruang parameter. Karena x_1, x_2, ..., x_n adalah sampel acak maka fkp bersama dari x_1, x_2, ..., x_n adalah

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta), f(x_2; \theta), \ldots, f(x_n; \theta)$$

Berdasarkan Hogg and Craig (1995), fungsi Likelihood didefinisikan sebagai fkp bersama. Misalkan fungsi likelihood dinotasikan sebagai $L(\theta; x_1, x_2, \ldots, x_n) = L(\theta)$ sehingga

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \theta) \\ &= f(x_1; \theta), f(x_2; \theta), \ldots, f(x_n; \theta) \\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_{i,} \theta) \end{aligned}$$

Dalam metode *maximum likelihood estimation* (MLE), penduga dari θ, diperoleh dengan memaksimumkan fungsi $ln\, L(\theta)$. Jadi, penduga dari θ dapat diperoleh dengan mencari solusi dari persamaan berikut:

$$\frac{\partial Ln\, L(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

2.11 Metode *Newton Raphson*

Dalam menduga parameter suatu distribusi, terkadang hasil yang diperoleh tidak eksak. Sehingga diperlukan metode numerik untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dalam metode numerik, pencarian solusi masalah dilakukan dengan iterasi. Salah satu metode iterasi yang dapat digunakan adalah metode *Newton Raphson.* Metode *Newton Raphson* merupakan metode yang paling banyak gunakan dalam terapan sains dan rekayasa. Metode ini paling disukai karena tingkat konvergensinya paling cepat diantara metode lain. Metode *Newton Raphson* adalah metode untuk meneyelesaikan persamaan non linear secara iteratif seperti persamaan likelihood yang mencari lokasi yang memaksimalkan suatu fungsi.

Dasar dari metode ini adalah pendekatan deret taylor sebagai berikut:

$$f(\theta_{t+1}) = f(\theta_t) + \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{p}} \frac{1}{\mathrm{i}!} \frac{\partial^{\mathrm{p}} \mathrm{f}(\theta_t)}{\partial(\theta_t)^{\mathrm{i}}} (\theta_{t+1} - \theta_t)^{\mathrm{i}}$$

bila pada suku orde 1 maka:

$$f(\theta_{t+1}) = f(\theta_t) + (\theta_{t+1} - \theta_t)\, f'(\theta_t)$$

Karena persoalan mencari akar, maka $f(\theta_{t+1}) = 0$, sehingga

$$0 = f(\theta_t) + (\theta_{t+1} - \theta_t)\, f'(\theta_t)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{f(\theta_t)}{f'(\theta_t)}$$

Metode ini dapat diperluas untuk menyelesaikan sistem persamaan dengan lebih dari satu parameter. Misal θ_1, θ_2,…, θ_p maka iterasinya sebagai berikut:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - (\mathrm{H_t})^{-1}\mathrm{G_t}$$

Dengan indeks t menyatakan ukuran iteratif. Untuk G, θ_{t+1}, θ_tdalam bentuk vektor, dan H dalam bentuk matriks. Adapun langkah-langkah metode iterasi *Newton Raphson* adalah sebagai berikut:

1. Ambil estimasi awal dari θ misal θ_0.

2. $\hat{\theta}_1 = \theta_0 - \mathrm{H}\left(\hat{\theta}_0\right)^{-1}\mathrm{G}(\hat{\theta}_0)$ merupakan *derivative* pertama dari f(θ) pada θ =$\hat{\theta}_t$.

3. $\hat{\theta}_{t+1} = \hat{\theta}_t - H(\hat{\theta}_t)^{-1}G(\hat{\theta}_t)$ dengan $H(\hat{\theta}_t) = H_t$ dan $G(\hat{\theta}_t) = G_t$ sehingga $\hat{\theta}_{t+1} = \hat{\theta}_t - (H_t)^{-1}G_t$.

4. Estimator $\hat{\theta}_t$ diiteratif hingga diperoleh nilai jarak antara $\hat{\theta}_{t+1}$ dan $\hat{\theta}_t$ sangat kecil atau $\hat{\theta}_{t+1} - \hat{\theta}_t = \varepsilon$.

Untuk G, $\hat{\theta}_{t+1}$ dan $\hat{\theta}_t$ dalam bentuk vektor , dan H dalam bentuk matriks yaitu :

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial(\theta_1)^2} & \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial\theta_1\,\partial\theta_2} & \cdots \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial\theta_1\,\partial\theta_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial(\theta_p)^2} & \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial\theta_p\,\partial\theta_2} & \cdots \frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial(\theta_p)^2} \end{bmatrix}$$

$$\text{Dan } G = \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\theta)}{\partial\theta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial F(\theta)}{\partial\theta_p} \end{bmatrix}$$

(Gilat dan Subramaniam, 2011)

2.12 Pengujian Hipotesis

Hipotesis statistik adalah suatu anggapan atau pernyataan, mengenai parameter satu populasi atau lebih. Pada penelitian ini, pengujian hipotesis akan membawa kepada kesimpulan untuk menerima atau menolak lot. Hipotesis biasanya dilambangkan dengan H_0 dan H_1. Berdasarkan M.Kim and Bong-jin Yum (2008), hipotesis yang digunakan dalam penelitian ini adalah

H_0 : $R(lnt) = q_0$

H_1 : $R(ln\, t) = q_1$ $\qquad q_1 < q_0$

Berdasarkan Hogg and Craig (1995), keputusan yang diambil dalam pengujian hipotesis didasarkan pada sampel yang diambil. Sehingga keputusan yang diambil boleh jadi salah. Kesalahan tersebut terdiri dari dua macam, yaitu:

1. Kekeliruan tipe 1 yaitu menolak hipotesis yang seharusnya diterima.
2. Kekeliruan tipe 2 yaitu menerima hipotesis yang seharusnya ditolak.

Dengan menggunakan pernyataan peluang bersyarat kedua tipe kesalahan hipotesis dapat dinyatakan sebagai berikut

$$P(menolak\ H_0|H_0 \text{ benar}) = \alpha$$

$$P(tidak\ menolak\ H_0 \mid H_0 \text{ salah}) = \beta$$

Suatu keputusan dalam pengujian hipotesis diambil berdasarkan pada aturan keputusan yang telah dibuat. Pada penelitian ini, kriteria pengambilan keputusan tersebut dibuat berdasarkan rencana sampling penerimaan.

2.13 Rencana Sampling Penerimaan (*Acceptance Sampling Plans*)

Rencana sampling penerimaan adalah suatu prosedur untuk menerima atau menolak suatu lot atau populasi berdasarkan hasil pemeriksaan sebagian lot/ sampel. Barang hasil produk biasanya dikemas dalam suatu lot, yang berisi banyak barang. Kemudian pemeriksaan mutu barang dilakukan secara sampling dari lot tersebut. Selanjutnya dibuat suatu keputusan apakah barang dalam lot diterima atau ditolak.

Beberapa alasan yang mendukung mengapa harus menggunakan sampling yaitu populasi/lot yang akan diuji berukuran besar, waktu pengujiannya singkat, pengujian bersifat merusak. Tetapi dalam menggunakan sampling ini terdapat kelebihan dan kekurangan. Kelebihan dari sampling yaitu mempersingkat waktu pemeriksaan sampel item (kualitas mutunya). Sedangkan kekurangannya adalah adanya resiko menerima produk yang buruk dan menolak produk yang baik dan tidak memberi jaminan bahwa semua lot telah memenuhi spesifikasi yang diinginkan.

Kedua tipe kesalahan pengujian hipotesis dapat dinyatakan sebagai fungsi risiko yaitu sebagai berikut:

α = Risiko Produsen, peluang menolak produk padahal mutu produknya baik.

β = Risiko Konsumen, peluang tidak menolak produk padahal mutu produknya tidak baik.

RSP terdiri dari dua, yaitu :

a. RSP Atribut (diskrit)

   Sampel diambil secara acak dari lot, kemudian diperiksa, jika banyaknya item yang rusak kurang dari angka penerimaan maka lot diterima, sebaliknya ditolak

b. RSP Variabel (kontinu)

   Sampel diambil secara acak dari lot, diukur karakteristik mutunya, dan dihitung statistiknya. Nilai statistik dibandingkan dengan nilai angka penerimaan, diambil keputusan menerima atau menolak lot (Grant dan Leavenworth, 1994).

   Berdasarkan ide dari Liberman and Resnikoff (1955), distribusi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu log Weibull pada aplikasi RSP variabel. Misalkan suatu ukuran sampel diambil secara acak dari suatu lot. dan log masa hidupnya mengikuti distribusi log Weibull dengan parameter lokasi μ

dan parameter skala σ. Dimana $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ merupakan penduga dari μ dan σ yang ditentukan dengan metode MLE. Sehingga statistiknya uji yang digunakan adalah $\frac{\hat{\mu}-\ln t}{\hat{\sigma}} \geq k$.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Semester Genap Tahun Ajaran 2015/2016 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku, jurnal-jurnal, atau media lain yang dapat menunjang proses penulisan skripsi ini. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan fungsi reliabilitas distribusi log Weibull dengan rumus

$$R(ln\ t) = 1 - F(lnt)$$

2. Melakukan pengujian hipotesis pada reliabilitas pada kondisi normal dengan langkah sebagai berikut:

   a. Menentukan H_0 dan H_1.

   $H_0 \ : R(lnt) = q_0$

   $H_1 \ : R(ln\ t) = q_1 \qquad q_1 < q_0$

q_0 dan q_1 merupakan peluang tersensor dibawah H_0 dan H_1. Nilai q_0 dan q_1 ditentukan terlebih dahulu oleh peneliti. Berdasarkan penelitian M.Kim and Bong-jin Yum (2008), salah satu nilai q_0 dan q_1 yang dapat digunakan adalah $q_0 = 0.995$ dan $q_1 = 0.90$.

b. Menentukan kriteria pengujian berdasarkan RSP variabel.

H_0 tidak ditolak artinya lot diterima jika memenuhi kondisi dibawah ini:

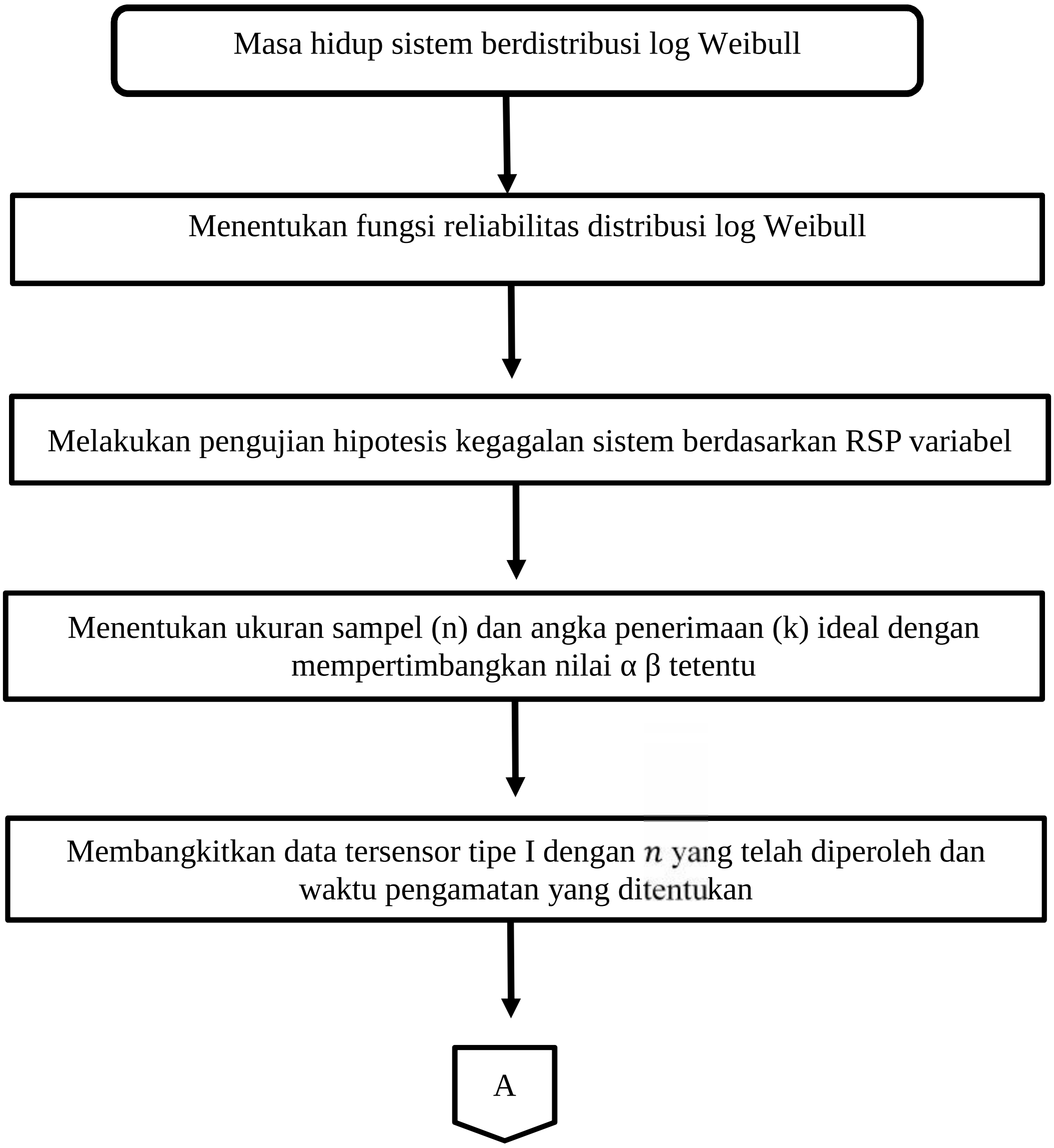
1. Jika tidak terjadi kegagalan selama proses pengamatan
2. Jika terjadi satu atau lebih kegagalan maka hitung statistik ujinya yaitu jika $\frac{\hat{\mu}-lnt}{\hat{\sigma}} \geq k$ maka lot diterima dan sebaliknya ditolak.

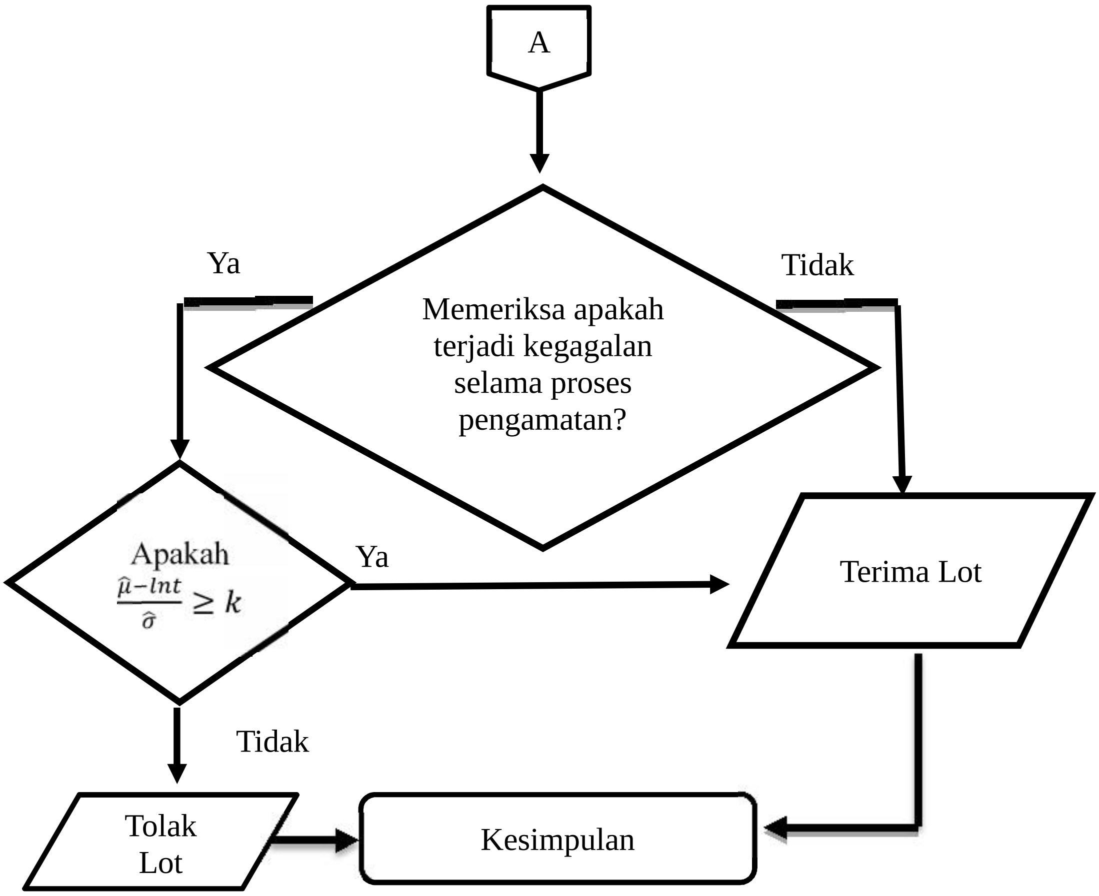
3. Menentukan ukuran sampel (n) dan angka penerimaan (k) ideal dengan mempertimbangkan nilai resiko konsumen (β) dan resiko produsen (α) tertentu. Dengan simulasi sebagai berikut:
   a. Simulasi α meningkat β tetap.
   b. Simulasi β meningkat α tetap.
4. Membangkitkan data sampel masa hidup yang berdistribusi log Weibull. Berdasarkan penelitian M.Kim and Bong-jin Yum (2008), data tersensor tipe I dibangkitkan dari distribusi log Weibull dengan $\sigma = 1/2$. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dibangkitkan data tersensor tipe I yang berdistribusi log Weibull $(\mu = 5.5, \ \sigma = 0.5)$ dengan ukuran sampel dan waktu pengamatan $t = 52$ jam sehingga $ln\ t = 3.5$ jam.
5. Memeriksa apakah terjadi kegagalan selama proses pengamatan :
   a. Jika tidak terjadi kegagalan selama waktu lnt maka lot diterima.
   b. Jika satu atau lebih terjadi kegagalan, maka $\hat{\mu}$ dan $\hat{\sigma}$ diduga dengan metode MLE. Jika dugaan parameternya tidak dapat diselesaikan secara

analitik maka menggunakan Metode *Newton Raphson*. Kemudian menghitung statistik uji yang telah ditentukan sebelumnya.

Jika $\frac{\hat{\mu}-lnt}{\hat{\sigma}} \geq k$, maka lot diterima. Jika sebaliknya maka lot ditolak.

Langkah-langkah penelitian yang telah diuraikan sebelumnya, dapat digambarkan dalam diagram alir sebagai berikut




A
Ya
Tidak
Memeriksa apakah terjadi kegagalan selama proses pengamatan?
Apakah $\frac{\hat{\mu}-\ln t}{\hat{\sigma}} \geq k$
Ya
Terima Lot
Tidak
Tolak Lot
Kesimpulan

V. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dan analisis yang telah dilakukan sebelumnya, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil simulasi pada beberapa nilai α, β, dengan q_0 =0.995, q_1 =0.90, $lnt = 3.5$, diperoleh nilai n dan k yang berbeda. Nilai n dan k yang ideal bagi simulasi ini adalah 29 dan 3.936966.
2. Berdasarkan RASP data tersensor tipe I distribusi log Weibull dengan $n = 29$ dan $k = 3.936966$ maka dapat disimpulkan bahwa lot diterima.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J and Engelhardt. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. 2nd ed. California: Duxbury Press.

B.K. Kale and S.K. Sinha. 1979. *Life Testing and Reliability Estimation*. New Delhi: Wiley Eastern Limited.

Forbes, C.,Evans, M., Hastings, N., and Peacock, B. 2011. *Statistical Distribution*, 4^{th} ed. John Willey & Sons.Inc, New York.

Gilat, Amos and Subramaniam, Vish. 2011. *Numerical Methods for Enginers and Scientist*. Third Editional. John Wiley and Sons, United States of America.

Grant, E. L. dan Leavenworth, R. S. 1994. *Pengendalian Mutu Statistis*. Edisi Keenam. Erlangga, Jakarta.

Hogg, R.V., and Craig, A.T.1995. *Introduction to Matematical Statistics*, Fifth Edition. Pretice-Hall, Inc., New Jersey.

Kim, M and Yum, B. J. 2008. Reliability Acceptance Sampling Plans for Weibull Distribution Under accelerated Type-I censoring. *Journal of Applied Statistics*. Republic of Korea.

Klein, J.P., & Moeschberger, M. L. (1997). *Survival Analysis - Techniques for Censored and Teruncated Data*. New York: Springer-Verlag.

Lawless, J. F. 2003. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*. 2nd ed. New Jersey: John Wiley and Sons Inc.

Lieberman, G. J. & Resnikoff, G. J. (1955). Sampling Plans for inspection by variables. *Journal of the American Statistical Association*, 50, pp.457-516.