EVALUASI PERANCANGAN BALOK BETON BERTULANG DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

(Skripsi)

Oleh

FAZADINA ALIA

JURUSAN TEKNIK SIPIL

FAKULTAS TEKNIK

UNIVERSITAS LAMPUNG

2016

ABSTRACT

EVALUATION OF REINFORCED CONCRETE BEAM DESIGN WITH FINITE ELEMENT METHOD

BY

FAZADINA ALIA

The design of concrete beam is performed particularly to prevent any excessive crack when it is used to support working load and further stress without being collapsed. As part of integrated system to prevent collapse, concrete beam must be able to hold compression and tension that applied on it. Therefore, in civil engineering classic, completion of stress analysis structures use some methods such as the slope deflection and distribution moment, but in modern times there is a new method called a finite element method with the principle dicrititation that divides an object into objects smaller size in order to more easily manage them.

The purpose of this research is to get the value of stress which reinforced concrete beams recieved by using the finite element method, so that it can obtain an evaluation of the design of reinforced concrete beams by comparing the value of stress which received between using the conventional method and the finite element method.

From calculations that have been done show that the enlargement deflection in vertical direction is greater than the value of enlargement deflection in horizontal direction. It happened caused by the influence of vertical loads are given and also a symmetric structure from the configuration of the beams. Not only that but also from the results of stress analysis in steel and concrete by using the finite element method has a smaller value than fy and f'c in the conventional method. This shows that the reinforced concrete beam can withstand a greater load than the load value which was used in the design reinforced double beam.

Keywords : Reinforced concrete, Beam, Finite element method, Stress

ABSTRAK

EVALUASI PERANCANGAN BALOK BETON BERTULANG DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

OLEH

FAZADINA ALIA

Perancangan balok dilakukan sedemikian rupa agar tidak menimbulkan retak berlebihan pada penampang sewaktu mendukung beban kerja dan tegangan lebih lanjut tanpa mengalami keruntuhan. Agar tidak terjadi keruntuhan tersebut, batang balok sebagai bagian dari sistem yang menahan lentur harus kuat untuk menahan tegangan tekan dan tarik pada balok tersebut. Oleh karena itu dalam teknik sipil klasik, penyelesaian analisis tegangan struktur di pakai metode-metode seperti kemiringan lendutan (*slope deflection*) dan distribusi momen namun di teknik sipil modern ini terdapat metode baru yaitu metode elemen hingga dengan prinsip dikritisasi yang membagi suatu benda menjadi benda-benda yang berukuran lebih kecil agar lebih mudah pengelolaanya.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan tegangan yang diterima balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga sehingga bisa mendapatkan suatu evaluasi perancangan balok beton bertulang dengan membandingkan tegangan yang di terima antara menggunakan metode konvensional dengan metode elemen hingga.

Dari perhitungan yang telah dilakukan menunjukkan bahwa nilai pembesaran defleksi arah y (vertikal) lebih besar dibandingkan dengan nilai pembesaran defleksi arah x (horizontal), hal ini terjadi karena pengaruh dari beban vertikal yang diberikan dan juga konfigurasi balok yang digunakan dari struktur yang simetris. Tidak hanya itu dari hasil analisis tegangan pada tulangan dan pada beton di balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga memiliki nilai yang lebih kecil bila dibandingkan dengan nilai *fy* dan *f'c* pada metode konvensional. Hal ini menunjukkan bahwa balok beton bertulang tersebut dapat menahan beban yang lebih besar daripada nilai beban yang digunakan dalam perancangan balok bertulangan rangkap.

Kata Kunci: Beton bertulang, Balok, Metode elemen hingga, Tegangan

EVALUASI PERANCANGAN BALOK BETON BERTULANG DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

Oleh

FAZADINA ALIA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA TEKNIK

Pada

Jurusan Teknik Sipil
Fakultas Teknik Universitas Lampung

FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi	:	**EVALUASI PERANCANGAN BALOK BETON BERTULANG DENGAN MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**
Nama Mahasiswa	:	Fazadina Alia
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1215011035
Program Studi	:	Teknik Sipil
Fakultas	:	Teknik

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Bayzoni, S.T., M.T.	**Ir. Eddy Purwanto, M.T.**
NIP 19730514 200003 1 001	NIP 19551212 199010 1 001

2. Ketua Jurusan Teknik Sipil

Gatot Eko Susilo, S.T., M.Sc., Ph.D.
NIP 19700915 199503 1 006

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Bayzoni, S.T., M.T.** .....

Sekretaris : **Ir. Eddy Purwanto, M.T.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Hasti Riakara Husni, S.T., M.T.** .....

2. Dekan Fakultas Teknik

Prof. Dr. Suharno, M.Sc.
NIP 19620717 198703 1 002

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **8 Agustus 2016**

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini menyatakan dengan sebenarnya bahwa:

1. Skripsi dengan judul evaluasi perancangan balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga adalah karya saya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan atas karya penulis lain dengan cara yang tidak sesuai tata etika ilmiah yang berlaku dalam masyarakat akademik atau yang disebut plagiarisme.
2. Hak intelektual atas karya ilmiah ini diserahkan sepenuhnya kepada Universitas Lampung.

Atas pernyataan ini, apabila di kemudian hari ternyata ditemukan adanya ketidakbenaran, saya bersedia menanggung akibat dan sanksi yang diberikan kepada saya dan saya sanggup dituntut sesuai hukum yang berlaku.

Bandar Lampung, 2016

Pembuat Pernyataan

Fazadina Alia

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Jakarta pada tanggal 28 September 1994, sebagai anak ke empat dari empat bersaudara dari pasangan Bapak Drs.H. Sutikno, MM dan Ibu Maziyatul Umah.

Pendidikan Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD Negeri 01 Pagi Jakarta Timur pada tahun 2006, Sekolah Menengah Pertama (SMP) diselesaikan pada tahun 2009 di SMP Negeri 20 Jakarta dan Sekolah Menengah Atas (SMA) diselesaikan di SMA Negeri 62 Jakarta pada tahun 2012.

Penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Lampung pada tahun 2012 melalui Seleksi Jalur Undangan. Selama menjadi mahasiswa, penulis berperan aktif di organisasi Unit Kegiatan Mahasiswa Taekwondo periode 2012-2013 dan Radio Kampus Unila (RAKANILA) sebagai *reporter* periode 2013-2014.

Pada tahun 2015 Penulis melakukan Kerja Praktek (KP) pada Proyek Pembangunan Puri Indah *Financial Tower* Jakarta selama 3 bulan. Penulis juga telah mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Dipasena Makmur, Kecamatan Rawa Jitu Timur, Kabupaten Tulang Bawang selama 60 hari pada periode Januari-Maret 2016.

Persembahan

Untuk Papa dan Mama tercinta yang selalu mendoakan dan mendukungku dalam segala hal, terima kasih telah menjadi malaikat di dalam hidupku.

Untuk Fajriyatud Dirohyati, Muhammad Fajri Arifianto dan Farhkan Syauqi, kakak-kakakku tersayang yang tidak pernah berhenti medukung ku luar dan dalam. Semoga kita semua menjadi orang yang berguna bagi agama, nusa dan bangsa.

Untuk seseorang yang selalu sabar dan tidak pernah berhenti mendukungku terima kasih atas semua do'a dan motivasi yang diberikan.

Untuk saudara dan kerabat yang telah memberikan dukungan dan doa.

Untuk semua teman-temanku di sekolah, di kampus, di kosan, di manapun kalian berada. Terima kasih sudah hadir dalam hidupku dan terima kasih telah mengizinkanku hadir dalam hidup kalian.

Untuk semua dosen-dosen yang telah mengajarkan banyak hal kepadaku. Terima kasih untuk ilmu, pengetahuan, dan pelajaran hidup yang sudah diberikan.

Untuk teman-teman spesialku, keluarga baruku, rekan seperjuanganku, Teknik Sipil Universitas Lampung Angkatan 2012. Kalian luar biasa. Harus cepat menyusul semuanya biar bisa sukses bareng-bareng biarpun di tempat yang berbeda-beda.

MOTO

Allah tidak akan mengubah nasib suatu kaum kecuali kaum itu sendiri yang mengubah apa yang ada pada diri mereka

(Q.S. Ar-Rad:11)

Dengan pengalaman akan bertambah ilmu pengetahuannya, dengan berdzikir menyebabkan bertambah rasa cinta dan dengan berfikir akan menambah rasa taqwa kepada Allah SWT

(Hatim)

Apabia di dalam diri seseorang masih ada rasa malu dan takut untuk berbuat suatu kebaikan, maka jaminan bagi orang tersebut adalah tidak akan bertemunya ia dengan kemajuan selangkah pun

(Soekarno)

Jangan tanyakan apa yang negara berikan kepadamu tapi tanyakan apa yang kamu berikan kepada negaramu

(John F Kennedy)

Keberhasilan ditentukan oleh 99% perbuatan dan hanya 1% pemikiran

(Albert Enstein)

Don't Put off until tomorrow what you can do today

(Benjamin Franklin)

Keberhasilan adalah kemampuan untuk melewati dan mengatasi dari suatu kegagalan ke kegagalan berikutnya tanpa kehilangan semangat

(Winston Chuchill)

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT karena atas berkat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "*Evaluasi Perancangan Balok Beton Bertulang dengan Menggunakan Metode Elemen Hingga*". Skripsi ini disusun dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Teknik (S.T.) pada Fakultas Teknik Universitas Lampung.

Atas terselesainya skripsi ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Suharno, M.Sc., selaku Dekan Fakultas Teknik Universitas Lampung;
2. Bapak Gatot Eko Susilo, S.T., M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Lampung;
3. Bapak Bayzoni, S.T., M.T., selaku pembimbing utama atas kesediaannya untuk memberikan bimbingan dalam proses penyelesaian skripsi ini;
4. Bapak Ir. Eddy Purwanto, M.T., selaku Dosen Pembimbing 2 skripsi saya yang telah membimbing dalam proses penyusunan skripsi;
5. Ibu Hasti Riakara Husni, S.T., M.T., selaku Dosen Penguji skripsi terimakasih untuk saran-saran dan masukan pada seminar terdahulu;
6. Ibu Ir. Laksmi Irianti, M.T., selaku dosen pembimbing akademik;
7. Seluruh Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Teknik Sipil Universitas Lampung atas

ilmu dan pembelajaran yang telah diberikan selama masa perkuliahan;

8. Keluargaku tercinta terutama orang tuaku, Drs.H. Sutikno, MM dan Maziyatul Umah, kakak-kakakku Fajriyatud Dirohyati, S.T., Muhammad Fajri Arifiyanto, S.T., dan Farkhan Syauqi, S.T., serta kakak-kakak iparku tercantik yang telah memberikan dukungan, motivasi dan do'a setiap hari;
9. Partner tercinta dan tersayangku Vera Chania Putri yang selalu berjuang bersama, susah senang bersama dalam menyusun skripsi ini hingga akhirnya selesai bersama-sama;
10. Teman terdekatku Hari Barkah, S.T., yang tidak pernah bosan mengingatkanku untuk terus semangat dalam menggapai cita-cita;
11. Teknik Sipil Universitas Lampung Angkatan 2012 Terimakasih *support* nya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki banyak kekurangan dan keterbatasan. Oleh karena itu, saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan. Akhir kata semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan semoga Allah SWT melimpahkan rahmat-Nya kepada kita semua.

Bandar Lampung, Agustus 2016

Penulis

Fazadina Alia

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL iii

DAFTAR GAMBAR iv

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang 1
B. Rumusan Masalah 3
C. Batasan Masalah 3
D. Tujuan Penelitian 4
E. Manfaat Penelitian 5

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Dasar Perancangan Penampang Balok Beton Bertulang 6
B. Dasar Perancangan Balok Beton Bertulang 10
C. Penampang Tulangan Tunggal pada Balok Persegi 17
D. Penampang Bertulang Rangkap 28
E. Metode Elemen Hingga 40

III. METODE PENELITIAN

A. Umum 53
B. Alat dan Bahan 53
C. Metode Penelitian 54
D. Model Perencanaan Balok 58
E. Diagram Alir Penelitian 60

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Perhitungan Balok Beton Bertulang dengan Metode Konvensional 61
B. Analisis Perhitungan Balok Beton Bertulang dengan Metode Elemen Hingga 71
C. Pembahasan 102

V. PENUTUP

A. Kesimpulan 106
B. Saran 107

DAFTAR PUSTAKA.....108

LAMPIRAN

A. Lembar Asistensi.....110
B. Model Balok Beton Bertulang dan Detail Potongan Tulangan.....114
C. Dikritisasi Struktur Balok dalam Metode Elemen Hingga 117
D. Hasil Persamaan Matriks Kekakuan Struktur $K\ s$.....119
E. Hasil Perhitungan *Displacement* Cara 1 dan Cara 2 162
F. Hasil Perhitungan Reaksi pada Tumpuan 176

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Sifat Mekanis Baja Tulangan..... 9

2. Perbandingan Hasil *Displacement* pada Cara 1 dan Cara 2 92

3. Hasil Reaksi pada Tumpuan 94

4. Perbandingan Tegangan Tulangan dan Beton 102

5. Perbadingan Nilai *displacement* dan Tegangan Tulangan Elemen 104

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Kurva Hubungan Tegangan dan Regangan 8
2. Penampang Beton dengan Metode Elastis 11
3. Variasi Nilai ϕ Terhadap ε_t Untuk fy = 400 MPa dan Baja Prategang 15
4. Variasi ϕ dan Batas Regangan di Struktur Lentur Dengan fy=400 MPa. 16
5. Distribusi Tegangan dan Regangan pada Penampang Balok 18
6. Tegangan Ekuivalen Untuk Perencanaan dan Analisis Kekuatan..... 18
7. Disain Balok Bertulang Rangkap 28
8. Diagram Alir Analisis Tulangan Rangkap..... 38
9. Diagram Alir Perancangan balok Persegi 39
10. Elemen Balok Lurus dengan Penampang yang Prismatis 44
11. Gaya-gaya Elemen Batang 45
12. Dinding Geser dan Elemen Tegangan Bidang Persegi Empat 48
13. Diagram Alir Analisis Balok dengan Metode Konvensional 55
14. Diagram Alir dengan Metode Elemen Hingga 58
15. Model Balok Beton Bertulang 59
16. Tulangan pada Potongan Penampang Melintang Balok 59
17. Detail Tulangan pada Potongan Memanjang Balok 59
18. Diagram Alir Penelitian 60

19. Potongan Melintang (a) Tulangan Tumpuan (b) Tulangan Lapangan Pada Balok 61

20. Model Balok Beton Bertulang dalam Metode Elemen Hingga 71

21. Model Balok Beton Bertulang dengan Panjang 63 mm 72

22. Model Balok Beton Bertulang dengan Panjang 100 mm 73

23. Model Balok Beton Bertulang dengan Panjang 200 mm 74

24. Model Balok Beton Bertulang dengan Panjang 124 mm 74

25. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 63 x 50 mm..... 75

26. Detail Elemen Segi Empat No 1 dengan Dimensi 63 x 50 mm..... 76

27. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 100 x 50 mm..... 77

28. Detail Elemen Segi Empat No 2 dengan Dimensi 100 x 50 mm..... 77

29. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 200 x 50 mm..... 78

30. Detail Elemen Segi Empat No 20 dengan Dimensi 200 x 50 mm..... 78

31. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 124 x 50 mm..... 79

32. Detail Elemen Segi Empat No 29 dengan Dimensi 124 x 50 mm..... 80

33. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 63 x 75 mm..... 80

34. Detail Elemen Segi Empat No 58 dengan Dimensi 63 x 75 mm..... 81

35. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 100 x 75 mm..... 82

36. Detail Elemen Segi Empat No 59 dengan Dimensi 100 x 75 mm..... 82

37. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 200 x 75 mm..... 83

38. Detail Elemen Segi Empat No 77 dengan Dimensi 200 x 75 mm..... 83

39. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 124 x 75 mm..... 84

40. Detail Elemen Segi Empat No 86 dengan Dimensi 124 x 75 mm..... 85

41. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 63 x 275 mm..... 85

42. Detail Elemen Segi Empat No 172 dengan Dimensi 63 x 275 mm..... 86

43. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 100 x 275 mm..... 87

44. Detail Elemen Segi Empat No 173 dengan Dimensi 100 x 275 mm..... 87

45. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 200 x 275 mm..... 88

46. Detail Elemen Segi Empat No 191 dengan Dimensi 200 x 275 mm..... 88

47. Model Balok Beton Bertulang dengan Dimensi 124 x 275 mm..... 89

48. Detail Elemen Segi Empat No 200 dengan Dimensi 124 x 275 mm..... 90

49. Balok dengan Tumpuan Sendi..... 91

50. Pembebanan pada Pencarian *Displacement* (a) Cara 1 (b) Cara 2 92

51. Detail Tulangan pada Potongan Memanjang balok dengan No Elemen .. 96

52. Detail Tegangan Tulangan Balok 104

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Beton sebagai bahan struktur bangunan telah dikenal sejak lama karena mempunyai banyak keuntungan-keuntungan dibanding dengan bahan bangunan yang lain.

Salah satu komponen dari struktur bangunan adalah balok, perancangan balok dilakukan sedemikian rupa agar tidak menimbulkan retak berlebihan pada penampang sewaktu mendukung beban kerja, dan masih mempunyai cukup keamanan serta cadangan kekuatan untuk menahan beban dan tegangan lebih lanjut tanpa mengalami keruntuhan. Apabila suatu gelagar balok bentangan sederhana menahan beban yang mengakibatkan timbulnya momen lentur akan terjadi deformasi (regangan) lentur di dalam balok tersebut. Regangan-regangan balok tersebut mengakibatkan timbulnya tegangan yang harus ditahan oleh balok, tegangan tekan di sebelah atas dan tegangan tarik dibagian bawah. Agar stabilitas terjamin, batang balok sebagai bagian dari sistem yang menahan lentur harus kuat untuk menahan tegangan tekan dan tarik tersebut.

Saat ini perkembangan ilmu pengetahuan telah berkembang dengan pesat, begitu juga dengan ilmu rekayasa di bidang teknik sipil. Salah satu

perkembangan itu adalah metode elemen hingga merupakan metode numerik yang digunakan untuk penyelesaian masalah teknik. Dalam pembahasan tugas akhir ini akan digunakan metode elemen hingga untuk merancang suatu balok. Dimana akan digunakan elemen segi empat untuk menganalisis betonnya dan elemen batang untuk menganalisis tulangan balok tersebut.

Konsep dasar yang melandasi metode elemen hingga adalah prinsip diskritisasi yaitu membagi suatu benda menjadi benda-benda yang berukuran lebih kecil agar lebih mudah pengelolaanya.

Dalam teknik sipil klasik, untuk menganalisis tegangan struktur di pakai metode-metode seperti kemiringan lendutan (*slope deflection*) dan distribusi momen. Struktur tersebut di bagi menjadi elemen-elemen komponen. Selanjutnya setiap komponen di periksa secara terpisah dan akhirnya sifat-sifat (kekakuan) akan ditetapkan kemudian bagian-bagian tersebut di pasang (di rakit), sehingga hukum-hukum kesetimbangan dan syarat kesinambungan fisis di setiap daerah pertemuan dapat dilaksanakan.

Meskipun suatu sistem atau benda dapat di diskritisasi ke dalam sistem, komponen atau elemen hingga yang lebih kecil, namun harus tetap disadari bahwa sisitem yang asli itu sendiri benar-benar merupakan suatu keseluruhan. Sehingga tujuan akhir metode elemen hingga ini adalah mengkombinasikan pengertian-pengertian mengenai komponen–komponen individual dan memperoleh suatu pengertian tentang sifat keseluruhan atau kekontinuan dari sistem atau benda tersebut.

B. Rumusan Masalah

Dari latar belakang di atas maka sebuah bangunan perlu adanya evaluasi perancangan balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga.

C. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Tipe elemen balok meliputi :
    a. Elemen balok lurus dengan penampang prismatis berbentuk persegi.
    b. Sumbu *x* terletak pada garis yang menghubungkan titik berat penampang.
    c. Elemen tersebut memiliki karakteristik material konstan, seperti momen inersia *I*, modulus elastis *E*, dan panjang *L*.
    d. Pada elemen batang mempunyai dua nodal dan dua derajat kebebasan pada tiap nodalnya, yaitu : peralihan vertikal arah *y* (*v*) dan rotasi sudut arah sumbu *z* (θ). Sedangkan pada elemen segi empat mempunyai 4 nodal dan dua derajat kebebasan pada tiap nodalnya, yaitu : peralihan vertikal arah *y* (*v*) dan peralihan horizontal arah *x* (*u*).
2. Perhitungan momen nominal, momen rencana dan besar beban terpusat menggunakan bantuan program *Microfoft Excel.*
3. Perhitungan elemen hingga dibantu dengan program *Microfoft Excel.*

4. Pada elemen hingga tulangan pada balok dianalisis dengan menggunakan elemen batang satu dimensi sedangkan betonnya dengan elemen segi empat 2 dimensi.
5. Tinjauan yang dianalisis hanya *displacement*, gaya reaksi, serta tegangan yang terjadi di momen maksimum pada beton dan baja tulangan.
6. Data struktur balok beton bertulang yang digunakan merupakan data struktur dari perancangan balok beton bertulang oleh peneliti.
7. Menganalisis balok beton bertulang dengan asumsi yang digunakan pada gaya internal ekuivalen yaitu balok jepit-jepit dengan beban terpusat.
8. Tinjauan perancangan menggunakan peraturan Persyaratan Beton Struktural untuk Bangunan Gedung SNI 2847:2013.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini yaitu :

a. Untuk mendapatkan tegangan yang diterima balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga.
b. Untuk membandingkan tegangan yang di terima balok beton bertulang antara dengan menggunakan metode konvensional dengan metode elemen hingga.
c. Untuk mendapatkan suatu evaluasi perancangan balok beton bertulang dengan metode elemen hingga.

E. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi perbandingan antara perhitungan perancangan balok beton bertulang dengan unsur metode konvensional dibandingkan dengan metode elemen hingga.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Dasar Perancangan Penampang Balok Beton Bertulang

Beton berasal dari campuran beberapa material agregat halus dan kasar sebagai bahan pengisi, semen portland sebagai bahan pengikat, air sebagai bahan pembantu guna keperluan reaksi kimia selama proses pengerasan dan perawatan beton berlangsung. Sistem-sistem beton dibentuk dari berbagai elemen struktur beton yang bila dipadukan menghasilkan suatu sistem menyeluruh, dan secara garis besar salah satu komponen tersebut yaitu balok.

Balok adalah elemen struktur yang menyalurkan beban-beban *tributary* dari plat lantai ke kolom penyangga vertikal. Pada umumnya elemen balok dicor secara monolit dengan plat dan secara struktural ditulangi dibagian bawah atau bagian atas dan bawah. Karena balok di cor secara monolit dengan plat, maka elemen tersebut membentuk penampang balok T untuk tumpuan dalam dan balok L untuk tumpuan tepi. Sedangkan beton bertulang (*reinforced conrete*) berdasarkan SNI 2847-2013 adalah beton struktural yang diberi tulangan dengan luas dan jumlah tulangan yang tidak kurang dari nilai minimum yang di syaratkan dengan atau tanpa prategang, dan direncanakan berdasarkan asumsi bahwa kedua bahan tersebut bekerja sama dalam memikul gaya-gaya yaitu lentur maupun lateral.

1. Parameter Beton dalam Keadaan Keras

   Untuk analisis maka perlu mengetahui beberapa parameter beton dalam keadaan keras yang utama antara lain :

   a. Kekuatan Tekan

      Dipohusodo (1996) menyatakan bahwa pada grafik hubungan tegangan (*f'c*) dan regangan (ε) beton mempunyai deformasi (daktalitas) pada tegangan maksimum dengan regangan tekan *ultimate* atau pada saat hancur antara 0,003 - 0,004 pada peraturan standar SNI 2847-2013 mensyaratkan diambil sebesar 0,003.

   b. Kekuatan Tarik

      Kekuatan tarik biasanya ditentukan dengan menggunakan percobaan pembebanan silinder menurut ASTM C496 [37] benda uji sama dengan benda uji kekuatan tekan dengan percobaan diletakkan pada sisi di atas mesin uji dan beban P diletakkan sepanjang benda uji. Kekuatan tarik di dalam lentur sering diukur berdasarkan modulus tarik dalam SNI 2847-2013 diambil $fr=0{,}75.\sqrt{f'c}$ dengan *fr* dan *f'c* dalam MPa untuk beton berbobot normal.

   c. Kekuatan Geser

      Kekuatan geser lebih sulit diperoleh secara eksperimental dibandingkan dengan percobaan-percobaan yang dibicarakan di atas karena sulitnya mengisolasi geser dari tegangan-tegangan lainnya. Ini merupakan salah satu sebab banyaknya variasi kekuatan geser dari berbagai literatur, mulai dari 20% - 80% dari kekuatan tekan, dalam hal terjadinya kombinasi geser langsung dan tekan.

d. Modulus Elastisitas

Karena kurva tegangan-regangan beton adalah kurvelinier pada tahap pembebanan awal, maka modulus elastisitas (*modulus young*) dari bahan ini adalah garis singgung dari kurva tegangan-regangan pada titik pusatnya. Kemiringan suatu garis lurus yang menghubungkan titik pusat dengan harga tegangan (sekitar 0,4 *f'c*) disebut modulus elastis tekan beton. Harga ini pada perhitungan desain disebut modulus elastisitas. Berikut persamaan modulus elastis pada SNI 2847-2013 pasal 8.5.1 serta kurva hubungan tegangan dan regangan yang ditunjukan pada Gambar 1.

Untuk nilai W_c (berat isi beton) antara 1440 - 2560 kg/m^3

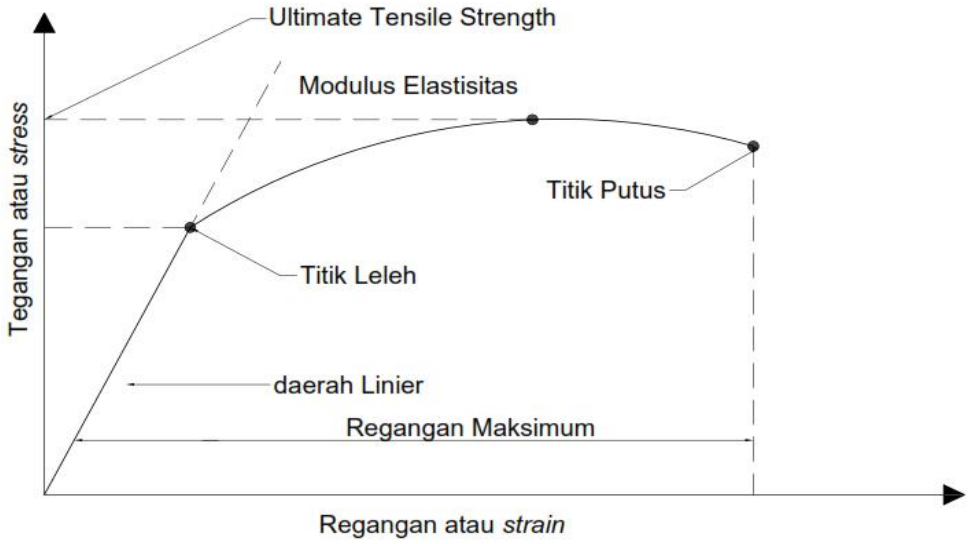
$$Ec = 0{,}043.(Wc)^{1{,}50}\sqrt{f'c} \qquad (2.1)$$

Dimana : Ec = modulus elastisitas beton tekan (MPa)

Wc = berat isi beton (kg/m^3)

f'c = kuat tekan beton (MPa)

untuk beton normal boleh diambil Ec = 4700. $\sqrt{f'c}$.



Gambar 1. Kurva Hubungan Tegangan dan Regangan
(*Sumber* : *Struktur Beton Bertulang, Istimawan Dipohusodo*)

Parameter lainnya yang berpengaruh untuk perancangan dan analisis kurang begitu berpengaruh dan sulit untuk di perkirakan, karena parameter tersebut hanya sedikit sekali tergantung terhadap beban lentur karena sifatnya yang bergantung apada lamanya waktu proses pembebanan.

2. Parameter Baja Tulangan

Baja tulangan untuk beton terdiri dari batang, kawat dan jaring kawat baja las yang seluruhnya dirakit sesuai dengan standar ASTM. Sifat-sifat terpenting baja tulangan adalah sebagai berikut :

a. Modulus elastis (Es).
b. Kekuatan leleh (*fy*).
c. Kekuatan batas (*fu*).
d. Mutu baja yang ditentukan.
e. Ukuran atau diameter batang atau kawat.

Untuk hampir semua baja, perilakunya diasumsikan elastoplastis dan modulus elastis non pratekan sebesar Es = 200.000 MPa (SNI 2847-2013 pasal 8.5.2). Sedangkan untuk tegangan dan kekuatan baja memakai simbol BJTP (baja tulangan polos) dan BJTD (Baja tulangan ulir). Adapun sifat mekanis pada baja tulangan ditunjukkan pada Tabel 1 yaitu sebagai berikut :

Tabel 1. Sifat Mekanis Baja Tulangan

Simbol Mutu Baja	**Tegangan Leleh Minimum (KN/cm^2)**	**Kekuatan Tarik Minimum (KN/cm^2)**	**Perpanjangan Minimum (%)**
BJTP-24	24	39	18

Sumber : *Struktur Beton I Lentur, Surya Sebayang*

Tabel 1. Sifat Mekanis Baja Tulangan (Lanjutan)

Simbol Mutu Baja	**Tegangan Leleh Minimum (KN/cm^2)**	**Kekuatan Tarik Minimum (KN/cm^2)**	**Perpanjangan Minimum (%)**
BJTP-30	30	49	14
BJTD-24	24	39	18
BJTD-30	30	49	14
BJTD-35	35	50	18
BJTD-40	40	57	16
BJTD 50	50	63	14

Sumber : *Struktur Beton I Lentur, Surya Sebayang*

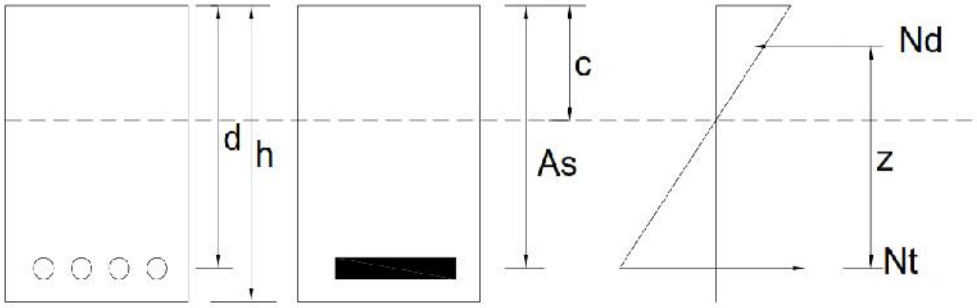
B. Dasar Perancangan Balok Beton Bertulang

Ada tiga kondisi analisa dan desain yang masih diaplikasikan dalam perancangan secara umum yaitu :

1. Metode Elastis

   Metode ini didasari oleh pemikiran bahwa tegangan yang terjadi pada titik tertentu dalam struktur tidak boleh melampaui tegangan izin materialnya. Tegangan izin ditetapkan dari tegangan leleh materialnya untuk baja dan tegangan hancurnya untuk beton dibagi dengan nilai faktor keamanan tertentu, misalnya 1,7 untuk baja dan 3,0 untuk beton. Dalam metode ini beban luar akan menimbulkan tegangan dalam penampang yang bersifat linear, yaitu maksimum pada serat terluar dan berkurang secara proporsional hingga nol pada garis netral seperti yang

ditunjukan pada Gambar 2. Analisis semacam ini hanya memperkenankan serat terluar penampang yang dapat mencapai tegangan izin materialnya.



Gambar 2. Penampang Beton dengan Metode Elastis
(*Sumber* : *Struktur Beton I Lentur, Surya Sebayang*)

Metode ini dapat dinyatakan sebagai berikut :

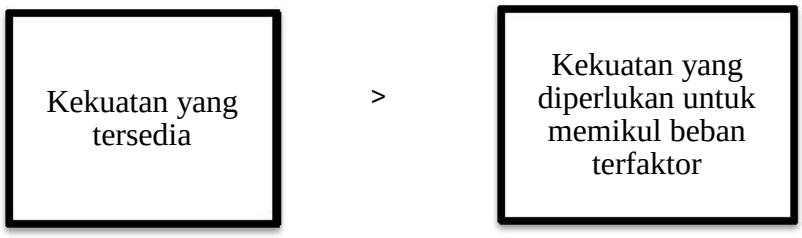
tegangan yang terjadi f	<	Tegangan izin f_{izin}

2. Metode Ultimit

Pendekatan selain metode elastis yaitu metode ultimit, yaitu dimana analisis struktur untuk menentukan gaya-gaya dalam seperti momen, lintang, dan normal dilakukan dengan teori elastis, tetapi gaya-gaya hasil analisis ini dikalikan dengan suatu faktor tertentu untuk menetapkan kapasitas penampang. Perhitungan ini terjadi apabila sifat hubungan yang terjadi antara tegangan dan regangan dari beton tidak linear.

Dalam penerapan metode ini perlu diperhatikan masalah daya layan (*serviceability*) struktur, karena melalui metode ini menghasilkan struktur yang langsing, sehingga perlu pengontrolan terhadap defleksi

dan lebar retak. Metode ini dapat dinyatakan sebagai berikut :



3. Metode Kondisi Batas

Faktor yang menjadi pertimbangan dalam desain kondisi batas (*limite state design*) adalah kapasitas struktur yang berkaitan dengan transformasi struktur ke dalam kondisi mekanisme dan daya layan struktur yang salah satu dari kedua masalah mungkin menjadi kritis dalam desain suatu elemen struktur. Suatu struktur dikatakan dalam kondisi batas apabila mengalami defleksi atau retak yang berlebihan.

Menurut SNI 2847-2013 dengan memperbandingkan ketiga metode di atas diketahui bahwa lebih ditekankan menggunakan metode ultimit sedangkan metode elastis hanya sebagai alternatif. Jika menggunakan elastis pemakaian bahan secara tidak langsung akan boros dan pula jika menggunakan metode kekuatan batas SNI 2847-2013 sendiri belum banyak membahas secara detail.

a. Faktor Beban dan Faktor Reduksi

Untuk menjamin suatu struktur perancangan dalam keadaan aman dan memenuhi syarat, maka perlu suatu selang kemanan dimana faktor tersebut terdiri dari :

1). Faktor Beban

Ketidakpastian dengan besar beban mati pada struktur lebih kecil daripada ketidakpastian sesuai dengan beban hidup, pada SNI 2847-

2013 pasal 9.2.1 menentukan faktor kuat perlu U yaitu :

a). Untuk beban mati $\gamma d = 1,2$

b). Untuk beban hidup $\gamma l = 1,6$

Rumus kombinasi beban mati dan beban hidup :

$$U = 1,2\ D + 1,6\ L \qquad (2.2)$$

Keterangan :

U : Kuat perlu untuk menahan beban yang telah dikalikan dengan faktor beban atau momen gaya dalam yang berhubungan dengannya.

D : Beban mati, atau momen dan gaya dalam yang berhubungan dengan beban tersebut.

L : Beban hidup, atau momen dan gaya dalam yang berhubungan dengan beban tersebut.

2). Faktor Reduksi Kekuatan

Ketidak pastian bahan terhadap pembebanan dianggap sebagai faktor reduksi kekuatan. Faktor reduksi dalam SNI 2847-2013 Pasal 9.3 sebagai berikut :

a). Untuk penampang terkendali tarik $\phi = 0,90$

b). Untuk penampang terkendali tekan

- Dengan tulangan spiral $\phi = 0,75$
- Dengan tulangan non-spiral $\phi = 0,65$

c). Untuk geser dan puntir $\phi = 0,75$

d). Untuk tumpuan pada beton $\phi = 0,65$

Nilai ϕ dari penampang terkendali tarik lebih tinggi daripada nilai ϕ dari

penampang terkendali tekan. Hal ini dapat dijelaskan bahwa penampang terkendali tekan memiliki tingkat daktilitas yang lebih rendah. Penampang adalah terkendali tekan jika regangan tarik neto dalam baja tarik terjauh, $\varepsilon_t \leq$ batas regangan terkontrol tarik bila beton tekan mencapai batas regangan asumsi sebesar 0,003. Dalam SNI 2847-2013, nilai ϕ ditentukan berdasarkan regangan tarik pada serat terluar, ε_t.

Untuk penampang pada daerah transisi, nilai ϕ ditentukan dengan menggunakan interpolasi linear antara 0,65 (atau 0,70) dan 0,9. Gambar 3 menunjukkan variasi nilai ϕ untuk tulangan baja *fy* = 400 MPa, sedangkan persamaan garis pada daerah transisi tersebut adalah sebagai berikut :

$\phi = 0{,}75 + (\varepsilon_t - 0{,}002)(50)$ (untuk tulangan spiral) (2.3)

$\phi = 0{,}65 + (\varepsilon_t - 0{,}002)\ \frac{250}{3}$ (untuk tulangan non-spiral) (2.4)

Sebagai alternatif, nilai ϕ pada daerah transisi dapat ditentukan sebagai rasio dari nilai $\frac{c}{d_t}$ untuk *fy* = 400 MPa sebagai berikut :

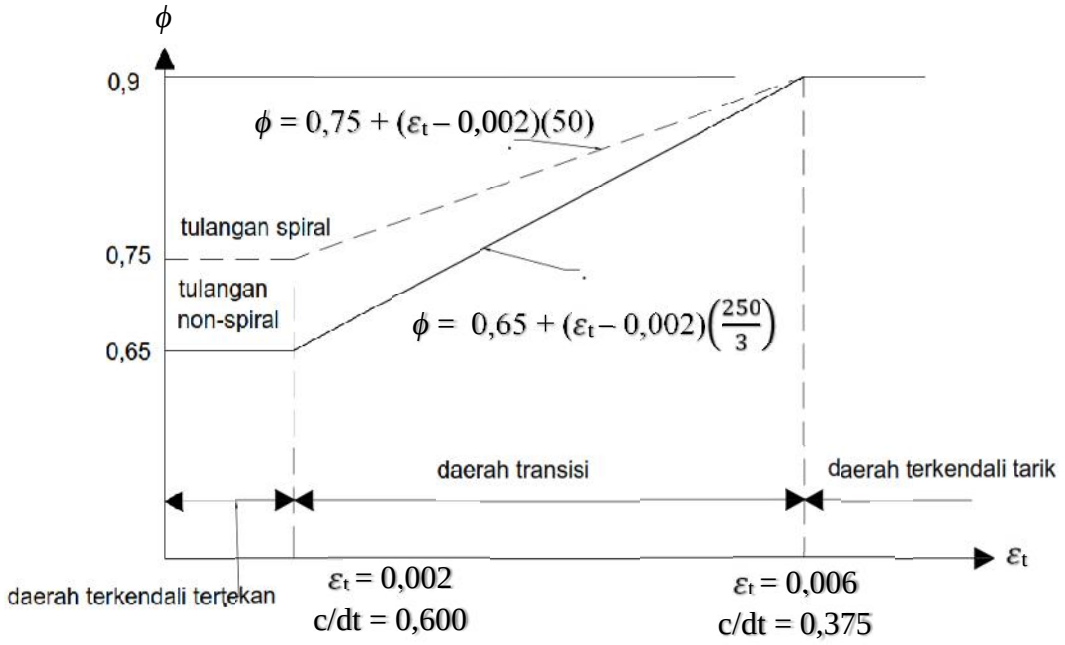
$\phi = 0{,}75 + 0{,}15\ \frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3}$ (untuk tulangan spiral) (2.5)

$\phi = 0{,}65 + 0{,}25\ \frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3}$ (untuk tulangan non-spiral) (2.6)

Keterangan :

c = tinggi sumbu netral pada kuat nominal

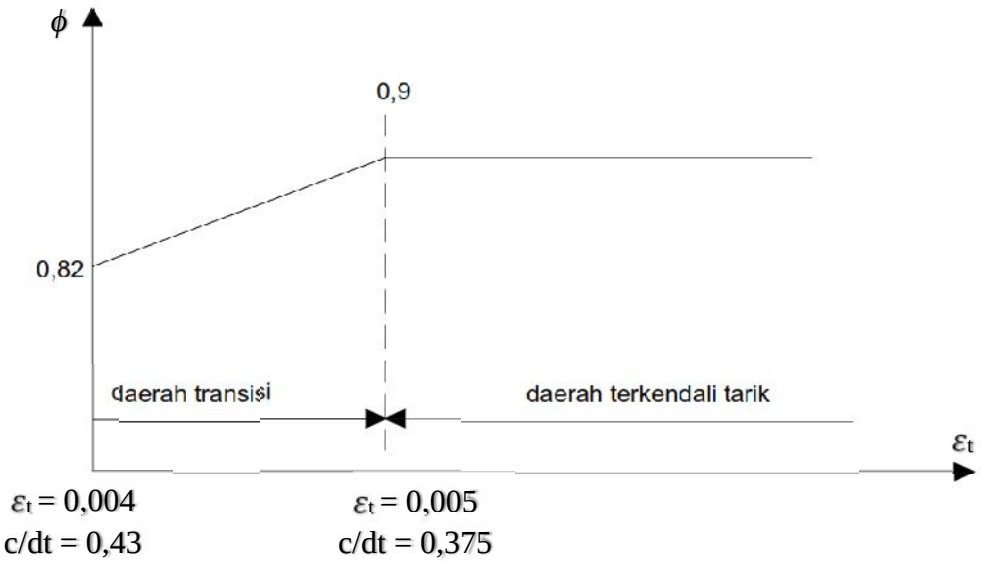
dt = Jarak dari serat tekan beton terluar ke tulangan tarik terluar



Gambar 3. Variasi Nilai ϕ Terhadap ε_t untuk *fy* = 400 MPa dan Baja Prategang (*Sumber* : *Persyaratan Beton Struktural untuk Bangunan Gedung, SNI 2847-2013*)

Untuk penampang dimana regangan tarik neto dalam baja tarik terjauh pada kekuatan nominal, ε_t, berada di antara batasan-batasan untuk penampang terkendali tekan dan terkendali tarik, ϕ boleh secara linear ditingkatkan dari nilai untuk penampang terkendali tekan menjadi 0,9 seiring dengan meningkatnya ε_t dari batasan regangan terkendali tekan menjadi 0,005.

Untuk komponen struktur lentur beton bertulang, nilai ε_t harus sama atau lebih besar dari 0,004, sesuai syarat dalam SNI 2847-2013 Pasal 10.3.5 dan dengan menggunakan rumus tulangan non-spiral didapat nilai ϕ sebesar 0,82. Batasan nilai ϕ ditunjukkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Variasi ϕ dan Batas Regangan di Struktur Lentur dengan *fy* = 400 MPa (*Sumber : Persyaratan Beton Struktural untuk Bangunan Gedung, SNI 2847-2013*)

b. Tinjauan Terhadap Lentur pada Balok

Beban-beban yang bekerja pada struktur seperti beban angin menyebabkan adanya lentur dan deformasi pada elemen struktur. Lentur pada balok merupakan akibat dari adanya regangan yang timbul karena adanya beban luar. Apabila bebannya bertambah, maka pada balok terjadi deformasi dan regangan tambahan yang mengakibatkan timbulnya retak lentur disepanjang bentang balok. Bila bebannya semakin bertambah, pada akhirnya akan terjadi keruntuhan elemen struktur yaitu pada saat beban luarnya mencapai kapasitas elemen taraf pembebanan demikian disebut “keadaan limit dari pada kondisi retak lentur”. Karena itulah perancangan harus mempunyai keamanan yang cukup dan kekuatan cadangan untuk menahan beban dan tegangan tanpa mengalami keretakan.

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam menetapkan perilaku penampang

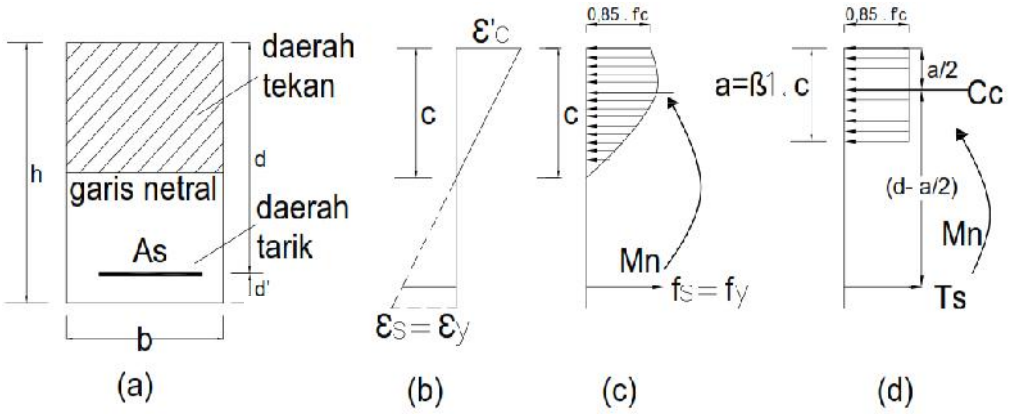
adalah sebagai berikut :

- Distribusi regangan dianggap linier. Asumsi ini berdasarkan hipotesis *Bernouli* yaitu penampang yang datar sebelum mengalami lentur akan tetap datar dan tegak lurus terhadap sumbu netral setelah mengalami lentur.
- Regangan pada baja dan beton disekitarnya sama sebelum terjadi retak pada beton atau leleh pada baja.
- Beton lemah terhadap tarik. Beton akan retak pada taraf pembebanan kecil, sekitar 10% dari kekuatan tekannya. Akibatnya bagian beton yang mengalami tarik pada penampang diabaikan dalam perhitungan analisa dan desain, juga tulangan tarik yang ada dianggap memikul gaya tarik terebut.

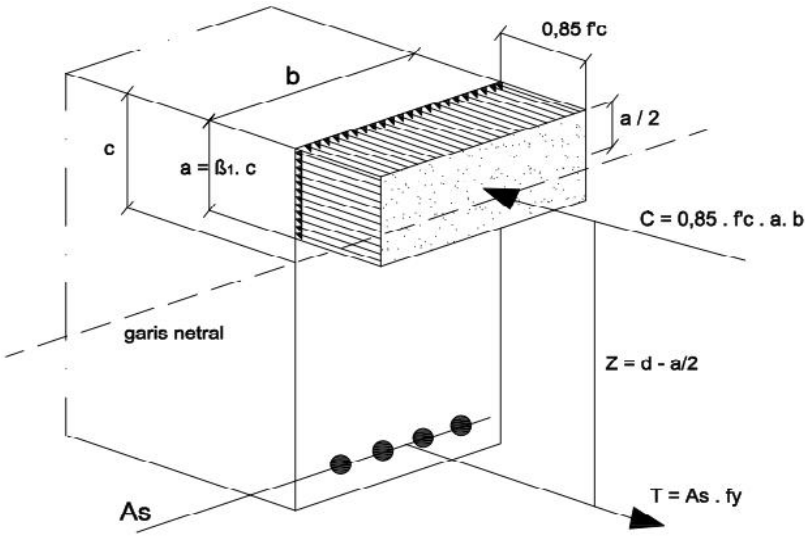
Agar keseimbangan gaya horizontal terpenuhi, gaya tekan C pada beton dan gaya tarik T pada tulangan harus seimbang dan saling mengimbangi.

C. Penampang Tulangan Tunggal pada Balok Persegi

Suatu balok dinyatakan bertulangan tunggal jika pada penampang beton bertulang tersebut hanya diperhitungkan terpasang baja tulangan pada satu sisi saja, yaitu pada bagian serat yang menerima gaya tarik seperti yang ditunjukan pada Gambar 5.



Gambar 5. Distribusi Tegangan dan Regangan pada Penampang Balok (a) Penampang Melintang Balok (b) Distribusi Regangan (c) Distribusi Tegangan (d) Distribusi Tegangan Tekan Persegi Ekuivalen (*Sumber* : *Disain Beton Bertulang Jilid 1, Chu Kia Wang*)



Gambar 6. Tegangan Ekuivalen untuk Perencanaan dan Analisis Kekuatan (*Sumber* : *Struktur Beton Bertulang, Istimawan Dipohusodo*)

Dengan menggunakan semua asumsi di atas, diagram distribusi yang diperlihatkan pada Gambar 5 dan Gambar 6, gaya tekan C sebesar 0,85 *f'c* b.a yaitu volume balok tegangan beton tekan pada atau dekat keadaan batas, yaitu bila baja ditarik telah leleh ($\varepsilon_s > \varepsilon_y$). Gaya tarik T dapat ditulis As . *fy* jadi persamaan dapat ditulis :

$$C = T \tag{2.7}$$

Keterangan: C = Resultan gaya tekan pada beton

T = Resultan gaya tarik pada tulangan

$$0{,}85\, f'c.b.\, a = As\, .\, fy \tag{2.8}$$

$$a = \frac{As.fy}{0{,}85\, f'c\, .\, b} \tag{2.9}$$

Keterangan: *f'c* = Kuat tekan beton (MPa)

b = Lebar muka tekan komponen struktur

a = Tinggi tegangan pada beton

As = Luas tulangan tarik

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Momen tahanan penampang, yaitu kekuatan nominal Mn :

$$Mn = (As\, .\, fy).z \quad \text{atau} \quad Mn = (0{,}85\, f'c.\, b.a).\, z \tag{2.10}$$

Di mana z yaitu :

$$z = (d - a/2) \tag{2.11}$$

Keterangan: Mn = Momen nominal

As = Luas tulangan tarik

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

f'c = Kuat tekan beton

b = Lebar muka tekan komponen struktur

a = Tinggi tegangan pada beton

z = lengan momen, yaitu jarak antara gaya tarik dan tekan yang membentuk kopel yang besarnya

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tarik

a = Tinggi blok tegangan persegi

Berdasarkan jenis keruntuhan yang dialami dapat dikelompokan ke dalam 3 kelompok sebagai berikut :

1. Penampang Seimbang (*Balance*)

   Tulangan tarik mulai tepat pada saat beton mencapat regangan batasnya dan akan hancur karena tekan. Pada awal terjadinya keruntuhan, regangan tekan yang diizinkan pada serat tepi yang tertekan adalah 0,003. Sedangkan regangan baja sama dengan regangan lelehnya, yaitu $\varepsilon_y = \frac{fy}{Es}$.

   Keruntuhan pada beton mendadak karena beton adalah material yang getas. Dengan demikian perencanaan disyaratkan untuk menggunakan sifat penampang *under reinforced* untuk memberikan peringatan yang cukup, seperti akibat defleksi yang berlebihan. Dalam peraturan SNI 2847-2013 disyaratkan tulangan maksimum 75% dari yang diperlukan pada penampang seimbang dan untuk tulangan minimum sebesar $\rho >$ 1,4/*fy* dimana *fy* dinyatakan dalam MPa. Angka tulangan *balance*, hubungan antara tinggi sumbu netral (c) dan tinggi efektif (d) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{Cb}{d} = \frac{0{,}003}{0{,}003+(\mathrm{fy/Es})} \qquad (2.12)$$

   Jika Es = 200.000 MPa, maka :

$$\frac{Cb}{d} = \frac{600}{600+\mathrm{fy}} \qquad (2.13)$$

   Keterangan : Cb = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan dalam keadaan seimbang

   d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tarik

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Es = Modulus elastisitas baja tulangan

Hubungan antara tinggi balok tegangan segiempat ekuivalen a dengan sumbu netral c adalah

$$a = \beta_1 . c \qquad (2.14)$$

Keterangan : a = Tinggi balok tegangan persegi ekivalen

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

Besarnya faktor tinggi balok tegangan β_1 adalah sebagai berikut :

$$\beta_1 = \begin{cases} 0{,}85 & \text{untuk } 17 \text{ MPa} < f'c \leq 28 \text{ MPa} \\ 0{,}85 - 0{,}05\left(\frac{f'c - 28}{7}\right) & \text{untuk } 28 \text{ MPa} < f'c \leq 56 \text{ MPa} \\ 0{,}65 & \text{untuk } f'c > 56 \text{ MPa} \end{cases}$$

Dengan demikian untuk kondisi regangan *balance* tinggi balok tegangan segiempat ekuivalen adalah :

$$a_b = \beta_1 . c_b \qquad (2.15)$$

Keterangan : a_b = Tinggi balok tegangan persegi ekivalen dalam kondisi seimbang

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

c_b = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan dalam keadaan seimbang

Keseimbangan gaya horizontalnya sebagai berikut :

$$As_b \cdot fy = 0{,}85 \cdot f'c \cdot b \cdot a_b \qquad (2.16)$$

Keterangan : As_b = Luas tulangan tarik dalam keadaan *balance*

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

f'c = Kuat tekan beton

b = Lebar penampang balok

a_b = Tinggi tegangan pada beton dalam keadaan seimbang

Sehingga angka tulangan *balance* menjadi :

$$\rho_b = \beta_1 \frac{0{,}85.f'c}{fy} \frac{600}{600+fy} \qquad (2.17)$$

Keterangan : ρ_b = Rasio As terhadap bd yang menghasilkan kondisi regangan seimbang

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (f'c)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

Jadi dengan *f'c* dan *fy* diketahui maka angka tulangan yang diizinkan ρ_b dan 0,75. ρ_b dapat langsung diperoleh.

2. Penampang Bertulangan Lemah (*Under Reinforced*)

Keruntuhan ditandai dengan terjadinya leleh pada tulangan baja. Tulangan baja ini terus bertambah panjang dengan bertambahnya regangan di atas. Kondisi ini dapat terjadi apabila tulangan tarik yang dipakai pada balok kurang dari yang diperlukan untuk kondisi *balance* (seimbang). Keadaan ini tulangan tarik akan mendahului regangan luluhnya sebelum beton mencapai regangan maksimum 0,003.

Untuk menjamin daktilitas beton bertulang yang menerima momen lentur sekaligus memperhitungkan terjadinya tegangan-tegangan yang diakibatkan susut, rangkak dan pengaruh suhu, maka SNI 2847-2013 mensyaratkan penggunaan tulangan tarik dengan rasio penulangan minimal

$$\rho_{min} = \frac{\sqrt{f'c}}{4.fy} \quad (2.18)$$

Dan tidak boleh lebih kecil dari :

$$\rho_{min} = \frac{1,4}{fy} \quad (2.19)$$

Keterangan : ρ_{min} = Rasio minimum As terhadap bd

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

3. Penampang Bertulangan Lebih (*Over Reinforced*)

Keruntuhan ditandai dengan hancurnya beton yang tertekan. Pada saat awal keruntuhan, regangan baja ε_s yang terjadi masih lebih kecil daripada regangan lelehnya ε_y. Kondisi ini terjadi apabila tulangan yang digunakan lebih banyak daripada yang diperlukan dalam keadaan *balance* (seimbang). Keretakan beton akan lebih cepat dan akan hancur tanpa diawali dengan gejala peringatan-peringatan terlebih dahulu. Sehingga dengan analisis geometri pada diagram regangan dapat diperoleh :

$$\frac{\varepsilon_s}{0,003} = \frac{d-c}{c} \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_s = 0,003\frac{d-c}{c} \quad (2.21)$$

Keterangan : ε_s = regangan tarik baja tulangan

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tarik

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

Sehingga tegangan pada baja tulangan tarik dapat dihitung :

$$fs = \varepsilon_s \cdot Es = 0{,}003\frac{d-c}{c} Es \qquad (2.22)$$

keterangan : fs = Tegangan tarik baja tulangan

ε_s = regangan tarik baja tulangan

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tarik

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

dengan mendistribusikan nilai $a = \beta_1 . c$, maka :

$$fs = \varepsilon_s \cdot Es = 0{,}003\frac{\beta 1.(d-a)}{a} Es \qquad (2.23)$$

Keterangan : fs = Tegangan tarik baja tulangan

ε_s = regangan tarik baja tulangan

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi

a = Tinggi tegangan beton tekan persegi ekivalen (mm)

Dengan menerapkan prinsip keseimbangan horizontal maka C = T :

$$0{,}85\ f'c.\ b.a = As.fs = 0{,}003\frac{\beta 1.(d-a)}{a} Es.As \qquad (2.24)$$

Keterangan : *f'c* = Kuat tekan beton

b = Lebar muka tekan komponen struktur

a = Tinggi tegangan pada beton

As = Luas tulangan tarik

fs = Tegangan tarik baja tulangan

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

Dimana As = $\rho . b . d$, sehingga :

$$\frac{0{,}85.f'c}{0{,}003.Es.\rho} \ .a^2 + a.d - \beta 1 . \ d^2 = 0 \qquad (2.25)$$

Keterangan : *f'c* = Kuat tekan beton

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

a = Tinggi tegangan pada beton

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi

Yang dapat diselesaikan dengan formula akar kuadrat *abc*, dan selanjutnya dapat digunakan untuk menghitung kapasitas tampang :

$$Mn = 0{,}85\, f'c.\ b.a.\ \ d - \frac{a}{2} \qquad (2.26)$$

Keterangan : Mn = Momen nominal aktual penampang balok (KNm)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

Harus diingat bahwa dalam kondisi tulangan kuat (*over reinforced*) keruntuhan diawali dengan rusaknya beton sehingga kegagalan struktur terjadi secara tiba-tiba. Dalam hal perencanaan beton bertulang maka

kondisi *over reinforced* harus dihindari dengan alasan keamanan, untuk balok bertulangan tunggal disyaratkan :

$$\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max} = 0{,}75 \,.\, \rho_b \qquad (2.27)$$

Keterangan : ρ = Rasio As terhadap bd

ρ_{min} = Rasio tulangan minimal

ρ_{max} = Rasio tulangan maksimal

ρ_b = Rasio As terhadap bd dalam keadaan *balance*

Atau :

$$As_{min} \leq As \leq As_{max} = 0{,}75 \,.\, As_b \qquad (2.28)$$

Keterangan : As_{min} = Luas tulangan tarik minimum

As = Luas tulangan tarik

As_{max} = Luas tulangan tarik maksimum

As_b = Luas tulangan tarik dalam keadaan *balance*

Untuk perencanaan atau pemeriksaan penampang, tentunya lebih disukai menggunakan rumus yang lebih sederhana yaitu :

$$a = \rho \,.\, \frac{f_y}{0{,}85\, f'c} \,.d \qquad (2.29)$$

Keterangan : a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

ρ = Rasio As terhadap bd

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

dimana $\rho = \frac{As}{b.d}$, sehingga diperoleh :

$$Mn = \rho.b.d^2.f_y \left(1 - \frac{1}{2}\rho \,.\, m\right) \qquad (2.30)$$

Keterangan : Mn = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

ρ = Rasio As terhadap bd

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

m = perbandingan tegangan

Dimana : $m = \frac{f_y}{0{,}85\, f'c}$

Disini didefinisikan suatu koefisien lawan R_n yang diberikan oleh :

$$R_n = \frac{Mn}{b.d^2} = \rho.f_y \quad 1 - \frac{1}{2}\rho\,.m \tag{2.31}$$

Keterangan : Rn = Koefisien tahanan balok

ρ = Rasio As terhadap bd

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

m = perbandingan tegangan

Perhatikan bahwa R_n hanya tergantung dari pada ρ, f_y dan *f'c*. Untuk b dan d yang diketahui, maka ρ dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\rho = \frac{1}{m} \quad 1 - \quad \overline{1 - \frac{2.m.R_n}{f_y}} \tag{2.32}$$

Keterangan : ρ = Rasio As terhadap bd

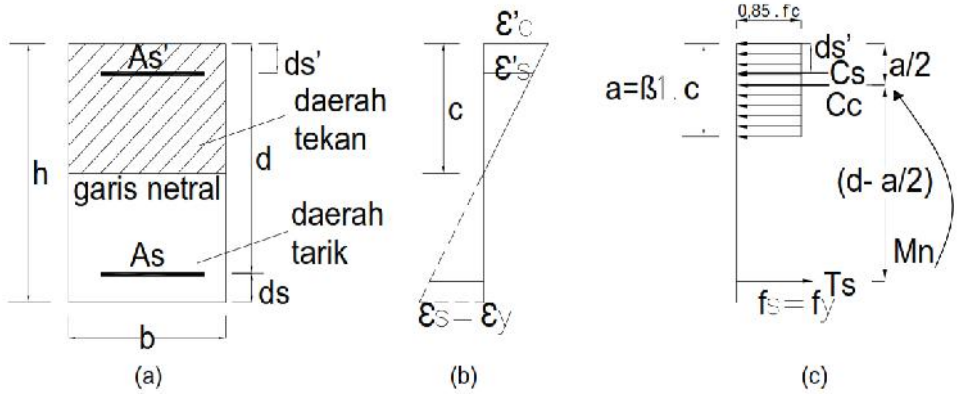
m = perbandingan tegangan

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Rn = Koefisien tahanan balok

D. Penampang Bertulang Rangkap

Balok bertulangan rangkap adalah balok beton bertulang yang menggunakan baja tulangan pada bagian penampang yang menerima gaya tarik maupun tekan. Dalam analisis dan perencanaan balok tulangan rangkap diperluakan prosedur hitungan yang berbeda dengan balok bertulang tunggal. Pada alok bertulang rangkap, kekuatan nominal penampang balok bertulang dianggap sebagai akumulasi dua momen kopel internal yang bekerja akibat adanya komponen gaya horizontal pada baja tulangan tarik (T), gaya tekan pada balok tegangan tekan ekivalen beton (C), dan gaya tekan pada baja tulangan tekan (Cs) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7.



Gambar 7. Disain Balok Bertulang Rangkap (a) Penampang Melintang Balok (b) Diagram Regangan (c) Distribusi Tegangan Beton Tekan Persegi Ekivalen
(*Sumber*: *Disain Beton bertulang Jilid 1, Chu Kia Wang*)

Komponen pertama adalah momen kopel internal yang di bentuk oleh gaya tarik (T) pada bagian tulangan tarik seluas $As_1 = (As – As')$ dan gaya tekan pada balok diagram tegangan tekan beton ekuivalen (C) dengan panjang lengan momen $z_1 = d – a/2$.

Komponen kedua adalah momen kopel internal yang dibentuk oleh gaya tekan pada bagian tulangan tekan seluas As' dan gaya tarik pada baja tulangan tarik (T) seluas As_2 = As' = (As – As_1), dengan panjang lengan momen $z_2 = d - d'$.

Kapasitas nominal penampang dapat dihitung sebagai jumlah antara komponen momen kopel pertama dan kedua, sebagaimana dinyatakan dalam formulasi berikut :

$$Mn_{total} = Mn_1 + Mn_2 \quad (2.33)$$

$$Mn_1 = As_1.fy.(d - a/2) \quad (2.34)$$

Atau

$$Mn_1 = (As - As').fy.(d-a/2) \quad (2.35)$$

Keterangan : Mn_1 = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As' = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

Dimana : $a = \frac{As1.fy}{0{,}85.f'c\,.\,b} = \frac{As-As'\,.fy}{0{,}85.f'c\,.\,b}$ dan $c = \frac{a}{\beta}$ (2.36)

Keterangan : a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As' = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

β = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

Dengan mengambil momen terhadap tulangan tarik diperoleh :

$$Mn_2 = As'. fy . (d - d') \quad (2.37)$$

Keterangan : Mn_2 = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

As' = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d' = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

Sehingga kapasitas nominal penampang juga dapat dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$Mn_{total} = Mn_1 + Mn_2$$

$$Mn_{total} = (As - As').fy.(d-a/2) + As'.fy. (d - d')$$

$$Mn_{total} = As_1.fy.(d - a/2) + As'.fy. (d - d') \quad (2.38)$$

Keterangan : Mn_{total} = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As' = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

Kekuatan momen rencana M_r harus lebih besar dari momen Mu, yaitu :

$$M_r = \phi . Mn \quad (2.39)$$

Keterangan : Mr = Momen rencana (Nmm)

ϕ = Faktor reduksi kekuatan

Mn = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

Menjadi : $Mu \leq \phi . Mn$ (2.40)

Keterangan : Mu = Momen terfaktor pada penampang (Nmm)

ϕ = Faktor reduksi kekuatan

Mn = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

Persamaan diatas hanya benar apabila tulangan tekan (As') telah meleleh. Bila belum, balok harus dianggap balok bertulangan tunggal dengan mengabaikan adanya tulangan tekan, atau harus dicari tegangan aktual (*fs'*) pada tulangan tekan As' dan menggunakan gaya aktual untuk keseimbangan momennya.

Syarat agar tulangan tekan (As') meleleh dapat diturunkan dengan bantuan segitiga sebangun pada Gambar 7. Sehingga regangan tulangan tekan menjadi:

$$\varepsilon_{s'} = \frac{c-d\prime}{c}(0{,}003) = 1 - \frac{d\prime}{c}\ 0{,}003 \quad (2.41)$$

Keterangan : $\varepsilon_{s'}$ = Regangan tulangan tekan

d' = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tekan (mm)

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

Dan $$\varepsilon_s' = \frac{fy}{Es} \quad (2.42)$$

Keterangan : $\varepsilon_{s'}$ = Regangan tulangan tekan

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

Tulangan tarik :

$$\varepsilon_s = \frac{d-c}{c}(0{,}003) \quad (2.43)$$

Keterangan : ε_s = Regangan tulangan tarik

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan tarik (mm)

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{As - As' \ .fy}{\beta_{1.(0,85.f'c.\ b)}} = \frac{\rho - \rho' \ .fy.d}{0,85.\beta_1.f'c} \qquad (2.44)$$

Keterangan : a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

c = Jarak antara garis netral dan tepi serat beton tekan

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As' = Luas tulangan Tekan (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As' terhadap bd

Hingga dapat diperoleh :

$$\varepsilon_{s'} = 1 - \frac{0,85.\beta_1.f'c.d'}{\rho - \rho' \ .fy.d} \ .0,003 \qquad (2.45)$$

Keterangan : $\varepsilon_{s'}$ = Regangan tulangan tekan

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f'c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

Apabila baja tulangan tekan leleh maka dicapai suatu kondisi dimana :

$$\varepsilon_s' > \varepsilon_y \qquad \text{dan} \qquad \varepsilon_s > \varepsilon_y$$

$$1 - \frac{0{,}85.\beta_1.f'c.d'}{\rho - \rho'.fy.d} .0{,}003 \geq \frac{fy}{Es} \tag{2.46}$$

Keterangan : β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

fy = Tegangan tarik baja tulangan (MPa)

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

Atau

$$- \frac{0{,}85.\beta_1.f'c.d'}{\rho - \rho'.fy.d} \geq \frac{fy-600}{600} \tag{2.47}$$

Keterangan : β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

Atau

$$\rho - \rho' \geq \frac{0{,}85.\beta_1.f'c.d'}{fy.d} \cdot \frac{600}{600-fy} \qquad (2.48)$$

Keterangan : β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

Jika tulangan tekan (As’) belum leleh maka tegangan aktualnya dapat dihitung sebesar fs’ = $\varepsilon_{s'}$. Es , atau :

$$fs' = 1 - \frac{0{,}85.\beta_1.f'c.d'}{\rho - \rho'.fy.d} .0{,}003.Es \qquad (2.49)$$

keterangan : fs’ = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

Es = Modulus elastisitas baja tulangan (MPa)

atau

$$fs' = 600 \cdot \left(1 - \frac{0{,}85.\beta_1.f'c.d'}{\rho - \rho'.fy.d}\right) \text{ MPa} < fy \qquad (2.50)$$

keterangan : fs’ = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

β_1 = Faktor pembentuk tegangan beton tekan persegi ekivalen, yang bergantung pada mutu beton (*f'c*)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

ρ = Rasio As terhadap bd

ρ' = Rasio As’ terhadap bd

Nilai fs’ ini dapat digunakan untuk pendekatan awal terhadap kontrol regangan untuk keadaan tulangan tekan belum leleh. Rasio penulangan dalam kondisi regangan berimbang dapat ditulis :

$$\rho_b = \bar{\rho}_b + \rho' \cdot \frac{fs'}{fy} \qquad (2.51)$$

Keterangan : ρ_b = Rasio As terhadap bd yang menghasilkan kondisi regangan

seimbang

ρ' = Rasio As' terhadap bd

fs' = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Dimana $\rho_b = \frac{0{,}85 . f'c}{fy} . \beta_1 . \frac{600}{600+fy}$ merupakan rasio penulangan berimbang pada balok tulangan tunggal.

Untuk menjamin perilaku daktail pada balok beton bertulang, rasio penulangan maksimum yang diijinkan untuk balok bertulang rangkap ditetapkan sebesar :

$$\rho \leq 0{,}75 . \bar{\rho}_b + \rho' . \frac{fs'}{fy} \qquad (2.52)$$

keterangan : ρ = Rasio As terhadap bd

ρ_b = Rasio As terhadap bd yang menghasilkan kondisi regangan seimbang

ρ' = Rasio As' terhadap bd

fs' = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

Apabila tulangan tekan (As') belum leleh maka tinggi balok tegangan tekan ekuivalen harus dihitung menggunakan tegangan aktual pada tulangan tekan yang diperoleh dari regangan tulangan leleh (ε_s), sehingga :

$$a = \frac{As.fy - As'.fs'}{0{,}85.f'c.b} \qquad (2.53)$$

Keterangan : a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As’ = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

fs’ = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

b = Lebar muka tekan komponen struktur (mm)

f’c = Kuat tekan beton (MPa)

sehingga persamaan momen 2.38 berubah menjadi :

$$Mn = (As.fy - A's.fs')\ \ d - \frac{a}{2} + A's.fs'.(d - d') \qquad (2.54)$$

Keterangan :

Mn = Momen lentur nominal pada penampang (Nmm)

As = Luas tulangan Tarik (mm^2)

As’ = Luas tulangan Tekan (mm^2)

fy = Kekuatan leleh tulangan baja (MPa)

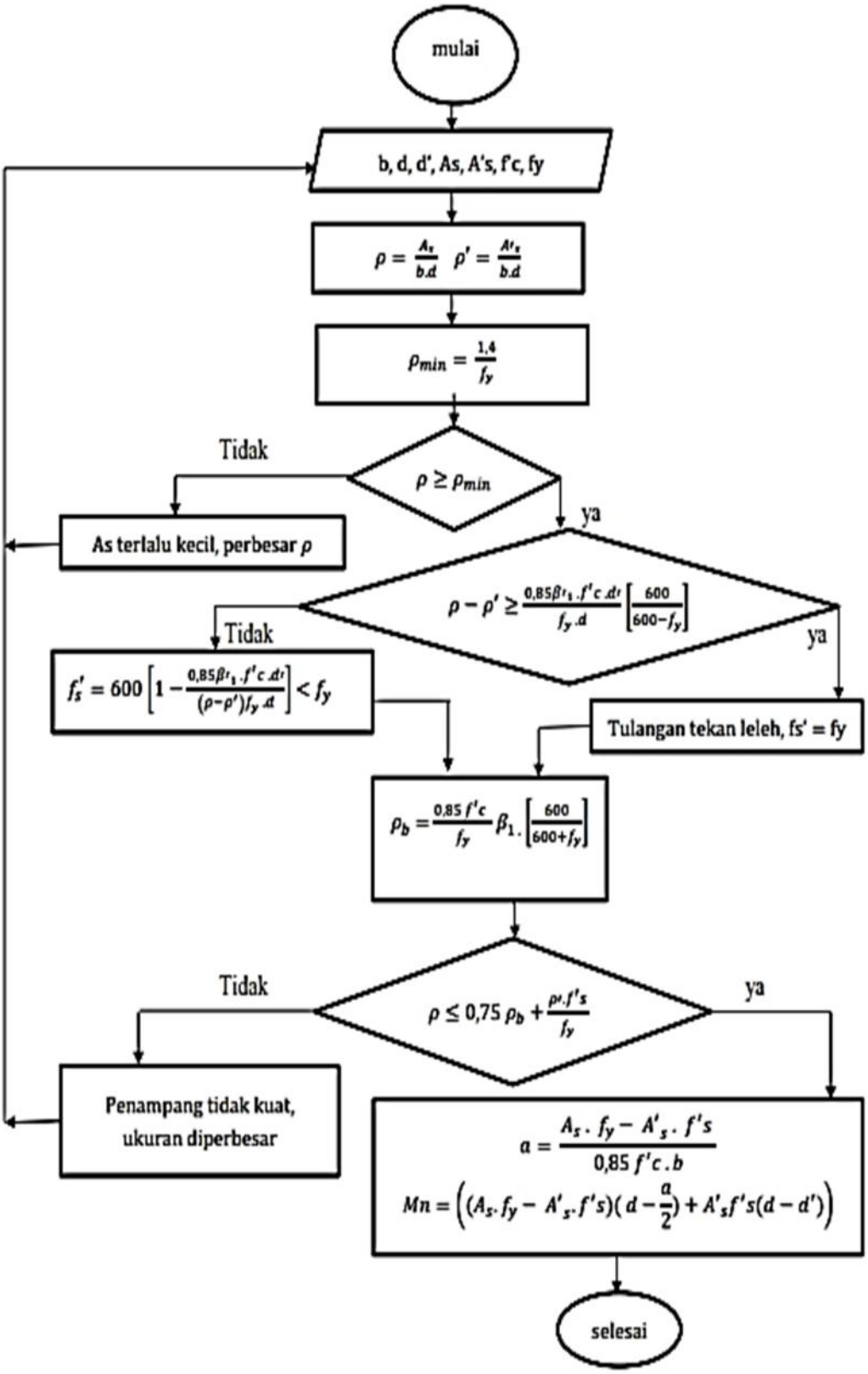
fs’ = Tegangan dalam tulangan tekan yang terkena beban terfaktor (MPa)

a = Tinggi tegangan pada beton (mm)

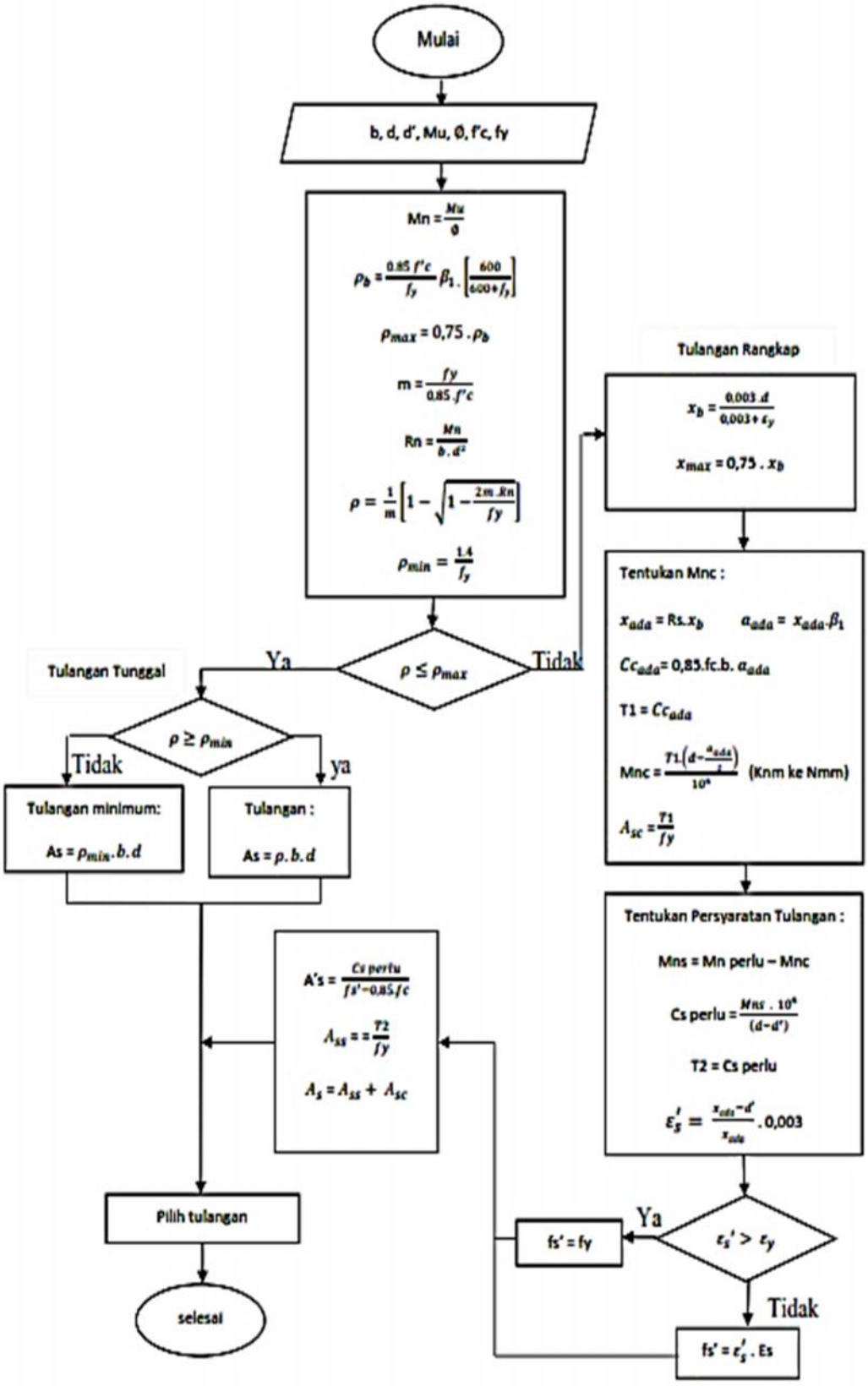
d = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

d’ = Jarak serat tekan ke pusat tulangan Tarik (mm)

Untuk mempermudah pemahaman tentang langkah–langkah dalam melakukan analisis kekuatan lentur balok bertulang rangkap sesuai dengan uraian di atas, disajikan bagan alir analisis balok bertulangan rangkap pada Gambar 8. Sedangkan langkah-langkah yang harus dilakukan dalam perencanaan balok persegi baik penulangan tunggal maupun tulangan rangkap disajikan pada Gambar 9.



Gambar 8. Diagram Alir Analisis Tulangan Rangkap
(*Sumber* : *Beton Bertulang - Suatu Pendekatan Dasar, Edward*)



Gambar 9. Diagram Alir Perencanaan Balok Persegi

E. Metode Elemen Hingga

Robert Cook (1990) menyatakan bahwa metode elemen hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan teknik dan problem matematis dari suatu gejala phisis. Tipe masalah teknis dan matematika phisis yang dapat diselesaikan dengan metode elemen hingga terbagi dalam dua kelompok, yaitu kelompok analisis struktur dan kelompok masalah non-struktur. Masalah analisis struktur, meliputi analisis tegangan, *buckling*, dan analisis getaran. Sedangkan masalah non-struktur antara lain adalah perpindahan panas dan massa, mekanika fluida, serta distribusi dari potensial listrik.

Katili (2008) juga menyebutkan bahwa struktur diskrit terbentuk dari gabungan elemen yang perilakunya diharapkan mewakili perilaku struktur kontinu. Perilaku masing-masing elemen digambarkan dengan fungsi pendekatan yang mewakili peralihan dan tegangan yang akhirnya dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks.

1. Klasifikasi Struktur

   Struktur dapat diklasifikasikan ke dalam beberapa tipe struktur, yaitu :

   a. *Truss* (rangka)

      Truss (rangka) adalah konstruksi yang tersusun dari batang-batang tarik dan batang-batang tekan saja, umumnya dari baja, kayu, atau paduan ringan guna mendukung atap atau jembatan, umumnya dapat menahan gaya aksial saja.

Truss dibagi menjadi 2 jenis yaitu *truss* 2 dimensi dan *truss* 3 dimensi. *Truss* 2 dimensi adalah *truss* yang dapat menahan beban arah datar saja (sumbu x, y) dan umumnya beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal. Sedangkan *truss* 3 dimensi adalah kumpulan batang yang dimana batang-batangnya berarah sembarang dalam ruang, yang dapat menahan beban pada semua arah (sumbu x, y, dan z) dan beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal.

b. *Beam*

Beam adalah bagian struktural sebuah bangunan yang kaku dan dirancang untuk menanggung dan mentransfer beban menuju elemen-elemen kolom penopang. *Beam* dapat menerima beban lateral atau beban yang tegak lurus yang bekerja pada *beam* tersebut.

c. *Frame* (portal)

Frame adalah kerangka yang terdiri dari dua atau lebih bagian konstruksi yang disambungkan yang bertujuan untuk stabilitas, umumnya dapat menahan gaya momen, gaya geser, dan aksial. *Frame* sama halnya dengan *truss*, juga dibagi menjadi 2 jenis yaitu *frame* 2 dimensi dan *frame* 3 dimensi. *Frame* 2 dimensi merupakan *frame* yang dapat menahan beban pada arah datar saja (sumbu x, y) dan biasanya beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal dan beban batang. Berbeda halnya dengan *frame* 2 dimensi, *frame* 3 dimensi dapat menahan beban pada semua arah (sumbu x, y, dan z) dan beban yang bekerja adalah beban terpusat nodal dan beban batang.

d. *Grid*

Grid adalah sebuah struktur 1D yang terbentuk dari rangkaian balok-balok yang terhubung secara kaku (rigid) pada nodal, di mana seluruh balok dan nodal tersebut berada pada bidang yang sama. *Grid* merupakan struktur data yang dipersiapkan untuk menerima beban yang tegak lurus pada bidang datar struktur.

2. Istilah dalam Metode Elemen Hingga

Beberapa istilah-istilah yang digunakan dalam analisis struktur yang digunakan dalam metode elemen hingga yang dijelaskan oleh Katili (2008) adalah sebagai berikut.

a. Beban

Beban adalah semua gaya yang menimbulkan tegangan dan regangan dalam suatu struktur. Beban nodal (BN) adalah beban terpusat yang langsung bekerja pada nodal. Beban nodal ekuivalen (BNE) adalah beban terpusat atau beban merata yang bekerja di antara nodal dan ditransmisikan menjadi beban nodal.

b. Gaya Nodal Struktur

Gaya nodal struktur adalah resultan atau hasil penggabungan beban nodal atau reaksi perletakan. Gaya tersebut akan didistribusikan ke seluruh elemen struktur dan menimbulkan gaya internal geser, aksial, momen torsi, dan momen lentur sampai akhirnya disalurkan ke perletakan. Gaya nodal struktur juga berperan dalam menjaga keseimbangan struktur bebas (*free-body structure*) bila perletakan dilepas.

c. Gaya Nodal Elemen

Gaya nodal elemen adalah gaya yang muncul pada nodal elemen dengan peran untuk menjaga keseimbangan elemen bila elemen dilepas dari struktur sebagai *free-body*. Gaya nodal elemen ini akan menghilang bila elemen-elemen dirangkai menjadi satu kesatuan dengan struktur dan bergabung menjadi gaya nodal struktur.

d. Peralihan Nodal

Peralihan nodal adalah terjadinya perpindahan derajat kebebasan nodal pada elemen struktur yang dapat berupa rotasi atau translasi dalam arah horisontal maupun vertikal akibat pembebanan.

e. Nodal Struktur

Nodal struktur adalah titik pertemuan elemen-elemen yang merupakan acuan dalam merangkai elemen-elemen pembentuk struktur. Pada nodal struktur gaya nodal struktur dan derajat kebebasan struktur didefinisikan untuk kemudian dibentuk relasi persamaan kekakuan struktur.

f. Nodal Elemen

Nodal elemen adalah titik-titik pada elemen dimana gaya nodal elemen dan derajat kebebasan elemen didefinisikan untuk kemudian dibentuk suatu persamaan kekakuan elemen.

g. Elemen Struktur

Elemen struktur adalah komponen-komponen pembentuk struktur yang dibatasi oleh minimal dua nodal.

Tipe elemen balok lurus dengan penampang prismatis berdasarkan model teori balok *Bernoulli-Euler-Navier* seperti yang ditunjukan dalam Gambar

10. Sumbu *x* terletak pada garis yang menghubungkan titik berat penampang. Elemen tersebut memiliki karakteristik material konstan, seperti momen inersia *I*, modulus elastisitas *E*, dan panjang *L*. Elemen tersebut memiliki dua nodal dan dua derajat kebebasan pada tiap nodalnya, yaitu : peralihan vertikal arah *y* atau *v* dan rotasi sudut arah sumbu *z* yaitu θ. Diketahui bahwa untuk model balok ini $\theta = dv/dx$ dan dengan demikian dalam konteks Metode Elemen Hingga keempat derajat kebebasan elemen terkait satu sama lain. Pada setiap derajat kebebasan nodal *i* yaitu, v_i dan θ_i berturut-turut bekerja gaya geser f_{yi} dan gaya momen f_{mi} di mana keduanya dinamkan gaya nodal.

Gambar 10. Elemen Balok Lurus dengan Penampang yang Prismatis
(*Sumber* : *Metode elemen hingga, Katili*)

3. Tahapan yang Dilakukan

Langkah-langkah yang dilakukan dalam menggunakan metode elemen hingga dirumuskan sebagai berikut :

a. Pemilihan tipe elemen dan diskritisasi.

b. Pemilihan fungsi pemindahan atau fungsi interpolasi.

c. Mencari hubungan *displacement*.

d. Dapatkan matrik kekakuan dari elemen yang dibuat.

e. Gunakan persamaan kesetimbangan $F = k \quad d$

f. Hitung tegangan dan regangan dari tiap elemen.

g. Tentukan reaksi perletakan pada titik nodal yang tertahan bila diperlukan.

4. Kelebihan dalam Penggunaan Metode Elemen Hingga

Beberapa kelebihan dalam penggunaan metode ini adalah :

a. Benda dengan bentuk yang tidak teratur dapat dengan mudah dianalisis.

b. Tidak terdapat kesulitan dalam menganalisis beban pada suatu struktur.

c. Pemodelan dari suatu benda dengan komposisi materi yang berlainan dapat dilakukan karena tinjauan yang dilakukan secara individu untuk setiap elemen.

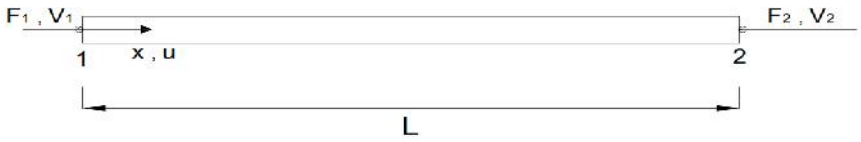
d. Dapat menangani berbagai macam syarat batas dalam jumlah yang takterbatas.

e. Variasi dalam ukuran elemen memungkinkan untuk memperoleh detail analisis yang diinginkan.

f. Dapat memecahkan masalah-masalah dinamik.

5. Tipe Elemen Hingga Berdasarkan Dimensinya

a. Elemen Satu Dimensi



Gambar 11. Gaya-gaya Elemen Batang
(*Sumber* : *Pengenalan Metode Elemen Hingga pada Teknik Sipil, Winarni*)

Pada analisis ini pemodelan elemen tulangan dimodelkan sebagai elemen batang 1 dimensi. Seperti yang ditunjukan pada Gambar 11 elemen batang hanya dapat menerima gaya aksial dan disebut elemen

satu dimensi. Peralihan u dari sesuatu titik sebarang dengan koordinat x dari batang, hanya tergantung pad aperalihan u_1 dan u_2, dari ujung-ujung batang. Peralihan u_1 disebabkan oleh gaya F_1, an peralihan u_2 disebabkan oleh gaya F_2.

Diasumsikan bahwa peralihan u dari titik-titik yan terletak antara 1 dan 2 merupakan fungsi dari X. Karena disini hanya ada 2 parameter, u_1 dan u_2 maka dipilih polinominal berderajat 1, sebagai berikut :

$$u = a1 + a2\,x = \begin{matrix} 1 & x \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} \tag{2.55}$$

a_1 dan a_2 dapat dinyatakan sebagai fungsi dari u_1 dan u_2 untuk titik 1 dan 2.

$$\begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} \tag{2.56}$$

Bila diinverskan, didapat :

$$\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} = \frac{1}{L} \begin{matrix} L & 0 \\ -1 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \end{matrix} \tag{2.57}$$

Persamaan tersebut menjadi :

$$\mu = \begin{matrix} 1 - \frac{X}{L} & \frac{X}{L} \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = \begin{matrix} N_1 & N_2 \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} \tag{2.58}$$

Disini $N1 = 1 - \frac{X}{L}$ dan $NL = \frac{X}{L}$ adalah fungsi bentuk dari peralihan.

Deformasi $\epsilon = \frac{du}{dx}$ dapat dihitung sebagai berikut :

$$\epsilon = \begin{matrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{-1}{L} & \frac{1}{L} \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = b \quad u^e \tag{2.59}$$

Kemudian :

$$\sigma_x = E \,.\, \epsilon_x \tag{2.60}$$

Matriks kekakuan :

$$K^e = \int_v b^T D \quad b \; \text{dvol} \tag{2.61}$$

Karena b dan D fungsi dari x, maka :

$$K^e = b^T D \quad t \text{ . volume}$$

Atau : $K^e = \begin{matrix} \frac{-1}{L} \\ \frac{1}{L} \end{matrix} \quad E \quad \frac{-1}{L} \quad \frac{1}{L}$ AL

$$= \frac{AE}{L} \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix} \tag{2.62}$$

Dimana A = luas penampang

Hubungan antara F_1 , F_2 dan peralihan u_1 , u_2 menjadi :

$$F^e = \begin{matrix} F_1 \\ F_2 \end{matrix} = \frac{AE}{L} \begin{matrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = K^e \quad u^e \tag{2.63}$$

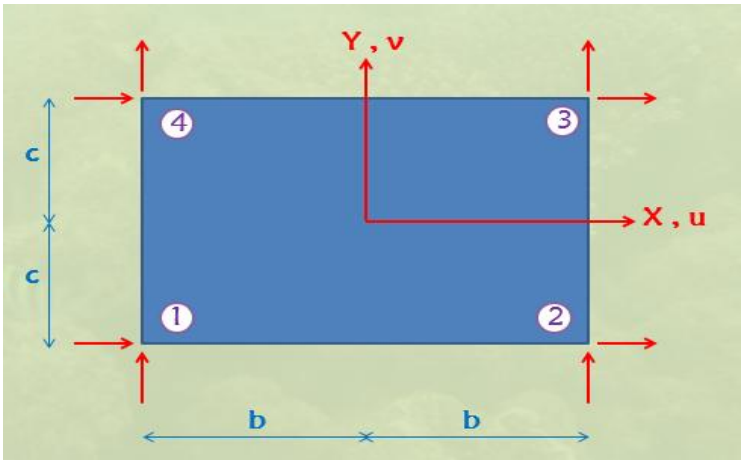
Persamaan 2.63 berarti sesuai dengan sumbu lokal X'Y' dari batang. Resultan kedua gaya mempunyai arah aksial, komponen gaya arah sumbu Y' adalah nol. Persamaan 2.63 menjadi :

$$F^e = K'^e \quad u'^e \tag{2.64}$$

$$F'^e = \begin{matrix} F'^e_{x1} \\ 0 \\ F'^e_{x2} \end{matrix} \quad \delta' = u'^e = \begin{matrix} u'_1 \\ 0 \\ u'_2 \\ 0 \end{matrix} \quad K'^e = \begin{matrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \frac{AE}{L} \tag{2.65}$$

b. Elemen Dua Dimensi

Beton pada balok dianalisis dengan elemen segi empat dua dimensi. Analisis ini sendiri didasarkan pada medan perpindahan u,v yang bervariasi linear sepanjang sisi-sisi elemen. Elemen segiempat yang paling sederhana mempunyai empat titik nodal. Untuk keadaan tegangan bidang, tiap titik nodal mempunyai dua derajat kebebasan pada bidang elemen yaitu translasi arah X dan arah Y seperti yang tergambar pada Gambar 12.



Gambar 12. Dinding Geser dan Elemen Tegangan Bidang Persegi Empat
(*Sumber* : *Konsep dan Aplikasi Metode Elemen Hingga, Robert Cook*)

Terdapat 8 derajat kebebasan elemen dengan anggapan elemen isoparametrik dan perpindahan bahan kaku, persamaan perpindahan

$$u(x,y) = a_1 , a_2 x , a_3 y, a_4 xy \quad (2.66)$$

$$v(x,y) = a_5 , a_6 x , a_7 y, a_8 xy \quad (2.67)$$

Peralihan u dari titik nodal 1, 2, 3 dan 4 dari suatu elemen adalah :

$$u = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 + a_4x_1y_1$$

$$u = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 + a_4x_2y_2$$

$$u = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 + a_4x_3y_3$$

$$u = a_1 + a_2x_4 + a_3y_4 + a_4x_4y_4 \quad (2.68)$$

Bila x = konstanta, maka u(x,y), v(x,y) merupakan fungsi linear.

$$\Delta = \Delta_i \ \Delta_j \ \Delta_m \ \Delta_n{}^T = u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_m \ v_m \ u_n \ v_n{}^T \quad (2.69)$$

Berarti medan peralihan untuk sesuatu titik (x,y) pada elemen ini adalah :

$$\begin{matrix} u\,(x,y) \\ v\,(x,y) \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{matrix} \tag{2.70}$$

Atau :

$$\begin{matrix} u_i \\ u_j \\ u_m \\ u_n \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & x_i & y_i & x_i\,y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j\,y_j \\ 1 & x_m & y_m & x_m y_m \\ 1 & x_n & y_n & x_n\,y_n \end{matrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} v_i \\ v_j \\ v_m \\ v_n \end{matrix} = \begin{matrix} 1 & x_i & y_i & x_i\,y_i \\ 1 & x_j & y_j & x_j\,y_j \\ 1 & x_m & y_m & x_m y_m \\ 1 & x_n & y_n & x_n\,y_n \end{matrix} \begin{matrix} a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{matrix} \tag{2.71}$$

Inverse, maka didapat harga nilai koefisien a_i

$$\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{matrix} = \frac{1}{4} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{1}{c} & -\frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ -\frac{1}{bc} & -\frac{1}{bc} & \frac{1}{bc} & -\frac{1}{bc} \end{matrix} \begin{matrix} u_i \\ u_j \\ u_m \\ u_n \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{matrix} = \frac{1}{4} \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{b} & \frac{1}{b} & \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{1}{c} & -\frac{1}{c} & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ -\frac{1}{bc} & -\frac{1}{bc} & \frac{1}{bc} & -\frac{1}{bc} \end{matrix} \begin{matrix} v_i \\ v_j \\ v_m \\ v_n \end{matrix} \tag{2.72}$$

Dari manipilasi dan substitusi kedelapan persamaan itu akan didapat :

$$u(x,y) = \frac{1}{4}\,u_i + u_j + u_m + u_n + \frac{1}{4b}\,-u_i + u_j + u_m - u_n \;x + \frac{1}{4c}\,-u_i - u_j + u_m + u_n \;y + \frac{1}{4bc}\,-u_i + u_j + u_m + u_n \;xy$$

$$= \frac{1}{4}\;1 - \frac{x}{b} - \frac{y}{c} - \frac{xy}{bc}\;u_i + \frac{1}{4}\;1 + \frac{x}{b} - \frac{y}{c} - \frac{xy}{bc}\;u_j + \frac{1}{4}\;1 + \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{xy}{bc}\;u_m + \frac{1}{4}\;1 - \frac{x}{b} + \frac{y}{c} - \frac{xy}{bc}\;u_n$$

$$u\;x,y = \frac{1}{4bc}\;b - x\;c - y\;u_i + b + x\;c - y\;u_j + b + x\;c + y\;u_m + b - x\;c + y\;u_n \tag{2.73}$$

Hal serupa :

$$v(x,y) = \frac{1}{4bc} \quad b-x \quad c-y \; v_i + \quad b+x \quad c-y \; v_j + \quad b+x \quad c+y \; v_m + \quad b-x \quad c+y \; v_n \tag{2.74}$$

Perihal u dan v dapat ditulis dengan fungsi bentuk sebagai berikut :

$$\begin{matrix} u\,(x,y) \\ v\,(x,y) \end{matrix} = \begin{matrix} N_1 & 0 & N_2 & xy & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 1 & N_3 & y & N_4 \end{matrix} \begin{matrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{matrix} \tag{2.75}$$

Dimana fungsi bentuknya ialah :

$$N_1 = \frac{(b-x)(c-y)}{4\,bc}$$

$$N_2 = \frac{(b+x)(c-y)}{4\,bc}$$

$$N_3 = \frac{b+x \quad c+y}{4\,bc}$$

$$N_4 = \frac{(b-x)(c+y)}{4\,bc} \tag{2.76}$$

Regangan tegangan elemen:

$$\epsilon = \begin{matrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial u}{X} \\ \frac{\partial V}{\partial Y} \\ \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{\partial v}{\partial Y} \end{matrix} \tag{2.77}$$

Dan tegangannya dari :

$$\sigma = \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{matrix} = D \begin{matrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{matrix} \tag{2.78}$$

Dimana D adalah matriks bahan yang berbeda untuk tegangan bidang dan regangan bidang.

$$\frac{1}{4bc}\begin{matrix} -c-y & 0 & c-y & 0 & c+y & 0 & -c+y & 0 \\ 0 & -b-x & 0 & -b+x & 0 & b+x & 0 & b-x \\ -(b-x) & -(c-y) & -(b+x) & (c-y) & (b+x) & (c+y) & (b-x) & -(c+y) \end{matrix}\begin{matrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \\ u_n \\ v_n \end{matrix} \quad (2.79)$$

Matriks bahan elemen $\boldsymbol{E} = \frac{E}{1-v^2}\begin{matrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{matrix}$

Elemen tegangan bidang, yaitu :

$[K^e] = t \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \int_{-\frac{c}{2}}^{+\frac{c}{2}} D^T \boldsymbol{E} \mathbf{D}$ dx dy, dengan t = tebal bidang

Matriks $[K^e]$ merupakan unsur matriks kekakuan elemen untuk perakitan matriks kekakuan struktur $K\ s$ yang simetris. Persamaan matriks $K\ s$ elemen segi empat dapat dilihat pada Persamaan 2.80.

$$K = \begin{bmatrix}
\frac{1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} \\
\frac{-1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot(v+1)\cdot(-1+v)\cdot b} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot\left(-1 + v^2\right)\cdot b} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} \\
\frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot\frac{E}{(-1+v)}\cdot t & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} \\
\frac{-1}{8}\cdot E\cdot(3\cdot v - 1)\cdot\frac{t}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot(v+1)\cdot(-1+v)\cdot b} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot\left(-1 + v^2\right)\cdot b} \\
\frac{-1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot\frac{\left(c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)}\cdot t & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} \\
\frac{1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot\left(-1 + v^2\right)\cdot b} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot(3\cdot v - 1)\cdot\frac{t}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot\frac{\left(4\cdot b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)}\cdot t & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot(v+1)\cdot(-1+v)\cdot b} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} \\
\frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot\left(-1 + v^2\right)\cdot c} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot(3\cdot v - 1)\cdot\frac{t}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(4\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-2\cdot c^2 - b^2 + b^2\cdot v\right)}{b\cdot c\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} \\
\frac{1}{8}\cdot E\cdot(3\cdot v - 1)\cdot\frac{t}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot\frac{\left(4\cdot b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)}\cdot t & \frac{-1}{8}\cdot t\cdot\frac{E}{(-1+v)} & \frac{1}{12}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot\left(-1 + v^2\right)\cdot b} & \frac{-1}{8}\cdot E\cdot t\cdot\frac{(3\cdot v - 1)}{\left(-1 + v^2\right)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(b^2 - c^2 + c^2\cdot v\right)}{c\cdot b\cdot\left(-1 + v^2\right)} & \frac{1}{8}\cdot E\cdot\frac{t}{(-1+v)} & \frac{-1}{6}\cdot E\cdot t\cdot\frac{\left(-c^2\cdot v + c^2 + 2\cdot b^2\right)}{c\cdot(v+1)\cdot(-1+v)\cdot b}
\end{bmatrix}$$

2.80

III. METODELOGI PENELITIAN

A. Umum

Metodologi penelitian merupakan suatu cara peneliti bekerja untuk memperoleh data yang dibutuhkan yang selanjutnya akan digunakan untuk dianalisa sehingga memperoleh kesimpulan yang ingin dicapai dalam penelitian. Metodologi penelitian ini bertujuan untuk mempermudah pelaksanaan dalam melakukan penelitian guna memperoleh pemecahan masalah dengan maksud dan tujuan yang telah ditetapkan secara sistematis.

B. Alat dan Bahan

1. Bahan

   Bahan – bahan yang digunakan dalam penelitian ini adalah :

   a. Materi mengenai contoh perhitungan balok beton bertulang dengan menggunakan metode elemen hingga.
   b. Panduan analisis struktur dengan program *Microsoft Excel*.

2. Alat

   Alat- alat yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

   a. Komputer atau laptop

Dalam penelitian ini saya menggunakan laptop Toshiba P745, dengan *Processor Intel Core i5*-2430M CPU 2.4GHz, RAM 4 GB, *System tipe 64-bit operating system.*

b. *Mouse* dan *Keyboard.*

c. Perangkat lunak. Perangkat lunak atau *software* yang dipakai dalam analisis perhitungan gaya momen pada balok beton bertulang, yaitu Program *Microsoft Excel*.

C. Metode Penelitian

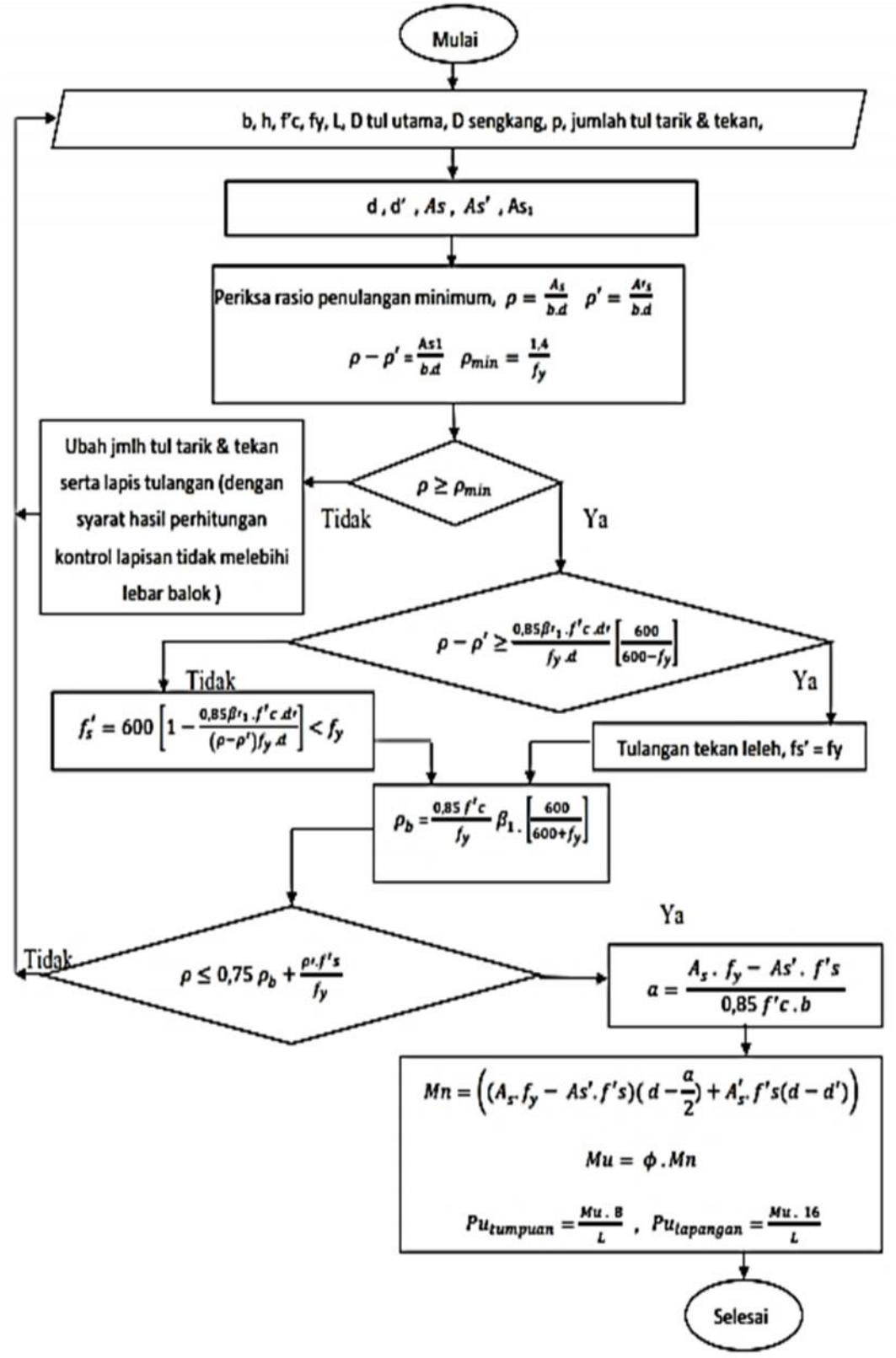
Terdapat 2 step perhitungan dalam analisis ini, yaitu :

1. Perancangan Balok Beton Bertulang

   Data-data yang dimiliki dalam perancangan balok beton bertulang yaitu :

   a. Panjang balok = L (mm)
   b. Lebar balok = b (mm)
   c. Tinggi balok = h (mm)
   d. Kuat tekan beton = *f'c* (MPa)
   e. Kuat leleh tulangan baja = *fy* (MPa)
   f. Modulus elasatisitas = E (MPa)
   g. Selimut beton = p (mm)
   h. Jarak antar tulangan As ke As (mm)
   i. Diameter tulangan utama dan tulangan sengkang (mm)
   j. Jumlah tulangan tarik dan tekan pada penampang balok persegi (buah)

   Diagram alir perhitungan analisis balok terlentur bertulangan rangkap dapat dilihat pada Gambar 13.



Gambar 13. Diagram Analisis Balok dengan Metode Konvensional

2. Perhitungan analisis metode elemen hingga dengan menggunakan *Microsoft Excel*.

   Langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis dengan menggunakan metode elemen hingga yaitu sebagai berikut :

   a. Diskritisasi/*meshing* dan pemilihan jenis elemen. Pemilihan jenis elemen berkait dengan idealisasi yang ingin dilakukan terhadap struktur yang dimodelkan. Pilihan yang ada berkait dengan jenis elemen (1 dimensi, 2 dimensi, atau 3 dimensi), dan berlanjut dengan tingkat kesulitan dari jenis elemen yang ditunjukkan oleh jumlah titik (*nodes*) dalam elemen beserta jumlah derajat kebebasan (*degree of freedom* atau DOF) dari masing-masing 2 titik (*node*).

   b. Penentuan jumlah elemen, penentuan ini berkait dengan ukuran elemen yang penentuan dan penyebarannya berkenaan dengan konsentrasi dari deformasi, regangan, serta tegangan yang akan terjadi pada struktur yang dimodelkan yang disebabkan oleh bentuk geometri dari struktur serta penyebaran beban dan syarat batasnya.

   c. Pilih fungsi deformasi (*Displacement Function*), penentuan fungsi deformasi adalah berkait dengan jumlah titik dalam satu elemen serta DOF yang dimodelkan pada tiap titik atau tingkat/derajat lolinomial dalam asumsi fungsi deformasi dalam elemen tersebut.

   d. Menentukan matriks persamaan dan kekakuan setiap elemen Ki^e (elemen batang 1 dimensi dan elemen segi empat 2 dimensi), salah satunya yaitu dengan Metode Kesetimbangan Langsung: matrik persamaan elemen yang menunjukan hubungan antara gaya kekakuan,

dan deformasi pada elemen ditentukan berdasarkan pada prinsip kesetimbangan gaya. Persamaan elemen yang dihasilkan secara umum adalah sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \dots \\ f_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \dots \\ d_n \end{Bmatrix}$$

atau {f} = [k] {d}

dimana:

{f} = matrik gaya

[k] = matrik kekakuan

{d} = matrik deformasi

e. Menentukan matriks kekakuan struktur elemen K^e s, yaitu matriks kekakuan struktur elemen batang dan matriks kekakuan struktur elemen segi empat.

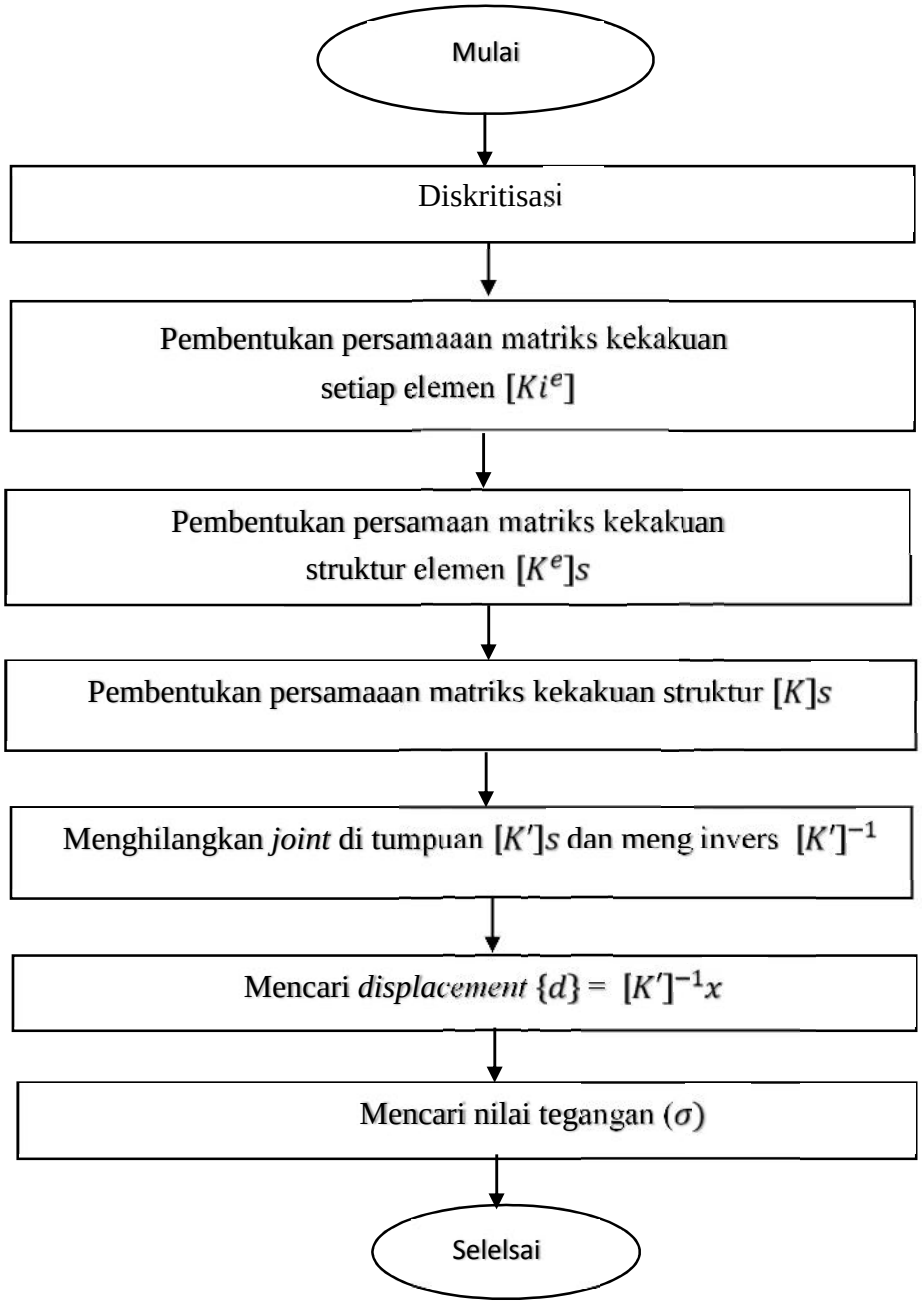
f. Menentukan matriks kekauan struktur K s, yaitu dengan menjumlah kan matriks kekakuan struktur elemen batang (K^e s batang) dengan matriks kekakuan struktur elemen segi empat (K^e s segi empat).

g. Menentukan besar *displacement*, reaksi perletakan serta gaya intenal elemen.

h. Penyelesaian tegangan elemen. Hasil tegangan adalah output yang umum digunakan untuk menentukan kualitas dari desain struktur yang dilakukan.

i. Interpretasi hasil yaitu output yang berupa : deformasi dan tegangan adalah sebagai acuan dalam menilai desain yang dimodelkan. Dari analisis yang dilakukan, maka dapat ditentukan perubahan-perubahan untuk perbaikan desain maupun kualitas model.

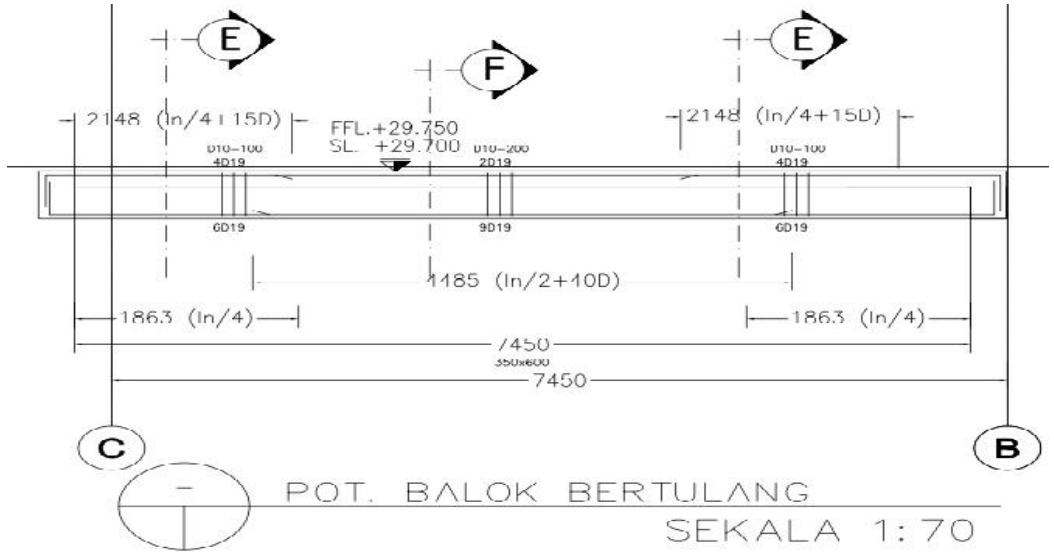
Diagram alir mencari tegangan dengan menggunakan metode elemen hingga sebagai berikut :



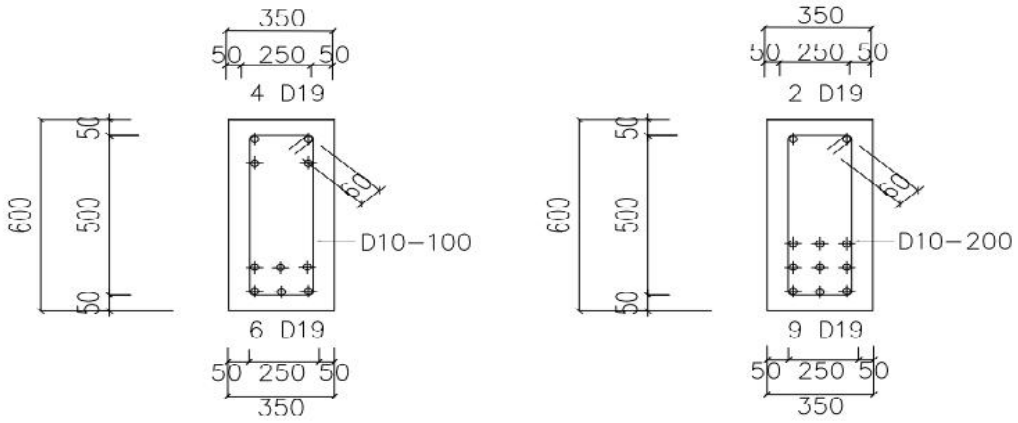
Gambar 14. Diagram Alir dengan Metode Elemen Hingga

D. Model Perencanaan Balok

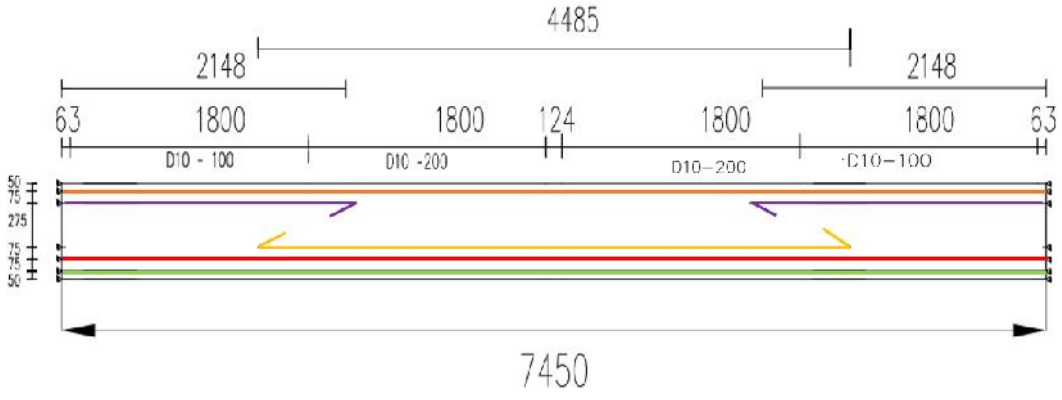
Struktur balok bertulang menggunakan beton dengan mutu beton *f'c* 30 MPa dengan mutu tulangan utama *fy* 400 MPa dan tulangan sengkang *fy* 240 MPa.



Gambar 15. Model Balok Beton Bertulang



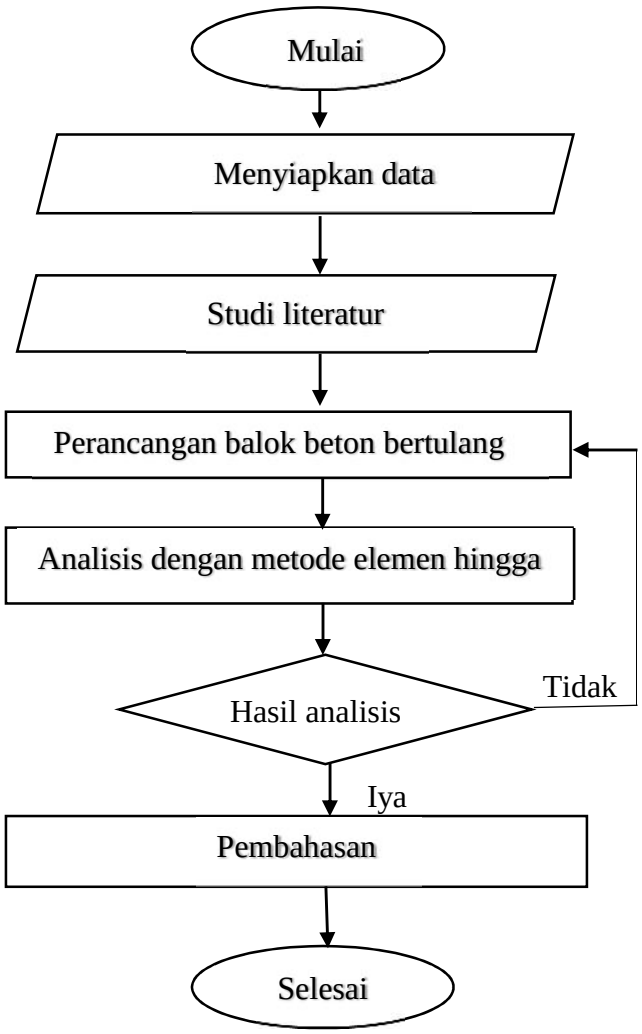
Gambar 16. Tulangan pada Potongan Penampang Melintang Balok



Gambar 17. Detail Tulangan pada Potongan Memanjang Balok

E. Diagram Alir Penelitian

Diagram alir penelitian pada evaluasi balok beton bertulang adalah sebagai berikut :



Gambar 18. Diagram Alir Penelitian

V. PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan uraian dan hasil pembahasan pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

1. Dari hasil perhitungan didapatkan bahwa beban terpusat yang dapat dipikul oleh balok beton bertulang di daerah lapangan sebesar 794,1369 KN, sedangkan di balok beton bertulang tumpuan sebesar 1207,20104 KN. Maka dalam analisis menggunakan metode elemen hingga harus digunakan beban terkecil yaitu di daerah lapangan sebesar 794,1369 KN.

2. Berdasarkan nilai *displacement*, beban yang ditansfer keseluruh elemen secara vertikal (cara 2) mengakibatkan perpindahan (defleksi) yang tidak terlalu berbeda dengan beban yang ditaruh secara vertikal di dua *joint* pada penampang tengah teratas balok (cara 1) yaitu didapatkan nilai rata – rata untuk arah x sebesar 0,06 mm sedangkan untuk arah y sebesar 10,3 mm.

3. Nilai pembesaran defleksi arah y (vertikal) lebih besar dan kuat dibandingkan dengan nilai pembesaran defleksi arah x (horizontal), hal ini dipengaruhi oleh beban vertikal yang diberikan dan juga konfigurasi balok yang digunakan dari struktur yang simetris.

4. Dari hasil analisis tegangan pada tulangan dan pada beton balok dengan menggunakan metode elemen hingga memiliki nilai yang lebih kecil bila dibandingkan dengan nilai *fy* dan *f'c* pada metode konvensional yaitu *f'c* senilai 30 MPa dan *fy* senilai 400 MPa. Hal ini menunjukkan bahwa balok beton bertulang dapat menahan beban yang lebih besar daripada nilai beban yang digunakan dalam perancangan balok bertulangan rangkap.

B. Saran

1. Analisis yang dilakukan hanya sebatas membandingkan nilai tegangan tulangan utama dan beton yang berada di daerah momen maksimum saja. Untuk mendapatkan hasil yang lebih komprehensif maka diperlukan analisis di semua elemen pada balok tersebut serta memperhitungkan pengaruh dari tulangan geser.
2. Analisis ini dilakukan dengan perhitungan manual dan dengan bantuan program *Microfoft Excel*, sehingga diperlukan tingkat ketelitian yang sangat tinggi dan jika ingin dilakukan analisis dikeseluruhan elemen balok maka perlu bantuan program khusus elemen hingga.
3. Perlu pemahaman yang lebih mengenai cara mengoperasikan program, teori-teori dasar analisis serta ketepatan dalam memberikan parameter-parameter sangatlah penting agar diperoleh hasil yang akurat.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2013. SNI 2847-2013. *Persyaratan Beton Struktural Untuk Bangunan Gedung.* Badan Standardisasi Nasional. Jakarta.

Cook, R.D. 1990. *Konsep dan Aplikasi Metode Elemen Hingga.* PT. Eresco. Bandung.

Dipohusodo, I. 1999. *Struktur Beton Bertulang*. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Hadipratomo, W. dan Raharjo, P.P. 1985. *Pengenalan Metode Elemen Hingga pada Teknik Sipil*. Nova. Bandung.

Katili, I. 2008. *Metode Elemen Hingga untuk Skeletal*. PT. Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Nawi, E.G. dan Suryoatmono, B. 1998. *Beton Bertulang – Suatu Pendekatan Dasar*. PT. Refika Aditama, Bandung.

Sebayang, S. 2005. *Strukutr Beton 1 Lentur*. Universitas Lampung. Bandar Lampung.

Susatio, Y. 2004. *Dasar-dasar Metode Elemen Hingga*. ANDI. Yogyakarta.

Wang, C.K. dan Charles, G.S. 1999. *Desain Beton Bertulang Jilid 1*. Penerbit Erlangga. Bandung.