METODE PERAMALAN DERET WAKTU MENGGUNAKAN MODEL *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)

(Skripsi)

Oleh :

HANA AYU MASHA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

ABSTRAK

METODE PERAMALAN DERET WAKTU MENGGUNAKAN MODEL *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)

Studi Kasus Data Penutupan Harga Saham Mingguan PT Adhi Karya (Persero) Tbk.

Oleh

HANA AYU MASHA

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model terbaik dalam menganalisa dan meramalkan data penutupan harga saham mingguan untuk PT Adhi Karya (Persero) Tbk dari September 1990 sampai Januari 2016 yang berjumlah 1.314 data. Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (APARCH). Model terbaik dipilih berdasarkan *Akaike Info Criterion* (AIC) dan *Schwarz Criterion* (SC). Dari hasil analisa didapat model terbaik yaitu APARCH (1,1) dengan ARIMA (1,1,1) sebagai model rata-rata bersyaratnya. Hasil dari peramalan untuk 7 periode kedepan menunjukan bahwa ramalan berada dalam interval konfidensi 95% yang berarti bahwa hasil peramalan menggunakan model ini dapat dipercaya.

Kata Kunci : Heteroskedastisitas, Efek Asimetris, APARCH, Peramalan

ABSTRACT

METHOD OF FORECASTING TIME SERIES USING *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)

BY

HANA AYU MASHA

The aim of this study is to find the best model to analize and forecast the financial data, data closing price weekly of PT Adhi Karya (Persero) Tbk from September 1990 to January 2016 there were 1314 data. The model used for this study is Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (APARCH) model. The best model choose based on the criteria of Akaike Info Criterion (AIC) and Schwarz Criterion (SC). From the analysis the best model is APARCH (1,1) with ARIMA (1,1,1) as the conditional mean model. The forecasting results for the next 7 periods shown that the forecast were within the Confidence Interval (CI) 95 %, this mean that the forecast by using this model the results were very reliable.

Keywords : Heteroskedastic, Asymmetric, APARCH, Forecasting

METODE PERAMALAN DERET WAKTU MENGGUNAKAN MODEL *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)

Oleh

HANA AYU MASHA

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk mencapai gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi	: **METODE PERAMALAN DERET WAKTU MENGGUNAKAN MODEL *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)**
Nama Mahasiswa	: *Hana Ayu Masha*
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1217031034
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.
NIP 19690305 199603 2 001

Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.
NIP 19570101 198403 1 020

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua	: **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.**	....
Sekretaris	: **Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D.**	....
Penguji Bukan Pembimbing	: **Drs. Eri Setiawan, M.Si.**	....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **25 Agustus 2016**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul " **METODE PERAMALAN DERET WAKTU MENGGUNAKAN MODEL *ASYMMETRIC POWER AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTIC* (APARCH)** " adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Agustus 2016

Yang menyatakan

METERAI TEMPEL
BFAEF138349391
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Hana Ayu Masha
NPM. 1217031034

RIWAYAT HIDUP

Penulis yang dilahirkan di Pringsewu pada tanggal 15 Mei 1995, merupakan putri tunggal dari Bapak Ahmad Azmi dan Ibu Zulaeha.

Mulai menempuh pendidikan sejak tahun 1999 di TK Dharma Wanita Kedondong, Pesawaran selama 2 tahun, Sekolah Dasar (SD) di SD Negeri 4 Kedondong, Pesawaran dari tahun 2001-2007, Sekolah Menengah Pertama (SMP) di SMP Negeri 1 Kedondong dari tahun 2007-2010, Sekolah Menengah Atas (SMA) di SMA Negeri Gadingrejo, Pringsewu sejak tahun 2010-2012.

Pada tahun 2012 penulis terdaftar sebagai Mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur Ujian Mandiri (UM).

Selama menjadi mahasiswa, penulis pernah aktif di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) FMIPA Unila 2013/2014 (sebagai anggota Biro Dana dan Usaha) dan HIMATIKA FMIPA Unila 2014/2015 (sebagai anggota Kesekretariatan.

Pada bulan Februari tahun 2015 melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung dan pada bulan Agustus tahun 2016 melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Wonorejo 1, kec. Way Ratai, kab. Pesawaran, Lampung.

MOTTO

"Bersikaplah kukuh seperti batu karang yang tidak putus-putus nya dipukul ombak. Ia tidak saja tetap berdiri kukuh, bahkan ia menentramkan amarah ombak dan gelombang itu."

(Marcus Aurelius)

"Segera bangun mimpimu atau orang lain akan mempekerjakan kamu untuk membangun mimpi mereka"

(Farrah Gray)

"Kesakitan membuat kita berfikir, fikiran membuat kita bijaksana, Kebijaksanaan membuat kita bisa bertahan dalam hidup."

(John Pattrick)

"Keberhasilan adalah kemampuan untuk melewati dan mengatasi dari satu kegagalan ke kegagalan yang berikutnya tanpa kehilangan semangat."

(Winston Chuchill)

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap Syukur Alhamdulillah atas Rahmat Allah SWT

Skripsi ini saya persembahkan kepada :

Kedua Orang Tua Tercinta Ayahanda Ahmad Azmi dan Ibunda Zulaeha

Orang tua yang telah membesarkan saya dan merawat saya hingga saat ini, telah mendidik, memberikan ilmu agama dan dunia, memberikan dukungan materil maupun moril selama menempuh pendidikan hingga sampai sekarang. Terima kasih atas semua doa dan harapan yang besar pada saya, dan terimkasih telah menjadi pembimbing hidup yang terbaik sampai saat ini.

Saudara dan Sahabat Tersayang

Saudara dan sahabat yang selalu memberikan warna dalam hari-hari saya, canda tawa, suka, duka, dan bahagia yang diberikan selama ini. Terima kasih atas dukungan, saran, semangat, bantuan, bahkan kritikan yang membangun.

Alamamaterku Tercinta

Universitas Lampung

SANWANCANA

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Metode Peramalan dengan Menggunakan Model *Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (APARCH)” Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, penuntun jalan bagi umat manusia.

Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dian Kurniasari, S.Si.,M.Sc., selaku dosen pembimbing utama yang telah meluangkan waktu untuk membimbing, mengarahkan, dan memotivasi penulis sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
2. Drs. Mustofa Usman, M.A., Ph.D., selaku dosen pembimbing pembantu yang telah memberikan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Drs. Eri Setiawan, M.Si., selaku penguji atas saran dan kritik yang diberikan bagi skripsi ini.
4. Ibu Widiarti, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
5. Bapak Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staff dan karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu pengetahuan dan bantuan kepada penulis.
8. Ayah dan Mamah, atas do'a, nasehat, dukungan, kepercayaan dan semangatnya selama ini.
9. Sahabat RUSUH (Merda, Ica, Lina, Oci , Sella ,Citra, dan Grita) yang selalu memberikan canda tawa dan semangat sampai saat ini.
10. Teman Seperjuangan Erni, Agnes, Riyama, Imah, dan Mbed yang selalu memberi dukungan dan berbagi suka maupun duka.
11. Gerry, Yefta, dan Ernia yang tak pernah sungkan membagi ilmunya dan mengajarkan kepada penulis.
12. Sahabat matematika 2012 atas bantuan, semangat dan rasa kekeluargaan yang telah diberikan.
13. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan namanya satu persatu, terimakasih untuk semangat dan bantuan yang telah diberikan.

Akhir kata, Penulis menyadari bahwa skripsi ini memiliki ketidaksempurnaan dan penulis berharap penelitian ini dapat berguna dan bermanfaat bagi pembaca. Amiin.

Bandar Lampung, Agustus 2016
Penulis

Hana Ayu Masha

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

DAFTAR TABEL

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pada saat ini telah terjadi globalisasi di bidang ekonomi yang menyebabkan berkembangnya sistem perekonomian. Bersamaan dengan adanya perkembangan ekonomi tersebut, maka tak jarang banyak data yang bersifat finansial. Data finansial tergolong dalam deretan observasi variabel random yang dapat dinyatakan sebagai deret waktu karena merupakan himpunan observasi terurut. Data deret waktu *(time serie*s) itu sendiri adalah rangkaian data yang diukur berdasarkan waktu dengan interval yang sama. Analisis deret waktu (*time series)* merupakan metode yang mempelajari deret waktu, baik dari segi teori maupun untuk membuat peramalan / prediksi. Berdasarkan sifat variansi residualnya, metode deret waktu terbagi menjadi deret waktu homoskedastis (variansi residual konstan) dan deret waktu heteroskedastis (variansi residual tidak konstan).

Data deret waktu yang memiliki variansi residual konstan (homoskedastis) dapat dimodelkan menggunakan model linear *Autoregressive Moving Average* (ARMA). Namun, pada data finansial pada umumnya memiliki variansi eror yang berubah-ubah (heteroskedastis). Untuk memodelkan heteroskedastis dalam data, dapat digunakan model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) (Engle 1982). Kemudian diciptakan model *Generelized Autoregressive Conditional*

Heteroscedasticity (GARCH) sebagai penyederhanaan dari model ARCH (Bollerslev ,1986). Ketiga model diatas mempunyi asumsi bahwa eror negatif *(bad news)* atau eror positif *(good news)* memberikan pengaruh yang simetris terhadap volatilitasnya.

Sedangkan pada umumnya, data finansial sering terjadi keadaan *leverage effect*, yaitu suatu keadaan dimana kondisi *bad news* atau *good news* memberikan pengaruh yang tidak simeteris terhadap volatilitasnya. Menurut (Zhou, 2009) agar dapat memodelkan data yang bersifat heterokedastisitas dan memiliki *leverage effect* maka dikembangkan model *Assymetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (APARCH). Atas dasar itulah peneliti tertarik mencari model terbaik APARCH untuk mengaplikasikannya pada kasus yang berkaitan dengan penelitian ini dan melakukan peramalan pada periode-periode selanjutnya.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah:

1. Mengestimasi parameter model APARCH.
2. Menerapkan model APARCH pada data studi kasus harga saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk dan meramalkannya.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Dapat mengetahui hasil estimasi parameter model APARCH.

2. Dapat mengaplikasikan model APARCH pada data studi kasus kasus harga saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk dan mengetahui hasil peramalan pada periode selanjutnya.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Deret Waktu

Data deret waktu adalah kumpulan nilai-nilai pengamatan dari suatu variabel yang diambil pada waktu yang berbeda. Data jenis ini dikumpulkan pada interval waktu tertentu, misalnya harian, mingguan, bulanan, dan tahunan (Gujarati & Porter , 2009).

2.2 Stasioneritas

Stasioner berarti bahwa tidak terdapat perubahan drastis pada data. Fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut.

Stasioneritas dibagi menjadi 2 yaitu :

2.2.1 Stasioner dalam rata-rata

Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk plot data seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Apabila dilihat dari plot ACF, maka nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun menuju nol sesudah *time lag* (selisih waktu) kelima atau keenam (Wei,2006).

2.2.2 Stasioner dalam variansi

Sebuah data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu (Wei, 2006).

2.3 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dalam metode *time series*, alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang akan diramalkan adalah dengan menggunakan fungsi autokorelasi/*Autocorrelation Function* (ACF) dan fungsi autokorelasi parsial/*Partial Autocorrelation Function* (PACF).

2.3.1 Fungsi Autokorelasi

Dari proses stasioner suatu data *time series* (X_t) diperoleh E (X_t) = μ dan variansi Var (X_t) = E (X_t - μ)^2 = σ^2 , yang konstan dan kovarian Cov (X_t,X_{t+k}), yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t-(t-k)|$. Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai kovariansi antara X_t dan X_{t+k} sebagai berikut :

$$\gamma = \text{Cov}(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)$$

dan korelasi antara X_t dan X_{t+k} didefinisikan sebagai

$$\rho_k = \frac{Cov\ (X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var\ (X_t) Var\ (X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

dimana notasi $Var\ (X_t)\ dan\ Var\ (X_{t+k})$ = γ_0. Sebagai fungsi dari k, γ_k disebut fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi (ACF). Dalam analisis *time series*, γ_k dan ρ_k menggambarkan kovarian dan korelasi antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama, hanya dipisahkan oleh *lag* ke-k.

Fungsi autokovariansi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k memiliki sifat-sifat sebagai berikut :

1. γ_0= Var (X_t) ; $\rho_0 = 1$.

   Bukti :

   Dengan menggunakan definisi korelasi antara X_t dan X_{t+k}, akan di buktikan bahwa γ_0= Var (X_t) ; $\rho_0 = 1$.

$$\rho_k = \frac{Cov\ (X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var\ (X_t) Var\ (X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

   Diberikan k = 0, maka

$$\rho_0 = \frac{Cov\ (X_t, X_{t+0})}{\sqrt{Var\ (X_t) Var\ (X_{t+0})}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Cov\ (X_t, X_t)}{\sqrt{Var\ (X_t) Var\ (X_t)}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Var\ (X_t)}{\sqrt{Var^2\ (X_t)}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\rho_0 = \frac{Var\ (X_t)}{Var\ (X_t)} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$$

Terbukti.

2. $\left|\gamma_k\right| \leq \gamma_0$; $\left|\rho_k\right| \leq 1$.

   Bukti :

   Sifat kedua merupakan akibat dari persamaan autokorelasi kurang dari atau sama dengan 1 dalam nilai mutlak.

3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$ untuk semua k, γ_k dan ρ_k adalah fungsi yang sama dan simetrik *lag* k=0.

   Bukti :

   Sifat tersebut diperoleh dari perbedaan waktu antara X_t dan X_{t+k}. Oleh sebab itu, fungsi autokorelasi sering hanya diplotkan untuk *lag* nonnegatif. Plot tersebut kadang disebut korrelogram (Wei, 2006).

Pendugaan koefisien (r_k) adalah dugaan dari koefisien autokorelasi secara teoritis yang bersangkutan (ρ_k) . Nilai r_k tidak sama persis dengan ρ_k yang berkorespondensi dikarenakan *error* sampling. Distribusi dari kemungkinan nilai-nilai disebut dengan distribusi sampel. Galat baku dari distribusi sampling adalah akar dari penduga variansinya.

Pengujian koefisien autokorelasi :

H_0 : ρ_k = 0 (Koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

H_1 : $\rho_k \neq 0$ (Koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Statistik uji : $t = \frac{r_k}{SE\ r_k}$

dengan :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T-k}(x_t - \bar{x})(x - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2} \quad \text{dan} \quad \text{SE}\,(r_k) = \sqrt{\frac{1 + 2\sum_{j=1}^{k-1} r_j{}^2}{T}} \approx \frac{1}{\sqrt{T}}$$

dengan :

SE (r_k): *standard error* autokorelasi pada saat *lag* k

r_k : autokorelasi pada saat *lag* k

k : time *lag*

T : banyak observasi dalam data *time series*

Kriteria keputusan : tolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas *df* = T-1, T merupakan banyaknya data dan *k* adalah *lag* koefisien autokorelasi yang diuji (Pankratz, 1991).

2.3.2 Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara X_t dan X_{t+k}, apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, . . . , dan seterusnya sampai k-1 dianggap terpisah . Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk PACF yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut. Fungsi autokorelasi parsial dapat dinotasikan dengan:

$$\text{corr}\,(X_t, X_{t+1}, X_{t+2}, X_{t+3, \ldots}, X_{t+k})$$

misalkan X_t adalah proses yang stasioner dengan $E(X_t) = 0$, selanjutnya X_{t+k} dapat dinyatakan sebagai model linear

$$X_{t+k} = \emptyset_{k1} X_{t+k-1} + \emptyset_{k2} X_{t+k-2} + \ldots + \emptyset_{kk} X_t + \varepsilon_{t+k} \tag{2.1}$$

dengan $\emptyset_{ki}$ adalah parameter regresi ke-i dan ε_{t+k} adalah nilai kesalahan yang tidak berkorelasi dengan X_{t+k-j} dengan j=1,2, … , k. Untuk mendapatkan nilai PACF, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.1) dengan X_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh :

$$X_{t+k-j}X_{t+k} = \emptyset_{k1}X_{t+k-1}X_{t+k-j} + \emptyset_{k2}X_{t+k-2}X_{t+k-j} + \ldots + \emptyset_{kk}X_tX_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k}X_{t+k-j}$$

Selanjutnya nilai harapannya adalah

$$E(X_{t+k-j}X_{t+k}) = E(\emptyset_{k1}X_{t+k-1}X_{t+k-j} + \emptyset_{k2}X_{t+k-2}X_{t+k-j} + \ldots + \emptyset_{kk}X_tX_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k}X_{t+k-j})$$

Dimisalkan nilai $E(X_{t+k-j}X_{t+k}) = \gamma_j$, j=0,1,…,k dan karena $E(\varepsilon_{t+k}\, X_{t+k-j}) = 0$, maka diperoleh

$$\gamma_j = \emptyset_{k1}\gamma_{j-1} + \emptyset_{k2}\gamma_{j-2} + \cdots + \emptyset_{kk}\gamma_{j-k} \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) dibagi dengan γ_0

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \emptyset_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \emptyset_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \cdots + \emptyset_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0}$$

diperoleh

$$\rho_j = \emptyset_{k1}\rho_{j-1} + \emptyset_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{j-k},\ j = 1,2,3,\ldots,k$$

untuk j = 1, 2, 3 ,…, k didapatkan sistem persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \emptyset_{k1}\rho_0 + \emptyset_{k2}\rho_1 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-1}, \\
\rho_2 &= \emptyset_{k1}\rho_1 + \emptyset_{k2}\rho_0 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-2}, \qquad (2.3) \\
&\vdots \\
\rho_k &= \emptyset_{k1}\rho_{k-1} + \emptyset_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_0,
\end{aligned}$$

Sistem persamaan (2.3) dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan Cramer. Persamaan (2.3) untuk j = 1, 2, 3, …, k digunakan untuk mencari nilai-nilai fungsi autokorelasi parsial *lag* k yaitu $\emptyset_{k1}, \emptyset_{k2}, \dots, \emptyset_{kk}$.

a. Untuk *lag* pertama (k = 1) dan (j = 1) diperoleh sistem persamaan sebagai berikut :

$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_{0,}$ karena $\rho_0 = 1$ sehingga $\rho_1 = \emptyset_{11}$ yang berarti bahwa fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan fungsi autokorelasi pada *lag* pertama.

b. Untuk *lag* kedua (k = 2) dan (j = 1,2) diperoleh sistem persamaan

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1$$

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_0 \qquad (2.4)$$

Persamaan (2.4) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_{11} \\ \emptyset_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\emptyset_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

c. Untuk *lag* ketiga (k = 3) dan (j = 1,2,3) diperoleh sistem persamaan

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2$$

$$\rho_2 = \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_0 + \emptyset_{33}\rho_1$$

$$\rho_3 = \emptyset_{11}\rho_2 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_0 \qquad (2.5)$$

persamaan (2.5) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix}\rho_0 & \rho_1 & \rho_2\\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1\\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\emptyset_{11}\\ \emptyset_{22}\\ \emptyset_{33}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\rho_1\\ \rho_2\\ \rho_3\end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix}1 & \rho_1 & \rho_2\\ \rho_1 & 1 & \rho_1\\ \rho_2 & \rho_1 & 1\end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix}1 & \rho_1 & \rho_1\\ \rho_1 & 1 & \rho_2\\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3\end{bmatrix}$ dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\emptyset_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix}1 & \rho_1 & \rho_1\\ \rho_1 & 1 & \rho_2\\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & \rho_1 & \rho_2\\ \rho_1 & 1 & \rho_1\\ \rho_2 & \rho_1 & 1\end{vmatrix}}$$

d. Untuk *lag* ke-j = 1,2,3,…, k diperoleh sistem persamaannya adalah

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-1}$$

$$\rho_2 = \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_0 + \emptyset_{33}\rho_1 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-2}$$

$$\rho_3 = \emptyset_{11}\rho_2 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_0 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-3}$$

$$\vdots \qquad (2.6)$$

$$\rho_k = \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_2 + \emptyset_{33}\rho_3 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_0$$

Persamaan (2.6) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix}1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1}\\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2}\\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-3}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\emptyset_{11}\\ \emptyset_{22}\\ \emptyset_{33}\\ \vdots\\ \emptyset_{kk}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\rho_1\\ \rho_2\\ \rho_3\\ \vdots\\ \rho_k\end{bmatrix}$$

dengan aturan Cramer diperoleh

$$A_k = \begin{bmatrix}1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1\\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2\\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_3\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k\end{bmatrix}$$

Nilai autokorelasi parsial *lag* k hasilnya adalah

$$\emptyset_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & 1 \end{vmatrix}}$$

$\emptyset_{kk}$ disebut PACF antara X_t dan X_{t+k} atau dapat juga dituliskan

$$\emptyset_{kk} = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

Dengan demikian diperoleh autokorelasi parsial dari X_t pada *lag* k.

Himpunan dari $\emptyset_{kk}\{\emptyset_{kk}\,; k = 1,2,\ldots\}$, disebut sebagai *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Fungsi $\emptyset_{kk}$ menjadi notasi standar untuk autokorelasi parsial antara observasi X_t dan X_{t+k} dalam analisis *time series*. Fungsi $\emptyset_{kk}$ akan bernilai nol untuk k > p. Sifat ini dapat digunakan untuk identifikasi model AR dan MA, yaitu pada model *Autoregressive* berlaku ACF akan menurun secara bertahap menuju nol dan *Moving Average* berlaku ACF menuju ke-0 setelah lag ke-q sedangkan nilai PACF model AR yaitu $\emptyset_{kk}$ = 0, k > p dan model MA yaitu $\emptyset_{kk}$ = 0, k > q

Hipotesis untuk menguji koefisien autokorelasi parsial adalah sebagai berikut

$H_0 : \emptyset_{kk} = 0$

$H_1 : \emptyset_{kk} \neq 0$

Taraf signifikansi : α = 5%

Statistik uji : t = $\frac{\emptyset_{kk}}{SE\ (\emptyset_{kk})}$

dengan :

$SE\ (\emptyset_{kk}) = \frac{1}{T}$

Kriteria keputusan :

Tolak *H₀* jika t hitung > $t_{\frac{\alpha}{2},df}$, dengan derajat bebas *df* = T-1, T adalah banyaknya data dan k adalah *lag* autokorelasi parsial yang akan diuji (Wei, 2006).

2.4 Uji *Augmented* Dickey-Fuller(ADF)

kestasioneran data selain dengan melihat plot dari ACF dan PACF, dapat juga mengujinya dengan menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Misalkan kita punya persamaan regresi

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + u_t \qquad \text{.................(2.7)}$$

dimana $\phi = -\alpha(1)$ dan $\alpha_j^* = -(\alpha_{j+1} + \cdots + \alpha_p)$. Uji statistik pada *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) berdasarkan pada t-*statistic* koefisien ϕ dari estimasi metode kuadrat terkecil biasa. Pada model ini hipotesis yang diuji adalah

$H_0 :\ \phi = 0$ (terdapat *unit Root* atau *time series* tidak stationer)

$H_0 :\ \phi < 0$ (tidak terdapat *unit Root* atau *time series* stationer)

(Gujarati & Porter, 2009)

2.5 Proses *White Noise*

Suatu proses $\{\varepsilon_t\}$ disebut proses *white noise* jika data terdiri dari variabel acak yang tidak berkorelasi dan berdistribusi normal dengan rata-rata konstan E (ε_t) = 0, variansi konstan Var $(\varepsilon_t) = \sigma^2$ dan γ_k = Cov $(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$ untuk $k \neq 0$.

Dengan demikian proses *white noise* stasioner dengan,

Fungsi autokovariansi

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma^2, jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi

$$\rho_k = \begin{cases} 1\ , jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi parsial

$$\varphi_{kk} = \begin{cases} 1\ , jika\ k = 0 \\ 0\ , jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis *error*-nya. Uji korelasi residual digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi residual antar *lag*. Langkah-langkah pengujian korelasi residual yaitu :

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \cdots = 0$ (residual tidak terdapat autokorelasi)

H_1 : $\exists\ \rho_k \neq 0$, k= 1, 2, …, K (residual terdapat autokorelasi)

Taraf signifikansi α = 5%

Statistik uji *Ljung Box-Pierce*. Rumus uji *Ljung Box-Pierce* :

$$Q_k = T(T+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^{\ 2}}{T-k}$$

dengan

T : banyaknya data

K : banyaknya *lag* yang diuji

$\hat{\rho}_k$: dugaan autokorelasi residual periode k

Kriteria keputusan yaitu tolak H_0 jika Q-hitung > $\mathcal{X}^2_{(\alpha,df)}$ tabel , dengan derajat kebebasan K dikurangi banyaknya parameter pada model (Wei, 2006).

2.6 Uji Jarque-Berra

Pemeriksaan kenormalan sisaan baku model menggunakan uji Jarque Berra. Uji ini berfungsi untuk menguji kenormalan sebaran data yang mengukur perbedaan antara *skewness* (kemenjuluran) dan *kurtosis* (keruncingan) data dari sebaran normal.

$$JB = \left[\left(\frac{T}{6}\right)S^2 + \left(\frac{T}{24}\right)(K-3)^2\right]$$

Dimana T = banyaknya pengamatan

S = kemenjuluran

K = keruncingan

Tolak H_0 jika JB > $\chi^2_{(2)}$, maka galat baku tidak menyebar normal.

2.7 Model Deret Waktu Box Jenkins

Menurut Box dan Jenkin (1976), adapun macam-macam model deret waktu diantaranya model *autoregressive* (AR), *moving-average* (MA) , *autoregressive moving-average* (ARMA) , *dan Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

2.7.1 Proses *autoregressive* (AR)

Bentuk umum orde ke-p model *Autoregressive* adalah

$$x_t = \delta + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.7}$$

Dimana ε_t *white noise*. Persamaan (2.7) dapat juga ditulis

$$\Phi(\mathrm{B}) x_t = \delta + \varepsilon_t$$

dimana $\Phi(\mathrm{B}) = 1 - \phi_1 B \quad - \phi_2 B^2 \quad - \cdots - \phi_p B^p$.

untuk AR (p) stasioner

$$E(x_t) = \mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \cdots - \phi_p}$$

dan

$$\begin{aligned} \gamma_y(k) &= cov\,(x_t, x_{t-k}) \\ &= cov\,(\,\delta + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t, x_{t-k}) \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{p} \phi_i\, cov(x_{t-i}, x_{t-k}\,) + cov(\varepsilon_t, x_{t-k}) \qquad (2.8) \\ &= \sum_{i=1}^{p} \phi_i\, \gamma_y(k-i) + \begin{cases} \sigma^2 \; jika\; k = 0 \\ 0 \;\; jika\; k > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Kemudian kita peroleh

$$\gamma_y(0) = \sum_{i=1}^{p} \phi_i\, \gamma_y(i) + \sigma^2$$

$$\Rightarrow\; \gamma_y(0) \left[1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i \rho_y(i) \right] = \sigma^2$$

Hasil pembagian persamaan (2.8) dengan $\gamma_y(0)$untuk k > 0 dapat digunakan untuk mencari nilai ACF pada proses AR(p) yang memenuhi persamaan *Yule-Walker*

$\rho_y(k) = \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, \rho_y(k-i)$ k = 1, 2, … (Montgomery, Jennings, & Kulachi, 2008)

2.7.2 Proses *Moving-Average* (MA)

Model *moving average* dengan order q dinotasikan MA (q) didefinisikan sebagai :

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad ; \varepsilon_t \sim N(0,\sigma^2)$$

dengan :

x_t : nilai variabel pada waktu ke-t

ε_t : nilai-nilai error pada waktu t

θ_i : koefisien regresi, i: 1,2,3, …,q

q : order MA

persamaan di atas dapat ditulis dengan operator *backshift* (B), menjadi :

$$x_t = \mu + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

$$= \mu + (1 - \textstyle\sum_{i=1}^{q} \theta_i B^i) \varepsilon_t$$

$$= \mu + \Theta(B) \varepsilon_t \qquad (2.9)$$

dimana $\Theta(B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} \theta_i B^i$

Karena ε_t *white noise*, nilai harapan MA (q) adalah

$$E(x_t) = E(\mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q})$$

$$= \mu$$

dan varian

$$Var(x_t) = \gamma_y(0) = Var(\mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \theta_3 \varepsilon_{t-3} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q})$$

$$= \sigma^2 (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)$$

Dengan cara yang sama diperoleh nilai autokovarian pada *lag* k

$$\gamma_y(k) = Cov(x_t, x_{t+k})$$

$$= E[(\mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q})(\mu + \varepsilon_{t+k} - \theta_1 \varepsilon_{t+k-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+k-q})]$$

$$= \begin{cases} \sigma^2(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q) & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Diperoleh nilai autokorelasi pada *lag* k yaitu

$$\rho_y(k) = \frac{\gamma_y(k)}{\gamma_y(0)} = \begin{cases} \dfrac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2} & , k = 1, 2, 3, \dots q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Dari bagian ini diperoleh bahwa nilai ACF sangat membantu mengindentifikasi model MA dan order *cut off* tepat setelah *lag* q (Montgomery, Jennings, & Kulachi, 2008).

2.7.3 Proses *Autoregressive Moving-Average* (ARMA)

Model *Autoregressive Moving Avarage* (*ARMA*) merupakan bentuk model deret waktu linear yang mengidentifikasi persamaan regresinya menggunakan nilai masa lalunya atau kombinasi nilai masa lalu dan eror masa lalunya.

Misalkan {Xt} adalah proses yang stasioner, stasiones sendiri berarti bila suatu data deret waktu mempunyai nilai tengah yang konstan dan varians yang konstan. Maka model ARMA(p,q) adalah :

$$x_t = \delta + \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + \cdots + \emptyset_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$= \delta + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

atau

$\Phi(B) x_t = \delta + \Theta(B) \varepsilon_t$ (Wei, 2006).

2.7.4 Proses *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

Jika d adalah bilangan bulat nonnegative, maka $\{X_t\}$ dikatakan proses ARIMA jika $Y_t := (1 - B)^d x_t$ merupakan akibat dari proses ARMA.

Definisi diatas berarti bahwa$\{X_t\}$ memenuhi persamaan :

$$\phi^*(B) X_t \equiv \phi(B)(1 - B)^d x_t = \theta(B)\varepsilon_t, \ \{\varepsilon_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$$

Dengan $\phi(B)$ dan $\theta(B)$ adalah derajat polinomial dari p dan q, $\phi(B) \neq 0$ untuk $|\phi(B)| < 1$ (Brockwell, 2002).

2.8 Volatilitas

Volatilitas digunakan sebagai salah satu ukuran untuk melihat seberapa besar dan seringnya perubahan atau fluktuasi yang terjadi pada indikator-indikator ekonomi.

Biasanya besaran ini dinyatakan sebagai standar deviasi perubahan data deret waktu keuangan. Perhitungan besarnya volatilitas ke-t secara sederhana sebagai berikut :

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} r^2_{t-1} \qquad (2.10)$$

Akan memberikan besarnya nilai pembobotan yang sama (konstan) sebesar $\frac{1}{n}$ untuk semua return kuadrat, dimana n adalah banyaknya observasi (Tagliafchi, 2003).

2.9 Pembedaan *(Differencing)*

Ketika data tidak mempunyai rata-rata yang konstan, kita dapat membuat data baru dengan rata-rata konstan dengan cara pembedaan data, artinya kita menghitung perubahan pada data secara berturut-turut. Pembedaan pertama atau d=1 dirumuskan :

$$W_t = X_t - X_{t-1}$$

Jika pembedaan pertama d=1 belum membuat seri data mempunyai rata-rata yang konstan, maka dilakukan pembedaan ke-2 atau d=2 yang berarti kita menghitung perbedaan pertama dari perbedaan pertama. Kita definisikan W^*_t sebagai pembedaan pertama dari z_t sehingga rumus untuk pembedaan kedua d=2 sebagai berikut :

$$\begin{aligned} W_t &= W^*_t - W^*_{t-1} \\ &= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \end{aligned}$$

(Pankratz, 1991).

2.10 Homoskedastisitas

Homoskedastisitas atau variansi konstan dapat dilihat dari plot eror model rata-rata bersyarat. Apabila plot memeperlihatkan adanya fluktuasi yang tinggi pada beberapa periode dan fluktuasi yang rendah pada beberapa periode yang lain, maka residu model rata-rata bersyarat memeiliki efek heteroskedastisitas (Wagle, 2009).

2.11 Model *Autoregresive Conditional Heteroscedastic* (ARCH)

Conditional variance dari residual ε_t yang dilambangkan dengan σ_t^2, dapat ditulis dengan

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \qquad (2.11)$$

Dimana variansi residual bergantung pada *lag* ke q dari kuadrat residual, yang dikenal sebagai *Autoregresive Conditional Heteroscedastic* (ARCH). Secara Lengkap model ARCH dapat dituliskan sebagai berikut.

$$x_t = \delta + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i x_{t-i} - \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \qquad (2.12)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

dengan x_t merupakan persamaan conditional mean (Brooks, 2014).

2.12 Uji *Lagrange Multiplier* (LM)

Uji untuk menentukan apakah ‘efek-ARCH’ ada pada residual dari model dugaan dapat dilihat pada langkah berikut ini:

1. Jalankan sebarang bentuk regresi linear, seperti:

$$x_t = \mu + \lambda_1 x_{t1} + \lambda_2 x_{t2} + \cdots + \lambda_p x_{tp} + \varepsilon_t$$

2. Kuadratkan residualnya dan regresikan resiual tersebut pada lag ke q untuk menguji orde ke-q ARCH,

$$\sigma_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \lambda_q \varepsilon_{t-q}^2 + \varepsilon_t$$

dengan ε_t adalah residual. Dapatkan R^2 dari regresi ini.

3. Statistik uji didefinisikan sebagai

$$LM = TR^2 \qquad (2.19)$$

Dimana

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{X}_i - \hat{X})^2}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \hat{X})^2}$$

T menyatakan jumlah observasi dan R^2 adalah *r-square*, dan berdistribusi $\chi^2(q)$.

4. Hipotesis nol dan alternatif adalah

$$H_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_q = 0$$

$H_1 : \lambda_1 \neq 0$ atau $\lambda_2 \neq 0$ atau ... atau $\lambda_q \neq 0$ (Brooks, 2014)

2.13 Model *Generalized* ARCH (GARCH)

Model GARCH dikembangkan oleh Bollerslev (1986) dan Taylor (1986). Model GARCH mengizinkan *conditional variance* bergantung terhadap *conditional variance* pada lag sebelumnya, maka persamaan *conditional variance* menjadi

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma^2{}_{t-j} \qquad (2.14)$$

Dimana nilai sekarang dari *conditional variance* diparameterisasi untuk bergantung terhadap lag ke-p dari kuadrat residualnya dan *lag* ke-p dari *conditional variance*, dilambangkan dengan GARCH(p,q). Secara lengkap model GARCH dapat dituliskan sebagai berikut.

$$x_t = \delta + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i x_{t-i} - \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma^2{}_{t-j}$$

Dengan x_t merupakan persamaan *conditional mean* (Brooks, 2014).

2.14 Keasimetrian Model

Kondisi eror lebih kecil dari nol atau penurunan harga aset sering disebut dengan istilah *bad news* dan kondisi eror yang lebih besar dari nol atau peningkatan harga aset sering disebut dengan *good news.* Apabila good news dan bad news memberikan pengaruh yang tidak simetris terhadap volatilitas, keadaan ini dikenal sebagai *leverage effect* (Chen, 2005). Untuk menggunakan model APARCH diperlukan asumsi bahwa data residual yang diuji harus memiliki efek asimetris. suatu uji efek asimetris yang disebut *sign and size bias test* untuk menentukan apakah model asimetris dibutuhkan atau model GARCH sudah cukup memadai. Untuk memeriksa pengaruh efek asimetris, data deret waktu terlebih dahulu harus dimodelkan ke dalam model GARCH dan diambil residual datanya. Kemudian lakukan uji efek asimetris berdasarkan persamaan regresi berikut :

$$\widehat{a_t^2} = \varphi_0 + \varphi_1 S_{t-1}^- + \varphi_2 S_{t-1}^- \hat{a}_{t-1} + \varphi_3 S_{t-1}^+ \hat{a}_{t-1} + u_t$$

$$S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$$

Dengan

S_{t-1}^- : variabel dummy yang bernilai satu jika $\hat{a}_{t-1} < 0$ dan nol untuk yang selainnya.

φ_1 : Parameter *sign bias* (efek positif atau negatif)

φ_2 : Parameter *size bias* (besar efek negatif)

φ_3 : Parameter *size bias* (besar efek positif)

Dengan hipotesis yang diuji adalah :

H_0 : $\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ (residual bersifat simetris).

H_1 : Paling tidak ada satu tanda "=" tidak berlaku (residual bersifat asimetris).

Dengan kriteria penolakan H_0 adalah tolak H_0 jika *p-value* $< \alpha$.

2.15 Model APARCH

Model Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (APARCH) diperkenalkan oleh Ding, Granger dan Engle pada tahun 1993 untuk memodelkan data yang mempunyai efek *heteroscedasticity* dan kondisi *leverage effect.* Ide pokok model APARCH adalah mengganti kedua order dari eror dalam bentuk pangkat yang lebih fleksibel. Model APARCH adalah salah satu model asimetris GARCH yang mempunyai koefisien *asymmetric* untuk mengatasi *leverage effect* dalam perhitungan. Bentuk umum model APARCH(p,q) adalah

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t , z_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^{\delta} = \omega + \sum_{i+1}^{p} \alpha_i \left(|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i\, \varepsilon_i\right)^{\delta} + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^{\delta} \qquad (2.15)$$

Dengan

$\omega, \delta, \beta_j, , \alpha_i, \gamma_i$ adalah bilangan real , $j = 1,2, \dots , p$ dan $i = 1,2, \dots , q$

δ diestimasi menggunakan transformasi *Box Cox* dalam kondisi standar deviasi.γ_i merupakan *leverage effect*. Jika *leverage effect* bernilai positif, artinya *bad news* (berita buruk) memiliki pengaruh yang kuat dibandingkan dengan *good news* (berita baik), begitu pula sebaliknya. adalah residual data ke-t (Laurent, 2003).

Untuk memeriksa keberadaan pengaruh *leverage effect* (efek asimetris) salah satunya dengan cara data deret waktu terlebih dahulu dimodelkan ke dalam model GARCH. Kemudian dari model tersebut diuji apakah memiliki efek asimetris dengan melihat korelasi antara (standar residual kuadrat model *Box Jenkins*) dengan (*lag* standar residual model GARCH) dengan menggunakan korelasi silang. Kriteria pengujiannya adalah jika terdapat batang yang melebihi standar deviasi atau ditandai dengan adanya tanda bintang, berarti kondisi *bad news* dan *good news* memberi pengaruh asimetris terhadap volatilitas (Tagliafichi, 2003).

2.16 Pendugaan Parameter Model APARCH

Diberikan $\varepsilon \sim N(0, {\sigma_t}^2)$ dan, $\varepsilon_1 \varepsilon_2, \dots , \varepsilon_n$ adalah sampel random yang saling bebas stokastik independen (iid) dari f(ε;θ), dengan θ =0, ${\sigma_t}^2$

Dengan menggunakan fungsi kepekatan peluang tersebut selanjutnya akan di bentuk fungsi *likelihood*:

$$L(\theta) = f(\varepsilon_1;\theta)\, f(\varepsilon_2;\theta) ... f(\varepsilon_n;\theta) \qquad (2.16)$$

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(\varepsilon_t;\theta)$$

$$L(\theta) = \prod_{t=1}^{T} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_t^2}}\, e^{-\frac{\varepsilon_t^2}{2\sigma_t^2}}$$

$$L(\theta) = (2\pi{\sigma_t}^2)^{-\frac{n}{2}} \exp[-\frac{1}{2{\sigma_t}^2}\sum_{t=1}^{n} {\varepsilon_t}^2] \qquad (2.17)$$

Kita dapat menuliskan logaritma natural fungsi *likelihood* sebagai berikut :

$$\ln L(\theta) = \ln\,(2\pi{\sigma_t}^2)^{-\frac{n}{2}} \exp[-\frac{1}{2{\sigma_t}^2}\sum_{t=1}^{n} {\varepsilon_t}^2$$

$$= -\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln {\sigma_t}^2 - \sum_{t=1}^{n}\frac{{\varepsilon_t}^2}{2{\sigma_t}^2} \qquad (2.18)$$

Hogg and Craig (1995)

Menurut (Bollerslev, 1986) metode iterasi *Berndt-Hall-Hall-Hausman (BHHH)* dapat digunakan untuk mengestimasi parameter dari APARCH (p,q).Iterasi *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH) menggunakan turunan pertama dari fungsi *log- likelihood.*

1.17 ***Bernt-Hall-Hall-Hausman*** **(BHHH)**

Metode ini mengeksploitasi algoritma iterasi *method of scoring*. Bagian yang di eksploitasi adalah P_n dari *method of scoring* yaitu :

$$P_n = -\left[E\left(\frac{\partial^2 L}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

Menjadi bentuk :

$$P_n = -\left[E\left(\frac{\partial^2 (L_1 + L_2 + \cdots + L_n)}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[E\left(\frac{\partial^2 \sum_{t=1}^{N} L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[E\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[\sum_{t=1}^{N} E\left(\frac{\partial^2 L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= -\left[NE\left(\frac{\partial^2 L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-N\ \frac{1}{N}\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

Akhirnya diperoleh :

$$P_n = \left[-\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial^2 L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[-\left(\sum_{t=1}^{N}\frac{\partial L_t\,\partial L_t}{\partial\theta\partial\theta'}|_{\theta_n}\right)\right]^{-1}$$

Bentuk umum dari iterasi BHHH dinyatakan dengan menggunakan algoritma iterasi sebagai berikut :

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \left[- \left(\sum_{t=1}^{N} \frac{\partial L_t}{\partial \theta} \frac{\partial L_t}{\partial \theta'} |_{\theta_n} \right) \right]^{-1} \left[\frac{\partial L_t}{\partial \theta'} |_{\theta_n} \right]$$

(Bollerslev,1986)

1.18 Kriteria Informasi

Kriteria informasi digunakan untuk pemilihan model terbaik yang dipilih berdasarkan Akaike Info Criterion (AIC) dan Schwarz Criterion (SC) karena kedua kriteria ini konsisten dalam menduga parameter model. Tujuan AIC adalah menemukan prediksi yang terbaik sedangkan tujuan SC adalah menemukan model dengan probabilitas posterior tertinggi dari model. Menurut Azam (2007), kedua kriteria tersebut dirumuskan sebagai

$AIC = -2\left(\frac{l}{T}\right) + 2\left(\frac{k}{T}\right),$

$SC = -2\left(\frac{l}{T}\right) + k\, log(T)/T$

Dengan

$$l = -\frac{Td}{2}(1 + \log 2\pi) - \frac{T}{2}\log\left|\widehat{\Omega}\right|,$$

$$\left|\widehat{\Omega}\right| = \det\left(\frac{\sum_t \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'}{T}\right)$$

Dengan l adalah fungsi log-*likelihood*, k adalah jumlah parameter yang diestimasi, T adlaah jumlah observasi, dan d adalah banyaknya persamaan. Semakin besar nilai log-*likelihood* yang dimiliki suatu model, maka model tersebut akan semakin baik. Kriteria AIC dan SC memuat fungsi log-*likelihood,* sehingga model yang dipilih untuk meramalkan data adalah model dengan nilai SC terkecil karena lebih konsisten dalam menduga parameter model.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2015/2016, bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan diperoleh dari *http://finance.yahoo.com/* tentang saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk dari bulan September 1990 – Januari 2016 sebanyak 1.314 data.

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan studi literatur secara sistematis yang diperoleh dari buku-buku maupun media lain untuk mendapatkan informasi sebanyak mungkin untuk mendukung penulisan skripsi ini, kemudian melakukan simulasi sebagai aplikasi untuk menjelaskan teori yang telah didapat.

Adapun metode penelitian dalam melakukan analisis data menggunakan metode APARCH adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model APARCH

   a. Melihat kestasioneran data terhadap mean dengan menggunakan plot data dan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF) serta stasioner terhadap variansi dengan menggunakan plot data.

   b. Melakukan pembedaan *(differencing)* dan transformasi apabila data belum stasioner dalam rata-rata dan variansi.

   c. Menganalisis model ARMA

      i. Membuat plot ACF dan PACF untuk mengidentifikasi model ARMA yang sesuai digunakan untuk memodelkan rata–rata bersyarat dari data.

      ii. Mengestimasi model ARMA

      iii. Melakukan pemeriksaan diagnostik model ARMA untuk menguji kelayakan model. Model dikatakan baik jika eror bersifat *white noise.*

   d. Menganalisis adanya efek *conditional heteroscedasticity* dalam data dengan mengunakan uji *Lagrange Multiplier.*

   e. Mengestimasi model GARCH (1,1)

   f. Menguji keasimetrian votalitas dengan melihat plot *news impact curve* dan uji *sign and bias*.

2. Menganalisis model APARCH

   a. Mengestimasi parameter model APARCH (1,1)

      i. Mengestimasi parameter model APARCH dengan menggunakan metode *maximum likelihood estimaton* (MLE). Langkah-langkah dari metode tersebut sebagai berikut :

a. Menentukan fungsi *log likelihood*.

b. Mencari turunan pertama dari *ln* fungsi *log likelihood* terhadap parameter yang akan diduga dan menyamakan dengan nol.

ii. Jika dugaan paramternya tidak dapat diselesaikan secara analitik maka menggunakan metode iterasi *Berndt-Hall-Hall-Hausman* (BHHH) dengan bantuan software R.

b. Melakukan pemeriksaan diagnostik model APARCH untuk menguji kelayakan model. Model dikatakan baik jika eror bersifat *white noise* dan berdistribusi normal.

c. Melakukan peramalan data PT. Adhi Karya (Persero) Tbk. dengan menggunakan model ARIMA yang di dapat pada langkah C dan peramalan volatilitas data PT. Adhi Karya (Persero) Tbk dengan menggunakan model APARCH (1,1)

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal, diantaranya:

1. Model APARCH (1,1) sebagai model *heteroscedasticity* bersyarat yang diperoleh adalah

$$\sigma_t^{0.99999988} = 0.18399960 + 0.30999925\,(|\varepsilon_{t-1}| - 0.04700044\varepsilon_{t-1})$$
$$0.99999988 + 0.72961237\sigma_{t-1}^{0.99999988}$$

2. Nilai ramalan harga saham PT. Adhi Karya (Persero) Tbk untuk 7 periode selanjutnya mendekati nilai data aslinya. Hal ini ditunjukkan bahwa semua nilai data asli 7 periode selanjutnya berada di dalam interval konfidensi 95%, yang berarti tingkat kepercayaan hasil peramalan sebesar 95%. Hal ini menunjukan bahwa hasil peramalannya akurat.

DAFTAR PUSTAKA

Azam, I. 2007. *The Effect of Model-Selection Uncertainty on Autoregressive Models Estimates*. International Research Journal of Finance and Economics, issue. 11, hal 80-93.

Bollerslev, T. 1986. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Journal of Econometrics, Vol. 31, hal 307-327.

Box, G.E.P. dan G.M. Jenkins. 1976. *Time series Analysis, Forecasting, and Control*, edisi revisi. San Fransisco: Holden-Day.

Brockwell, P.J. and Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting Second Edition*. Springer-Verlag New York, Inc., New York.

Brooks, C. 2014. *Introductory Econometrics for Finance (3rd ed)*. Cambridge University Press, New York.

Chen, W.Y. 2005. *A Comparison of Forecasting Models for ASEAN Equity Markets*, Sunway Academic Journal, vol. 2, hal 1 – 12.

Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Prince ton University Press. New Jersey.

Hogg, R.V. dan Craig, A.T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics, 5th Edition*, Prentice-Hall, Inc.

Gujarati, D.N. dan Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics (5th ed).* McGraw-Hill Irwin, New York.

John, E.H. 1987. *Business Forecasting (Eight Edition).* Eastern Washington University,Emeritus.

Laurent, S. 2003. *Analytical derivates of The APARCH model*. Forthcoming in Computational Economics.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., and Kulachi, M. 2015. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting (2nd ed)*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dynamic Regression models*. Willey Intersciences Publication, Canada.

Tagliafchi, 2003. *The GARCH model and Their Application to VaR.* Buenos Aires. Argentina.

Wagle, G. 2009. *Financial Forecasting and Volatility Models.* Computer Science and Engineering Indian Institute of Technology, Bombay.

Wei, W.W. 2006. *Time Series Analysis : Univariate and Multivariate Methods (2nd ed).* Pearson, New York.