APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISIS HOMOTOPI (HATM) PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$

(Skripsi)

Oleh

NOVIANTI SAGITA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2016

ABSTRAK

APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISI HOMOTOPI PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$

Oleh

NOVIANTI SAGITA

Di dalam matematika, banyak dijumpai penyelesaian masalah linear secara analitik. Di samping itu banyak pula dijumpai masalah tak linear dan yang sulit dalam diselesaikan secara analitik.

Penelitian ini bertujuan untuk memperkenalkan sebuah metode baru yang cukup populer di kalangan ilmuan yaitu Metode Transformasi Analisis Homotopi (HATM) dan menerapkannya pada persamaan differensial tak linear. Metode ini adalah gabungan dari metode analisis homotopi (HAM) dan transformasi Laplace. Metode homotopi ini memiliki keunggulan yakni tetap valid walaupun masalah tak linear tersebut memiliki sembarang parameter. Dari beberapa tahap yang telah dikerjakan penulis, diperoleh kesimpulan bahwa solusi dari metode HATM akan konvergen dan sama dengan solusi eksaknya jika $h = -1$.

Kata Kunci : Persamaan Taklinear, Transformasi Laplace, Metode Transformasi Analisis Homotopi (HATM)

ABSTRACT

APPLICATIONS OF HOMOTOPY ANALYSIS TRANSFORM METHOD ON $u_t + uu_x = 0$ EQUATION

By

NOVIANTI SAGITA

There are many linear problems in mathematics. On the other hand, there are also many nonlinear problems which are difficult to solve analytically.

This research is aimed to introduce a new method that is quite popular among the scientists that is Homotopy Analysis Transform Method (HATM) and can be used to solve the nonlinear differential equation. This method contains Homotopy Analysis Method (HAM) and Laplace Transformation. This Homotopy Method remains valid even if the nonlinear problems have random parameter. It can be concluded that the solution of Homotopy Analysis Transform Method will be convered and be the same with the exact solution if $h = -1$.

***Keywords* :** Nonlinear Equation, Laplace Transform, Homotopy Analysis Transform Method (HATM)

APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISIS HOMOTOPI (HATM) PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$

Oleh

Novianti Sagita

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2016

Judul Skripsi	: **APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISIS HOMOTOPI (HATM) PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$**
Nama Mahasiswa	: *Novianti Sagita*
Nomor Pokok Mahasiswa	: 1217031049
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.	**Dra. Dorrah Aziz, M.Si.**
NIP 19720227 199802 1 001	NIP 19610128 198811 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.
NIP 19620704 198803 1 002

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D.** ....

Sekretaris : **Dra. Dorrah Aziz, M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **9 November 2016**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: **Novianti Sagita**
Nomor Pokok Mahasiswa	: **1217031049**
Judul	: **APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISIS HOMOTOPI (HATM) PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$**
Jurusan	: **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, November 2016

Penulis,

NOVIANTI SAGITA
NPM. 1217031049

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Novianti Sagita, anak kedua dari tiga bersaudara yang dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 22 November 1993 oleh pasangan Bapak Jamilan dan Ibu Sukesih.

Menempuh pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) Dwi Tunggal pada tahun 1999 - 2000, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD N 6 Sumberrejo pada tahun 2000-2006, kemudian bersekolah di SMP N 14 Bandar Lampung pada tahun 2006-2009, dan bersekolah di SMA N 7 Bandar Lampung pada tahun 2009-2012.

Pada tahun 2012 penulis terdaftar sebagai mahasiswi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui Jalur SNMPTN undangan.

Pada tahun 2015 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Pesawaran dan pada tahun yang sama penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Sumberejo Kecamatan Tumijajar, Kabupaten Tulang Bawang Barat, Provinsi Lampung.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini untuk :

Ayah dan Ibu tercinta yang selalu mendoakan, memberi semangat, dan telah menjadi motivasi terbesar selama ini.

Kakak dan Adik tercinta Ade Selviana Sari dan Monica yang selalu berbagi canda, tawa serta menjadi penyemangat penulis agar bisa menjadi seseorang yang bisa dibanggakan.

Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi kepada penulis

Sahabat-sahabat tersayang. Terimakasih atas kebersamaan, keceriaan, canda dan tawa serta doa dan semangat yang telah diberikan

Almamater Universitas Lampung

KATA INSPIRASI

"Bacalah dengan menyebut nama Tuhanmu. Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah. Bacalah, dan Tuhanmulah yang maha mulia. Yang mengajarkan manusia dengan pena. Dia mengajarkan manusia apa yang tidak diketahuinya"

(Q.S. Al – 'Alaq :1-5)

"Maka nikmat Tuhanmu yang manakah yang kamu dustakan ?"

(Q.S. Ar-Rahman :13)

"Niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat"

(Q.S. Al-Mujadilah : 11)

SANWACANA

Dengan mengucapkan *Alhamdulillah* penulis panjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "APLIKASI METODE TRANSFORMASI ANALISIS HOMOTOPI (HATM) PADA PERSAMAAN $u_t + uu_x = 0$". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih banyak kepada :

1. Bapak Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I, terima kasih untuk bimbingan dan kesedian waktunya selama penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II, terima kasih untuk bantuan dan masukannya selama penyusunan skripsi.
3. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji, terima kasih atas kesediannya untuk menguji, memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penyelesaian skripsi ini.

4. Bapak Drs. Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing Akademik, terima kasih atas bimbingan dan pembelajarannya dalam menjalani perkuliahan.
5. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., P.hD. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Ayah dan Ibu tercinta yang tak pernah berhenti memberi semangat, doa, dorongan, nasehat dan kasih sayang serta pengorbanan yang tak tergantikan hingga penulis selalu kuat menjalani setiap rintangan yang ada di depan.
9. Kakak dan adik Ade Selviana Sari dan Monica yang selalu berbagi canda dan tawa serta selalu menyemangati hingga terselesaikannya skripsi ini.
10. Sahabat – sahabat seperjuangan menuju wisuda Tri dan Fahmi yang selalu siap sedia dari usul, hasil sampai ujian skripsi serta Panca Ari Wibowo seseorang yang selalu memberikan nasehat, dukungan, serta semangat hingga terselesaikannya skripsi ini.
11. Almamater tercinta Universitas Lampung.
12. Seluruh pihak yang telah membantu yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Bandar Lampung, November 2016
Penulis

Novianti Sagita

DAFTAR ISI

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang banyak sekali manfaatnya, diantaranya sebagai salah satu ilmu bantu yang sangat penting dan berguna dalam kehidupan sehari-hari juga menunjang perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

Dalam kehidupan sehari-hari banyak ditemui permasalahan yang berhubungan dengan matematika. Permasalahan ini biasanya berhubungan dengan persamaan diferensial, khususnya persamaan diferensial parsial baik persamaan diferensial parsial linear maupun nonlinear. Karena adanya permasalahan tersebut, maka dibutuhkan metode-metode yang dapat menyelesaikan persamaan diferensial parsial ini.

Namun, yang sering dijumpai adalah metode-metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial linear. Padahal permasalahan-permasalahan ini tidak hanya terbatas pada persamaan diferensial parsial linear. Ada beberapa metode analitik yang dapat digunakan untuk mencari solusi analitik dari sebuah persamaan differnsial parsial tak linear diantaranya metode analisis homotopi seperti yang telah dibahas pada skripsi Dwi Okta Arianti (2015). Untuk melihat keefektifitan dan keakuratan solusi analitik persamaan differensial parsial tak linear perlu dikaji metode lain seperti pengembang dan pembanding metode analisis homotopi. Oleh karena itu, digunakan Metode Analisis Homotopi untuk menyelesaikan permasalahan persamaan diferensial parsial nonlinear ini.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mempelajari metode tranformasi analisis homotopi.
2. Menerapkan metode tranformasi analisis homotopi pada persamaan diferensial parsial tak linear $u_t + uu_x = 0$.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menambah pengetahuan mengenai aplikasi metode tranformasi analisis homotopi.
2. Memahami cara menyelesaikan masalah persamaan diferensial parsial dengan menerapkan metode tranformasi analisis homotopi pada persamaan diferensial parsial tak linear.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat turunan terhadap satu atau lebih dari variabel-variabel bebas. Berdasarkan jumlah variabel bebasnya persamaan differensial dibagi dalam dua kelas, yaitu persamaan differensial biasa (PDB) dan persamaan differensial parsial (PDP). Jika turunan fungsi itu hanya tergantung pada satu variabel bebas, maka disebut persamaan differensial biasa. Sedangkan, jika Jika turunan fungsi itu tergantung pada lebih dari satu variabel bebas disebut persamman differensial parsial (Bronson dan Costa, 2007).

2.2 Transformasi Laplace

Definisi:

Misalkan $f(t)$ terdefinisi untuk semua $t > 0$, maka transformasi Laplace dari $f(t)$ dirumuskan :

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)dt \qquad (2.1)$$

Fungsi $F(s)$ disebut transformasi Laplace dari fungsi $f(t)$ dan dilambangkan $L\{f(t)\}$ dan inversnya dilambangkan dengan $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$.

Catatan : Fungsi asli dalam waktu (t) ditulis dengan huruf kecil sedangkan hasil transformasinya ditulis dengan huruf kapital (M. Faitzadah, 2010).

2.3 Transformasi pada Turunan

Salah satu sifat yang paling berguna dari Transformasi Laplace jika operator dalam turunan, misalnya dengan integral bagian yaitu :

$$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \int_0^\infty \frac{df}{dt} e^{-st} dt = \quad f e^{-st}\Big|_0^\infty + s\int_0^\infty f\, e^{-st} dt$$

$$= s\,F(s) - f(0) \tag{2.2}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{d^2t}\right] = s\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] - \frac{df}{dt}(0) = s\big(s\,F(s) - f(0)\big) - \frac{df}{dt}(0)$$

$$= s^2F(s) - sf(0) - \frac{df}{dt}(0) \tag{2.3}$$

Ini menunjukkan bahwa transformasi dari turunan dapat dievaluasi dalam transformasi dari fungsi. Dengan syarat awal yang dibutuhkan. Untuk mengubah turunan pertama dari $\frac{df}{dt}$, diperlukan $f(0)$. Untuk mengubah turunan kedua dari $\frac{df}{dt}$, diperlukan $f(0)$ dan $\frac{df}{dt}(0)$. Metode Tasformasi Laplace akan lebih mudah menyedehanakannya jika syarat awalnya nol (Erwin Kreyszig,1999).

2.4 Metode Analisis Homotopi (HAM)

Homotopi dideskripsikan sebagai variabel kontinu atau deformasi di matematika. Mendeformasikan lingkaran dapat dilakukan secara kontinu menjadi elipst dan bentuk dari cangkir kopi dapat dideformasikan secara kontinu menjadi bentuk donat. Homotopi dapat didefinisikan sebagai suatu penghubung antara dua benda yang berbeda di matematika yang memiliki karakteristik yang sama dibeberapa aspek.

C[a,b] dinotasikan sebagai himpunan fungsi real kontinu dalam interval $a \leq x \leq b$. Secara umum, jika suatu fungsi $f \in C[a,b]$ dapat dideformasikan secara kontinu $g \in C[a,b]$ maka dapat terbentuk suatu homotopi

$$\mathcal{H}: f(x) \sim g(x)$$

$$\mathcal{H}(x;q) = (1-q)[g(x) - f(x)] - q[g(x)], q \in [0,1] \qquad (2.4)$$

Definisi 1

Suatu homotopi dua fungsi yang kontinu $f(x)$ $g(x)$ dari suatu ruang topologi x ke ruang topologi y di notasikan sebgai kontinu $\mathcal{H}: X \times [0,1] \rightarrow Y$ dari produk ruang X dengan interval [0,1] ke Y sedemikian sehingga jika $x \in X$ maka $\mathcal{H}(x,0) = f(x)$ dan $\mathcal{H}(x,1) = g(x)$.

Definisi 2

Parameter *benaman* $q \in [0,1]$ dalam suatu fungsi atau persamaan homotopi disebut paramater homotopi.

Definisi 3

Diberika suatu persamaan ε_1 yang mempunyai paling sedikit satu solusi u. Ambil ε_0 sebagai persamaan awal yang solusinya diketahui u_0. Jka itu dapat dikontruksikan kedalam bentuk persamaan homotopi $\varepsilon_{(q)}: \varepsilon_0 \sim \varepsilon_1$ sedemikian sehingga parameter homotopy $q \in [0,1]$ naik dari 0 menuju 1, $\varepsilon(q)$ dideformasikan secara kontinu dari persamaan awal ε_0 ke persamaaan asli ε_1 dimana solusimya berubah secara kontinu dari solusi yang diketahui u_0 dari ε_0 ke solusi yang tidak diketahui u dari ε_1 jenis dari persaaan homotopi ini disebut *persamaan deformasi orde-nol.*

Definisi 4

Diberikan suatu persamaan tak linear dinotasika dengan ε_1 yang mempunyai paling sedikit satu solusi $u(x,t)$ dimana x dan t merupakan variable bebas. Ambil parameter homotopy $q \in [0,1]$ dan $\varepsilon(q)$ persamaan deformasi orde-nol yang menghubugkan persamaan asli ke persamaan awal ε_0 dengan aproksimasi awal yang di ketahui $u_0(x,t)$. Asumsikan bahwa persamaan deformasi orde-nol $\varepsilon(q)$ memiliki solusi dan analitik di $q = 1$, sehingga diperoleh deret Taylor:

$$\phi(x,t,q) \sim U_0(u,t) + \sum_{m=1}^{+\infty}(x,t)q^m, q \in [0,1] \tag{2.5}$$

dan deret homotopi

$$\phi(x,t,1) \sim U_0(u,t) + \sum_{m=1}^{+\infty} U_m(x,t) \tag{2.6}$$

persamaan yang berhubungan dengan $U_m(x,t)$ yang nilainya tidak diketahui disebut persamaan deformasi orde ke-m.

Definisi 5

Jika solusi $\phi(x,t,q)$ dari persamaan deformasi orde-nol $\varepsilon(q): \varepsilon_0 \sim \varepsilon_1$ ada dan analitik didalam $q \in [0,1]$, maka diperoleh solusi derat homotopy dari persamaan asli ε_1 :

$$u(x,t) = (x,t) + \sum_{m=1}^{+\infty} U_m(x,t) \tag{2.7}$$

Dan aproksimasi homotopi orde ke-m

$$(x,t,1) \approx U_0(u,t) + \sum_{m=1}^{+\infty} U_m(x,t) \tag{2.8}$$

(Liao, S, 2010).

2.5 Metode Transformasi Analisis Homotopi (HATM)

Misalkan persamaan $N[u(x)] = g(x)$ di mana N merupakan persamaan diferensial biasa nonlinear atau persamaan diferensial parsial nonlinear. Dikatakan linear jika $L + R$, dimana L merupakan operator linear beorde banyak dan R adalah sisa dari operator linear tersebut. Persamaan dapat dinotasikan

$$Lu + Ru + Nu = g(x) \tag{2.9}$$

Di mana Nu menyatakan operator nonlinear, dengan menggunakan transformasi Laplace diperoleh

$$\mathcal{L}[Lu + Ru + Nu = g(x)] \tag{2.10}$$

Dengan menggunakan sifat dari trasformasi Laplace diperoleh

$$s^n\, \mathcal{L}[u] - \sum_{k=1}^{n} s^{k-t} u^{(n-k)}(0) + \mathcal{L}[Ru] + \mathcal{L}[Nu] = \mathcal{L}[g(x)] \tag{2.11}$$

Atau lebih simpelnya

$$\mathcal{L}[u] - \frac{1}{s^n}\sum_{k=1}^{n} s^{k-t} u^{(n-k)}(0) + \frac{1}{s^n}\big[[\mathcal{L}[Ru] + \mathcal{L}[Nu]\big] = 0 \tag{2.12}$$

Selanjutnya definisikan operator nonlinear sebagai berikut :

$$N[\phi(x,t;q)] = \mathcal{L}[\phi(x,t;q)] - \frac{1}{s^n}\sum_{k=1}^{n} s^{k-t} u^{(n-k)}(0) + \frac{1}{s^n}\big[[\mathcal{L}[\phi(x,t;q)] + \mathcal{L}[R\phi(x,t;q)]\big] \tag{2.13}$$

Di mana $\phi(x,t;q)$ adalah sebuah fungsi dari x, t dan q. selanjutnya dikontruksikan ke persamaan homotopi, diperoleh :

$$(1-q)L[\phi(x,t;q) - u_0(x,t)] = q\, h\, \mathcal{H}(x,t) N[u(x,t)] \tag{2.14}$$

Dengan $q \in [0,1]$ adalah parameter, $h \neq 0$ adalah parameter bantu tak nol. $\mathcal{H}(x,\tau) \neq 0$ adalah fungsi sebarang tak nol. L adalah operator bantu linear, $u_0(x,\tau)$ adalah syarat awal untuk $u(\tau 0)$ dan $\phi(x,t;q)$ adalah sebuah fungsi yang tak diketahui. Ini sangat penting untuk memilih satu dari banyak bantuan di HAM. Dengan kenyataan, jika $q = 0$ dan $q = 1$, itu berarti masing – masing adalah

$$\phi(x,t;0) = u_0(x,t)\ and\ \phi(x,t;1) = u_0(x,t) \qquad (2.15)$$

Dengan demikian, misal q meningkat dari 0 ke 1. Solusi $\phi(t;q)$ bervariasi dari syarat awal $u_0(\tau)$ untuk solusi $u(\tau)$. Dikembangkan $\phi(t;q)$ dari deret taylor ke q, diperoleh

$$\phi(x,t;0) = u_0(x,t) + \sum_{n=1}^{n} u_m(x,t) q^m \qquad (2.16)$$

di mana

$$u_n(x,t) = \frac{1}{m!} \frac{\partial^m \phi(x,t;q)}{\partial q^m} \Big| q = 0 \qquad (2.17)$$

Jika dengan operator bantu linear, syarat awal, parameter bantu h dan fungsi sebarang yang terpilih benar, dari persamaan (3.4) konvergen ke $q = 1$, diperoleh

$$u(r,t) = u_0(r,t) + \sum_{n=1}^{n} u_m(r,t) \qquad (2.18)$$

Yang harus menjadi satu solusi persamaan nonlinear asli. Dapat ditarik kesimpulan dari persamaan deformasi orde-nol (3.2).

Didefinisikan vektor

$$\bar{u}_n = \{u_0(x,t), u(x,t), \cdots, u_n(x,t) \qquad (2.19)$$

Mendiferensialkan persamaan (3.2) sebanyak m kali dengan parameter q, kemudian masukan $q = 0$ dan akhirnya membaginya dengan $m!$. kita peroleh persamaan deformasi orde ke- m.

$$L[u_m(x,t) - \chi_m u_{n-1}(x,t)] = h\,\mathcal{H}(x,t) R_m(u_{n-1}) \qquad (2.20)$$

Dengan menggunakan invers transformasi Laplace diperoleh

$$u_n(x,t) = \chi_m u_{n-1} + h\, L^{-1}[\mathcal{H}(x,t) R_m(\bar{u}_{m-1})] \qquad (2.21)$$

Di mana

$$R_m(\bar{u}_{m-1}) = \frac{1}{n-1!}\frac{\partial^{m-1}N[\phi(x,t;q)]}{\partial q^{m-1}} \Big| q = 0 \tag{2.22}$$

Dan

$$\chi_m = \begin{cases} 0, & m \leq 1 \\ 1, & m > 1 \end{cases} \tag{2.23}$$

(Gupta and Sumit, 2012).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2015/2016 bertempat di gedung Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan diferensial parsial dengan menggunakan metode transformasi analisis homotopi (HATM) adalah sebagai berikut:

1. Misalkan diberikan suatu persamaan

$$u_t + uu_x = 0 \tag{1}$$

   Dengan kondisi awal

$$u(x,0) = -x$$

2. Menyelesaikan persamaan (1) menggunakan metode transformasi analisis homotopi dengan operator bantu linear L.

   a. Menentukan transformasi Laplace dari persamaan (1).

b. Mendefinisikan operator bantu linear L dan persamaan deformasi orde ke-m.
c. Mengontruksikan persamaan deformasi orde ke-m sebanyak m kali trehadap q.
d. Menentukan solusi persamaan deformasi pada persamaan yang diperoleh dari langkah ke (c) untuk setiap $m = 1,2,\ldots,n$
e. Mensubtitusikan hasil ini dalam deret homotopi, sehingga diperoleh solusi homotopi.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penguraian langkah – langkah yang telah dikerjakan dalam metode transformasi analisis homotopi ini, diperoleh kesimpulan bahwa solusi dari persamaan $u_t + uu_x = 0$ dengan syarat awal $u(x,0) = -x$ untuk $h = -1$, solusi eksak dapat dicari dengan metode transformasi analisis homotopi (HATM) yaitu $u(x,t) = \frac{x}{t-1}$.

5.2 Saran

a. Pada penelitian ini penulis hanya mencari $u(x,t)$ sampai dengan empat, diharapkan untuk penelitian selanjutnya dapat dicari $m > 4$.

b. Diharapkan metode transformasi analisis homotopy ini dapat dikerjakan untuk persamaan differensial parsial tak linear yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

Bronson, R dan Costa, G. 2007. Persamaan Differensial. Erlangga: Jakarta.

Gupta and Sumit. 2012. *Applications Of Homotopy Analysis Transform Method For Solving Various Nonlinear Equations.* Journal. Departement of Mathematics University of Rajasan, India.

Kreyszig, Erwin. 1999. Advance Engineering Mathematics Edisi 8. Wiley: New York.

Liao, S. 2012. *Homotopy analysis Method In Nonlinear Differensial Equation*. Beijing:Higher Education Press.

Madani, M. dan M. Faitzadah. 2010. *Homotopy Perturbation Algoritma Using Laplace Transformation.* Iran:Department of Chemical Engineering Amirkabir University of Technology.