

**PEMODELAN ANALISIS REGRESI LOGISTIK DENGAN  
PEUBAH RESPON MULTINOMIAL**

**(Skripsi)**

**Oleh**

**ADELFIRA RIZQI MEITANTIA**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2016**

## **ABSTRAK**

# **PEMODELAN ANALISIS REGRESI LOGISTIK DENGAN PEUBAH RESPON MULTINOMIAL**

**Oleh**

**Adelfira Rizqi Meitania**

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji analisis regresi logistik dalam peubah respon multinomial dan memilih model multinomial yang paling baik berdasarkan uji signifikansi model pada respon data simulasi dengan melihat bentuk data yaitu data dengan variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio dan ordinal yang digunakan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model terbaik yang terpilih adalah model data ordinal:

Logit 1 (kategori B)

$$\text{Logit (Y=1)} = 5,334 + 0,550 X_5 - 0,523 X_8 - 0,644 X_9 - 0,638 X_{10}$$

Logit 2 (kategori C)

$$\text{Logit (Y=2)} = 4,259 + 0,583 X_5 - 0,734 X_8 - 0,430 X_{10}$$

**Kata kunci:** analisis regresi, regresi logistik, regresi logistik multinomial

## **ABSTRACT**

### **LOGISTICS REGRESSION ANALYSIS MODEL WITH RESPONSE VARIABLE MULTINOMIAL**

**By**

**Adelfira Rizqi Meitantia**

The objective of this research is to estimate the best logistic regression model for multinomial response. The results showed that the best model selected is ordinal data model:

Logit 1 (category B)

$$\text{Logit (Y = 1)} = 5.334 + 0.550 X5 - 0,523 X8 - X9 0.644 - 0.638 X10$$

Logit 2 (category C)

$$\text{Logit (Y = 2)} = 4.259 + 0.583 X5 - X8 0.734 - 0.430 X10$$

**Keyword:** regression analysis, logistic regression, logistic regression multinomia

**PEMODELAN ANALISIS REGRESI LOGISTIK DENGAN PEUBAH  
RESPON MULTINOMIAL**

**Oleh  
ADELFIRA RIZQI MEITANTIA**

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar  
**SARJANA SAINS**

Pada

Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2016**

Judul Skripsi : **PEMODELAN ANALISIS REGRESI  
LOGISTIK DENGAN PEUBAH RESPON  
MULTINOMIAL**

Nama Mahasiswa : **Adelfira Rizqi Meitantia**

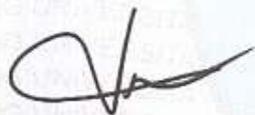
Nomor Pokok Mahasiswa : 1217031001

Jurusan : Matematika

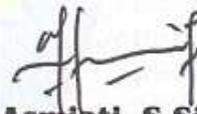
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

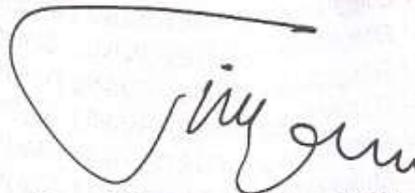


**Drs. Nusyirwan, S.Si., M.Si.**  
NIP 19650125 199003 2 001



**Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**  
NIP 19661010 199205 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika



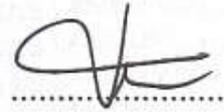
**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**  
NIP 19620704 198803 1 002

## MENGESAHKAN

### 1. Tim Penguji

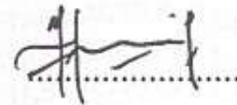
Ketua

: **Drs. Nusyirwan, S.Si., M.Si.**



Sekretaris

: **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.**



Penguji

Bukan Pembimbing : **Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.**



### 2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



  
**Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.**

NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **16 November 2016**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : **Adelfira Rizqi Meitantia**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1217031001**

Judul : **PEMODELAN ANALISIS REGRESI  
LOGISTIK DENGAN PEUBAH RESPON  
MULTINOMIAL**

Jurusan : **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 27 November 2016

Penulis,



**ADELFIRA RIZQI MEITANTIA  
NPM. 1217031001**

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis bernama lengkap Adelfira Rizqi Meitantia, anak pertama dari tiga bersaudara yang dilahirkan di Muara Enim, Sumatera Selatan pada tanggal 13 November 1994 oleh pasangan Bapak Ferri Ardigdoyo A.Md. dan Ibu Eli Agustina A.Md.

Menempuh pendidikan di Taman Kanak-Kanak (TK) Negeri Pembina pada tahun 1998 - 2000, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SD Negeri 18 Muara Enim pada tahun 2000-2006, kemudian bersekolah di SMP Negeri 1 Muara Enim pada tahun 2006-2009, dan bersekolah di SMA Negeri 2 Muara Enim pada tahun 2009-2012.

Pada tahun 2012 penulis terdaftar sebagai mahasiswi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui Jalur Mandiri UNILA.

Pada tahun 2015 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Lampung dan pada tahun 2016 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Dwi Warga Tunggal Jaya, Kabupaten Tulang Bawang, Provinsi Lampung.

## *PERSEMBAHAN*

*Dengan mengucap puji dan syukur kehadirat Allah SWT kupersembahkan karya kecil dan sederhana ini untuk:*

*Papa dan Mana tercinta yang selalu mendoakan, memberi semangat, dan telah menjadi motivasi terbesar selama ini.*

*Adik-adikku tercinta Dwika Nandia Putri dan Nayla Nuru Qisthi yang selalu berbagi canda, tawa serta menjadi penyemangat penulis agar bisa menjadi seseorang yang bisa dibanggakan.*

*Kekasihku Muhammad Kurniawan Basri A.Md yang telah mendoakan, memberikan semangat serta membantu penulis agar menjadi seseorang yang berguna bagi semua orang.*

*Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dan selalu memberikan motivasi kepada penulis*

*Almamater Universitas Lampung*

## *KATA INSPIRASI*

*“Jika takut salah membuat kita lemah maka berbuatlah benar jika itu membuat  
kita kuat”*

*(Adelfira Rizqi Meitania)*

*“Niscaya Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman  
diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat”*

*(Q.S. Al-Mujadilah : 11)*

*“mimpi itu bukan hanya untuk dihayal tetapi mimpi itu harus diwujudkan  
dengan tekat yang kuat”*

*(Adelfira Rizqi Meitania)*

## SANWACANA

Dengan mengucapkan *Alhamdulillah* penulis panjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT atas rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “PEMODELAN ANALISIS REGRESI LOGISTIK DENGAN PEUBAH RESPON MULTINOMIAL”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih banyak kepada :

1. Bapak Drs. Nusyirwan, S.Si., M.Si. selaku dosen Pembimbing I, terima kasih untuk bimbingan dan kesedian waktunya selama penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Dr. Asmiati, S.Si, M.Si. selaku dosen Pembimbing II, terima kasih untuk bantuan dan masukannya selama penyusunan skripsi.
3. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D. selaku dosen Penguji, terima kasih atas kesediannya untuk menguji, memberikan saran dan kritik yang membangun dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D. selaku Pembimbing Akademik, terima kasih atas bimbingan dan pembelajarannya dalam menjalani perkuliahan.

5. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Papa dan Mama tercinta yang tak pernah berhenti memberi semangat, doa, nasehat dan kasih sayang serta pengorbanan hingga penulis selalu kuat menjalani setiap rintangan yang ada di depan.
9. Adik-adikku Dwika Nandia Putri dan Nayla Nuru Qisthi yang selalu berbagi canda dan tawa serta selalu menyemangati hingga terselesaikannya skripsi ini.
10. Kekasihku Muhammad Kurniawan Basri A.Md. yang telah mendoakan, memberi semangat serta membantu penulis agar menjadi seseorang yang berguna bagi semua orang.
11. Sahabat-sahabatku Prisky Paraditta, Linda Anggraini, Viendira Try Eriza, Adella Fitria Marlin, dan Anes Yuwita yang selalu ada disaat suka maupun duka dan selalu memberi semangat mengerjakan skripsi ini.
12. Teman-teman MATH'12 yang memberikan keceriaan, kebahagiaan, serta kekeluargaan selama perkuliahan.
13. Almamater tercinta Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 16 November 2016  
Penulis

**Adelfira Rizqi Meitania**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	iii
 <b>I. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang dan Masalah .....	1
1.2 Tujuan Penulisan .....	2
1.3 Manfaat Penulisan .....	3
 <b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Analisis Regresi Linear .....	4
2.2 Distribusi Multinomial .....	6
2.3 Model Regresi Logistik .....	6
2.4 Analisis Regresi Logistik Multinomial .....	9
2.5 Pendugaan Nilai-Nilai Parameter Model Regresi Logistik .....	12
2.6 Pengujian Paraeter .....	19
2.6.1 Pengujian Parameter dengan Uji <i>Likelihood Rasio</i> .....	19
2.6.2 Pengujian Parameter dengan Uji <i>Wald</i> .....	20
2.6.3 Rasio Kecenderungan (Ood Ratio) .....	21
 <b>III. METODOLOGI PENELITIAN</b>	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian .....	22
3.2 Data Penelitian .....	22
3.3 Metode Penelitian .....	23
 <b>IV. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1 Hasil Penelitian .....	24
4.2 Pembahasan .....	26
<b>V. KESIMPULAN</b> .....	41
 <b>DAFTAR PUSTAKA</b>	
 <b>LAMPIRAN</b>	

**DAFTAR TABEL**

Tabel	Halaman
1. Nilai Parameter Model Multinomial logit semua variabel bebas data ordinal .....	27
2. Nilai Parameter Model Multinomial logit semua variabel bebas data rasio dan ordinal .....	28
3. Uji Likelihood Ratio semua variabel bebas data ordinal .....	29
4. Uji Likelihood Ratio semua variabel bebas data rasio dan ordinal	30
5. Goodness Of Fit semua variabel bebas data ordinal .....	31
6. Goodness Of Fit semua variabel bebas data rasio dan ordinal ....	31
7. Uji Wald (Uji Parsial) semua variabel bebas data ordinal .....	32
8. Uji Wald (Uji Parsial) semua variabel bebas data rasio dan ordinal .....	33
9. Nilai Rasio Kecenderungan ( <i>Oods Ratio</i> ) semua variabel bebas data ordinal .....	40

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Prinsip statistika yang baik digunakan pada ilmu-ilmu terapan salah satu di antaranya apabila ingin mengetahui hubungan antara dua atau lebih peluang, sehingga nilai dari salah satu peluang dapat diduga dengan menggunakan peluang lainnya. Maka yang digunakan untuk melihat hubungan fungsional data sebagai analisis regresi.

Berdasarkan pola hubungannya analisis regresi dibagi menjadi 2 yaitu analisis regresi linear dan analisis regresi non-linear. Pada model regresi linear diasumsikan bahwa peluang penjelas  $X$  dalam contoh acak bersifat tetap dan bukan nilai peubah acak dan peluang respon  $Y$  merupakan peluang acak kontinu yang diasumsikan saling bebas dan menyebar normal. Adakalanya peluang respon yang diteliti berupa peluang dikotomi.

Peluang dikotomi adalah peluang indikator yang terdiri atas data biner, bernilai 1 atau 0. Data tersebut dibangkitkan dari pemetaan numerik dari satu tindakan atau percobaan yang menghasilkan hanya dua kemungkinan kejadian. Misalnya kejadian berhasil atau gagal, hidup atau mati, ada atau tidak ada insiden, masih banyak lagi bentuk-bentuk kejadian lainnya yang dapat disimbolkan kedalam variable dikotomi ini. Data yang mengandung peluang respon biner tidak dapat

dianalisis regresi linear biasa, karena penduga parameter pada regresi linear menggunakan metode kuadrat terkecil yang mengasumsikan data menyebar normal dengan ragam homogen. Asumsi-asumsi ini tidak dipenuhi oleh data biner, jika asumsi-asumsi ini diabaikan maka model yang diperoleh tidak sesuai dengan keadaan sebenarnya. Maka model yang tepat untuk menyelidiki hubungan antara peluang respon biner dengan peluang penjelasnya adalah menggunakan analisis regresi logistik.

Model regresi logistik merupakan bagian dari model linear umum. Model regresi logistik adalah suatu model dimana peluang respon tidak berdistribusi normal melainkan berdistribusi bernoulli, dengan ragam yang tidak homogen karena tergantung oleh  $\pi$  (peluang sukses). Regresi logistik dengan peubah respon lebih dari dua kategori yang berskala nominal disebut juga regresi logistik multinomial. Pada penelitian ini, ingin diketahui model terbaik antara model logistik dengan peubah respon multinomial.

## **1.2 Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengkaji analisis regresi logistik dalam peubah respon multinomial.
2. Memilih model multinomial yang paling baik berdasarkan uji signifikansi model pada respon data simulasi dengan melihat dua bentuk data yaitu data dengan variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio dan ordinal yang digunakan.

### **1.3 Manfaat Penelitian**

Hasil penelitian ini dapat digunakan untuk menganalisis data yang menyebar multinomial dengan menggunakan model regresi logistik dan peneliti ini juga diharapkan menjadi masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji masalah yang sama.

## II. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Analisis Regresi Linear

Menurut (Walpole. 1995) analisis regresi merupakan suatu metode statistika untuk menelaah hubungan antara variabel respon (variabel tak bebas) dengan satu atau lebih variabel penjelas (variabel bebas). Berdasarkan pola hubungannya, analisis regresi terbagi atas analisis regresi linear dan analisis regresi non-linear.

Suatu persamaan regresi dikatakan linear dalam variabelnya, apabila variabel respon memiliki hubungan linear terhadap variabel penjelasnya. Apabila suatu persamaan regresi hanya mengandung satu variabel respon  $Y$  dan satu variabel penjelas  $X$  maka persamaan tersebut dinamakan regresi linear sederhana.

Sedangkan bila persamaan regresi hanya memiliki satu variabel respon  $Y$  dan lebih dari satu variabel penjelas  $X$  disebut regresi linear berganda.

Pada model regresi, variabel respon merupakan variabel acak sedangkan variabel penjelasnya merupakan nilai yang tetap. Peubah acak  $Y$  padanan nilai tertentu  $x$  akan dilambangkan dengan  $Y|x$  dengan nilai tengah dan ragamnya masing-masing dilambangkan dengan  $\mu_{Y|x}$  dan  $\sigma^2_{Y|x}$ . Sehingga notasi  $Y|x$  menyatakan peubah acak  $Y$  dengan nilai tengah dan ragam bergantung pada nilai  $x$ .

Model regresi linear dapat dinyatakan menurut persamaan berikut:

$$\mu_{Y|X} = \beta_0 + \beta_1 X \quad (2.1.1)$$

secara ekivalen persamaan dapat ditulis dalam bentuk:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon \quad (2.1.2)$$

Dimana  $\beta_0$  dan  $\beta_1$  adalah parameter yang akan diduga dan  $\epsilon$  adalah variabel acak galat dan diasumsikan memiliki nilai tengah nol. Dalam regresi linear diasumsikan bahwa nilai tengah didefinisikan sebagai persamaan linear dari  $x$  sehingga persamaan (2.2) dapat ditulis menjadi:

$$E(Y|X) = \beta_0 + \beta_1 X \quad (2.1.3)$$

Dalam analisis regresi linear ada asumsi yang harus dipenuhi yaitu:

1. untuk sembarang nilai tetap dari variabel  $X$ ,  $Y$  adalah variabel acak dengan distribusi peluang tertentu.
2. Nilai variabel  $Y$  bebas satu sama lain.
3. Nilai tengah dari variabel acak  $Y$ ,  $\mu_{Y|x}$  adalah fungsi linear dari  $X$ , yaitu jika dihubungkan titik-titik dari nilai tengah  $Y$  yang berbeda maka akan diperoleh garis lurus.
4. Ragam  $Y$  adalah sama untuk semua nilai  $X$ .
5. Untuk sembarang nilai tetap  $X$ ,  $Y$  berdistribusi normal.

Berdasarkan asumsi di atas, jika variabel respons  $Y$  bersifat diskrit yaitu menyebar bernoulli maka regresi linear biasa tidak dapat digunakan. Analisis regresi yang digunakan adalah analisis regresi logistik.

## 2.2 Distribusi Multinomial

Menurut (Hoog dan Craig, 1995) distribusi multinomial merupakan suatu distribusi yang sering digunakan dalam analisis data kategori. Misalnya terdapat  $j$  kategori pada peubah respon. Peluang dinotasikan  $\{ \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_j \}$  dengan  $\sum_{j=1}^j \pi_j = 1$ . Untuk  $n$  sampel peluang multinomial, dengan  $n_1$  termasuk kategori 1,  $n_2$  termasuk kategori 2,  $\dots$ ,  $n_j$  menjelaskan pada kategori  $j$  dengan  $\sum_{j=1}^j n_j = n$  adalah:

$$P(n_1, n_2, \dots, n_j) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_j!} \pi_1^{n_1} \pi_2^{n_2} \dots \pi_j^{n_j}, \quad (2.2.1).$$

## 2.3 Model Regresi Logistik

Menurut (Collett, 1991) untuk populasi yang variabel responnya  $Y$  berdistribusi binomial, distribusi peluangnya adalah sebagai berikut:

$$b(y_i; n, \pi(x_i)) = \binom{n}{y} \pi(x_i)^{y_i} [1 - \pi(x_i)]^{n_i - y_i} \quad (2.3.1)$$

dimana;

$\pi(x) = P(y = 1) = \text{peluang kejadian } y = 1$

$1 - \pi(x) = P(y = 0) = \text{peluang kejadian } y = 0$

dan ragamnya  $\text{Var}(y) = n_i (x_i) [1 - (x_i)]$ . Misalkan  $r$  adalah banyaknya kejadian berhasil maka penduga bagi proporsi kejadian berhasil adalah  $\hat{\pi}(x_i) = \frac{r}{n}$ . Sehingga nilai harapan proporsi dari variabel responnya dapat didekati dengan sebaran atau fungsi logistik atau lebih tepat dikatakan regresi logistik yang merupakan suatu

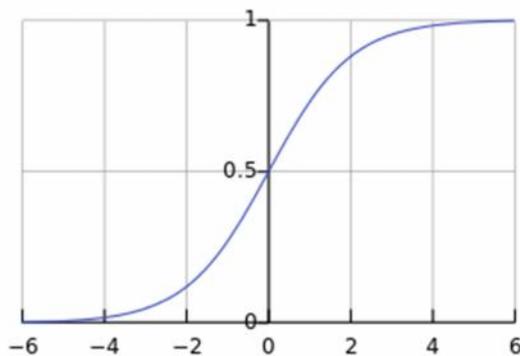
pemodelan matematika yang dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan antara beberapa variabel penjelas  $X$  dengan variabel respon  $Y$  yang berbentuk dikotomi.

Secara matematis model regresi logistik dibangun dari suatu fungsi logistik yang dirumuskan sebagai berikut:  $e^{-z}$

$$F(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

dengan  $z = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$

Apabila nilai-nilai dari fungsi logistik ini diplotkan akan diperoleh grafik sebagai berikut:



Dari plot di atas nampak bahwa wilayah hasil dari fungsi logistik tersebut berada pada interval  $0 < f(z) < 1$  (Kleinbaum, 1994).

Menurut (Agung, 2011) dengan mengambil dari pengertian regresi linear, yang menggambarkan nilai rata-rata variabel respon  $Y$  untuk bersyarat nilai variabel penjelas  $X$  merupakan  $E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$ . Sedangkan untuk kasus regresi logistik yang memiliki landasan fungsi logistik seperti pada persamaan sebelumnya dimana variabel responnya berbentuk dikotomi, maka:

$$\begin{aligned}
 E(y|x) &= P(y = 1 | x_1, x_2, \dots, x_k) \\
 &= \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k)}} \\
 &= (x_i)
 \end{aligned}$$

Dapat pula ditulis sebagai berikut:

$$(x_i) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k)}$$

Persamaan di atas kemudian ditransformasikan dengan menggunakan transformasi logistik (logit), yang secara matematika dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Logit}(x_i) = \log \frac{\pi(x_i)}{[1 - \pi(x_i)]}$$

$$\text{Logit}(x_i) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

Dengan mentransformasikan peluang keberhasilan  $(x_i)$ , diharapkan bahwa persamaan di atas bernilai di antara  $(-\infty, \infty)$ , bersifat linear dan kontinu, serta perlu diperhatikan pula ketentuan-ketentuan berikut ini:

1. Variabel respon biner (dikotomi) yang memiliki sebaran Bernoulli atau Binomial.
2. Pemakaian persamaan logit diatas disertai dengan asumsi bahwa antara  $\log \{(x_i) / (1 - (x_i))\}$  dan variabel-variabel penjelas  $X$  mempunyai hubungan linear, dengan ketentuan sebagai berikut:
  - a. Jika untuk setiap nilai variabel penjelas  $X$  terdapat cukup banyak observasi, maka nilai  $\log \{(x_i) / (1 - (x_i))\}$  dapat dihitung dan dapat menunjukkan kebenaran adanya hubungan linear antara  $\log \{(x_i) / (1 - (x_i))\}$  dan variabel penjelas  $X$ .

- b. Jika variabel penjelas X merupakan indikator 1 dan 0, maka asumsi hubungan linear seperti persamaan logit mutlak berlaku.

## 2.4 Analisis Regresi Logistik Multinomial

Menurut (Hosmer dan Lemeshow, 1989) seperti halnya regresi logistik biner, regresi logistik multinomial merupakan regresi logistik yang digunakan saat variabel dependen mempunyai skala yang bersifat multinomial dengan variabel respon berskala nominal dengan tiga kategori. Untuk model regresi dengan variabel dependen berskala nominal tiga kategori digunakan kategori variabel hasil Y dikoding 1, 2, dan 3. Variabel Y terparameterisasi menjadi tiga fungsi logit. Metode regresi logistik dinyatakan dalam suatu model probabilitas yaitu model dimana variabel dependen adalah logaritma dari probabilitas suatu atribut akan berlaku dalam kondisi adanya variabel-variabel bebas tertentu.

Pengembangan model logit multinomial dapat dijelaskan sebagai berikut.

Misalkan variabel respon terdiri dari tiga kategori:

$P_1$  : Probabilitas memilih kejadian 1.

$P_2$  : Probabilitas memilih kejadian 2.

$P_3$  : Probabilitas memilih kejadian 3.

Bentuk dasar fungsi logistik adalah:

$$P = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (2.4.1)$$

Menurut rumus (2.4.1) adalah:

$$\begin{aligned}
 1 - P &= 1 - \frac{1}{1 + e^{-z}} = \frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} \\
 1 - P &= \frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} \\
 (1 + e^{-z})(1 - P) &= e^{-z} \\
 1 - P - Pe^{-z} &= 0 \\
 1 - P(1 + e^{-z}) &= 0 \\
 1 - e^{-z} &= \frac{1}{P} \\
 e^z &= \frac{P}{1 - P} \\
 \log \frac{P}{1 - P} &= Z \tag{2.4.2}
 \end{aligned}$$

Pada ketiga kategori tersebut ( $P_1$ ,  $P_2$ , dan  $P_3$ ) jumlah peluangnya adalah:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \tag{2.4.3}$$

$$\text{Misalkan } \log \frac{P_1}{P_2} = a_1 + b_1M + c_1H + d_1I \tag{2.4.4}$$

$$\log \frac{P_2}{P_3} = a_2 + b_2M + c_2H + d_2I \tag{2.4.5}$$

Persamaan (2.4.4) dan (2.4.5) kemudian dikalikan dengan  $P_3$ , menghasilkan:

$$P_1 = P_3 e^{a_1 + b_1M + c_1H + d_1I} \tag{2.4.6}$$

$$P_2 = P_3 e^{a_2 + b_2M + c_2H + d_2I} \tag{2.4.7}$$

Kita juga mendapat ciri

$$P_3 = P_3 \tag{2.4.8}$$

Kemudian kita jumlahkan persamaan (2.4.6), (2.4.7), dan (2.4.8) dan menarik kembali persamaan (2.4.3), maka diperoleh:

$$1 = P_3 \sum_{j=1}^2 e^{a_j + b_j M + c_j H + d_j I}$$

$$P_3 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^2 e^{a_j + b_j M + c_j H + d_j I}} \quad (2.4.9)$$

Masukan kembali persamaan (2.4.9) ke persamaan (2.4.6) dan (2.4.7), maka menghasilkan:

$$P_1 = \frac{e^{a_1 + b_1 M + c_1 H + d_1 I}}{1 + \sum_{j=1}^2 e^{a_j + b_j M + c_j H + d_j I}} \quad (2.4.10)$$

$$P_2 = \frac{e^{a_2 + b_2 M + c_2 H + d_2 I}}{1 + \sum_{j=1}^2 e^{a_j + b_j M + c_j H + d_j I}} \quad (2.4.11)$$

Dari persamaan (2.4.10) dan (2.4.11), dapat dibuat rumus bangun untuk multinomial logit, yaitu:

$$P_j = \frac{e^{Z_j}}{1 + \sum_{i=1}^2 e^{a_i + b_i M + c_i H + d_i I}} \quad (2.4.12)$$

dengan:

$$Z_1 = a_1 + b_1 M + c_1 H + d_1 I$$

$$Z_2 = a_2 + b_2 M + c_2 H + d_2 I$$

.

.

.

$$Z_n = a_n + b_n M + c_n H + d_n I$$

Rumus (2.4.12) dapat dijelaskan bahwa jika ada  $n$  peluang ( $P_1, P_2, \dots, P_n$ ), maka:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1 \quad (2.4.13).$$

## 2.5 Pendugaan Nilai-Nilai Parameter Model Regresi Logistik

Untuk menduga nilai dari parameter-parameter seperti  $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k$  diduga dengan metode kemungkinan maksimum *likelihood* dimana uji hipotesis adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_i = 0 \text{ dan}$$

$$H_i : \beta_i \neq 0$$

Dari pengujian hipotesis diatas, nampak dengan jelas bahwa hipotesis yang diharapkan adalah hipotesis alternatif ( $H_i$ ). Dalam model regresi logistik, nilai harapan antar variabel respon tidak linier serta memiliki varian-varian yang tidak sama sehingga penduga parameter diperoleh melalui metode maksimum *likelihood*. Untuk memecahkan masalah sistem persamaan nonlinier, solusi yang dilakukan adalah dengan mengestimasi melalui proses iterasi Newton Raphson. Karena variabel respon  $Y_j$  diasumsikan saling bebas, maka diperoleh fungsi *likelihood* bersyarat untuk sampel sebanyak  $n$  observasi sebagai berikut:

$$l(\beta) = \prod_{i=1}^n \pi(x_i)^{Y_i} [1 - \pi(x_i)]^{1-Y_i} \quad (2.5.1)$$

sehingga untuk mempermudah dalam menurunkan persamaan (2.5.1) secara matematis untuk mendapatkan nilai yang akan memaksimalkan fungsi *likelihood*

di atas melalui log dari fungsi tersebut yaitu *log-likelihood*. Dengan demikian maka fungsi *log-likelihood*-nya adalah:

$$\begin{aligned}
 L(\beta) &= \log[l(\beta)] \\
 &= \sum_{i=1}^n \left( \log\left(\frac{n_i}{y_i}\right) + y_i \log[\pi(x_i)] + (1 - y_i) \log[1 - \pi(x_i)] \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \left( \log\left(\frac{n_i}{y_i}\right) + y_i \log\left[\frac{\pi(x_i)}{1 - \pi(x_i)}\right] + \log[1 - \pi(x_i)] \right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \left( \log\left(\frac{n_i}{y_i}\right) + y_i n_i - \log[1 + e^{n_i}] \right) \tag{2.5.2}
 \end{aligned}$$

untuk memaksimumkan pendugaan parameter-parameternya haruslah memenuhi:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta} &= 0 \\
 &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=1}^n \left( \log\left(\frac{n_i}{y_i}\right) + y_i n_i - \log[1 + e^{n_i}] \right) \right]}{\partial \beta_j} \tag{2.5.3}
 \end{aligned}$$

dengan  $x_{0i} = 1$  untuk setiap nilai  $i$ .

Untuk  $j = 0$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_0} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\
 &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\
 \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i}}} &= \sum_{i=1}^n y_i \\
 e^{\beta_0} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\
 \beta_0 &= \ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] \tag{2.5.4}
 \end{aligned}$$

Untuk  $j = 1$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_1} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{1i}] - \sum_{i=1}^n [x_{1i} \pi(x_i)] \\
 &= \sum_{i=1}^n [y_{1i} - \pi(x_i)] = 0
 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i}}} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i}} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i}$$

$$\beta_1 = \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0}{x_{1i}} \quad (2.5.5)$$

Untuk  $j = 2$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)]$$

$$= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}}} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i}$$

$$\beta_2 = \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i}}{x_{2i}} \quad (2.5.6)$$

Untuk  $j = 3$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_3} = \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)]$$

$$= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_3 x_{3i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_3 x_{3i}}} = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_3 x_{3i}} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i}$$

$$\beta_3 = \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \beta_2 x_{2i}}{x_{3i}} \quad (2.5.7)$$

Untuk  $j = 4$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_4} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_4 x_{4i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_4 x_{4i}}} &\approx \sum_{i=1}^n y_i \\ e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_4 x_{4i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\ \beta_4 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_3 x_{3i}}{x_{4i}}\end{aligned}\tag{2.5.8}$$

Untuk  $j = 5$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_5} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_5 x_{5i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_5 x_{5i}}} &\approx \sum_{i=1}^n y_i \\ e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_5 x_{5i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\ \beta_5 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_4 x_{4i}}{x_{5i}}\end{aligned}\tag{2.5.9}$$

Untuk  $j = 6$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_6} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_6 x_{6i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_6 x_{6i}}} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_6 x_{6i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\ \beta_6 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_5 x_{5i}}{x_{6i}} \end{aligned} \quad (2.5.10)$$

Untuk  $j = 7$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_7} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_7 x_{7i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_7 x_{7i}}} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_7 x_{7i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\ \beta_7 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_6 x_{6i}}{x_{7i}} \end{aligned} \quad (2.5.11)$$

Untuk  $j = 8$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_8} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\
 &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\
 \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_8 x_{8i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_8 x_{8i}}} &\doteq \sum_{i=1}^n y_i \\
 e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_8 x_{8i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\
 \beta_8 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_7 x_{7i}}{x_{8i}} \tag{2.5.12}
 \end{aligned}$$

Untuk  $j = 9$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_9} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\
 &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\
 \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_9 x_{9i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_9 x_{9i}}} &\doteq \sum_{i=1}^n y_i \\
 e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_9 x_{9i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\
 \beta_9 &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_8 x_{8i}}{x_{9i}} \tag{2.5.13}
 \end{aligned}$$

Untuk  $j = 10$ , maka persamaan (2.5.3) memenuhi bentuk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_{10}} &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{0i}] - \sum_{i=1}^n [x_{0i} \pi(x_i)] \\ &= \sum_{i=1}^n [y_{0i} - \pi(x_i)] = 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_{10} x_{10i}}}{1 + e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_{10} x_{10i}}} &= \sum_{i=1}^n y_i \\ e^{\beta_0 x_{0i} + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_{10} x_{10i}} &= \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \\ \beta_{10} &= \frac{\ln \left[ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{1 - y_i} \right] - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \dots - \beta_9 x_{9i}}{x_{10i}} \end{aligned} \quad (2.5.14)$$

Dari persamaan- persamaan (2.5.4), (2.5.5), (2.5.6), (2.5.7), (2.5.8), (2.5.9), (2.5.10), (2.5.11), (2.5.12), (2.5.13), (2.5.14), maka diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_j} &= \frac{\partial \left[ \sum_{i=1}^n \left[ \log \left( \frac{y_i}{1 - y_i} \right) + y_i \log [\pi(x_i)] + (1 - y_i) \log [1 - \pi(x_i)] \right] \right]}{\partial \beta_j} \\ &= \sum_{i=1}^n [y_i x_{ji}] - \sum_{i=1}^n [x_{ji} \pi(x_i)]; \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, 10 \end{aligned} \quad (2.5.15)$$

Untuk mendapatkan nilai  $\beta_j$  yang memaksimumkan  $L(\beta)$  maka dilakukan

diferensiasi terhadap  $L(\beta)$ , dengan syarat  $\frac{\partial L}{\partial \beta_j} = 0$  dan  $\frac{\partial^2 L}{\partial \beta_j^2} < 0$  nilai  $\beta_j$  dapat

ditentukan, tetapi sangat sulit menghitung nilai  $\beta_j$  secara manual. Oleh karena itu,

digunakan metode iterasi dengan komputer untuk mencari solusi nilai  $\beta_j$ . Iterasi

merupakan metode yang paling umum dalam paket program SPSS untuk membantu penghitungan estimasi dari (Hosmer dan Lemeshow, 1989).

## 2.6 Pengujian Parameter

Menurut (Hosmer dan Lemeshow, 1989) pengujian terhadap parameter model dilakukan sebagai upaya memeriksa peranan variabel independen terhadap model.

Uji yang dilakukan ada dua yaitu:

### 2.6.1 Pengujian Parameter dengan Uji *Likelihood Ratio* (Uji Simultan atau Uji G)

Statistik uji G, yaitu uji yang digunakan untuk menguji peranan variabel independen dalam model secara bersama-sama. Adapun pengujian hipotesis yang dilakukan adalah:

- $H_0 : \beta_j = 0$
- $H_1 : \beta_j \neq 0$
- Digunakan uji statistik G, yaitu:

$$G = \frac{D(\text{untuk model tanpa variabel yang diamati})}{D(\text{untuk model dengan variabel yang diamati})}$$

$$= -2 \ln \left[ \frac{l_0}{l_k} \right]$$

$$G = -2 \ln (l_0) - (-2 \ln (l_k))$$

dimana  $l_0$  adalah *likelihood* tanpa variabel bebas dan  $l_k$  adalah *likelihood* dengan variabel bebas.

Statistik uji G ini mengikuti sebaran *chi-squares* bila n mendekati tak terhingga dengan derajat bebas p dimana  $p=(r-1)(c-1)$ , r dan c masing-masing adalah banyaknya kategori pada variabel independen dan variabel dependen.  $H_0$  akan ditolak pada tingkat signifikansi  $\alpha$  apabila nilai  $G > \chi^2(p; \alpha)$  atau  $(p\text{-value}) < \alpha$ , dengan kesimpulan bahwa variabel independen secara bersama-sama atau keseluruhan mempengaruhi variabel dependen, dapat juga dikatakan bahwa paling sedikit ada satu koefisien  $\beta_j \neq 0$ . Untuk mengetahui  $\beta_j$  mana yang berpengaruh signifikan, dapat dilakukan uji parameter  $\beta_j$  secara parsial dengan Uji Wald.

### 2.6.2. Pengujian Parameter dengan Uji Wald (Uji Parsial)

Pengujian variabel dilakukan satu per satu menggunakan statistik Uji Wald (Hosmer dan Lemeshow, 1989). Uji ini dilakukan dengan membandingkan model terbaik yang dihasilkan oleh uji simultan terhadap model tanpa variabel bebas di dalam model terbaik. Hipotesis yang akan diuji adalah sebagai berikut:

- $H_0 : \beta_j = 0$
- $H_1 : \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3, \dots, p$
- Statistik ujinya adalah:  $W = \left[ \frac{\hat{\beta}_j}{Se(\hat{\beta}_j)} \right]^2 ; j = 1, 2, \dots, p$

dimana  $\hat{\beta}_j$  adalah penduga dari  $\beta_j$  dan  $Se(\hat{\beta}_j)$  adalah penduga galat baku dari  $\beta_j$ .

W diasumsikan mengikuti sebaran chi square dengan derajat bebas 1.  $H_0$  akan ditolak jika nilai  $W > \chi^2(1; \alpha)$  atau  $(p\text{-value}) < \alpha$ . Jika  $H_0$  ditolak maka dapat

disimpulkan bahwa  $\beta_j$  signifikan. Dengan kata lain, variabel independen X secara parsial berpengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

### 2.6.3 Rasio Kecenderungan (*Odd Ratio*)

Menurut (Hosmer dan Lemeshow, 1989) rasio kecenderungan adalah ukuran yang memperkirakan berapa besar kecenderungan variabel-variabel independen terhadap variabel dependen. Odd ratio merupakan ukuran untuk mengetahui risiko kecenderungan untuk mengalami suatu kejadian tertentu antara kategori yang satu dengan yang lain dalam suatu variabel yang dinotasikan dengan  $x$ , didefinisikan sebagai rasio dari odd ratio untuk  $x=1$  terhadap  $x=0$ . Dengan kata lain, risiko kecenderungan pengaruh observasi  $x=1$  adalah  $m$  kali lipat risiko dibandingkan dengan observasi  $x=0$ , atau risiko kecenderungan pengaruh observasi  $x=0$  dalam  $\frac{1}{m}$  kali lipat dibandingkan dengan observasi  $x=1$ .

Adapun nilai odds rasio untuk  $Y=j$  terhadap  $Y=k$  yang dihitung pada dua nilai (misal  $x=1$  dan  $x=0$ ) adalah:

$$= \frac{P(Y=j|x=1)/P(Y=k|x=1)}{P(Y=j|x=0)/P(Y=k|x=0)} = \exp[\beta_j]$$

Untuk  $\beta_j = 0$  berarti bahwa  $x=1$  memiliki kecenderungan yang sama dengan  $x=0$  untuk menghasilkan  $Y=j$ . Jika  $1 < \beta_j < \infty$  berarti  $x=1$  memiliki kecenderungan lebih besar  $\beta_j$  kali dibandingkan  $x=0$  untuk menghasilkan  $Y=j$  dan sebaliknya untuk  $0 < \beta_j < 1$ .

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam pada semester genap tahun akademik 2015/2016.

#### **3.2 Data Penelitian**

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak SPSS 23. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan hasil simulasi dua bentuk data yaitu:

1. Data dengan variabel bebas adalah data ordinal dengan bentuk ukuran sampel 100 dengan 10 variabel bebas yaitu  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ , dan 1 variabel terikat yaitu  $Y$
2. Data dengan variabel bebas adalah data rasio dan ordinal dengan bentuk ukuran sampel 100 dengan 10 variabel bebas yaitu  $X_1, X_3, X_5, X_7$  merupakan data rasio  $X_2, X_4, X_6, X_8, X_9, X_{10}$  merupakan data ordinal dan 1 variabel terikat yaitu  $Y$ .

### 3.3 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Membangkitkan dua data simulasi yaitu variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio dan ordinal menggunakan Minitab dan dilanjutkan mengolah data bangkitan menggunakan analisis regresi logistik multinomial menggunakan SPSS.
2. Menduga parameter model regresi logistik dari dua buah data yaitu variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio dan ordinal dengan metode maksimum *likelihood* dengan proses iterasi Newton Raphson.
3. Melakukan pengujian parameter regresi logistik dari dua buah data yaitu variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio dan ordinal secara simultan untuk mengetahui kecocokan model analisis tersebut dan secara parsial untuk mengetahui peluang bebas yang paling berpengaruh dalam model tersebut.
4. Memilih model terbaik antara variabel bebas data ordinal atau variabel bebas data rasio dan ordinal dari hasil pengujian parameter-parameter tersebut.
5. Menginterpretasi model yang terpilih dari dua data dengan variabel bebas data ordinal serta variabel bebas data rasio ordinal tersebut terhadap nilai rasio kecenderungan yang ada.

## V. KESIMPULAN

Dari uraian tersebut diatas dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Model regresi logistik tidak hanya digunakan untuk model dengan variabel respon biner, model regresi logistik dapat juga digunakan untuk model dengan variabel respon multinomial.
2. Dari data simulasi dua bentuk data yaitu data ordinal serta data rasio ordinal berdasarkan uji signifikansi model terlihat bahwa data ordinal memiliki model terbaik dibandingkan data rasio ordinal.
3. Model terbaik yang terpilih adalah model data ordinal:

Logit 1 (kategori B)

$$\text{Logit (Y=1)} = 0 + 5X_5 + 8X_8 + 9X_9 + 10X_{10}$$

$$\text{Logit (Y=1)} = 5,334 + 0,550 X_5 - 0,523 X_8 - 0,644 X_9 - 0,638 X_{10}$$

Logit 2 (kategori C)

$$\text{Logit (Y=2)} = 0 + 5X_5 + 8X_8 + 10X_{10}$$

$$\text{Logit (Y=2)} = 4,259 + 0,583 X_5 - 0,734 X_8 - 0,430 X_{10}$$

## DAFTAR PUSTAKA

Agung, G.N. 2011. *Analisis Hubungan Kausal Berdasarkan Data Kategorik*. PT Raja Grafindo Persada, Jakarta.

Collet, D. 1991. *Modelling Binary Data*. Chapman and Hall, London.

Hogg, R.V., and Craig, A.T. 1995. *Introduction to Mathematical Statistics*. Prentice Hall Inc., New Jersey.

Hosmer, D.W., dan Lemeshow, S. 1989. *Aplied Logistic Regression*. John Wiley & Sons Inc., New York.

Kleinbaum, D.G. 1994. *Logistic Regression*. Springer, New York.

Walpole, R. 1995. *Pengantar Statistika*. Ed. Ke-3. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.