

**PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW* PEMBANGKIT  
LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO DENGAN METODE BEDA HINGGA  
(Studi Kasus PLTMH Galumpai Way Petai Sumberjaya Lampung Barat)**

**(Skripsi)**

**Oleh:**

**Muhamad Irfan Kurniawan**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2017**

## **ABSTRAK**

### **PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW* PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO DENGAN METODE BEDA HINGGA (Studi Kasus PLTMH Galumpai Way Petai Sumberjaya Lampung Barat)**

**Oleh**

**MUHAMAD IRFAN KURNIAWAN**

Dalam pelaksanaannya masih banyak masyarakat yang hanya dapat menggunakan PLTMH saja tanpa mengetahui berapa laju air untuk menghasilkan listrik pada pembangkit listrik tenaga mikro hidro tersebut. Tujuan skripsi ini adalah memodelkan laju air pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro sehingga masyarakat dapat dengan efektif menggunakan listrik yang dihasilkan. Dan didapatkan model sebagai berikut.

1. Model laju kecepatan air dari sungai hingga ke bak penampungan:
2. Model laju kecepatan air dari bak penampungan ke turbin:
3. Model Beda laju kecepatan air di bak penampungan:

Kata Kunci: Pemodelan Matematika, Metode Beda Hingga, Fluida Dinamis, Laju.

## **ABSTRACT**

### **MATHEMATICAL MODELING ON *WATER FLOW* RATE OF MICRO HYDRO POWER PLANT WITH FINITE DIFFERENCE METHODS (Case Study of MHP Galumpai Way Petai Sumberjaya Lampung Barat)**

**By**

**MUHAMAD IRFAN KURNIAWAN**

In practice there are many people who can only use the MHP without knowing how the rate of water to generate electricity at a power plant micro-hydro. The purpose of this paper is to model the rate of water in the process of micro-hydro power plants so that people can effectively use the electricity generated. And obtained the following model.

1. Rate models velocity of the river water up to the tank:
2. Rate models velocity of the water from the tank to the turbine:
3. Different models of the rate of speed of the water in the tank:

Keywords: Mathematical modeling, Finite Difference Methods, fluid Dynamic, Rate.

**PEMODELAN MATEMATIKA LAJU *WATER FLOW* PEMBANGKIT  
LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO DENGAN METODE BEDA HINGGA  
(Studi Kasus PLTMH Galumpai Way Petai Sumber Jaya Lampung Barat)**

**Oleh**

**MUHAMAD IRFAN KURNIAWAN**

**Skripsi**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar  
SARJANA SAINS**

**Pada**

**Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG  
BANDAR LAMPUNG  
2017**



**Judul Skripsi : PEMODELAN MATEMATIKA LAJU WATER FLOW  
PEMBANGKIT LISTRIK TENAGA MIKRO HIDRO  
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

**Nama Mahasiswa : Muhamad Irfan Kurniawan**

**Nomor Pokok Mahasiswa : 1317031048**

**Program Studi : Matematika**

**Jurusan : Matematika**

**Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**1. Komisi Pembimbing,**

*[Handwritten signature]*

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**  
NIP. 19620704 198803 1 002

**Subian Saidi, S.Si., M.si.**  
NIP. 19800821 200812 1 001

**2. Mengetahui**

**Ketua Jurusan Matematika,**

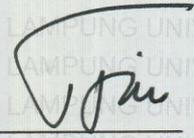
*[Handwritten signature]*

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**  
NIP. 19680704 198803 1 002

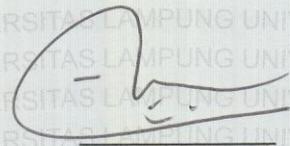
**MENGESAHKAN**

**1. Tim Penguji**

**Ketua : Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**



**Sekretaris : Subian Saidi, S.Si., M.Si.**



**Penguji  
Bukan Pembimbing : Agus Sutrisno, S.Si., M.Si**



**2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.**  
NIP 19710212 199512 1 001



**Tanggal Lulus Ujian Skripsi: 1 Februari 2017**

## SURAT PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **“Pemodelan Matematika Laju *Water Flow* Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro Dengan Metode Beda Hingga”** merupakan hasil karya sendiri dan bukan merupakan karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 1 Februari 2017

Penulis



**Muhamad Irfan Kurniawan**

## **RIWAYAT HIDUP**

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung, pada tanggal 29 Mei 1995, anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Yasir Indratno dan Ibu Widi Astuti.

Penulis mengawali pendidikan formal pada tahun 2001 di TK Taruna Jaya Bandar Lampung. Pada tahun 2001 penulis melanjutkan pendidikannya di SD Al-Azhar 1 Bandar Lampung, diselesaikan tahun 2007. Selanjutnya penulis melanjutkan pendidikan di SMP Negeri 29 Bandar Lampung hingga tahun 2010, kemudian penulis melanjutkan pendidikannya di SMA Negeri 12 Bandar Lampung, diselesaikan pada tahun 2013. Pada tahun yang sama, penulis diterima dan terdaftar sebagai mahasiswa reguler Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Lampung.

Pada tahun 2016, penulis melakukan Praktik Kerja Lapangan (PKL) di CV. Zona Multimedia dan Kuliah Kerja Nyata di Desa Way Petai Kecamatan Sumber Jaya Lampung Barat.

## *Kata Inspirasi*

*“Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kadar kesanggupannya.”*

*(Q.S. Al-Baqarah: 286)*

*“Daun yang jatuh tak pernah membenci angin. Dia membiarkan dirinya jatuh begitu saja. Tak melawan. Mengikhhlaskan semuanya”*

*(Tere liye)*

*“Ilmu pengetahuan itu pahit pada awalnya, tetapi manis melebihi madu pada akhirnya.”*

*(Hanum Salsabielia Rais)*

*Jangan pernah menyianyikan kesempatan yang ada demi sesuatu yang diharapkan, karena sesungguhnya yang kita mau tidak selalu akan sama dengan apa yang terbaik untuk kita, kita berencana, ALLAH menentukan.*

*(Muhamad Irfan Kurniawan)*

## **PERSEMBAHAN**

Alhamdulillah, puji syukur kehadiran Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang. Dengan segala kerendahan hati penulis persembahkan skripsi ini kepada:

1. Kedua orang tua, Bapak Yasir Indratno dan Ibu Widi Astuti tercinta yang selalu tulus berkorban, membimbing, selalu memberikan semangat, rela menjadi pendengar yang baik dan mendoakan setiap waktu untuk keberhasilan penulis.
2. Adikku tercinta Frischa Adinda Rahmawati yang telah memberikan doa, semangat dalam menyelesaikan skripsi ini
3. Keluarga besarku yang selalu mendukung, mendoakan, dan membantu keberhasilan penulis.
4. Almamater tercinta Universitas Lampung.

## SANWACANA

### *Bismillahirrohmanirrohim...*

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, yang selalu melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Skripsi ini berjudul “ **Pemodelan Matematika Laju Water Flow Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro Dengan Metode Beda Hingga**”. Penulis menyadari bahwa dengan bantuan berbagai pihak, skripsi ini dapat diselesaikan.

Untuk itu penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Bapak Prof. Warsito, S.Si., DEA.,Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
2. Bapak Drs., Tiryono Ruby. M.Sc.,Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung
3. Bapak Drs.Eri Setiawan, M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik.
4. Bapak Drs., Tiryono Ruby. M.Sc.,Ph.D. Pembimbing I yang telah memotivasi dan membimbing penulis selama penulisan skripsi.
5. Bapak Subian Saidi,S.Si. ,M.Si. selaku Pembimbing II, atas kesabarannya dalam memberikan bimbingan dan motivasi kepada penulis.
6. Bapak Agus Sutrisno.,M.Si. selaku Pembahas yang banyak memberikan masukan dan kritik yang bersifat positif dan membangun.

7. Bapak dan Ibu Dosen serta Staf Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
8. Seorang wanita yang membuat pagiku cerah ketika bersamanya, hati yang bahagia ketika memilikinya yaitu Rahma Aulia Marzuki yang selalu menyemangati dikala jenuh, dan memberi motivasi agar skripsi ini dapat segera selesai.
9. Teman-temanku Sanfernando, Karina, Siti, dan Jefry, terima kasih atas segala motivasi dan bantuan yang telah kalian berikan.
10. Teman –teman seperjuangan KKN Desa Way Petai Kecamatan Sumber Jaya Kabupaten Lampung Barat: Abang Adrian, Hafiz, Lazuardi, Akbar, Suyitno, Rasyid, Rizki, Indah, Eka S, Sasa, dan teman-teman KKN lainnya terimakasih atas semangat, canda, tawa dan doa yang tidak akan terlupakan selama menjalani masa sulit hidup di negeri orang dan jauh dari keluarga.
11. Kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis berdoa, semoga semua amal dan bantuan, mendapat pahala serta balasan dari Allah SWT dan semoga skripsi ini bermanfaat bagi dunia pendidikan. Amin.

Bandar Lampung, 1 Februari 2016

**Muhamad Irfan Kurniawan**

## DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR ISI .....	xiii
<b>I. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Batasan Masalah .....	3
1.3 Tujuan Penelitian .....	3
1.4 Manfaat Penelitian .....	4
<b>II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Pemodelan Matematika .....	5
2.2 Persamaan Diferensial .....	7
2.3 Persamaan Differensial Biasa .....	8
2.4 Persamaan Differensial Parsial .....	8
2.5 Metode Beda Hingga.....	10
2.6 Fluida Dinamis .....	12
2.7 Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro.....	13
<b>III. METODE PENELITIAN</b>	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	14
3.2 Data Penelitian .....	14
3.3 Metode Penelitian.....	14

**IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1 Hasil Penelitian ..... 16

4.2 Pembahasan Penelitian ..... 17

**V KESIMPULAN**

5.1 Kesimpulan ..... 24

**DAFTAR PUSTAKA**

**LAMPIRAN**

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Skema perjalanan air pada PLTMH.....	13
2. Grafik laju Air dari sungai ke bak penampungan .....	21
3. Grafik laju air dari bak penampungan ke turbin PLTMH.....	22
4. Grafik laju air pada bak penampungan PLTMH.....	23

## DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Tabel Metode Interpolasi Beda Hingga .....	12
2. Tabel laju Air dari sungai ke bak penampungan .....	16
3. Tabel laju air dari bak penampungan ke turbin PLTMH .....	17
4. Tabel Daya Listrik yang dihasilkan .....	19
5. Tabel laju air pada bak penampungan PLTMH .....	20

## I. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Ilmu matematika merupakan salah satu ilmu yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan atau persoalan matematika. Matematika digunakan diseluruh dunia sebagai media penting diberbagai bidang keilmuan lainnya. Cabang dalam matematika didunia ini sangatlah banyak,diantaranya adalah matematika statistika, matematika terapan, matematika industri.

Matematika terapan merupakan cabang ilmu matematika yang melingkupi penerapan pengetahuan matematika ke bidang-bidang lain, mengilhami dan membuat penggunaan temuan-temuan matematika baru, dan terkadang pada perkembangannya dapat mengarah pada pengembangan disiplin ilmu lainnya.

Matematika terapan yang dalam hal ini persamaan differensial baik biasa maupun parsial. Persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki variable terikat dan variable bebas beserta turunannya. Adapun contoh soal differensial adalah sebagai berikut:

1.  $\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x)$

2.  $3x^2 dx + 2y dy = 0$

$$3. \quad x \frac{dy}{dx} + 5y = 6$$

Merupakan persamaan diferensial biasa orde 1 berderajat 1. Tingkat persamaan diferensial dapat dilihat dari turunan tertinggi dari persamaan tersebut.

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan dengan n variabel. Dengan demikian perbedaan persamaan diferensial biasa dengan persamaan diferensial parsial terletak pada peubah bebasnya

Persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial dalam pengaplikasian didunia nyata dapat untuk menghitung laju air, kecepatan angin, laju perpindahan panas. Pada skripsi ini penulis akan membahas model matematika laju *water flow* pembangkit listrik tenaga mikro hidro dengan metode beda hingga. Dengan memperhatikan *forward difference* sehingga dapat mengetahui laju air ketika proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro menghasilkan listrik.

Kebutuhan listrik bagi masyarakat sangatlah penting dizaman modern saat ini, tetapi tidak semua masyarakat dapat menikmati listrik yang dialiri oleh PLN, banyak hal yang menyebabkan suatu desa belum teraliri listrik oleh PLN. Diantaranya adalah susahnya lokasi desa untuk di jangkau oleh PLN contohnya adalah desa Galumpai kecamatan Sumber Jaya Kabupaten Lampung Barat yang berada di atas gunung, sehingga PLN belum dapat mengaliri listrik kedesa tersebut. Adanya temuan baru beberapa tahun yang lalu tentang pembangkit listrik tenaga mikro hidro dapat dijadikan sebagai solusi dari permasalahan listrik di daerah yang belum dialiri listrik oleh PLN.

Dengan pembuatan pembangkit listrik tenaga mikro hidro listrik yang dihasilkan dapat digunakan oleh masyarakat yang masih kesulitan untuk mendapatkan listrik.

Tetapi dalam pelaksanaannya masih banyak masyarakat yang hanya dapat menggunakannya saja tanpa mengetahui berapa laju air untuk menghasilkan listrik pada pembangkit listrik tenaga mikro hidro tersebut, sehingga masyarakat dapat dengan efektif menggunakan listrik yang dihasilkan. Oleh karena itu penulis akan menghitung laju *water flow* pada proses PLTMH menghasilkan listrik menggunakan metode beda hingga sehingga didapatkan debit air lalu akan ditentukan model laju air pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

## **1.2 Batasan Masalah**

Batasan masalah pada penelitian ini adalah lebih ditekankan pada memodelkan laju air pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro menghasilkan listrik dengan menghitung terlebih dahulu laju air menggunakan metode beda hingga.

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Pengaplikasian teori differensial khususnya metode beda hingga di kehidupan nyata dalam menghitung laju air pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro.
2. Memodelkan laju air pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

#### 1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah :

1. Memberikan sumbangan pemikiran dalam memperluas wawasan ilmu matematis.
2. Memberikan masukan bagi para peneliti yang ingin mengkaji tentang perhitungan matematika pada model laju *water flow* pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

## **II. TINJAUAN PUSTAKA.**

### **2.1 Pemodelan matematika**

Pemodelan matematika merupakan proses dalam menurunkan model matematika dari suatu fenomena berdasarkan asumsi-asumsi yang digunakan. Proses ini merupakan langkah awal yang tak terpisahkan dalam menerapkan matematika untuk mempelajari fenomena-fenomena alam, ekonomi, sosial maupun fenomena-fenomena lainnya. Secara umum dalam menerapkan matematika untuk mempelajari suatu fenomena meliputi 3 langkah, yaitu :

1. Pemodelan matematika suatu fenomena, perumusan masalah. Langkah ini untuk menterjemahkan data maupun informasi yang diperoleh tentang suatu fenomena dari masalah nyata menjadi model matematika. Data maupun informasi tentang suatu fenomena dapat diperoleh melalui eksperimen di laboratorium, pengamatan di industri ataupun dalam kehidupan sehari-hari. Dalam model matematika, suatu fenomena dapat dipelajari secara lebih terukur (kuantitatif) dalam bentuk (sistem) persamaan/pertidaksamaan matematika maupun ekspresi matematika. Namun demikian karena asumsi-asumsi yang digunakan dalam prosesnya, model matematika juga mempunyai kelemahan-kelemahan dibandingkan dengan fenomena sebenarnya, yaitu keterbatasan dalam generalisasi interpretasinya.

2. Pencarian solusi/kesimpulan matematika. Setelah model matematika diperoleh, solusi atas model tersebut dicari dengan menggunakan metode-metode matematika yang sesuai. Ada kalanya belum terdapat metode matematika pencarian solusi yang sesuai dengan permasalahan yang dihadapi. Hal ini sering menjadi motivasi para ahli matematika terapan untuk menciptakan metode matematika baru. Solusi matematika ini sering dinyatakan dalam fungsi-fungsi matematika, angka-angka maupun grafik.
3. Interpretasi solusi/kesimpulan matematika pada fenomena yang dipelajari. Dalam matematika terapan, solusi yang berupa fungsi, angka-angka maupun grafik tidak berarti banyak apabila solusi tersebut tidak menjelaskan permasalahan awalnya. Oleh karena itu, interpretasi solusi penting untuk mengerti arti dan implikasi solusi tersebut terhadap fenomena awal dari mana masalahnya berasal (Cahyono, 2013).

Secara umum pengertian model adalah suatu usaha untuk menciptakan suatu replika/tiruan dari suatu fenomena/peristiwa alam. Ada tiga jenis model yaitu model fisik, model analogi dan model matematika. Pada model fisik replika/tiruan tersebut dilaksanakan dengan menirukan domain/ruang/daerah dimana fenomena/peristiwa alam itu terjadi. Pada model analogi replika/tiruan tersebut dilaksanakan dengan menganalogikan fenomena/peristiwa alam dengan fenomena/peristiwa alam yang lain untuk kemudian dibuat model fisiknya. Pada model matematik replika/tiruan tersebut dilaksanakan dengan mendiskripsikan fenomena/peristiwa alam dengan suatu set persamaan. Kecocokan model terhadap fenomena/peristiwa alamnya tergantung dari ketetapan formulasi persamaan

matematis dalam mendiskripsikan fenomena/peristiwa alam yang ditirukan (Luknanto, 2003).

Pemodelan matematika adalah penyusunan suatu deskripsi dari beberapa perilaku dunia nyata (fenomena-fenomena alam) ke dalam bagian-bagian matematika yang disebut dunia matematika (*mathematical world*). Pemodelan matematika juga merupakan representasi dari objek, proses, atau hal lain yang diharapkan dapat diketahui polanya sehingga dapat dianalisis (Dym and Ivey, 1980).

## 2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang tidak diketahui dituliskan sebagai fungsi  $u = u(t)$  dan menghubungkan fungsi yang diketahui dengan beberapa turunannya. Beberapa notasi digunakan untuk turunan, diantaranya

$$u', \frac{du}{dt}, \dot{u}, \dots$$

Notasi titik atas umumnya digunakan pada fisika dan teknik; kebanyakan digunakan notasi umum. Persamaan diferensial dapat digunakan sampai derivatif ke  $n$ , dinotasikan dengan  $u^{(n)}$ .

Beberapa contoh.

$$1. \quad \ddot{\theta} + \sqrt{\frac{g}{l}} \sin \theta = 0$$

$$2. \quad Lq'' + Rq' + \frac{1}{C}q = \sin \check{S}t$$

$$3. \quad p' = rp \left( 1 - \frac{p}{K} \right)$$

(Logan, 2006).

### 2.3 Persamaan Diferensial Biasa.

Persamaan diferensial biasa (PDB) adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas.

Contoh :

$$1. \quad \frac{dy}{dx} = x + 10$$

$$2. \quad \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 5$$

$$3. \quad \frac{dy}{dx} = 4e^{-x}$$

(Ross, 1984).

### 2.4 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial (PDP) adalah persamaan diferensial yang menyangkut turunan parsial dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas (Ross, 1984).

Persamaan diferensial parsial merupakan persamaan dengan dua variabel bebas / penentu atau lebih. Rumus-Rumus Forward difference dan backward difference serta central difference:

- **Beda Maju:**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Beda Mudur**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

- **Beda Tengah :**

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

dan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)}{h^2}$$

Berdasarkan definisi tersebut, maka dapat diketahui definisi dari turunan parsial sebagai berikut:

Beda Maju	:	$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}$	dan	$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y)}{h}$
Beda Mundur	:	$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x-h, y)}{h}$		$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y) - f(x, y-h)}{h}$
Beda Tengah	:	$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x-h, y)}{2h}$		$\frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) - f(x, y-h)}{2h}$

Dan definisi turunan Parsial Tingkat Dua.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) + f(x-h, y) - 2f(x, y)}{h^2} \quad \text{Dan}$$

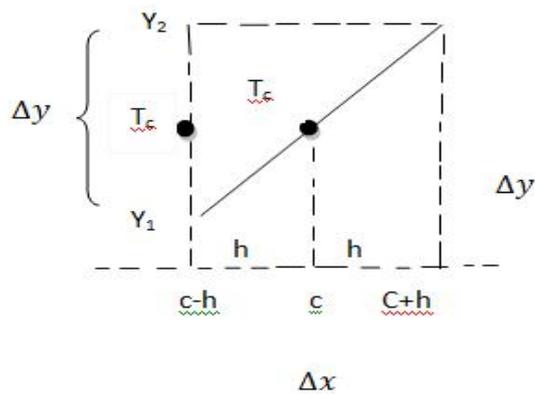
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x, y+h) + f(x, y-h) - 2f(x, y)}{h^2}$$

(Anonymous, 2012).

## 2.5 Metode Beda Hingga

Mengukur kemiringan garis dengan alat bantu sebuah penggaris

Titik tengah garis atau disebut center dengan menggunakan koordinat cartesius



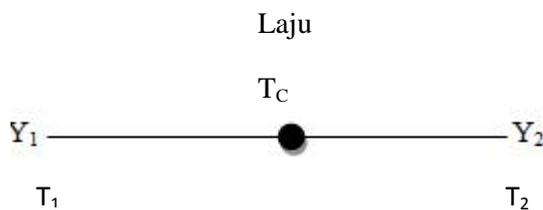
Titik tengah garis yang dilambangkan dengan  $m$  dan didapat persamaannya

$$\text{yakni } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{2h}$$

dimana  $Y_2$  merupakan nilai fungsi  $f(c + h) = y_2$

dan  $Y_1$  merupakan nilai fungsi  $f(c - h) = y_1$

Laju  $T_c$



$$T_c' = \frac{T_2 - T_1}{2h}$$

$$T_c = \frac{T_2 + T_1}{2}$$

(Anonymous, 2012).

Bentuk umum polinomial order  $n$  adalah:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (1.7)$$

Seperti yang dilakukan interpolasi linier dan kuadrat, titik-titik data dapat dilakukan dengan evaluasi koefisien  $b_0, b_1, \dots, b_n$ . Untuk polinomial order  $n$ , diperlukan  $(n + 1)$  titik data  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ . Dengan menggunakan titik-titik data tersebut, maka persamaan berikut digunakan untuk mengevaluasi koefisien  $b_0, b_1, \dots, b_n$ .

$$b_0 = f(x_0) \quad (1.8)$$

$$b_1 = f[x_1, x_0] \quad (1.9)$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0] \quad (1.10)$$

$$b_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1, x_0] \quad (1.11)$$

Dengan definisi fungsi berkurung ( $[ \dots ]$ ) adalah pembagian beda hingga.

Misalnya, pembagian beda hingga pertama adalah:

$$f[x_i, x_j] = \quad (1.12)$$

Pembagian beda hingga kedua adalah:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \quad (1.13)$$

Pembagian beda hingga ke  $n$  adalah:

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1, x_0] = \quad (1.14)$$

Bentuk pembagian beda hingga tersebut dapat digunakan untuk mengevaluasi koefisien-koefisien dalam persamaan (1.8) sampai persamaan (1.11) yang kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan (1.7) untuk mendapatkan interpolasi polinomial order  $n$ .

$$f_n(x) = f(x_0) + f[x_1, x_0](x - x_0) + f[x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1, x_0](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (1.15)$$

Persamaan (1.12) sampai persamaan (1.14) adalah berurutan, artinya pembagian beda yang lebih tinggi terdiri dari pembagian beda hingga yang lebih rendah, secara skematis bentuk yang berurutan tersebut ditunjukkan dalam tabel di bawah ini.

1. Tabel Metode Interpolasi Beda Hingga

$i$	$x_i$	$f(x_i)$	Pertama	Kedua	Ketiga
0	$x_0$	$f(x_0)$	$f[x_1, x_0]$	$f[x_2, x_1, x_0]$	$f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
1	$x_1$	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	
2	$x_2$	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$		
3	$x_3$	$f(x_3)$			

## 2.6 Fluida Dinamis

Fluida dinamis adalah fluida (bisa berupa zat cair, gas) yang bergerak. Untuk memudahkan dalam mempelajari, fluida disini dianggap mempunyai kecepatan yang konstan terhadap waktu, tak termampatkan (tidak mengalami perubahan volume), tidak kental, tidak turbulen (tidak mengalami putaran-putaran). Aliran fluida sering dinyatakan dalam debit. Debit adalah banyaknya volume zat cair yang mengalir pada tiap satu satuan waktu, biasanya dinyatakan dalam satuan liter/detik atau dalam satuan meter kubik ( $m^3$ ) per detik.

$$Q = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dimana :

$Q$  = debit aliran ( $m^3/s$ )

$v$  = volume ( $m^3$ )

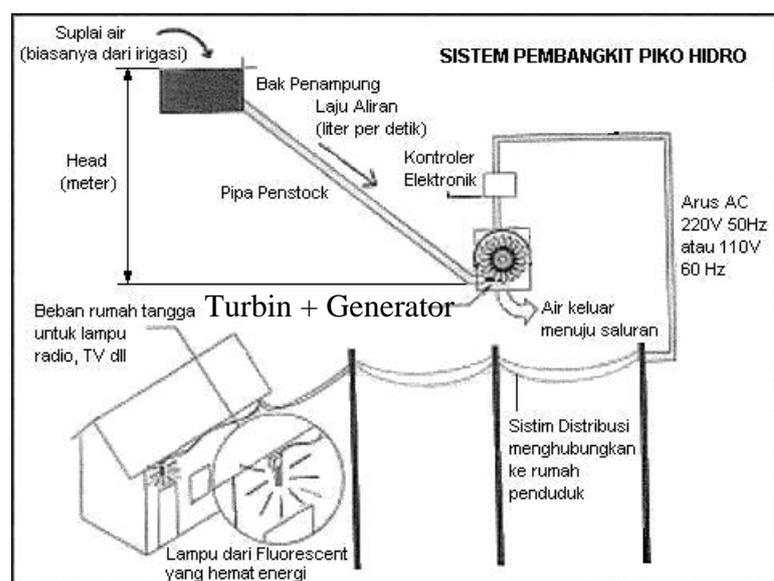
$t$  = selang waktu (s)

( *Setiawan, 2015* ).

## 2.7 Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro

Pembangkit Listrik Tenaga Mikro Hidro adalah bentuk Pembangkit Listrik Tenaga Air dalam skala kecil dimana daya yang dihasilkan  $< 1$  Mega Watt, yang merupakan bentuk perubahan tenaga dari tenaga air dengan ketinggian dan debit tertentu menjadi tenaga listrik dengan menggunakan turbin dan generator (Hadihardaja dan Sangkawati, 2001).

Proses perjalanan air menjadi tenaga listrik dapat dilihat pada gambar di bawah ini :



**Gambar1. Skema Perjalanan Air pada PLTMH (Maher dan Smith, 2001).**

### **III. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini akan dilakukan pada semester ganjil tahun pelajaran 2016/2017 dengan melakukan penelitian secara studi pustaka dan penelitian lapangan.

#### **3.2 Data Penelitian**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data laju air pada proses pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

#### **3.3 Metode Penelitian**

Penelitian ini dilakukan secara studi pustaka yaitu mempelajari buku-buku teks yang terdapat di perpustakaan jurusan matematika atau perpustakaan Universitas Lampung dan juga jurnal yang menunjang proses penelitian.

Langkah pertama menentukan debit air dengan metode beda hingga lalu data debit air tersebut dimodelkan dalam persamaan matematika.

1. Menghitung panjang saluran air menuju turbin pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

2. Kemudian mendisain bak penampungan air dengan menggunakan bahan yakni batu kali, pasir dan semen.
3. Menghitung laju air dari sungai ke bak penampungan, dengan menyiapkan stopwatch , lalu menyiapkan botol plastik yang telah di isi air sedikit .  
Lalu Tahapan selanjutnya adalah menghitung berapa menit waktu yang di butuhkan dari sungai hingga mencapai bak penampungan. Sehingga di dapatkan data laju air dari sungai ke bak penampungan.
4. Tahapan selanjutnya adalah menghitung berapa laju air dari bak penampungan hingga ke turbin dengan menggunakan stopwatch dan botol plastik yang telah di isi air sedikit yang telah di siapkan. Lalu catat laju air dari bak penampungan hingga ke turbin.
5. Setelahnya adalah membandingkan laju air pada saat air dari sungai hingga ke bak penampungan dan laju air dari bak penampungan ke turbin dengan menggunakan metode beda hingga sehingga didapatkan debit air pada bak penampungan.
6. Setelah didapatkan debit air di bak penampungan pada pembangkit listrik tenaga mikro hidro lalu data debit air tersebut di modelkan. Sehingga didapatkan pemodelan matematika laju *water flow* pada pembangkit listrik tenaga mikro hidro.

## V. KESIMPULAN

### 5.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang diperoleh adalah sebagai berikut :

1. Laju kecepatan air dari sungai hingga ke bak penampungan adalah sesuai dengan tabel 2 dan grafik 1:

Didapatkan juga persamaa nya adalah:

$$Y = - \frac{5502620935888145}{75557863725914323419136} X^3 + \frac{21925651670791003013}{75557863725914323419136} X^2 - \frac{10449993457856608410057947}{36834458566383232666828800} X + \frac{399506070962943453630509191}{3069538213865269388902400}$$

2. Laju kecepatan air dari bak penampungan ke turbin adalah sesuai dengan tabel 3 dan grafik 2 :

Didapatka juga persamaannya adalah:

$$Y = - \frac{1391577169550419}{4722366482869645213696} X^3 + \frac{3783290722456783407}{4722366482869645213696} X^2 - \frac{7505506442472411151016629}{11510768301994760208384000} X + \frac{40120436248796928316896117}{191846138366579336806400}$$

3. Beda laju kecepatan air di bak penampungan sesuai dengan tabel 5 dan grafik 3.

Didapatkan juga persamaannya adalah:

$$Y = \frac{2384044487269447}{9444732965739290427392} X^3 - \frac{5358559262774979507}{9444732965739290427392} X^2 + \frac{3083844640201399285298571}{7673845534663173472256000} X - \frac{32756623504495639308572257}{383692276733158673612800}$$

4. Daya yang dihasilkan PLTMH sesuai dengan tabel 4.

## DAFTAR PUSTAKA

Anonymous. 2012. <http://alieslow.blogspot.com/2012/01/persamaan-diferensial-parsial-dengan.html>. Diakses pada Jum'at, 9 September 2016.

Cahyono. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu. Bandung.

Clive L. Dym, and Elizabeth S. Ivey. 1980. *Principles of Mathematical Modeling*. University of Minnesota.

Hadihardaja, J., Ir., Prof., Sangkawati, S., Ir., MS., 2001, *Buku Ajar Bangunan Tenaga Air*, Teknik Sipil Undip, Semarang.

Logan, J. D.. 2006. *A First Course in Differential Equation*. Springer, USA.

Luknanto, Djoko. 2003. *Bahan Kuliah Hidraulika komputasi*. Tehnik Sipil UGM, Yogyakarta.

Maher, P., Smith, N., 2001, *Pico Hydro for Village Power, Practical Manual for Schemes Up To 5 kW in Hilly Areas*.

Toni, Setiawan. 2015. *Fluida Dinamis*. Yudistira, Jakarta.

Shepley L. Ross. 1984. *Differential Equations*. Wiley, New York.