# PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* MENGGUNAKAN MODEL ADITIF DAN MULTIPLIKATIF PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN

**(Skripsi)**

**Oleh**

**Fahmi Arifta Chairul Nisa**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2017**

# ABSTRAK

## PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* MENGGUNAKAN MODEL ADITIF DAN MULTIPLIKATIF PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN

**Oleh**

**Fahmi Arifta Chairul Nisa**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model peramalan dan menentukan model terbaik untuk peramalan data jumlah penumpang Kereta Api Pulau Sumatera menggunakan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan multiplikatif serta mengetahui perbandingan peramalan dengan kedua model tersebut berdasarkan nilai MAPE, MAD, dan MSD terkecil.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa peramalan jumlah penumpang Kereta Api Pulau Sumatera menggunakan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif lebih baik dibandingkan dengan model multiplikatif.

**Kata kunci** : Metode Peramalan, Deret Waktu Musiman, Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*, Aditif, Multiplikatif, MAPE, MAD, MSD.

**ABSTRACT**

A COMPARISON HOLT-WINTERS EXPONENTIAL SMOOTHING METHOD WITH ADITIVE AND MULTIPLICATIVE MODEL IN FORECASTING SEASONAL TIME SERIES DATA

**By**

**Fahmi Arifta Chairul Nisa**

The aim of this study is to determine the forecasting model and the best model for the number of Sumatera Train passenger using Holt-Winters exponential smoothing of additive and multiplicative model and compare with both models forecasting based on the smallest value of MAPE, MAD and MSD .

The results showed that the number of Sumatera Train passenger using Holt-Winters additive model of exponential smoothing method is more appropriate than multiplicative model.



**Key words**: Method of Forecasting, Seasonal Time Series, Holt-Winters Eksponential Smoothing Method, Additive, Multiplicative, MAPE, MAD, MSD.

**PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* MENGGUNAKAN MODEL ADITIF DAN MULTIPLIKATIF PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN**

**Oleh**

**Fahmi Arifta Chairul Nisa**

**Skripsi**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar**
**SARJANA SAINS**

**Pada**

**Jurusan Matematika**
**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**
**UNIVERSITAS LAMPUNG**
**BANDAR LAMPUNG**
**2017**

Judul Skripsi : **PEMBANDINGAN METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL *HOLT-WINTERS* MENGGUNAKAN MODEL ADITIF DAN MULTIPLIKATIF PADA PERAMALAN DATA DERET WAKTU MUSIMAN**

Nama Mahasiswa : Fahmi Arifta Chairul Nisa

Nomor Pokok Mahasiswa : 1317031033

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**MENYETUJUI**

1. Komisi Pembimbing

**Drs. Nusyirwan, M.Si.**
NIP 19661010 199205 1 001

**Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**
NIP 1970227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

**Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.**
NIP 19620704 198803 1 002

## MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

| | | |
|---|---|---|
| Ketua | : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** | ........................ |
| Sekretaris | : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.** | ........................ |
| Penguji Bukan Pembimbing | : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.** | ........................ |

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**Prof. Warsito, S.Si., DEA., Ph.D.**
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **28 Juli 2017**

## PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

| | |
|---|---|
| Nama | : **Fahmi Arifta Chairul Nisa** |
| Nomor Pokok Mahasiswa | : **1317031033** |
| Judul Skripsi | : **Pembandingan Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters* Menggunakan Model Aditif Dan Multiplikatif Pada Peramalan Data Deret Waktu Musiman** |
| Jurusan | : **Matematika** |

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada Universitas atau Institut lain.

Bandar Lampung, 29 Juli 2017
Yang Menyatakan,

Fahmi Arifta Chairul Nisa
NPM 1317031033

## RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Sungai Langka, Gedong Tataan pada tanggal 18 Juli 1995, sebagai anak pertama dari Bapak Dono Kusriadi dan ibu Rubiyatun.

Menempuh pendididkan di taman kanak-kanak (TK) Dharma Wanita Sungai Langka pada tahun 1999-2001, Sekolah Dasar (SD) diselesaikan di SDN 2 Sungai Langka pada tahun 2001-2007, kemudian bersekolah di SMPN 13 Bandar Lampung pada tahun 2007-2010, kemudian bersekolah di SMA Perintis 1 Bandar Lampung pada tahun 2010-2013.

Pada tahun 2013 penulis terdaftar sebagai mahasiswa S1 Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN undangan. Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif diberbagai Organisasi kemahasiswaan diantaranya Organisasi Jurusan Generasi Muda Himatika (GEMATIKA), Himpunan Mahasiswa Matematika (HIMATIKA). Penulis juga aktif di Organisasi Fakultas yaitu Badan Ekskutif Mahasiswa(BEM FMIPA), Rohani Islam (ROIS), Unit Kegiatan Mahasiswa Fakultas Natural (UKMF Natural) dan Organisasi Universitas yaitu Badan Ekskutif Mahasiswa Universitas (BEM U).

Pada bulan Januari tahun 2016 penulis melakukan Kerja Praktik (KP) di BKKBN perwakilan Provinsi Lampung. Sebagai bentuk pengabdian mahasiswa pada bulan Januari tahun 2017 melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Bumi Nabung Selatan, Kecamatan Bumi Nabung, Kabupaten Lampung Tengah, Lampung.

**PERSEMBAHAN**

*Dengan mengucap Alhamdulillah*

*Sujud syukurku kusembahkan kepada Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, atas takdirMu yang telah Kau tetapkan untukku yang menjadikanku manusia yang senantiasa berpikir, berilmu, beriman dan bersabar dalam menjalani kehidupan ini. Semoga keberhasilan ini menjadi satu langkah awal untuk meraih cita-cita besarku.*

*Kupersembahkan sebuah karya kecil ini untuk :*

*Ayahanda dan Ibundaku tercinta*

*Terimakasih Ayah, Ibu yang tiada pernah hentinya selama ini memberiku semangat, doa, dorongan, nasehat, dukungan moril maupun materil, kasih sayang dan cinta yang tulus serta pengorbanan dalam hidupmu demi hidupku kalian ikhlas mengorbankan segala perasaan tanpa kenal lelah yang tak akan pernah tergantikan hingga aku selalu kuat menjalani setiap rintangan yang ada didepanku. Karena atas ridho dan keikhlasan kalian Allah selalu memudahkan setiap langkah yang ku jalani.*

*Dosen Pembimbing dan Penguji yang sangat berjasa dalam mengarahkan, membimbing, menasihati, dan memberi motivasi kepada penulis.*

*Sahabatku tercinta yang selalu ada. Terima kasih atas kebersamaan, keceriaan, semangat serta motivasi yang diberikan.*

*Almamater kebanggaan Universitas Lampung*

## *Kata Inspirasi*

"Berangkatlah kamu baik dalam keadaan merasa ringan maupun berat, dan berjuanglah kamu dengan harta dan jiwamu dijalan Allah"
(Qs. At-Taubah : 41)

"Jika kalian bersyukur, niscaya Aku tambah nikmatKu untuk kalian"
(Qs. Ibrahim : 7)

"Ingatlah kepadaKu, akupun akan ingat kalian"
(Qs.Al-Baqarah : 152)

"Berdoalah kepada Ku, niscaya Aku kabulkan untuk kalian"
(Qs. Ghafir : 60)

"Tidaklah Allah menghukum mereka, selama mereka memohon ampun kepada Allah"
(Qs. Al-Anfal : 33)

"Dan apabila hamba-hamba Ku bertanya padamu (Muhammad) tentang Aku, maka jawablah Aku adalah dekat"
(Qs. Al-Baqarah :186)

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan "
(Qs. Al-Insyirah :5)

# SANWACANA

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan kehadirat Allah Subhanahu Wa Ta'ala karena atas berkat rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad Shallallahu'Alaihi Wa salam.

Skripsi dengan judul **"***Pembandingan Metode Penghalusan Eksponensial Holt-Winters Menggunakan Model Aditif dan Multiplikatif Pada Peramalan Data Deret Waktu Musiman*" disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.) di Universitas Lampung. Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Utama atas kesediaanya untuk memberikan bimbingan, kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini.
2. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembiming Kedua atas kesediaan memberikan bimbingan, kritik dan saran dalam proses penyelesaian skripsi ini.
3. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberi masukkan dan saran-saran dalam menyelesaikan skripsi ini.

4. Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku Pembimbing Akademik atas bimbingan dan pembelajaran selama ini.
5. Bapak Drs. Tiryono Ruby, M.Sc.,Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.
7. Seluruh Dosen dan Staf Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmu dan bantuan yang berguna bagi penulis.
8. Orang tua tercinta yang senantiasa mendoakan, menyayangi, memberi semangat dan nasehat untuk keberhasilan penulis.
9. Tri Harjanti dan Yudhi atas kebersamaan berbagi keceriaan dan dukungan selama ini.
10. Teman-teman satu bimbingan atas bantuan, semangat dan dukungannya dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Teman-teman angkatan 2013 yang tidak dapat disebutkan satu persatu terima kasih atas keakraban dan kebersamaan selama ini.
12. Seluruh pihak yang telah membantu yang tidak dapat disebutkan satu persatu, atas dukungan dan doanya selama penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, kritik dan saran dari pembaca akan sangat bermanfaat bagi penulis. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membaca.

Bandar Lampung, Juli 2017

Penuli

# DAFTAR ISI

Halaman

## DAFTAR TABEL

## DAFTAR GAMBAR

# I. PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang dan Masalah

Peramalan merupakan pendugaan masa depan yang dilakukan berdasarkan nilai masa lalu dari suatu variabel dengan beberapa periode. Peramalan sering diterapkan dalam bidang pariwisata, transportasi, bisnis, investigasi (saham), klimatologi produksi pertanian, dan sebagainya. Peramalan merupakan bagian penting bagi setiap organisasi bisnis untuk pengambilan keputusan manajemen yang sangat signifikan. Selain itu peramalan merupakan alat yang penting dalam perencanaan yang efektif dan efisien. Ada banyak jenis-jenis peramalan , salah satunya adalah metode Penghalusan Eksponensial (Mulyana, 2004).

Model pemulusan eksponensial direkomendasikan sebagai suatu teknik yang tidak kompleks dan ekonomis dengan hasil ramalan yang cukup baik dalam variasi aplikasi yang luas. Metode ini terdiri dari beberapa macam, diantaranya penghalusan eksponensial tunggal dan penghalusan ekponensial ganda. Metode penghalusan eksponensial tunggal digunakan jika data runtun waktu tidak mengandung unsur *trend* dan musiman sedangkan metode penghalusan eksponensial ganda digunakan jika data runtun waktu mengandung unsur *trend* dan tidak mengandung unsur musiman (Makridakis, 1999).

Permasalahan yang muncul kemudian adalah jika suatu data tidak hanya mengandung unsur musiman melainkan mengandung unsur *trend* dan unsur musiman sekaligus. Karena penghalusan eksponensial ganda hanya dapat digunakan pada data yang mengandung unsur trend, maka diperkenalkanlah metode penghalusan eksponensial Holt-Winters yang digunakan untuk peramalan jika data memiliki unsur trend dan musiman (Mulyana,2004).

## 1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

Membandingkan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* menggunakan model aditif dan model multiplikatif pada peramalan data deret waktu musiman.

## 1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Memberikan pengetahuan baru tentang metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan model multiplikatif.
2. Memberikan solusi terbaik didalam pemilihan model terbaik pada metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan model multiplikatif.

# II. TINJAUAN PUSTAKA

## 2.1 Peramalan

Peramalan merupakan dugaan atau perkiraan tentang terjadinya suatu keadaan dimasa depan dengan menggunakan metode-metode tertentu. Peramalan dilakukan dengan memanfaatkan informasi terbaik agar tujuan yang diinginkan dapat tercapai. Peramalan diperlukan untuk mengantisipasi peristiwa yang dapat terjadi dimasa yang akan datang, sehingga dapat dipersiapkan (Supangat, 2007).

## 2.2 Analisa Deret Waktu

Analisa deret waktu merupakan prosedur analisis yang dapat digunakan untuk mengetahui gerak perubahan atau perkembangan nilai suatu variabel sebagai akibat dari perubahan waktu. Analisa deret waktu juga merupakan suatu analisis berdasarkan hasil ramalan yang disusun atas pola hubungan antara variabel yang dicari dengan variabel waktu yang mempengaruhinya. Pendugaan masa depan dilakukan berdasarkan nilai masalalu dari suatu variabel. Adapun tujuan dari analisa deret waktu adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui kecenderungan nilai suatu variabel dari waktu ke waktu.
2. Meramal nilai variabel pada suatu waktu tertentu (Supangat, 2007).

## 2.3 Data Deret Waktu

Data deret waktu adalah suatu jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Jika waktu dipandang bersifat diskrit (waktu dapat dimodelkan bersifat kontinu), frekuensi pengumpulan selalu sama. Dalam kasus diskrit, frekuensi dapat berupa detik, menit, jam, hari, minggu, bulan atau tahun (Montgomery, 2008).

## 2.4 Komponen Deret Waktu

Analisis deret waktu meliputi identifikasi komponen-komponen yang menyebabkan terjadinya fluktuasi dalam serangkaian data historis. Komponen-komponen tersebut adalah sebagai berikut :

### 2.4.1 Pola Kecenderungan

*Trend (T)* adalah gerakan berjangka panjang yang menunjukkan adanya kecenderungan kenaikan dan penurunan secara keseluruhan. Gerakan *Trend* jangka panjang tersebut merupakan suatu garis halus atau kurva yang menunjukkan suatu kecenderungan umum dari suatu data berkala. Kecenderungan tersebut arahnya bisa naik bisa juga turun. *Trend* sangat berguna untuk membuat peramalan *(forecasting)* yang merupakan perkiraan masa depan yang diperlukan bagi perencanaan (Supangat, 2007).

### 2.4.2 Pola Musiman

Komponen *seasonal (S)* atau musiman juga merupakan fluktuasi periodik, tetapi periode waktuya sangat singkat yaitu satu tahun atau kurang. Gerakan musiman *(seasonal movement)* merupakan gerakan yang mempunyai pola-pola tetap atau identik dari waktu ke waktu dengan waktu yang kurang dari satu tahun. Dengan demikian jelas bahwa variasi musiman adalah suatu pola yang berulang dalam jangka pendek (Box, 1976).

### 2.4.3 Pola Siklis

Gerakan siklik *(C)* adalah gerakan naik turun disekitar garis tren dalam jangka panjang. Gerakan disekitar rata-rata nilai data berkala, di atas atau di bawah garis tren dalam jangka panjang. Gerakan siklis ini bisa berulang setelah jangka waktu tertentu, misalnya setiap 3 tahun, 5 tahun atau bahkan lebih, tetapi bisa juga tidak berulang dalam jangka waktu yang sama. Dalam kegiatan bisnis dan ekonomi, gerakan-gerakan hanya dianggap siklik apabila timbul kembali setelah jangka waktu lebih dari 1 tahun (Cryer, 2008).

### 2.4.4 Pola Acak

Komponen ini memperlihatkan fluktuasi yang acak (I) atau *"noise"* sebagai akibat adanya suatu perubahan yang mendadak. Gerakan yang tidak teratur atau gerakan acak adalah gerakan yang bersifat sporadis atau gerakan dengan pola yang tidak teratur dan tidak dapat diperkirakan dalam waktu singkat. Gerakan ini disebabkan oleh peristiwa-peristiwa yang terjadi secara kebetulan seperti banjir, pemogokan, pemilihan umum, dan perubahan pemerintah (Supangat, 2007).

## 2.5 Stasioneritas

Jika proses pembangkitan yang mendasari suatu deret waktu didasarkan pada nilai tengah $(\mu)$ konstan dan ragam $(\sigma)^2$ yang konstan, maka deret waktu berupa stasioner (Makridakis, dkk., 1992).

Ciri-ciri data yang stasioner :

1. Apabila diplot maka akan sering melewati sumbu horizontal.
2. Autokorelasinya akan menurun mendekati nol setelah lag kedua atau ketiga.

Stasioneritas dibagi menjadi dua yaitu :

1. Stasioner dalam rata-rata

   Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk plot data dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Apabila data tidak stasioner dalam rata-rata maka dapat dilakukan pengurangan antar data sehingga data tersebut stasioner dalam rata-rata.
2. Stasioner dalam ragam

   Sebuah data deret waktu dikatakan stasioner dalam ragam apabila struktur dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan grafik deret waktu, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Apabila tidak stasioner dalam variansi maka perlu dilkukan perhitungan dengan metode box cox sehingga data tersebut stasioner dalam variansi (Wei, 2006).

## 2.6 Autokorelasi

Autokorelasi merupakan suatu alat untuk menunjukkan tingkat asosiasi atau hubungan diantara variabel-variabel yang sama, tetapi waktu terjadinya berbeda. Dengan mengetahui koefisien autokorelasi dapat diketahui ciri, pola dan jenis data.sehingga dapat mengidentifikasi model tentative yang disesuaikan dengan data (Makridakis, dkk., 1992).

Dari proses stasioner suatu data deret waktu $(X_t)$ diperoleh $E(X_t) = \mu$ dan variansi $Var(X_t) = E(X_t - \mu)^2 = \sigma^2$, yang konstan dan kovarian $Cov(X_t, X_{t+k})$, yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t - (t - k)|$. Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai kovariansi antara $X_t$ dan $X_{t+k}$ sebagai berikut :

$$\gamma = Cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) \tag{2.1}$$

Dan korelasi antara $X_t$ dan $X_{t+k}$ didefinisikan sebagai

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t)Var(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2.2}$$

Dimana :

$\mu$ = rata-rata data

$\gamma_k$= autokovarians pada lag ke-k

$\rho_k$ = autokorelasi pada lag ke-k

$t$ = waktu pengamatan ke t untuk semua t adalah 1, 2, 3, ..., dst.

Notasi $Var(X_t)$ dan $Var(X_{t+k}) = \gamma_0$ . Sebagai fungsi dari k, $\gamma_k$ disebut fungsi autokovarians dan $\rho_k$ disebut fungsi autokorelasi (ACF). Dalam analisis deret waktu, $\gamma_k$ dan $\rho_k$ menggambarkan kovarian dan korelasi antara $X_t$ dan $X_{t+k}$ dari proses yang sama, hanya dipisahkan oleh lag ke-k.

Fungsi autokovarians $\gamma_k$ dan fungsi autokorelasi $\rho_k$ memiliki sifat-sifat sebagai berikut :

1. $\gamma_0 = Var\ (X_t)\ ;\ \rho_o = 1$ (2.3)
2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0\ ; |\rho_k| \leq 1$ (2.4)
3. $\gamma_k = \gamma -_k\ dan\ \rho_k = \rho_{-k}$ (2.5)

Untuk semua k, $\gamma_k$ dan $\rho_k$ adalah fungsi yang sama dan simetrik lag ke-k=0. Sifat tersebut diperoleh dari perbedaan waktu antara $X_t$ dan $X_{t+k}$. Oleh sebab itu, fungsi autokorelasi sering hanya diplotkan untuk lag non negatif. Plot tersebut kadang disebut korrelogram.

Pengujian koefisien autokorelasi :

$H_0$ : $\rho_k = 0$ (koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

$H_1$ : $\rho_k \neq 0$ (koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Dimana jika $\rho_k$ terletak dalam selang persamaan (2.2), keputusannya belum cukup bukti untuk menolak $H_0$ sehingga dapat disimpulkan data stasioner. Sebaliknya jika $\rho_k$ terletak di luar selang persamaan (2.2), keputusannya belum cukup bukti untuk terima $H_0$ sehingga dapat disimpulkan data tidak stasioner (Wei, 2006).

Statistik uji :

$$\tau = \frac{r_k}{SE_{r_k}} \tag{2.6}$$

Dengan

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2} \tag{2.7}$$

$$SE_{r_k} = \sqrt{\frac{1 + 2\sum_{j=1}^{k-1} {r_j}^2}{T}} \approx \frac{1}{\sqrt{T}} \tag{2.8}$$

Dimana :

$\tau$ = uji t

$SE_{r_k}$= galat baku autokorelasi pada saat lag ke-k

$r_k$= autokorelasi pada saat lag ke-k

$k$ = time lag

$T$= banyak observasi dalam data deret waktu

Kriteria keputusan : tolak $H_0$ jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas $df$ = t-1, t merupakan banyaknya data dan k adalah lag koefisien autokorelasi yang diuji (Pankratz, 1991).

## 2.7 Uji Akar Unit

Uji akar unit (*Unit root test*) merupakan pengujian yang sangat populer dan dikenalkan oleh David Dickey dan Whyne Fuller. Dalam uji ini dibentuk persamaan regresi dari data aktual pada periode ke-*t* dan ke-(*t-1*). Dalam uji akar unit digunakan model berikut aktual pada periode ke-*t* dan ke-(*t-1*). Dalam uji akar unit digunakan model berikut :

$$\gamma_t = \rho Y_{t-1} + u_t \tag{2.9}$$

Jika koefisien regresi dari $Y_{t-1}(\rho) = 1$ maka disimpulkan bahwa terdapat masalah bahwa $Y_t$ tidak stasioner. Dengan demikian $Y_t$ dapat disebut mempunyai *"unit root"* atau berarti data tidak stasioner. Bila persamaan diatas dikurangi sisi kanan dan kiri maka persamaannya menjadi :

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t{}' = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \tag{2.10}$$

Atau dapat ditulis dengan :

$$\Delta Y_t{}' = \delta Y_{t-1} + u_t \tag{2.11}$$

Dengan,

$$\Delta Y_t{}' = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.12}$$

Dimana :

$\Delta Y_t$ = hasil *difference* data pada periode ke-t

$Y_t$ = data aktual periode ke-t

$Y_{t-1}$ = data aktual periode ke-t

$\delta$ = koefisien regresi

$u_t$ = *error* yang *white noise* dengan *mean* = 0 dan *varians* = $\delta^2$ (Wei, 2006).

Selanjutnya uji ADF dapat diterapkan dengan mengestimasi model berikut :

$$\Delta Y_t{}' = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha_1 \Delta Y_{t-1} + \alpha_2 \Delta Y_{t-2} + \cdots + \alpha_t \Delta Y_{t-t} + e_t \quad (2.13)$$

Dimana $Y_t{}' = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 Y_{t-1} + u_t$ dengan $\beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0$ dan $\beta_3 \neq 0$. Merupakan persamaan untuk menentukan trend.

Dalam metode ADF, untuk menguji kestasioneran dapat dilakukan dengan mengestimasi persamaan 2.9 sebelumnya dan menguji apakah $\rho$=1 atau dengan mengestimasi persamaan 2.11 dengan menguji apakah $\delta$=0. *Dickey fuller* menunjukkan bahwa nilai koefisien δ akan mengikuti distribusi statistik τ(*tau*) dan menyusun statistik τ sebagai titik kritis pengujian. Hal ini menyebabkan pengujian dengan estimasi persamaan 2.11 dikenal sebagai uji *Dikey Fuller*. Distribusi statistik τ kemudian dikembangkan lebih jauh oleh Mackinon dan dikenal sebagai distribusi Mackinon. Untuk pengujian *augmented dickey fuller* dilakukan dengan menghitung nilai τ statistik dengan rumus :

$$\tau_{statistik} = \frac{\hat{\rho}}{SE(\rho)} \quad (2.14)$$

Hipotesis yang digunakan untuk menentukan apakah data deret mengandung akar unit, yaitu:

$H_0 : \delta = 0$ (Mengandung akar unit atau tidak stasioner atau memiliki *trend*)

$H_1 : \delta \neq 0$ (Tidak mengandung akar unit atau stasioner atau tidak memiliki *trend*)

Apabila $|\tau_{statistik}| < |\tau_{tabel}|$, maka $H_0$ diterima, yang artinya deret tidak stasioner (Gujarati and porter, 2009).

## 2.8 Indeks Musiman

Diantara 4 komponen yang berpengaruh pada fluktuasi suatu data deret waktu, variasi musim (*seasonal variation*) sering merupakan komponen yang paling mudah untuk dipahami. Kita perlu mempelajari gerakan yang regular dalam waktu satu tahun, satu bulan, satu minggu atau dalam satu hari.

Ada beberapa macam variasi musim yakni :

1. *Specific seasonal*, menunjukkan variasi musim dalam satu tahun

   *Typical seasonal*, menunjukkan variasi musim rata-ratanya dalam jangka panjang
2. *Constant seasonal*, menunjukkan variasi musim yang tetap sama dalam tiap-tiap tahun

   *Changing seasonal*, menunjukkan variasi musimyang berubah-ubah dari tahun ke tahun (Djarwanto, 1982).

Variasi musim adalah variasi yang bersifat periodik, yaitu terjadi pengulangan-pengulangan pada periode-periode tertentu untuk setiap tahun. Variasi musim dapat terjadi dalam periode satu tahun , satu bulan, satu minggu, ataupun dalam satu hari. Variasi musim yang akan dibahas berikut ini adalah *constant seasonal*, yaitu variasi musim yang tetap sama dalam setiap tahun. Ada beberapa metode untuk menghitung angka indeks musiman (*seasonal index*) dalam *constant seasonal* , antara lain metode *monthly totals*. Metode *monthly totals* dirumuskan sebagai berikut:

$$Indeks\ musiman\ = \frac{n_k}{\bar{Y}_t} \tag{2.14}$$

Rata-rata dari total nilai adalah :

$$\bar{Y}_t = \frac{\sum Y}{banyak\ bulan\ atau\ triwulan} \quad (2.15)$$

Dimana :

$n_k$ = jumlah masing-masing bulan atau triwulan

k = menunjukkan bulan atau triwulan yang bersangkutan

$\bar{Y}_t$ = rata-rata dari total nilai

$\sum Y$ = total nilai

Banyak bulan = 12 dan banyak triwulan = 4 (Yusri, 2013).

## 2.9 Fungsi Eksponensial

Fungsi eksponen diperkenalkan pertama kali oleh *Leonhard Euler* dengan lambang *e*. Fungsi eksponen didefinisikan bahwa huruf *e* menyatakan bilangan real positif unik sedemikian rupa sehingga *ln e = 1*.

Fungsi eksponensial merupakan fungsi yang mempunyai satu konstanta baris dan satu peubah eksponen, disebut fungsi eksponensial.

$$\begin{aligned} y &= \alpha^x \\ &= exp(ln\alpha^x) \\ &= exp(xln\alpha) \\ &= e^{xln\alpha} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Persamaan 2.16 disebut fungsi eksponensial berbasis a dan x sebagai eksponen.

Definisi 2: untuk a>0 dan sebarang bilangan real x, maka

$$\alpha^x = exp(xln\alpha)$$ (Purcell, dkk., 2004).

Bobot yang diberikan untuk setiap data pada model penghalusan menurun secara eksponensial, sebagaimana persamaan berikut:

$$F_t = \alpha\bar{X}_t + \alpha(1-\alpha)X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2X_{t-2} + \cdots + (1-\alpha)^nX_{t-n} \quad (2.17)$$

Sehingga bobot penghalusan adalah $(Y) = \alpha, \alpha(1-\alpha), \alpha(1-\alpha)^2, \ldots, dst$ dan membentuk suatu deret pangkat.

Secara umum persamaan 2.17 dituliskan sebagai berikut :

$$(Y) = \alpha(1-\alpha)^n \tag{2.18}$$

yang menurun secara eksponensial (Makridakis, dkk., 1983).

## 2.10 Metode Penghalusan

Metode penghalusan adalah metode peramalan yang dilakukan dengan cara mengambil rata-rata dari nilai-nilai pada beberapa tahun untuk menaksir nilai pada suatu tahun. Metode ini merupakan metode yang menghaluskan pergerakan data, dri periode ke periode berikutnya. Metode ini dapat dikelompokkan menjadi 2 kelompok : metode perataan dan metode pemulusan eksponensial (Makridakis, dkk., 1992).

### 2.10.1 Metode Perataan

Metode perataan adalah metode yang memperlakukan data masa lalu yang menjadi bagian dari perhitungan dengan bobot yang sama untuk nilai tengah dan rata-rata bergerak tunggal dan bobot yang berbeda untuk rata-rata bergerak ganda dan kombinasi rata-rata bergerak lainnya. Utuk semua kasus, tujuannya adalah memanfaatkan data masa lalu untuk mengembangkan suatu peramalan (Makridakis, dkk., 1992).

### 2.10.2 Metode Penghalusan Eksponensial

Penghalusan eksponensial merupakan suatu model peramalan rata-rata bergerak yang melakukan pembobotan terhadap data masa lalu dengan cara eksponensial sehingga data paling akhir mempunyai bobot atau timbangan lebih besar dalam rata-rata bergerak. Metode pengalusan eksponensial telah digunakan selama beberapa tahun sebagai suatu metode yang sangat berguna pada begitu banyak situasi peramalan.

Pada tahun 1957 C.C.Holt mengusulkan metode penghalusan eksponensial yang berlaku untuk data deret waktu yang tidak memiliki unsur kecenderungan dan musiman. Kemudian pada tahun 1957 diusulkan suatu prosedur penghalusan eksponensial untuk data deret waktu yang mengandung pola kecenderungan kemudian biasa disebut metode penghalusan eksponensial ganda dua parameter dari Holt. Pada tahun 1965 Winters mengembangkan metode dua parameter dari Holt tersebut untuk kasus yang memiliki unsur musiman. Winters menambahkan operasi penghalusan ketiga dan parameter ketiga untuk unsur musiman. Metode penghalusan eksponensial tripel dari Winter lebih dikenal sebagai metode Holt-Winters (Makridakis, dkk., 1999).

## 2.11 Metode Penghalusan Eksponensial Tunggal

Penghalusan eksponensial tunggal dikenal sebagai penghalusan eksponensial sederhana yang digunakan pada peramalan jangka pendek. Model mengasumsikan bahwa data berfluktuasi di sekitar nilai mean yang tetap, tanpa kecenderungan atau pola pertumbuhan konsisten(Makridakis, dkk., 1999).

Rumus untk penghalusan eksponensial sederhana adalah sebagai berikut:

$$S_t = \alpha(x_t - S_{t-1}) + S_{t-1}$$
$$= (\alpha x_t - \alpha S_{t-1}) + S_{t-1}$$
$$= \alpha x_t - \alpha S_{t-1} + S_{t-1}$$
$$S_t = \alpha x_t + (1-\alpha) S_{t-1} \quad (2.19)$$

Dimana :

$S_t$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t*

$S_{t-1}$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t-1*

$x_t$ = data ke-*t*

$\alpha$ = konstanta parameter penghalusan eksponensial (0< $\alpha$ <1)

Nilai $\alpha$ disebut penghalusan konstan, dalam model penghalusan eksponensial tunggal, nilai $\alpha$ bisa ditentukan secara bebas, artinya tidak ada suatu cara yang pasti untuk mendapatkan nilai $\alpha$. Pemilihan nilai $\alpha$ dapat dilakukan dengan coba-coba, akan tetapi untuk mencari nilai $\alpha$ yang optimal dapat dilakukan dengan bantuan software (Brockwell, 2002).

## 2.12 Metode Penghalusan Eksponensial Ganda

Pada metode penghalusan eksponensial tunggal tidak dapat digunakan untuk data yang mengandung pola kecenderungan, sehingga Holt (1957) mengembangkan metode ini dengan memasukkan unsur kecenderungan pada persamaan tersebut yang kemudian biasa disebut metode penghalusan eksponensial ganda dua parameter dari Holt. Rumus untuk penghalusan eksponensial ganda adalah sebagai berikut:

$$S_t = \alpha(x_t - S_{t-1} - b_{t-1}) + S_{t-1} + b_{t-1}$$
$$=(\alpha x_t - \alpha S_{t-1} - \alpha b_{t-1}) + S_{t-1} + b_{t-1}$$
$$=\alpha x_t - \alpha S_{t-1} + S_{t-1} - \alpha b_{t-1} + b_{t-1}$$

$$=\alpha x_t + (1-\alpha)S_{t-1} + (1-\alpha)b_{t-1}$$

$$S_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \qquad (2.20)$$

Dimana :

$S_t$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t*

$S_{t-1}$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t-1*

$x_t$ = data ke-*t*

$\alpha$ = konstanta parameter penghalusan eksponensial (0< $\alpha$ <1)

$b_{t-1}$= penghalusan unsur trend pada tahun ke-*t-1*

Untuk menghitung penghalusan unsur trend digunakan persamaan sebagaiberikut:

$$b_1 = \beta(S_1 - S_{1-1}) + (1-\beta)b_{1-1}$$

$$b_2 = \beta(S_2 - S_{2-1}) + (1-\beta)b_{2-1}$$

.

.

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \qquad (2.21)$$

Dimana :

β = konstanta parameter penghalusan untuk *trend* (0< β <1)

$S_t$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t*

$S_{t-1}$ = penghalusan eksponensial pada tahun ke-*t-1*

$b_t$ =penghalusan *trend* pada tahun ke-*t*

$b_{t-1}$ =penghalusan *trend* pada tahun ke-*t-1*

Karena menggunakan dua parameter penghalusan α dan β, maka dari itu metode tersebut dikenal dengan metode penghalusan eksponensial ganda (Makridakis, dkk., 1999).

## 2.13 Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters*

Pada metode penghalusan eksponensial ganda hanya dapat digunakan untuk data yang mengandung unsur trend tapi tidak dapat digunakan untuk data yang mengandung musiman. Metode *Holt-Winters* merupakan gabungan dari metode

Holt dan Winters, dimana nilai *trend* pada metode Holt digabungkan dengan nilai musiman pada metode Winters, sehingga metode *Holt-Winters* dapat menangani faktor musiman dan *trend* yang muncul secara sekaligus pada sebuah data *time series*. Metode *Holt-Winters* dapat digunakan untuk data nonstasioner (Kalekar, 2004).

### 2.13.1 Estimasi Parameter

Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* didasarkan atas tiga unsur yaitu unsur stasioner, *trend* dan musiman untuk setiap periode dan memberikan tiga pembobotan dalam prediksinya, yaitu $\alpha$, $\beta$, dan $\gamma$. Pembobotan $\alpha$, $\beta$, dan $\gamma$ adalah sebagai berikut:

1. Alpha ($\alpha$) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan. Jika alpha bernilai mendekati 1 maka hanya pengamatan terbaru yang digunakan secara eksklusif. Sebaliknya bila alpha mendekati 0 maka pengamatan yang lain dihitung dengan bobot sepadan dengan yang terbaru.
2. Beta ($\beta$) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan untuk mengestimasi kemunculan trend nilai beta berkisar dari 0 sampai 1.
3. Gamma ($\gamma$) merupakan parameter yang mengontrol penghalusan relatif pada pengamatan yang baru dilakukan untuk mengestimasi kemunculan unsur musiman. Nilai gamma berkisar dari 0 sampai 1.

Besarnya koefisien *α, β*, dan *γ* , memiliki jarak diantara 0 dan 1 yang ditentukan secara subjektif atau dengan meminimalkan kesalahan dari estimasi tersebut (Mulayana, 2004).

Metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter yaitu metode kuadrat terkecil (*least square method*) (Chatfield, 2003). Model penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan multiplikatif yaitu :

1) $S_t = \alpha(X_t - I_{t-L}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) + \varepsilon$ (2.22)
2) $b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} + \varepsilon$ (2.23)
3) $I_t = \gamma(X_t - S_t) + (1-\gamma)I_{t-L} + \varepsilon$ (2.24)
4) $S_t = \alpha\frac{X_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) + \varepsilon$ (2.25)
5) $I_t = \gamma\frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)l_{t-L} + \varepsilon$ (2.26)

Dari n observasi $X_1, X_2, \ldots, X_n$ parameter α, β, dan γ dapat diestimasi dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual *Sum Squared Error* (SSE) kemudian diturunkan terhadap parameter α, β, dan γ dari model aditif dan model multiplikatif.

Terdapat dua model *Holt-Winters* yang dapat digunakan, yaitu *Holt-Winters* model Aditif dan *Holt-Winters* model Multiplikatif (Kalekar, 2004).

### 2.13.2 Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model Aditif

Model musiman aditif dengan metode penambahan musiman cocok untuk prediksi deret berkala (*time series*) dengan amplitudo (atau ketinggian) pola musiman yang tidak tergantung pada rata-rata level atau ukuran data sehingga bersifat konstan (Montgomery, 2008).

Model aditif digunakan apabila tidak terdapat kecenderungan atau tanda bahwa pola musiman bergantung pada ukuran data. Persamaan yang digunakan pada model aditif adalah sebagai berikut :

1. Persamaan untuk menghitung penghalusan eksponensial *Holt-Winters*

$$S_t = \alpha(X_t - I_{t-L}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \tag{2.27}$$

2. Persamaan untuk menghitung penghalusan *trend*

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \tag{2.28}$$

3. Persamaan untuk menghitung penghalusan musiman pada model aditif

$$I_t = \gamma(X_t - S_t) + (1-\gamma)I_{t-L} \tag{2.29}$$

4. Untuk menghitung nilai peramalan penghalusan eksponensial *Holt-Winters* pada model aditif digunakan persamaan sebagai berikut:

$$F_{t+m} = S_t + mb_t + I_{t-L+m} \tag{2.29}$$

Dimana :

$S_t$ = Penghalusan eksponensial pada tahun ke-t

$S_{t-1}$= Penghalusan eksponensial pada tahun ke-t-1

$b_t$= Penghalusan unsur trend pada tahun ke-t

$b_{t-1}$= Penghalusan unsur trend pada tahun ke-t-1

$X_t$ = Data ke – $t$

$F_t$= Nilai yang ingin diramalkan

$\alpha$ = Parameter penghalusan untuk data (0< $\alpha$ <1)

$\beta$ = Parameter penghalusan untuk *trend* (0< $\beta$ <1)

$\gamma$ = Parameter penghalusan untuk musiman (0< $\gamma$ <1)

$I_t$ = Penghalusan faktor musiman

$m$=Periode waktu yang akan diramalkan

$L$ = panjang musiman (L=3, L=4, L=6 atau L=12).

### 2.13.3 Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model Multiplikatif

Model musiman multiplikatif dengan metode perkalian musiman cocok untuk prediksi deret berkala (*time series*) yang dimana amplitudo (atau ketinggian) dari pola musiman nya proporsional dengan rata-rata level atau tingkatan dari deret data. Dengan kata lain pola musiman membesar seiring meningkatnya ukuran data (Montgomery, 2008).

Model multiplikatif digunakan apabila terdapat kecenderungan atau tanda bahwa pola musiman bergantung pada ukuran data. Persamaan yang digunakan pada model multiplikatif adalah sebagai berikut :

1. Persamaan untuk menghitung penghalusan eksponensial *Holt-Winters*

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) \quad (2.30)$$

2. Persamaan untuk menghitung penghalusan *trend*

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad (2.31)$$

3. Persamaan untuk menghitung penghalusan musiman pada model multiplikatif

$$I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)I_{t-L} \quad (2.32)$$

4. Untuk menghitung nilai peramalan penghalusan eksponensial *Holt-Winters* pada model multiplikatif digunakan persamaan sebagai berikut:

$$F_{t+m} = (S_t + mb_t)I_{t-L+m} \quad (2.34)$$

Dimana :

$S_t$ = Penghalusan eksponensial pada tahun ke-t
$S_{t-1}$= Penghalusan eksponensial pada tahun ke-t-1
$b_t$= Penghalusan unsur trend pada tahun ke-t
$b_{t-1}$= Penghalusan unsur trend pada tahun ke-t-1
$X_t$ = Data ke – $t$
$F_t$= Nilai yang ingin diramalkan

$\alpha =$ Parameter penghalusan untuk data (0< $\alpha$ <1)

$\beta =$ Parameter penghalusan untuk *trend* (0< $\beta$ <1)

$\gamma =$ Parameter penghalusan untuk musiman (0< $\gamma$ <1)

$I_t$ = Penghalusan faktor musiman

$m$=Periode waktu yang akan diramalkan

$L$ = panjang musiman (L=3, L=4, L=6 atau L=12) (Makridakis, dkk., 1999).

## 2.14 Nilai Awal

Sama halnya dengan metode penghalusan eksponensial lainnya, dibutuhkan nilai awal komponen untuk memulai perhitungan. Untuk menginisialisasi metode peramalan *Holt-Winters*, diperlukan nilai awal untuk penghalusan *It* dan indeks musiman *St*. Untuk mendapatkan estimasi nilai awal dari indeks musiman, diperlukan setidaknya data lengkap selama satu musim. Dengan demikian, nilai trend dan penghalusan diinisialisasi pada periode *S*. Nilai awal konstanta penghalusan didapatkan dengan menggunakan rata-rata musim pertama,

Sehingga:

$$SL = \frac{1}{L}(X_1 + X_2 + \cdots + X_k) \tag{2.35}$$

Perlu dilihat bahwa persamaan(2.35) merupakan rata-rata bergerak berorde *S* yang akan mengeliminasi unsur musiman pada data. Untuk menginisialisasi *trend*, lebih baik menggunakan data lengkap selama dua musim (2 periode)

Sebagai berikut:

$$b_L = \frac{1}{K}\left[\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \cdots + \frac{X_{L+k} - X_k}{L}\right] \tag{2.36}$$

Kemudian didapatkan nilai inisialisasi musiman dengan menggunakan rasio dari data dengan rata-rata data tahun kedua pada model multiplikatif sehingga,

$$I_1 = \frac{X_1}{S_L}, I_2 = \frac{X_2}{S_L}, \dots, I_k = \frac{X_k}{S_L} \quad (2.37)$$

Sedangkan untuk nilai awal pada model aditif sebagai berikut :

$$I_k = X_k - S_L \quad (2.38)$$

Dimana :

$X_k$ = data ke- *k*

$I_k$ = penghalusan faktor musiman ke- *k*

$S_L$ = nilai awal penghalusan *Holt-Winters*

*k* = 1,2,..., *L* dan *L* adalah panjang musiman

(Makridakis, dkk., 1999).

## 2.15 Kriteria Kebaikan Model

Ada beberapa perhitungan yang biasa digunakan untuk menghitung kesalahan peramalan total. Perhitungan ini dapat digunakan untuk membandingkan model peramalan yang berbeda, juga untuk mengawasi peramalan, untuk memastikan peramalan berjalan baik tiga dari perhitungan yang paling terkenal adalah Deviasi Rata-rata Absolut (*mean absolute deviation*- MAD), Kesalahan rata-rata Kuadrat (*mean squared error*-MSE), dan kesalahan Persen Rata-rata Absolut (*mean absolut percent*-MAPE). Akurasi peramalan akan semakin tinggi apabila nilai-nilai MAD, MSE, dan MAPE semakin kecil (Heizer, 2008).

Membandingkan kesalahan peramalan adalah suatu cara sederhana, apakah suatu teknik peramalan tersebut patut dipilih untuk digunakan membuat peramalan data yang sedang kita analisa atau tidak. Minimal prosedur ini dapat digunakan sebagai indikator apakah suatu teknik peramalan cocok digunakan atau tidak. Dan teknik yang mempunyai MSD terkecil merupakan ramalan yang terbaik (Nachrowi, 2005).

Keharusan untuk membandingkan perhitungan yang memiliki nilai MAD paling kecil, karena semakin kecil nilai MAD berarti semakin kecil pula perbedaan antara hasil peramalan dan nilai aktual (Rangkuti, 2005).

Dalam melakukan peramalan, ada beberapa metode yang digunakan untuk mencari ramalannya. Sebuah model dengan galat peramalan terkecil tentunya akan dipilih untuk melakukan prediksi di masa mendatang. Besarnya galat tersebut dapat dihitung melalui ukuran galat peramalan, sebagai berikut:

a. *Mean Absolute Deviation*

Simpangan rata-rata *Mean Absolute Deviation* **(**MAD) mengukur akurasi peramalan dengan meratakan nilai absolut galat peramalan. Nilai galat diukur dalam unit yang sama seperti pada data aslinya.

$$MAD = \left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|\right) \tag{2.39}$$

b. *Mean Squared Deviation* (MSD) atau *Mean Squared Error* (MSE)

Pada metode ini hampir mirip dengan metode MAD , rumus MSD adalah :

$$MSD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|^2 \tag{2.40}$$

c. *Mean Absolute Percentage Error* **(**MAPE)

Persentase galat rata-rata mutlak **(**MAPE) memberikan petunjuk seberapa besar galat peramalan dibandingkan dengan nilai sebenarnya. Dimana suatu model data akan memiliki kinerja yang sangat baik apabila nilai **(**MAPE) dibawah 10%

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right| \times 100\% \tag{2.41}$$

Dimana :

*n* = banyaknya data yang diamati

$\hat{Y}_t$ = peramalan ke- *t*

$Y_t$ = data ke –*t* (Makridakis, dkk., 1999).

# III. METODOLOGI PENELITIAN

## 3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2016/2017 bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

## 3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data jumlah penumpang di stasiun kereta api pulau sumatera pada tahun 2006 -2016. Data tersebut merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS). Data tersebut adalah sebagai berikut :

Tabel 1. Data Jumlah Penumpang Di Stasiun Kereta Api Pulau Sumatera Tahun 2006-2016

| Bulan | Penumpang Di Stasiun Kereta Api Pulau Sumatera | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
| Jan | 324 | 313 | 330 | 248 | 384 | 445 | 482 | 327 | 394 | 422 | 472 |
| Feb | 226 | 210 | 262 | 276 | 327 | 371 | 364 | 279 | 370 | 396 | 453 |
| Mar | 248 | 242 | 315 | 306 | 375 | 394 | 389 | 305 | 409 | 426 | 461 |
| Apr | 252 | 226 | 276 | 317 | 676 | 410 | 370 | 276 | 406 | 415 | 434 |
| Mei | 263 | 293 | 309 | 357 | 423 | 504 | 370 | 318 | 441 | 460 | 527 |
| Juni | 274 | 284 | 374 | 397 | 451 | 459 | 375 | 369 | 425 | 444 | 429 |
| Juli | 346 | 362 | 425 | 426 | 499 | 500 | 353 | 328 | 375 | 535 | 615 |
| Agst | 264 | 275 | 339 | 323 | 337 | 354 | 381 | 392 | 436 | 445 | 463 |
| Sept | 253 | 241 | 275 | 441 | 588 | 568 | 305 | 299 | 374 | 424 | 497 |
| Oktr | 341 | 401 | 436 | 313 | 366 | 399 | 299 | 366 | 420 | 438 | 498 |
| Nop | 262 | 250 | 277 | 344 | 381 | 414 | 337 | 341 | 370 | 416 | 512 |
| Des | 270 | 318 | 321 | 371 | 434 | 478 | 359 | 425 | 484 | 503 | 620 |

### 3.3 Metode Penelitian

Metode Penghalusan Eksponensial *Holt-Winters* dalam penelitian ini ada dua yaitu model aditif dan model multiplikatif. Kecenderungan atau tanda bahwa pola musiman bergantung pada ukuran data didasarkan pada model multiplikatif, sedangkan model aditif digunakan jika kecenderungan tersebut tidak terjadi. Penelitian ini dilakukan pada data deret waktu musiman.

Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Membuat plot data deret waktu
2. Menguji asumsi

   A) Stasioner

      1) Mengidentifikasi dengan grafik fungsi autokorelasi (ACF).
      2) Menggunakan uji akar unit dengan metode uji statistik *Augmented Dickey-Fuller*.

   B) Trend

      1) Menyajikan grafik deret waktu. Apabila grafik deret waktu menunjukkan kecenderungan naik atau turun, maka data mengandung *trend.*
      2) Menggunakan uji akar unit dengan metode uji statistik *Augmented Dickey-Fuller*.

   C) Musiman

      1) Menyajikan grafik deret waktu
      2) Uji musiman data dengan menggunakan indeks musiman yang dihitung dengan metode *mothly totals* :

$$Indeks\ musiman\ = \frac{n_k}{\bar{Y}_t}$$

3) Mengolah data dengan menggunakan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan model multiplikatif

A) Menentukan nilai awal untuk penghalusan eksponensial, *trend* dan musiman :

1) Nilai awal untuk penghalusan eksponensial

$$SL = \frac{1}{L}\sum_{I=1}^{L} X_L$$

2) Nilai awal untuk penghalusan trend

$$b_L = \frac{1}{K}\left[\frac{X_{L+1} - X_1}{L} + \frac{X_{L+2} - X_2}{L} + \cdots + \frac{X_{L+k} - X_k}{L}\right]$$

3) Nilai awal untuk penghalusan musiman model aditif

$$I_k = X_k - S_L$$

4) Nilai awal untuk penghalusan musiman model multiplikatif

$$I_k = \frac{X_k}{S_L}$$

B) Pendugaan parameter *α, β,* dan *γ* dengan kisaran nilai pada interval (0,1), memilih parameter model *α, β,* dan *γ* dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square Estimation* untuk model aditif dan untuk model multiplikatif dengan persamaan sebagai berikut :

1) $S_t = \alpha(X_t - I_{t-L}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) + \varepsilon$

2) $b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} + \varepsilon$

3) $I_t = \gamma(X_t - S_t) + (1-\gamma)I_{t-L} + \varepsilon$

4) $S_t = \alpha\frac{X_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1}) + \varepsilon$

5) $b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} + \varepsilon$

6) $I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)l_{t-L} + \varepsilon$

C) Menghitung nilai penghalusan eksponensial *Holt-Winters* (penghalusan eksponensial, penghalusan *trend*, penghalusan musiman dan peramalan penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dengan model aditif dan model multiplikatif) :

1) Menghitung nilai penghalusan eksponensial *Holt-Winters* Aditif dengan cara sebagai berikut:

a) Penghalusan eksponensial

$$S_t = \alpha(X_t - I_{t-L}) + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

b) Pengahalusan *Trend*

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$

c) Penghalusan Musiman

$$I_t = \gamma(X_t - S_t) + (1-\gamma)I_{t-L}$$

d) Peramalan penghalusan eksponensial *Holt-winters*

$$F_{t+m} = S_t + mb_t + I_{t-L+m}$$

2) Menghitung nilai penghalusan eksponensial *Holt-Winters* Multiplikatif dengan cara sebagai berikut :

a) Penghalusan eksponensial

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

b) Pengahalusan *Trend*

$$b_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1}$$

c) Penghalusan Musiman

$$I_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma) l_{t-L}$$

d) Peramalan penghalusan eksponensial *Holt-winters*

$$F_{t+m} = (S_t + mb_t) I_{t-L+m}$$

D) Memilih model terbaik dari metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* dengan model aditif dan model multiplikatif dilihat dari kesalahan ramalan yang terkecil dengan mempertimbangkan nilai perhitungan MAPE, MAD, dan MSD.

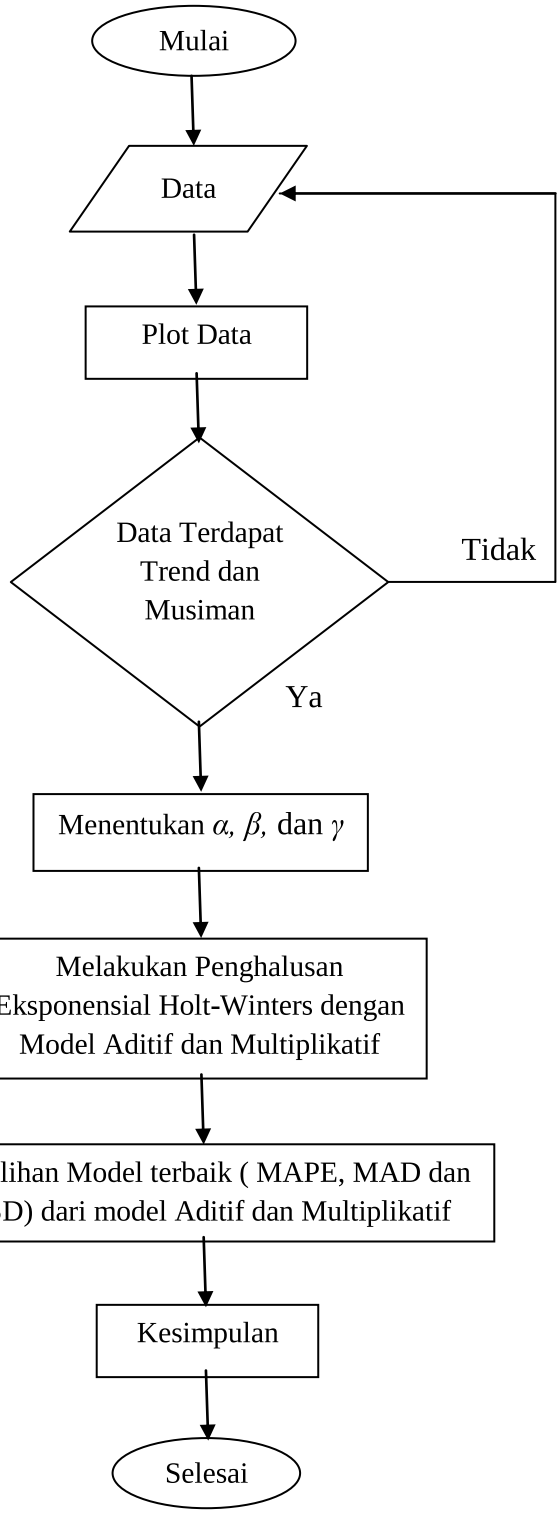
$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\%$$

$$MAD = \left( \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} \left| Y_t - \hat{Y}_t \right| \right)$$

$$MSD = \tfrac{1}{n} \textstyle\sum_{t=1}^{n} \left| Y_t - \hat{Y}_t \right|^2$$

E) Ramalkan jumlah penumpang stasiun kereta api pulau sumatera dengan model terbaik.

Secara garis besar langkah-langkah penelitian yang akan dilakukan dapat tersaji sebagai berikut :




Gambar 1. Diagram Alir Langkah-langkah Penelitian

# V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengujian dan pembahasan yang telah dipaparkan pada bagian sebelumnya, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut :

Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dan model multiplikatif dapat memodelkan data jumlah penumpang di stasiun kereta api pulau sumatera dikarenakan data mengandung unsur *trend* dan berpola musiman dengan panjang musiman 12 periode .

Metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif dengan parameter penghalusan $\alpha = 0{,}2400$ , $\beta = 0{,}0000$ , dan $\gamma = 0{,}0000$ dengan nilai MSD = 2907,92, MAPE = 10,09 dan MAD= 38,03 sedangkan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model multiplikatif dengan parameter penghalusan $\alpha = 0{,}2400$ , $\beta = 0{,}0000$ , dan $\gamma = 0{,}0000$ dengan nilai MSD= 2939,95 , MAPE=10,34 dan MAD=38,87.

Dari nilai parameter, nilai MSD , nilai MAPE dan nilai MAD metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model aditif jauh lebih baik digunakan dalam meramalkan data jumlah penumpang di stasiun kereta api pulau sumatera tahun 2017 dikarenakan memiliki nilai galat lebih kecil dibandingkan metode penghalusan eksponensial *Holt-Winters* model multiplikatif .

## DAFTAR PUSTAKA


Supangat, A.M. 2007. *Statistika Dalam Kajian Deskriptif*. Jakarta : Gramedia Pustaka Utama.

Montgomery, D.C. 2008. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. New Jersey : John Wiley & Sons. Inc.

Box,G.E.P. dan Jenkins, G.M. 1976. *Time Series Analysis: Forecasting & Control*. San Fransisco: Holden-Day Inc.

Cryer, J.D., dan Chan, KS. 2008. *Time Series Analysis With Apllication in R Second Edition*. USA : Spinger Science dan Businiess Media, LLC.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Djarwanto, Ps. 1982. *Statistika Sosial Ekonomi edisi Pertama*. Yogyakarta : Bagian penerbitan Fakultas Ekonomi-Universitas Gadjah Mada.

Yusri. 2013. *Statistika Sosial Aplikasi dan Interpretasi edisi Pertama*. Yogyakarta : Graha Ilmu.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee, V.E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1* (Ir. Untung Sus Ardiyanto, M.Sc. & Ir. Abdul Basith, M.Sc. Terjemahan). Edisi Kedua. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Kalekar, P. 2004. Time Series *Forecasting Using Holt-Winters Exponential Smoothing*. India: Kanwal Rekhi School of Information Technology.

Mulyana. 2004. *Buku Ajar Analisis Deret Waktu*. Bandung: FMIPA Universitas Padjadjaran.

Heizer, J., dan Render, B. 2008. *Manajemen Operasi*. Jakarta : Salemba Empat.

Rangkuti, F. 2005. *Analisis SWOT :Teknik Membedah Kasus Bisnis*. Jakarta : PT. Gramedia.

Nachrowi, D., dan Hardius, U. 2005. *Penggunaan Teknik Ekonometri*. Jakarta : PT. Raja Grafindo Persada.

Makridakis, S., Wheelwright,S. C., dan McGee, V.E. 1992. *Metode dan Aplokasi Peramalan*. Edisi kedua. Terjemahan untung Sus Andriyanto. Jakarta : Erlangga.

Pankratz, A. 1991. *Forecasting with Dinamic Regression Models*. Canada : Willey Intersciences Publication.

Purcell, E.J., Vaberg, D., Rigdon,S.E. 2003. *Kalkulus jilid 1*. Jakarta : Erlangga.

Brockwell, Peter J. And Richard A. 2002. *Introduction to time series and forecasting*. Edisi kedua. USA : Springer.

Chatfield, C. 2003. *Time Series Forecasting*. New York : Chapman and Hall.

Gujarati, D.N. dan Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics*. New york : McGraw-Hill.

Makridakis, S., Spyros, dan Wheelwright,S. C. 1983. *Forecasting Method and Aplication*. New York : Jhon Wiley and son.