PERHITUNGAN NILAI CADANGAN RETROSPEKTIF PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* DWIGUNA

(Skripsi)

Oleh

Cinkia Eagseli Ewys

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

ABSTRACT

CALCULATION OF RETROSPECTIVE RESERVE VALUE PREMIUM ANNUAL ENDOWMENT JOINT LIFE INSURANCE

By

Cinkia Eagseli Ewys

Insurance joint life is an insurance that endure two or more life where the benefits will be paid if one of the insured dies. The number of couples who choose endowment joint life assurance product make company prepared fund to pay the required sum insured later. This research will calculate premium value reserve by deciding retrospective reserve formula to endowment joint life assurance product. In this case, insured is restricted only two persons. Data which is used in this case is Tabel Mortalitas Indonesia 2011 for male and female, by using the age of the insured when signing the contract x=42 and y=40, constant interest rates i=5%, mortality rate $\mu_x = 0{,}04$ and $\mu_y = 0{,}04$, and length of premium payment for t = 20. The result in this research is using premium reserve formula show that the reserve value keeps increasing every year until the end of the 20th year. And in the end of 22nd year, significant increase in reserve value and continue to decrease until the value of reserves is exhausted at the end of the life insurance participant year.

Key word : Insurance Joint life , retrospective reserve, endowment

ABSTRAK

PERHITUNGAN NILAI CADANGAN RETROSPEKTIF PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* DWIGUNA

Oleh

Cinkia Eagseli Ewys

Asuransi jiwa *joint life* merupakan asuransi jiwa gabungan yang menanggung dua jiwa atau lebih dimana manfaatnya akan dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia. Banyaknya pasangan yang memilih produk asuransi *joint life* dwiguna membuat perusahaan harus bisa menyiapkan dana cadangan guna membayar uang pertanggungan yang dibutuhkan kelak. Penelitian ini akan menghitung nilai cadangan premi tahunan dengan menentukan formula cadangan retrospektif untuk produk asuransi *joint life* dwiguna. Jumlah tertanggung *joint life* pada penelitian ini dibatasi hanya sebanyak 2 orang. Data yang digunakan pada penelitian adalah data pada Tabel Mortalitas Indonesia 2011 untuk pria dan wanita, dengan menggunakan umur peserta asuransi saat menandatangani kontrak $x = 42$ dan $y = 40$, tingkat suku bunga konstan $i = 5\%$, laju tingkat kematian $\mu_x = 0{,}04$ dan $\mu_y = 0{,}04$ dan lamanya pembayaran premi selama $t = 20$. Hasil yang diperoleh pada penelitian ini dengan menggunakan formula cadangan premi yang telah ditentukan memperlihatkan bahwa nilai cadangan terus meningkat setiap tahun hingga akhir tahun ke-20. Dan pada akhir tahun ke-22 terjadi peningkatan nilai cadangan yang sigifikan dan terus menurun hingga nilai cadangan habis pada akhir tahun seumur hidup peserta asuransi.

Kata kunci: Asuransi Joint Life, Cadangan Retrospektif, Dwiguna

PERHITUNGAN NILAI CADANGAN RETROSPEKTIF PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOINT LIFE* DWIGUNA

Oleh

CINKIA EAGSELI EWYS

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS

Pada

JurusanMatematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

Judul Skripsi : **PERHITUNGAN NILAI CADANGAN RETROSPEKTIF PREMI TAHUNAN ASURANSI *JOIN LIFE* DWIGUNA**

Nama Mahasiswa : Cinkia Eagseli Ewys

No. Pokok Mahasiswa : 1317031019

Jurusan : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.
NIP 19560208 198902 1 001

Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.
NIP 19740316 200501 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

   Ketua : **Drs. Rudi Ruswandi, M.Si.** ....

   Sekretaris : **Dr. Aang Nuryaman, S.Si., M.Si.** ....

   Penguji
   Bukan Pembimbing : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **11 September 2017**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertandatangan di bawahini :

Nama	: **Cinkia Eagseli Ewys**
NomorPokokMahawiswa	: **1317031019**
Jurusan	: **Matematika**

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang berjudul **"Perhitungan Nilai Cadangan Retrospektif Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna"** adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan semua tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah karya penulisan ilmiah Universitas Lampung.

Bandar Lampung, 11September 2017

Penulis,

METERAI TEMPEL

2B7B6ADF880690132

6000

ENAM RIBU RUPIAH

Cinkia Eagseli Ewys

NPM. 1317031019

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Cinkia Eagseli Ewys, dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 6 Agustus 1995 sebagai anak kedua dari tiga bersaudara pasangan Bapak Edy Wahyu dan Ibu Yusroni.

Penulis menyelesaikan pendidikan di TK Aisyah Bandar Lampung pada tahun 2001, sekolah dasar di SD Muhammadiyah Bandar Lampung pada tahun 2017, sekolah menengah pertama di SMPN 8 Bandar Lampung pada tahun 2010, dan sekolah menengah atas di SMAN 13 Bandar Lampung pada tahun 2013.

Pada tahun 2013 penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung melalu jaluk Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri (SBMPTN). Selama menjadi mahasiswa, penulis bergabung dalam Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai anggota Bidang Eksternal periode 2014-2015. Penulis juga bergabung dalam UKMF Natural sebagai Sekretaris Bidang Kaderisasi periode 2015-2016.

Pada Januari 2016 penulis melaksanakan Kerja Praktik di Sub. Divre 4 PT. KAI, Tanjung Karang guna mengaplikasikan ilmu yang diperoleh dalam perkuliahan. Selanjutnya pada Juli 2016 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Sri Busono, Kecamatan Way Seputih, Kabupaten Lampung Tengah.

MOTTO

"Dan bahwa seorang manusia tidak akan memperoleh sesuatu selain apa yang telah diusahakannya sendiri"
(QS. An-Najm [53] : 39)

"Tidak perlu menjadi raksasa untuk memiliki hati yang besar. Tidak perlu bisa terbang untuk jadi luar biasa"
(Unknown)

Dengan mengucap Alhamdulillah,

Puji dan syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, serta suri tauladan Nabi Muhammad SAW yang menjadi pedoman hidup dalam berikhtiar

Kupersembahkan sebuah karya sederhana ini untuk :

Ayahanda Edy Wahyu & Ibunda Yusroni

Terimakasih Ayah, Ibu untuk semua limpahan kasih sayang, pengorbanan, doa, dan dukungan selama ini. Karena atas ridho kalianlah Allah memudahkan setiap langkah-langkah yang aku tapaki.

Mungkin karya ini tak sebanding dengan pengorbanan yang telah kalian lakukan. Tapi percayalah ini sebuah titik awal perjuangan baktiku untuk kalian, karena kalian adalah motivasi terbesar dalam hidupku.

Kakakku Ciko Denosesa dan Adikku Muhammad Qori yang senantiasa berdoa untuk keberhasilanku.

Serta,

Almamater tercinta yang turut dalam pembentukan pribadi menjadi lebih dewasa dalam berfikir, berucap dan bertindak

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan berkah dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Perhitungan Nilai Cadangan Retrospektif Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna"** ini.

Penulis menyadari bahwa tanpa bimbingan, bantuan, dan doa dari berbagai pihak skripsi ini tidak akan dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih kepada :

1. Bapak Drs. Rudi Ruswandi, M.Si, selaku pembimbing utama atas kesediaan waktu dan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi.
2. Bapak Dr. Aang Nuryaman, M.Si. selaku pembimbing kedua atas kesediaan waktu dan pengarahan dalam proses penyusunan skripsi.
3. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku pembahas atas kesediaan waktu, pemikiran dalam memberikan evaluasi, arahan dan saran yang membangun dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Warsono, Ph.D. selaku pembimbing akademik yang telah memberikan arahan dan nasihat kepada penulis selama proses perkuliahan.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika atas izin dan bantuan selama masa pendidikan.
6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan FMIPA Universitas Lampung.

7. Seluruh dosen Jurusan Matematika atas bimbingan, nasihat dan ilmu yang diberikan selama masa studi.
8. Ibu, Ayah, Mas Dimas dan Qori yang telah memberikan dukungan berupa doa, dorongan, semangat, materi dan kasih sayang yang tulus kepada penulis.
9. Shela Malinda, Tasya Marina, Tina Maulida, Evi Septiana dan Tika Andiana Ramlan atas kebersamaan, kecerian dan dukungannya selama ini. Semoga akan terus berlanjut sampai kapanpun.
10. Asrul Fanani yang terus memberikan bantuan, semangat dan dukungan.
11. Teman-teman satu bimbingan Retno Safitri, Auleria Vinny, Dwi Ratna, M. Aiman dan Shintia Faramudhita atas bantuan, semangat dan dukungannya dalam menyelesaikan skripsi ini.
12. Teman-teman seperjuangan Matematika angkatan 2013 atas keakraban dan kebersamaan selama ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam skripsi ini. Oleh karena itu, kritik dan saran dari pembaca akan sangat bermanfaat bagi penulis. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membaca.

Bandar Lampung, September 2017

Penulis,

Cinkia Eagseli Ewys

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Asuransi jiwa merupakan suatu program yang memberi manfaat atau santunan atas pengalihan risiko dari peserta asuransi sebagai tertanggung kepada perusahaan asuransi sebagai penanggung. Dilihat dari jumlah tertanggungnya, asuransi jiwa dapat dibagi menjadi dua, yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan. Pada asuransi jiwa tunggal, perusahaan asuransi hanya memberikan perlindungan untuk satu orang tertanggung, sedangkan jumlah tertanggung pada asuransi jiwa gabungan adalah dua orang atau lebih. Dan salah satu produk dari asuransi jiwa gabungan yaitu asuransi *joint life*.

Asuransi *joint life* adalah asuransi jiwa gabungan yang menanggung dua jiwa atau lebih dimana manfaatnya akan dibayarkan jika salah seorang tertanggung meninggal dunia. Berdasarkan waktu perlindungannya, asuransi *joint life* dibagi menjadi tiga jenis, yaitu asuransi *joint life* seumur hidup, berjangka dan dwiguna. Asuransi *joint life* dwiguna banyak dipilih bagi pasangan suami istri yang akan membeli polis asuransi. Bukan hanya keduanya dapat dilindungi dalam satu polis asuransi dengan pembayaran premi yang lebih murah dibandingkan membeli dua buah polis asuransi tunggal atau perorangan, jika salah seorang dari keduanya meninggal dalam jangka waktu perlindungan, maka pasangannya akan diberikan manfaat. Dan jika pasangannya tetap hidup hingga masa perlindungan habis, maka salah satu pasangan tersebut akan diberikan santunan setiap bulan selama seumur hidup. Juga jika keduanya tetap hidup hingga masa perlindungannya habis, keduanya akan diberikan sejumlah dana yang telah disepakati. Untuk mendapatkan manfaat dari polis asuransi tersebut, peserta asuransi *joint life* memiliki kewajiban untuk membayar premi kepada perusahaan asuransi. Premi tersebut dapat dibayarkan sekaligus ataupun secara berkala.

Premi yang telah telah dibayarkan nantinya akan digunakan oleh perusahaan asuransi untuk membayarkan uang pertanggungan. Dalam jangka waktu tertentu, pendapatan yang diperoleh perusahaan asuransi dari premi beserta bunganya pada tahun awal – awal berjalannya polis akan jauh lebih besar dari jumlah uang pertanggungan yang harus dibayarkan oleh perusahaan asuransi kepada pihak penanggung. Laju mortalita umumnya akan meningkat dengan makin meningkatnya usia, jadi pada tahun awal polis, besarnya premi tahunan akan melampaui biaya asuransi tahunannya. Kelebihan dana premi ini akan disimpan oleh perusahaan asuransi untuk santunan bagi pemegang polis sampai dibutuhkan kelak sebagai cadangan premi.

Menurut Destriani & Mara (2014), tidak sedikit perusahaan jasa asuransi jiwa yang mengalami kerugian dikarenakan tidak mampu membayar santunan kepada tertanggung. Hal ini disebabkan ketika jumlah klaim yang diajukan oleh tertanggung harus dibayar melebihi jumlah klaim yang diprediksi sebelumnya. Keadaan seperti ini dapat diantisipasi jika perusahaan jasa asuransi memiliki dana cadangan yang telah diperhitungkan secara tepat.

Perhitungan nilai cadangan dibagi menjadi dua jenis, yaitu perhitungan cadangan secara retrospektif dan prospektif. Pada penelitian ini, jenis perhitungan yang digunakan adalah dengan metode perhitungan cadangan secara retrospektif. Perhitungan cadangan secara retrospektif adalah perhitungan nilai cadangan berdasarkan waktu yang lalu, dengan kata lain perhitungan nilai cadangan berdasarkan jumlah total pendapatan pada waktu yang lalu sampai dilakukan perhitungan cadangan, dikurangi dengan jumlah pengeluaran diwaktu yang lalu untuk tiap peserta asuransi (Futami, 1993).

Sebelumnya, Matvejevs & Matvejevs (2001) telah melakukan penelitian untuk menentukan formula premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna dengan menggunakan model asuransi jiwa diskrit yaitu model pembayaran manfaat yang dilakukan pada akhir tahun tertanggung meninggal dunia. Sedangkan pada penelitian ini formula premi tahunan yang akan digunakan yaitu model asuransi jiwa kontinu yaitu model pembayaran manfaat yang dilakukan segera setelah tertanggung meninggal dunia.

Berdasarkan uraian di atas, akan dilakukan penelitian dengan judul "Perhitungan Nilai Cadangan Retrospektif Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna".

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah :

1. Memperoleh formula cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna menggunakan perhitungan cadangan retrospektif

2. Mengetahui nilai cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna menggunakan perhitungan cadangan retrospektif

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu dapat mengetahui dan mengaplikasikan nilai cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna menggunakan perhitungan cadangan secara retrospektif.

II. LANDASAN TEORI

2.1 Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa adalah perjanjian timbal balik antara tertanggung dengan penanggung (perusahaan asuransi), dimana tertanggung mengikatkan diri selama jalannya pertanggungan dengan cara membayar uang premi kepada penanggung sebagai akibat langsung dari meninggalnya orang yang jiwanya dipertanggungkan atau telah lampaunya suatu jangka waktu yang diperjanjikan, mengikatkan diri untuk membayar sejumlah uang tertentu kepada orang yang ditunjuk oleh tertanggung sebagai penikmatnya (Prihantoro, 2000).

Terdapat dua jenis asuransi jiwa yang ada di Indonesia. Keduanya dibedakan berdasarkan jumlah tertanggung, yaitu asuransi jiwa tunggal dan asuransi jiwa gabungan.

2.1.1 Asuransi Jiwa Tunggal

Asuransi jiwa tunggal adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan hidup matinya seseorang yang hanya ditentukan oleh satu orang saja (Futami, 1994).

Jangka waktu perlindungan asuransi jiwa bergantung pada jenis asuransi yang dipilih. Jenis asuransi tersebut adalah asuransi jiwa *endowment* murni, berjangka, seumur hidup dan dwiguna.

2.1.2 Asuransi Jiwa Gabungan

Asuransi jiwa gabungan adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan dimana aturan hidup matinya seseorang merupakan gabungan dari dua faktor atau lebih, misalnya suami dan istri, atau orang tua dan anak (Futami, 1994).

Berdasarkan jangka waktu pembayaran preminya, asuransi jiwa gabungan dibedakan menjadi dua macam, yaitu (Frostig, 2003) :

a. Asuransi *joint life* yaitu premi dibayarkan sampai kematian pertama dari salah seorang diantara kedua tertanggung dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung kepada pasangan tertanggung.
b. Asuransi *last survivor* yaitu premi dibayarkan sampai kematian terakhir dan saat itu juga dibayarkan sejumlah uang santunan dari penanggung kepada ahli waris tertanggung.

2.2 Fungsi Kelangsungan Hidup (*Survival Function*)

Misalkan (x) adalah seseorang yang berusia x tahun pada saat polis asuransi ditanda tangani dan sedangkan jarak waktu antara (x) sampai meninggal dunia

(X) akan disebut sisa umur bagi (x), sehingga terdapat peubah acak $T(x)$, yaitu $T(x) = X - x$ untuk $x \geq 0$. $T(x)$ menyatakan sisa umur bagi (x).

Fungsi distribusi dari $T(x)$ dinyatakan dengan $F_{T(x)}$ dan didefinisikan (Bowers, dkk., 1997) dengan :

$$F_{T(x)} = P(T(x) \leq t), t \ \geq 0$$

$F_{T(x)}$ menyatakan peluang seseorang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum berusia $x + t$ tahun.

Secara umum fungsi kelangsungan hidup dapat dinyatakan dengan :

$$S_{T(x)}(t) = 1 - F_{T(x)} = P(T(x) > t) \quad ; t > 0 \qquad (2.2.1)$$

$S_{T(x)}(t)$ adalah peluang orang berusia x tahun akan hidup mencapai usia $x + t$ tahun.

Pada status *joint life*, peubah acak waktu sisa hidup menyatakan waktu saat ini sampai salah satu (x) dan (y) meninggal dan dinotasikan sebagai $T(xy)$. Waktu sisa hidup untuk status *joint life* secara matematika dinotasikan dengan (Sertdemir, 2013) :

$$T(xy) = \min\{T(x), T(y)\} = \begin{cases} T(x), & T(x) \leq T(y) \\ T(y), & T(x) > T(y) \end{cases}$$

Fungsi distribusi dari $T(xy)$ dapat dinyatakan dengan $F_{T(xy)}$ dan didefinisikan dengan :

$$F_{T(xy)} = P(T(xy) \leq t), \qquad t \ \geq 0$$

Fungsi kelangsungan hidup untuk status *joint life* dapat dinyatakan dengan :

$$S_{T(xy)}(t) = 1 - F_{T(xy)} = P(T(xy) > t) \quad ; t > 0 \qquad (2.2.2)$$

$S_{T(xy)}(t)$ adalah peluang seseorang berusia x dan y akan hidup $x + t$ dan $y + t$ tahun.

2.3 Peluang Waktu Sisa Hidup

Dalam fungsi kelangsungan hidup untuk kasus kontinu, simbol T(x) menyatakan sisa umur bagi seseorang berusia x atau T(x)= X – x. Dengan notasi peluangnya

$${}_tq_x = P(T(x) \leq t)$$

$${}_tp_x = 1 - {}_tq_x = P(T(x) > t) \qquad (2.3.1)$$

Sehingga fungsi distribusi dari $T(x)$ nya adalah :

$$F_{T(x)}(t) = P(T(x) \leq t | X > x)$$

$$= P(X - x \leq t | X > x)$$

$$= P(x \leq X \leq x + t | X > x)$$

$$= \frac{F_x\,(x + t) - F_x(x)}{1 - F_x(x)}$$

$$= \frac{(1 - s(x + t) - (1 - s(x))}{s(x)}$$

$$= \frac{s(x) - s(x + t)}{s(x)}$$

$$= \frac{s(x)}{s(x)} - \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$= 1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$= {}_tq_x \qquad (2.3.2)$$

Maka

$$P(T(x) > t) = 1 - P(T(x) \leq t)$$

$$= 1 - {}_tq_x$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= \frac{s(x+t)}{s(x)}$$

$$= {}_tp_x \qquad (2.3.3)$$

Menurut Sertdemir (2013), fungsi distribusi $T(xy)$ pada *joint life* menyatakan peluang berakhirnya status *joint life* pada saat kematian pertama terjadi atau keduanya meninggal yang dinotasikan sebagai ${}_tq_{xy}$. Dimana peubah acak dari waktu sisa hidup *joint life* $\{T(xy) \leq t\}$ merupakan gabungan dari $\{T(x) \leq t\}$ dan $\{T(y) \leq t\}$ sebagai dua kejadian yang tidak saling terpisah.

$$\{T(xy) \leq t\} = \{T(x) \leq t\} \cup \{T(y) \leq t\}$$

Sehingga fungsi distribusi dari $T(xy)$ adalah :

$$F_{T(xy)}(t) = P(T(xy) \leq t) = P(min\{T(x), T(y)\} \leq t)$$

$$= P(T(x) \leq t \; atau \; T(y) \leq t)$$

$$= P\ (T(x) \leq t) + P(T(y) \leq t) - P(T(x) \leq t \; dan \; T(y) \leq t) \quad (2.3.4)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (2.3.2), persamaan (2.3.4) dapat dituliskan dengan :

$${}_tq_{xy} = {}_tq_x + {}_tq_y - {}_tq_x \cdot {}_tq_y \qquad (2.3.5)$$

Kehidupan dari status *joint life* memerlukan kelangsungan hidup dari semua komponen kehidupan pada t tahun, $\{T(xy) > t\}$, dan berpotongan dari dua kejadian saling bebas, $\{T(x) > t\}$ dan $\{T(y) > t\}$.

$$\{T(xy) > t\} = \{T(x) > t\} \cap \{T(y) > t\}$$

Selanjutnya, fungsi kelangsungan hidup bersama $T(xy)$ juga dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ yang diperoleh dengan :

$$s_{T(xy)}(t) = P(T(xy) > t) = P(\min\{T(x), T(y)\} > t)$$

$$= P(\{T(x) > t\} \; dan \; \{T(y) > t\} | X > x, Y > y)$$

$$= P(T(x) > t | X > x)\ P(T(y) > t | Y > y)$$

$$= \frac{P(\{X > x + t\} \cap \{X > x\}) P(\{Y > y + t\} \cap \{Y > y\})}{P(X > x) P(Y > y)}$$

$$= \frac{P(X > x + t)}{P(X > x)} \cdot \frac{P(Y > y + t)}{P(Y > y)}$$

$$= \frac{s_x(x + t)}{s_x(x)} \cdot \frac{s_y(y + t)}{s_y(y)}$$

$$= \ {}_tp_x \cdot \ {}_tp_y \tag{2.3.6}$$

2.4 Laju Tingkat Kematian (*Force of Mortality*)

Laju kematian dari seseorang yang baru lahir dan akan meninggal antara usia x dan x + Δx dengan syarat hidup pada usia x dapat dinyatakan dengan :

$$P\ (x < X < x + \ \Delta\mathrm{x}|X > x) = \frac{F(x + \Delta\mathrm{x}) - F(x)}{1 - F(x)}$$

$F(x)$ menyatakan fungsi peluang x pada usia meninggal. Karena $F(x + \Delta\mathrm{x}) - F(x)$ dapat dinyatakan sebagai fungsi limit, yaitu :

$$F'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta\mathrm{x}) - \mathrm{F(x)}}{\Delta x}$$

sehinga :

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta\mathrm{x}) - \mathrm{F(x)}}{1 - F(x)} = \frac{\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{F(x + \Delta\mathrm{x}) - \mathrm{F(x)}}{\Delta\mathrm{x}} . \Delta\mathrm{x}}{\lim\limits_{\Delta x \to 0} 1 - F(x)}$$

$$\approx \frac{F'(x)\ .\Delta\mathrm{x}}{1 - F(x)}$$

$$\cong \frac{f(x).\Delta\mathrm{x}}{1 - F(x)} \tag{2.4.1}$$

$F^{'}(x) = f(x)$ adalah pdf dari peubah acak kontinu usia meninggal. Fungsi tersebut didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{f(x)}{1-F(x)}$$

Persamaan (2.4.1) memiliki interpretasi densitas peluang bersyarat. Laju tingkat kematian dari seseorang yang berusia x tahun dapat dinyatakan dengan :

$$\mu(x) = \frac{f(x)}{1-F(x)} \qquad (2.4.1)$$

atau

$$\mu(x+t) = \frac{f(x+t)}{1-F(x+t)} \qquad (2.4.2)$$

Dengan $\mu(x+t)$ adalah probabilitas (peluang) sisa umur hidup seseorang yang berusia x tahun antara $t + \Delta t$ tahun dengan syarat ia masih hidup pada usia x sampai $x+t$ tahun.

Karena $s(x) = 1 - F(x)$ atau $F(x) = 1 - s(x)$, maka :

$$F'(x) = f(x) = -s'(x)$$

Sehingga diperoleh nilai laju kematian pada usia x adalah :

$$\mu(x) = \frac{-s'(x)}{s(x)} = \frac{-1}{s(x)} \cdot \frac{d}{d(x)} s(x)$$

$$= \frac{-d}{ds(x)} \ln s(x) \cdot \frac{d}{d(x)}\, s(x)$$

$$= \frac{-d}{d(x)} \ln s(x)$$

$$\mu(x)dx = -d \ln s(x)$$

Dengan mengganti x menjadi y, maka diperoleh :

$$\mu(y)dy = -d\ln s(y)$$

dan dengan menggunakan intergral tertentu pada batas x sampai $x+t$ maka diperoleh :

$$\int_{x}^{x+t} \mu(y)dy = -\int_{x}^{x+t} d\ln s(y)$$

$$= -\ln s(y)|_{x}^{x+t}$$

$$= -\{\ln s(x+t) - \ln s(x)\}$$

$$= -\ln\left(\frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= -\ln\ {}_{t}p_{x}$$

$${}_{t}p_{x} = e^{-\int_{x}^{x+t}\mu(y)dy} \qquad (2.4.3)$$

Jika nilai laju kematiannya konstan ($\mu(x) = \mu$) untuk semua $x \geq 0$, artinya besarnya nilai dari *force of mortality* (laju tingkat kematian) adalah sama untuk semua usia nasabah yang hidup, maka diperoleh :

$$s(x) = {}_{x}p_{0} = e^{-\int_{0}^{x}\mu(y)dy} = e^{-\mu x} \qquad (2.4.4)$$

Diketahui sebelumnya bahwa ${}_{t}q_{x}$ adalah fungsi distribusi dari $T(x)$, sehingga fungsi densitas dari $T(x)$ adalah :

$$f_{T(x)}(t) = \frac{d}{dt}\ {}_{t}q_{x}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(1 - {}_tp_x\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(1 - \frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= \frac{d}{dt}\left(-\frac{s(x+t)}{s(x)}\right)$$

$$= -\frac{s'(x+t)}{s(x)}$$

$$= \frac{s(x+t)}{s(x)} \cdot -\frac{s'(x+t)}{s(x+t)}$$

$$f_{T(x)}(t) = {}_tp_x \, . \, \mu(x+t) \qquad (2.4.5)$$

Sedangkan fungsi densitas $T(xy)$ untuk *joint life* adalah :

$$f_{T(xy)}(t) = \frac{d}{dt}F_{T(xy)}(t) = -\frac{d}{dt}s_{T(xy)}(t) = -\frac{d}{dt}\ {}_tp_{xy} = -\frac{d}{dt}\ {}_tp_x \cdot {}_tp_y$$

$$= -\left(\left(\frac{d}{dt}\ {}_tp_x\right)\ {}_tp_y + \left(\frac{d}{dt}\ {}_tp_y\right)\ {}_tp_x\right)$$

$$= -\left(\left(-\ {}_tp_x\ \mu(x+t)\right)\ {}_tp_y + \left(-\ {}_tp_y\ \mu(y+t)\right)\ {}_tp_x\right)$$

$$= {}_tp_x\ \mu(x+t)\ {}_tp_y + {}_tp_y\ \mu(y+t)\ {}_tp_x$$

$$= {}_tp_x\ {}_tp_y\ \left(\mu(x+t) + \mu(y+t)\right)$$

$$= {}_tp_{xy}\ \left(\mu(x+t) + \mu(y+t)\right)$$

$$= \underbrace{{}_tp_{xy}}_{survival\ function}\ \underbrace{\left(\mu(x+t) + \mu(y+t)\right)}_{force\ function} \qquad (2.4.6)$$

Force of mortality dari $T(xy)$ dinotasikan sebagai $\mu_{T(xy)}(t)$ atau $\mu_{xt}(t)$ dan dapat diturunkan dengan cara yang sama pada *force of mortality* untuk hidup tunggal.

$$\mu_{T(xy)}(t) = \mu_{xy}(t) = \frac{f_{T(xy)}(t)}{1 - F_{T(xy)}(t)} = \frac{f_{T(xy)}(t)}{s_{T(xy)}(t)}$$

$$= \frac{{}_tp_{xy}\big(\mu(x+t) + \mu(y+t)\big)}{{}_tp_{xy}}$$

$$= \mu(x+t) + \mu(y+t) \qquad (2.4.7)$$

Sehingga, *force of mortality* untuk status *joint life* dengan asumsi saling bebas adalah $\mu_{x+t;y+t} = \mu(x+t) + \mu(y+t)$.

2.5 Tabel Mortalitas

Pada tabel mortalitas terdapat variabel l_x dan d_x, l_x menyatakan jumlah orang yang diharapkan masih hidup sampai usia x tahun dari sekelompok orang yang jumlahnya l_0 ketika baru lahir. Dalam hal ini, l_0 yang menyatakan banyaknya bayi yang baru dilahirkan diasumsikan mempunyanyi fungsi survival sama dengan $s(x)$.

Misalkan $l_0 = 100.000$, lalu diberi indeks $j = 1, 2, 3, \dots, l_0$ (orang ke-1, ke-2, . . ., ke-l_0), dan $\mathcal{L}(x)$ menyatakan banyaknya bayi yang hidup sampai dengan usia x, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$\mathcal{L}(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \qquad (2.5.1)$$

dimana I_j adalah indikator untuk bayi yang bertahan hidup dari j , dan dapat pula dinyatakan dengan :

$$I_j = \begin{cases} 1\ , jika\ j\ hidup\ sampai\ dengan\ x \\ 0, \qquad selainnya \end{cases}$$

karena I_j adalah peubah acak, dan berdasarkan asumsi bahwa l_0 mempunyai fungsi survival yang sama dengan $s(x)$, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut :

$$P(I_j = 1) = s(x) \qquad (2.5.2)$$

$$P(I_j = 0) = 1 - s(x) \qquad (2.5.3)$$

Dari persamaan (2.5.2) dan (2.5.3), diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut :

$$E[I_j] = 1.\, s(x) + \ 0.\, (1 - s(x)) = s(x)$$

Dengan asumsi I_j bebas stokhastik identik, maka nilai harapan dari $\mathcal{L}(x)$ dapat dinyatakan dengan :

$$E[\mathcal{L}(x)] = E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right]$$

$$= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j]$$

$$= \underbrace{s(x) + s(x) + \ldots + s(x)}_{sebanyak\ l_0}$$

$$l_x = l_0 \,.\, s(x) \qquad (2.5.4)$$

$$= l_0 \,.\, {}_xp_0$$

$$= l_0 \,.\exp\left(\int_0^x \mu(t)\, dt\right) \qquad (2.5.5)$$

Selanjutnya, variabel d_x menyatakan banyaknya orang berusia x tahun akan meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$ tahun.

Misalkan, ${}_tD_x$ menyatakan banyaknya bayi yang meninggal antara usia x tahun sampai dengan usia $x + t$ tahun, maka berlaku persamaan berikut :

$$P(x < X < x + t) = s(x) - s(x + t)$$

Selanjutnya indikator yang berlaku adalah sebagai berikut :

$$I_j = \begin{cases} 1, & jika\ meninggal\ antara\ usia\ x\ sampai\ x + t\ tahun \\ 0, & selainnya \end{cases}$$

Karena I_j adalah peubah acak, maka akan diperoleh nilai peluangnya sebagai berikut :

$$P(I_j = 1) = s(x) - s(x + t) \qquad (2.5.6)$$

$$P(I_j = 0) = 1 - \{s(x) - s(x + t)\} \qquad (2.5.7)$$

Dari persamaan (2.5.6) dan (2.5.7) diperoleh nilai harapan dari I_j sebagai berikut :

$$E[I_j] = 1. s(x) - s(x + t) + 0. (1 - \{s(x) - s(x + t)\}) = s(x) - s(x + t)$$

Sehingga nilai harapan dari ${}_tD_x$ dapat dinyatakan dengan :

$$E[\,{}_tD_x\,] = E\left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j\right]$$

$$= \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j]$$

$${}_td_x = l_o \,.\{s(x) - s(x+t)\}$$

$${}_td_x = l_o \,.s(x) - l_o \,.s(x+t)$$

$${}_td_x = l_x - l_{x+t} \qquad (2.5.8)$$

dimana ${}_td_x$ menyatakan banyaknya orang yang berusia x tahun yang meninggal sebelum mencapai usia $x+t$ tahun.

Berdasarkan persamaan (2.5.4) dan (2.5.8) diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$l_x = l_0 \,.s(x) \Rightarrow s(x) = \frac{l_x}{l_0}$$

$${}_xp_0 = \frac{l_x}{l_0} \qquad (2.5.9)$$

dan

$${}_xq_0 = 1 - {}_xp_0 = 1 - \frac{l_x}{l_0} = \frac{l_0 - l_x}{l_0} = \frac{d_x}{l_0} \qquad (2.5.10)$$

Sehingga peluang (x) akan meninggal sebelum mencapai usia $x+t$ tahun dapat dinyatakan dengan :

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x$$

$$= 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

$$= \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}$$

$$= \frac{{}_t d_x}{l_x} \qquad (2.5.11)$$

dan sebuah peluang meninggal yang ditangguhkan atau kondisi yang menyatakan bahwa x akan berlangsung hidup sampai t tahun dan meninggal dalam u tahun, didefinisikan sebagai berikut :

$${}_{t|u}q_x = 1 - {}_{t|u}p_x \qquad (2.5.12)$$

Jika $u = 1$, maka berdasarkan (2.5.12) diperoleh :

$${}_{t|}q_x = {}_t p_x - q_{x+t}$$

$$= \frac{l_{x+t}}{l_x} . \frac{d_{x+t}}{l_{x+t}}$$

$$= \frac{d_{x+t}}{l_x} \qquad (2.5.13)$$

2.6 Tabel Mortalitas *Joint Life*

Sama dengan halnya tabel mortalitas tunggal, tabel mortalitas *joint life* merupakan tabel tingkat kematian yang mempunyai peranan dalam menentukan premi (Futami, 1994). Dalam tabel ini hidup dan meninggalnya dari gabungan usia x_1 tahun, usia x_2 tahun hingga x_m tahun. Tabel mortalitas hidup gabungan berisi

$l_{x_1,x_2,..x_m}$, $p_{x_1,x_2,..x_m}$, $q_{x_1,x_2,..x_m}$ dan sebagainya. Dan pada tabel mortalitas *joint life* dengan jumlah peserta dua orang dapat dinyatakan dengan x dan y.

Fungsi jumlah orang yang berusia x dikalikan fungsi jumlah orang yang berusia y tahun dapat dinotasikan dengan l_{xy} dan dirumuskan sebagai:

$$l_{xy} = l_x \times l_y \qquad (2.6.1)$$

Peluang orang berusia x dan y tahun, 1 tahun kemudian akan tetap hidup dinotasikan dengan p_{xy} dan dirumuskan sebagai:

$$\begin{aligned} p_{xy} &= p_x \times p_y \\ &= \frac{l_{x+1}}{l_x} \times \frac{l_{y+1}}{l_y} \\ &= \frac{l_{x+1;y+1}}{l_{xy}} \qquad (2.6.2) \end{aligned}$$

sedangkan peluang orang berusia x dan y tahun, n tahun kemudian akan tetap bertahan hidup dinotasikan dengan ${}_np_{xy}$ dan dirumuskan sebagai :

$$\begin{aligned} {}_np_{xy} &= {}_np_x \times {}_np_y \\ &= \frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y} \\ &= \frac{l_{x+n;y+n}}{l_{xy}} \qquad (2.6.3) \end{aligned}$$

Peluang salah satu dari x dan y meninggal dalam jangka waktu 1 tahun dinotasikan dengan q_{xy} dan dirumuskan sebagai :

$$q_{xy} = 1 - p_{xy} = 1 - \left(\frac{l_{x+1}}{l_x} \times \frac{l_{y+1}}{l_y}\right)$$

$$= 1 - \frac{l_{x+1;y+1}}{l_{xy}} = \frac{l_{xy} - l_{x+1;y+1}}{l_{xy}} \qquad (2.6.4)$$

sedangkan peluang salah satu dari x dan y meninggal dalam jangka waktu n tahun dinotasikan dengan ${}_nq_{xy}$ dan dirumuskan sebagai :

$${}_nq_{xy} = 1 - {}_np_{xy} = 1 - \left(\frac{l_{x+n}}{l_x} \times \frac{l_{y+n}}{l_y}\right)$$

$$= 1 - \frac{l_{x+n;y+n}}{l_{xy}} = \frac{l_{xy} - l_{x+n;y+n}}{l_{xy}} \qquad (2.6.5)$$

Dan jumlah orang yang meninggal dalam waktu 1 tahun dinotasikan dengan d_{xy} dan dirumuskan sebagai :

$$d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1;y+1} \qquad (2.6.6)$$

2.7 Bunga (*Interest*)

Bunga merupakan pembayaran yang dilakukan oleh peminjam sebagai balas jasa atas pemakaian uang yang dipinjam. Secara umum perhitungan bunga dibagi menjadi dua yaitu bunga sederhana dan bunga majemuk.

2.7.1 Bunga Majemuk (*Compound Interest*)

Bunga majemuk adalah perhitungan bunga dimana besar pokok janga investasi selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya di tambah dengan besar bunga yang diperoleh (Futami, 1993). Besar bunga majemuk dapat dihitung dengan menggunakan rumus :

$$I = P_0 . i^n \qquad (2.7.1)$$

dengan :

I : *interest value* (nilai bunga)

P_0 : Pokok investasi

i : *rate of interest annuality*, tingkat suku bunga

n : *time*, jangka waktu (lama) investasi (tahun)

Setelah n tahun nilai total investasinya menjadi :

$$P_n = P_0(1+i)^n \qquad (2.7.2)$$

Dalam bunga majemuk didefinisikan suatu fungsi *v* sebagai berikut :

$$v = \frac{1}{(1+i)} \qquad (2.7.3)$$

Persamaan (2.7.4) dapat juga didefinisikan sebagai berikut :

$$P_0 = \frac{P_n}{(1+i)^n} = v^n . p_n \qquad (2.7.4)$$

Jika $n = 1$ dan $P_1 = 1$, maka $P_0 = v$, v adalah nilai sekarang *(present value*) dari pembayaran sebesar 1 satuan yang dilakukan 1 tahun kemudian.

Didefinisikan fungsi tingkat diskon d sebagai berikut :

$$d = \frac{i}{(1+i)} = i.v = 1 - v \qquad (2.7.5)$$

Karena v adalah nilai sekarang (*present value*) untuk pembayaran sebesar 1 satuan yang akan dibayarkan 1 tahun kemudian, apabila pembayarannya dilakukan 1 tahun lebih cepat, maka besarnya bunga yang hilang adalah $d = 1 - v$ (Futami, 1993).

Tingkat suku bunga selalu dinyatakan pertahun atau per *annum* (p.a). Tingkat bunga tahunan yang dinyatakan itu apakah diakhiri dengan p.a atau tidak , disebut tingkat bungan nominal (Frensidy, 2010). Simbol untuk tingkat suku bunga nominal adalah $i^{(k)}$. Untuk suku bunga nominal dan suku bunga diskonto nominal dengan k kali pembayaran dalam satu tahun dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^k}{k}\right)^k \qquad (2.7.6)$$

$$i^{(k)} = k\left[(1+i)^{\frac{1}{k}} - 1\right] \qquad (2.7.7)$$

$$1 - d = \left(1 + \frac{d^{(k)}}{k}\right)^k \qquad (2.7.8)$$

$$d^{(k)} = k\left[1 - (1-d)^{\frac{1}{k}}\right] = k\left[1 - v^{\frac{1}{k}}\right] \qquad (2.7.9)$$

dengan k adalah banyaknya pembayaran yang dilakukan dalam 1 tahun.

2.7.2 Laju Tingkat Suku Bunga (*Force of Interest*)

Dengan menggunakan persamaan (2.7.6) dan menambahkan fungsi ln dikedua ruas dari persamaan tersebut diperoleh :

$$\ln(1+i) = \ln\left(1+\frac{i^{(k)}}{k}\right)^{k} \text{dengan } i^{(k)} = k\ \left[e^{\ln(1+i)^{1/k}} - 1\right]$$

Untuk $k \to \infty$, dengan kata lain pembungaannya dapat dilakukan setiap saat, diperoleh nilai δ dan dinyatakan sebagai berikut :

$$\lim_{k\to\infty} i^{(k)} = \ln(1+i) = \delta$$

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$e^{-\delta t} = (1+i)^{-t} = v^{t}$$

dan δ disebut dengan laju tingkat suku bunga *(force of interest*).

2.8 Anuitas (*Annuity*)

Anuitas didefinisikan sebagai suatu rangkaian pembayaran dengan jumlah tertentu dalam selang dan periode waktu tertentu (R.K. Sembiring, 1997).

2.8.1 Anuitas Tentu (Pembayaran Kontinu)

Suatu anuitas tentu yang pembayarannya dilakukan k kali dalam satu tahun dengan $k \to \infty$, atau dengan kata lain pembayarannya dilakukan setiap saat, dinotasikan dengan $\bar{a}_{\overline{n}|}$, didefinisikan sebagai :

$$\bar{a}_{\overline{n|}} = \lim_{k\to\infty} \bar{a}_{\overline{n|}}^{(k)}$$

$$= \lim_{k\to\infty} \frac{1-v^n}{i^{(k)}}$$

$$= \frac{1-v^n}{\delta} \qquad (2.8.1)$$

2.8.2 Anuitas Hidup Kontinu (*Continous Life Annuity*)

Anuitas hidup adalah serangkaian pembayaran yang sifatnya periodik dan pembayarannya hanya akan dilakukan apabila orang yang ditunjuk masih hidup pada saat pembayaran jatuh tempo.

Anuitas hidup sebesar satu satuan per akhir tahun yang pembayarannya dilakukan secara kontinu atau setiap saat disebut anuitas hidup kontinu. Dengan nilai sekarang (*present value*) dari pembayaran anuitas tersebut dinotasikan dengan peubah acak Y, yaitu $Y = \bar{a}_T$ dengan $T \geq 0$.

Dari persamaan (2.8.1) diperoleh :

$$\bar{a}_T = \frac{1-\ v^T}{\delta} \qquad (2.8.2)$$

Actuarial Present Value (APV) dari anuitas tersebut adalah :

$$\bar{a}_x = E[Y] = E[\bar{a}_T] = \int_0^\infty \bar{a}_T . f(t)dt$$

$$= \int_0^\infty \frac{1-v^T}{\delta} \ .\ f(t)dt \qquad (2.8.3)$$

Dengan menggunakan pengintegralan parsial tentu maka diperoleh:

$$\bar{a}_T = E[\bar{a}_T] = \int_0^{\infty} v^t \cdot \ {}_tp_x \ dt \qquad (2.8.4)$$

Dengan cara yang sama, akan diperoleh nilai anuitas berjangka n −tahun sebagai berikut :

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = E[\bar{a}_T] = \int_0^{n} v^t \cdot \ {}_tp_x \ dt \qquad (2.8.5)$$

atau

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = E\left[\frac{1 - v^t}{\delta}\right] = \int_0^{n} \frac{1 - v^t}{\delta} - f(t)dt$$

$$= \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta} \int_0^{n} v^t \ f(t)dt$$

$$= \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta} \ \bar{A}^1_{x:\overline{n|}}$$

$$\bar{a}_{x:\overline{n|}} = \frac{1 - \ \bar{A}^1_{x:\overline{n|}}}{\delta}$$

Sedangkan nilai anuitas berjangka *joint life* n tahun untuk orang berusia (x) dan (y) dapat dirumuskan sebagai :

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \int_0^{n} v^t \cdot \ {}_tp_{xy} \ dt = \frac{1 - \ \bar{A}_{xy:\overline{n|}}}{\delta} \qquad (2.8.6)$$

Anuitas yang pembayarannya dijanjikan akan dilakukan selang beberapa waktu kemudian disebut anuitas tunda. Anuitas seumur hidup yang ditunda pembayarannya n tahun dapat dirumuskan sebagai:

$$ {}_{n|}\bar{a}_x = \int_n^{\infty} v^t \,.\ \ {}_tp_x \ \ dt \qquad (2.8.7) $$

2.9 Premi Asuransi Jiwa

Premi adalah uang yang harus dibayarkan oleh pemegang polis kepada perusahaan asuransi sebagai imbalan persetujuan untuk membayar benefit atau santunan yang telah disepakati dalam polis asuransi jika orang yang ditanggung meninggal dunia. Ada tiga unsur utama yang menentukan perhitungan premi asuransi jiwa, yaitu :

a. Mortalitas (harapan hidup)

b. Suku bunga

c. *Loading*, yaitu biaya yang dikeluarkan untuk operasional perusahaan asuransi

(R.K Sembiring, 1986)

Premi asuransi dapat dibayarkan sekaligus atau secara tetap berkala. Premi yang dibayarkan sekaligus disebut premi tunggal (*Net Single Premium*), sedangkan premi tetap berkala dapat dibayarkan pre tahun, per tri wulan dan per bulan serta dilakukan pada permulaan tiap selang waktu.

Premi asuransi terbagi menjadi dua macam, yaitu premi *netto* dan premi *bruto*. Premi *netto* adalah premi yang dibayarkan pemegang polis atau konsumen berdasarkan perkiraan tingkat mortalita dan perkiraan tingkat suku bunga, sedangkan tingkat biaya tidak dipergunakan. Premi *netto* dihitung atas dasar prinsip keseimbangan antara pemasukan dan pengeluaran, yaitu nilai tunai dari premi *netto* yang diterima oleh perusahaan asuransi di waktu yang akan datang harus sama dengan nilai tunai dari benefit atau santunan yang akan dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Premi *netto* tidak mencakup nilai biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi, adapun biaya tersebut seperti : biaya administrasi, biaya penutupan, komisi dan lain-lain.

Premi yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah premi bersih atau premi *netto*.

2.9.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa

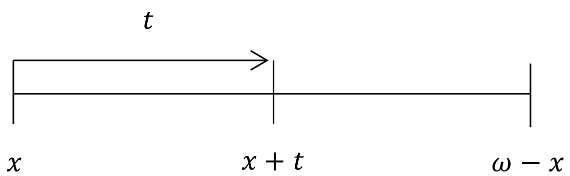
Pada asuransi dengan perhitungan kontinu, pembayaran benefit kepada ahli waris nasabah dilakukan sesaat setelah nasabah meninggal dunia. Jumlah dan waktu pembayaran benefit pada asuransi jiwa tergantung pada panjang interval dari dikeluarkannya polis sampai tertanggung meninggal dunia. Berdasarkan uraian tersebut, asuransi jiwa terdiri dari fungsi benefit atau santunan (b_t) dan v_t. Fungsi v_t adalah nilai sekarang dari pembayaran b_t dan t adalah panjang interval pada saat polis dikeluarkan sampai dengan (x) meninggal dunia. Keduanya membentuk suatu peubah acak yang dilambangkan dengan Z_t yang didefinisikan sebagai berikut :

$$Z_t = b_t \,.\, v_t$$

Karena $T(x)$ adalah peubah acak dari sisa waktu hidup nasabah atau waktu dari dikeluarkannya polis sampai waktu meninggalnya nasabah, maka Z_t adalah fungsi peubah acak (*Actuarial Present Value*) pembayaran benefit pada saat polis asuransi dikeluarkan.

2.9.1.1 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Berjangka

Asuransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi yang membayarkan benefit atau santunan kepada ahli waris nasabah apabila si nasabah meninggal dunia selama dalam jangka waktu polis asuransi yang telah ditentukan.



Gambar 1. Sistem pembayaran benefit pada asuransi jiwa berjangka

Besarnya manfaat (b_t) sebesar satu satuan diberikan setelah meninggal, maka :

$$b_t = 1 \ ; t \leq n$$

$$b_t = 0 \ ; t > n$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} e^{-\delta t} = v^t, & t \geq n \\ 0, & x < n \end{cases}$$

Sehingga nilai APV dari asuransi berjangka adalah :

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}^{1}_{x:n|} = \int_0^n v^t \,.\, f(t)dt$$

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}^{1}_{x:n|} = \int_0^n v^t \,.\, {}_tp_x \,.\, \mu(x+t)dt \qquad (2.9.1)$$

Pada asuransi *joint life*, jika kematian pertama terjadi dari (x) dan (y) dalam n tahun, pembayaran sebesar satu satuan akan dibayarkan sesaat setelah kematian.

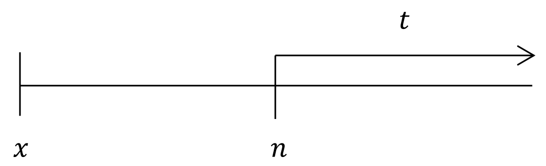
$$Z_{xy} = \begin{cases} v^t, & T \leq n \\ 0, & T > n \end{cases}$$

Sehingga APV asuransi *joint life* berjangka adalah :

$$E\left[Z_{xy}\right] = E[v^t] = \bar{A}^{1}_{xy:n|} = \int_0^n v^t \,.\, {}_tp_{xy} . \mu_{T(xy)} dt \qquad (2.9.2)$$

2.9.1.2 Premi Tunggal Asuransi Jiwa *Endowment* Murni

Asuransi jiwa *endowment* murni yaitu suatu asuransi yang apabila tertanggung (nasabah) masih hidup sampai masa polis asuransinya berakhir maka tertanggung (nasabah) akan mendapatkan sejumlah uang santunan. Tetapi jika nasabah meninggal dunia dalam jangka waktu tertentu (dalam periode polis asuransi), maka ahli waris nasabah tidak akan mendapatkan mendapatkan benefit/santunan.



Gambar 2. Sistem pembayaran benefit pada asuransi jiwa *endowment* murni

Besarnya manfaat (b_t) sebesar satu satuan diberikan sesaat setelah masa kontrak habis dan tertanggung masih hidup, maka :

$$b_t = \begin{cases} 1, & t > n \\ 0, & x \leq n \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ 0, & x \leq n \end{cases}$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ 0, & x \leq n \end{cases}$$

Sehingga nilai APV dari asuransi *endowment* murni ini adalah :

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}_{x:\overset{\,1}{\overline{n|}}} = \int_n^\infty v^n \,.\, f(t)dt$$

$$\bar{A}_{x:\overset{\,1}{\overline{n|}}} = v^n \int_n^\infty f(t)dt$$

Catatan :

$${}_tp_x = P(T(x) > t) = \int_t^\infty f(t)\, dt$$

$${}_tq_x = P(T(x) \leq t) = \int_0^t f(t)\, dt$$

Dari keterangan tersebut nilai APV dari asuransi *endowment* murni menjadi :

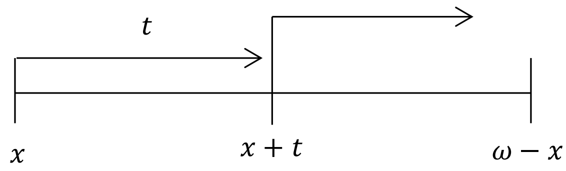
$$\bar{A}_{x:\overset{\,1}{\overline{n|}}} = v^n \,.\, {}_np_x \qquad (2.9.3)$$

Sedangkan nilai APV dari asuransi *joint life endowment* murni adalah :

$$\bar{A}_{xy:\overset{1}{\overline{n|}}} = v^n \cdot {}_n p_{xy} \tag{2.9.4}$$

2.9.1.3 Premi Tunggal Asuransi Jiwa Dwiguna

Asuransi jiwa dwiguna adalah suatu asuransi yang apabila tertanggung meninggal dunia dalam jangka waktu polis asuransi yang telah ditanda tangani atau masih tetap hidup sampai masa polis asuransinya berakhir, maka ahli waris nasabah akan tetap mendapatkan uang santunan.



Gambar 3. Sistem pembayaran benefit pada asuransi jiwa dwiguna

Besarnya manfaat/benefit sebesar satu satuan diberikan sesaat setelah meninggal atau diberikan sesaat setelah masa kontrak habis dan tertanggung masih hidup, maka :

$$b_t = \begin{cases} 1, & t > n \\ 1, & t < n \end{cases}$$

$$v_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ v^t, & t < n \end{cases}$$

dengan

$$Z_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ v^t, & t < n \end{cases}$$

Maka besarnya APV untuk asuransi ini adalah :

$$E[Z_t] = E[v^t] = \bar{A}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t . f(t)dt + v^n . f(t) \qquad (2.9.5)$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} + \bar{A}_{x:\frac{1}{n}} \qquad (2.9.6)$$

Sedangkan untuk asuransi *joint life* dwiguna

$$Z_t = \begin{cases} v^n, & t > n \\ v^t, & t < n \end{cases}$$

Maka besar APV untuk asuransi *joint life dwiguna* adalah :

$$E\left[Z_{xy}\right] = E[v^t] = \bar{A}_{xy:\overline{n}|} = \int_0^n v^t . f_{T(xy)}(t)dt + v^n . f_{T(xy)}(t) \qquad (2.9.7)$$

$$\bar{A}_{xy:\overline{n}|} = \bar{A}^1_{xy:\overline{n}|} + \bar{A}_{xy:\frac{1}{n}} \qquad (2.9.8)$$

2.9.1.4 Premi Tunggal Asuransi Berjangka Menaik

Bila meninggal pada tahun polis ke t, dengan uang pertanggungannya dibayarkan segera, maka besarnya uang pertanggungan yang dibayar juga sebesar t. Berhubungan dengan ini pula, uang pertanggungannya secara kontinu berubah, pada waktu usia kontrak asuransi menjadi t tahun (begitu juga untuk 1 tahun ke bawah, berupa pecahan), bila meninggal besarnya uang pertanggungan yang dibayarkan segera adalah juga t, premi tunggalnya dinyatakan dengan :

$$(\bar{I}\bar{A})^1_{x:\overline{n}|} = \int_0^n t \, . \, v^t \, . \, {}_t p_x \, . \, \mu_{x+t} \, dt \qquad (2.9.9)$$

Sedangkan asuransi berjangka menaik untuk *joint life* adalah

$$(\bar{I}\bar{A})^{1}_{xy:\overline{n|}} = \int_{0}^{n} t\ .\ v^{t}\ .\ \ {}_{t}p_{xy}\ .\ \mu_{x+t;y+t}\ dt \qquad (2.9.10)$$

2.9.2 Fungsi Kerugian

Pada saat polis asuransi ditandatangani terdapat dua jenis kewajiban di dalamnya, yaitu :

1. Kewajiban pihak perusahaan asuransi adalah membayar santunan yang besarnya sesuai perjanjian yang telah ditetapkan diawal kontrak manakala sewaktu-waktu terjadi klaim.
2. Kewajiban pihak nasabah adalah membayar premi langsung sekaligus diawal kontrak atau secara berkala pada setiap periode yang telah ditentukan.

Kedua jenis kewajiban tersebut membentuk suatu fungsi total kerugian polis asuransi yang disimbolkan dengan L. Untuk penanggung, L adalah perbedaan antara nilai sekarang dari santunan dan nilai sekarang dari pembayaran premi (Bowers, 1997). Nilai kerugian (L) ini merupakan peubah acak dari nilai sekarang dari santunan yang dibayarkan oleh penanggung tak sebanyak premi anuitas yang dibayarkan oleh tertanggung. Besarnya kerugian yang akan ditanggung oleh pihak perusahaan asuransi dihitung dengan :

$$L = l(T) = v^{T} - \ \bar{P}\bar{a}_{T}$$

atau

$$L = M - P.Q$$

dengan $L =$ nilai dari fungsi kerugian, $M =$ premi tunggal asuransi jiwa, $P =$ premi datar asuransi jiwa, dan Q = nilai APV dari anuitas hidup.

Resiko kerugian perusahaan terjadi ketika nilai kerugiannya memberikan nilai positif, dimana nilai santunan yang dibayarkan kepada pihak nasabah lebih besar dari premi yang diterima oleh pihak perusahaan asuransi. Secara teoritis nilai kerugian yang positif terjadi ketika pihak nasabah meninggal dunia pada awal kontrak asuransi.

2.9.3 Prinsip Ekuivalensi (*Equivalence Principle*)

Prinsip ekuivalen menyatakan bahwa ekspetasi dari fungsi kerugian adalah sama dengan nol. Prinsip ekuivalensi ini digunakan untuk mengantisipasi kerugian yang akan diterima oleh perusahaan asuransi pada periode tertentu, sehingga jumlah benefit/santunan yang akan dikeluarkan oleh perusahaan asuransi akan sebanding dengan besarnya nilai premi yang harus dibayarkan oleh nasabah kepada perusahaan asuransi.

Prinsip ekuivalensi mempunyai syarat bahwa :

$$E(L) = 0$$

maka :

$$E[\text{Nilai sekarang santunan} - \text{Nilai sekarang premi}] = 0$$

$$E[\text{Nilai sekarang santunan}] = E[\text{Nilai sekarang premi}]$$

Berdasarkan fungsi kerugian dan prinsip ekuivalen, maka untuk Premi yang dibayarkan kontinu ($\bar{P}$), nilai sekarang dari kerugian untuk penanggung jika meninggal terjadi pada saat t dan jumlah santunan yang harus diberikan kepada nasabah sebesar B satuan adalah :

$$l(T) = B.v^t - \bar{P}\bar{a}_T \qquad (2.9.11)$$

Karena $T(x)$ merupakan peubah acak, maka dengan prinsip ekuivalen diperoleh :

$$E(L) = E[B.v^t - \bar{P}\bar{a}_T] = 0$$

$$B.E[v^t] - \bar{P}.E[\bar{a}_T] = 0$$

$$P = \frac{B.E[v^t]}{E[\bar{a}_T]} \qquad (2.9.12)$$

2.9.4 Premi Tahunan Asuransi *Joint Life* Dwiguna

Besarnya pembayaran premi yang tetap dari awal dimulainya asuransi sampai dengan akhir kontrak asuransi disebut dengan premi standar atau premi konstan. Menurut Matvejevs & Matvejevs (2001), premi konstan dibayarkan selama x dan y tahun dengan rincian uang pertanggungan adalah :

1. Apabila peserta berusia x dan y tahun tetap hidup sampai kontrak asuransi berakhir maka peserta asuransi akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar Q.
2. Apabila salah satu dari peserta meninggal dunia sebelum masa kontrak, misalnya apabila y meninggal sebelum masa kontrak berakhir maka x mulai tahun ke-t selama seumur hidup setiap tahunnya mendapatkan uang

pertanggungan sebesar R_x, demikian juga sebaliknya apabila x meninggal dunia maka y akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar R_y.

3. Apabila kematian dari pasangan juga terjadi (x dan y meninggal) sebelum kontrak berakhir maka ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan sejumlah premi yang telah dibayarkan pada akhir tahun kematiannya.

Sehubungan dengan kontrak asuransi tersebut maka nilai tunai dari pendapatan premi dan nilai tunai dari benefit yang dibayarkan pihak penanggung dapat dirumuskan sebagai :

a. Nilai tunai dari pendapatan premi tahunan konstan pada *joint life* dapat dinyatakan sebagai :

$$P.\left(1 + v.p_{xy} + \ldots + v^{n-1}\ .\ {}_{n-1}p_{xy}\right) = P.\ddot{a}_{xy:\overline{t|}}$$

b. Nilai tunai dari benefit yang dibayarkan oleh pihak penanggung dapat dinyatakan sebagai :

$$Q.v^n\ .\ {}_np_{xy} + R_x \sum_{m=0}^{n-1}\sum_{k=n}^{\infty} v^k\ .\ {}_kp_x\ .{}_{m|}q_y + R_y \sum_{k=0}^{n-1}\sum_{m=n}^{\infty} v^m\ .{}_mp_y\ .{}_{k|}q_x + P.(IA)^1_{xy:n|}$$

$$= Q.A_{xy:\frac{1}{n|}} + R_x\ .\ {}_{n|}\ddot{a}_x\ .\ {}_nq_y + R_{y\ .}\ {}_{n|}\ddot{a}_y\ .\ {}_nq_x + P.(IA)^1_{xy:n|}$$

c. Dengan menggunakan prinsip ekuivalensi, besar preminya adalah

$$P.\ddot{a}_{xy:n|} = Q.A_{xy:\frac{1}{n|}} + R_x\ .\ {}_{n|}\ddot{a}_x\ .\ {}_nq_y + R_{y\ .}\ {}_{n|}\ddot{a}_y\ .\ {}_nq_x + P.(IA)^1_{xy:n|}$$

$$P.\ddot{a}_{xy:n|} - P.(IA)^1_{xy:n|} = Q.A_{xy:\frac{1}{n|}} + R_x\ .\ {}_{n|}\ddot{a}_x\ .\ {}_nq_y + R_{y\ .}\ {}_{n|}\ddot{a}_y\ .\ {}_nq_x$$

$$P(\ddot{a}_{xy:n|} - (IA)^1_{xy:n|}) = Q.A_{xy:\frac{1}{n|}} + R_x\ .\ {}_{n|}\ddot{a}_x\ .\ {}_nq_y + R_{y\ .}\ {}_{n|}\ddot{a}_y\ .\ {}_nq_x$$

Sehingga besarnya premi tahunan yang harus dibayarkan oleh peserta asuransi adalah :

$$P = \frac{Q.A_{xy:\frac{1}{n|}} + R_x \cdot {}_{n|}\ddot{a}_x \cdot {}_nq_y + R_{y\,.\,n|}\ddot{a}_y \cdot {}_nq_x}{\ddot{a}_{xy:n|} - (IA)^1_{xy:n|}} \qquad (2.9.13)$$

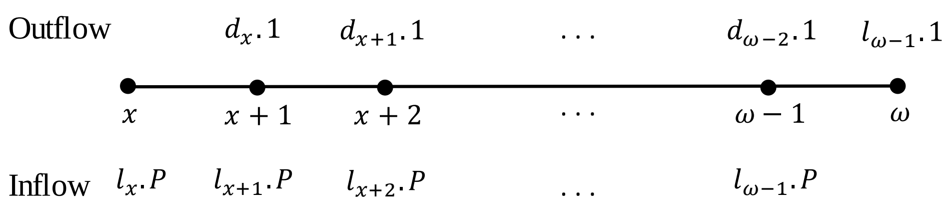
2.10 Cadangan Asuransi Jiwa

Cadangan dalam asuransi jiwa merupakan liabilitas (kewajiban) perusahaan asuransi terhadap pemegang polis yang berupa sejumlah dana yang harus disiapkan oleh perusahaan asuransi untuk membayar klaim yang akan terjadi dikemudian hari atas polis-polis yang diterbitkan perusahaan asuransi (R.K Sembiring, 1986). Jadi, cadangan bukanlah milik perusahaan tapi milik pemegang polis. Cadangan diperlukan semata-mata agar perusahaan asuransi dapat berjalan sesuai dengan dasar-dasar yang sudah ditemukan. Besarnya cadangan tergantung kepada perkembangan premi, artinya semakin banyak jumlah pemegang polis, semakin besar jumlah cadangan yang dibutuhkan.

Pada awal kontrak (polis asuransi ditandatangani), perusahaan asuransi akan mengalami resiko klaim lebih kecil dari premi tetap tahunan yang dibayarkan oleh nasabah. Dengan kata lain premi tetap tahunan yang dibayarkan oleh nasabah. Dengan kata lain premi tetap tahunan yang diperoleh oleh perusahaan asuransi akan melampaui biaya asuransi tahunannya, sedangkan di akhir kontrak, klaim semakin besar dari premi yang diterima oleh perusahaan asuransi. Hal tersebut dikarenakan laju mortalita yang semakin meningkat (semakin bertambah usia seseorang, maka peluang meninggalnya semakin besar). Sehingga kelebihan dana premi yang diterima oleh perusahaan asuransi pada awal pertanggungan tersebut dapat disimpan untuk membayar santunan bagi pemegang polis sampai dibutuhkan kelak.

Oleh karena itu, penting bagi perusahaan asuransi untuk mendapatkan sebuah perkiraan jumlah premi yang akan diterima pada waktu tertentu guna menjamin pembayaran santunan apabila terjadi klaim dalam selang waktu yang telah ditentukan, dan konsep cadangan asuransi-pun muncul untuk mengukur kewajiban perusahaan asuransi atas polis yang dikelolanya.

Misalkan seorang berusia x menandatangani polis asuransi jiwa seumur hidup dengan P adalah premi tahunan dengan santunan/benefit sebesar 1 satuan. Maka perusahaan asuransi sebagai pihak penanggung harus menyiapkan dana sebesar 1 satuan di akhir tahun agar sewaktu-waktu terjadi klaim, benefit atau santunan dapat langsung diberikan kepada ahli waris nasabah. Sedangkan nasabah harus melakukan pembayaran premi setiap tahunnya sebesar P yang dilakukan setiap awal tahun. Perhatikan ilustrasi di bawah ini :



Gambar 4. Ilustrasi dana yang akan diperoleh dan dikeluarkan oleh perusahaan asuransi

Berdasarkan ilustrasi pada gambar (4), keseimbangan antara dana yang dikeluarkan dan yang diterima oleh perusahaan asuransi akan terjadi apabila jumlah dana yang akan dikeluarkan (benefit/santunan) oleh perusahaan asuransi sama dengan jumlah premi yang dibayarkan nasabah kepada asuransi.

Sehingga dari gambar (4) diperoleh persamaan sebagai berikut:

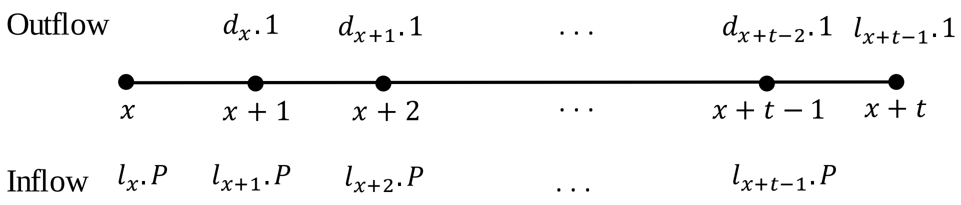
$$l_x.P + l_{x+1}.P.v + \ldots + l_{\omega-1}.P.v^{\omega-x-1} = d_x.1.v + d_{x+1}.1.v^2 + \ldots + d_x.1.v^{\omega-x}$$

Untuk mengetahui dana cadangan yang terkumpul pada saat usia nasabah mencapai $x + t$ tahun dengan santunan sebesar 1 satuan, dapat dilakukan melalui dua cara, yaitu cadangan retrospektif dan cadangan prospektif.

2.10.1 Cadangan Retrospektif

Cadangan retrospektif adalah perhitungan cadangan dengan berdasarkan jumlah total pendapatan diwaktu yang lalu sampai saat dilakukan perhitungan cadangan dikurangi dengan jumlah pengeluaran diwaktu lampau, untuk tiap pemegang polis (Futami, 1993).

Perhitungan cadangan retrospektif ini dimulai dengan mengambil titik tumpu perhitungan dananya dari usia $x + t$ tahun ke x tahun. Sehingga dana yang terkumpul pada usia $x + t$ tahun akan menjadi akumulasi. Perhatikan gambar berikut ini :



Gambar 5. Ilustrasi dana yan terkumpul dengan menggunakan metode retrospektif

Berdasarkan gambar (5), akan didapat persamaan sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} Nilai\ Akumulasi \\ Dana \\ Pada\ Saat\ Usia \\ x+t\ tahun \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Nilai\ Akumulasi \\ Dana\ Inflow \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Nilai\ Akumulasi \\ Dana\ Outflow \end{pmatrix} \quad (2.10.1)$$

$$= (l_x.P.(1+i)^t + l_{x+1}.P.(1+i)^{t-1} + \ldots + l_{x+t-1}.P.(1+i))$$

$$-\left(d_x.1.(1+i)^{t-1} + d_{x+1}.1.(1+i)^{t-2} + \ldots + d_{x+t-1}.1.(1+i)^0\right)$$

Nilai akumulasi dari dana yang terkumpul tersebut merupakan liabilitas (cadangan asuransi) pada saat nasabah berusia $x+t$ tahun. Berdasarkan (2.5.12) dan (2.5.9), dari (2.10.1) akan didapat nilai liabilitas (cadangan asuransi) pada saat $x+t$ sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} Nilai\ Liabilitas \\ (Cadangan\ Asuransi) \\ Pada\ Saat\ Usia \\ x+t\ tahun \end{pmatrix} =$$

$$\left[\frac{(l_x.P(1+i)^t + l_{x+1}.P(1+i)^{t-1} + \ldots + l_{x+t-1}.P(1+i))}{l_x(1+i)^t}\right]$$

$$-\left[\frac{(d_x.1.(1+i)^{t-1} + d_{x+1}.1.(1+i)^{t-2} + \ldots + d_{x+t-1}.1.(1+i)^0)}{l_x(1+i)^t}\right]$$

$$= \left[\frac{P}{v^t}(\,{}_0p_x . v^0 + {}_1p_x . v^1 + \ldots + {}_{t-1}p_x . v^{t-1}\right]$$

$$-\left[\frac{(\,{}_{0|}q_x . v^1 + {}_{1|}q_x . v^2 + \ldots + {}_{t-|}q_x . v^t}{v^t}\right]$$

$$= \frac{P}{v^t} . \sum_{k=0}^{t-1} v^k . {}_kp_x - \frac{1}{v^t} . \sum_{k=0}^{t-1} v^k . {}_{k|}q_x$$

$$\begin{pmatrix} Nilai\ Liabilitas \\ (Cadangan\ Asuransi) \\ Pada\ Saat\ Usia \\ x+t\ tahun \end{pmatrix} = \frac{P.\ \ddot{a}_{x:\overline{t|}}}{v^t} - \frac{1.\ A'_{x:\overline{t|}}}{v^t} \qquad (2.10.2)$$

Selanjutnya jumlah seluruh dana liabilitas pada akhir tahun dibagi sama rata oleh tertanggung yang masih hidup pada saat $x+t$. Bagian untuk setiap nasabah ini disebut cadangan akhir tahun $x+t$ yang di beri simbol ${}_tV_x$. Sehingga persamaan (2.10.2) menjadi :

$${}_tV_x = \frac{P.\ \ddot{a}_{x:\overline{t|}}}{v^t\ .\ {}_kp_x} - \frac{1.\ A'_{x:\overline{t|}}}{v^t\ .\ {}_kp_x} \qquad (2.10.3)$$

Jika benefit yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi adalah sebesar N satuan, maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$${}_tV_x = \frac{P.\ \ddot{a}_{x:\overline{t|}}}{v^t\ .\ {}_kp_x} - \frac{N.\ A'_{x:\overline{t|}}}{v^t\ .\ {}_kp_x} \qquad (2.10.4)$$

Persamaan (2.10.4) merupakan cadangan asuransi jiwa berjangka t tahun yang dihitung secara retrospektif. Selanjutnya, perhitungan cadangan asuransi jiwa lainnya dengan menggunakan metode retrospektif dapat menyesuaikan.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2016/2017

3.2 Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2011 untuk pria dan wanita.

3.3 Metode Penelitian

Pada penelitian ini akan digunakan kontrak asuransi *joint life* dwiguna yang melibatkan pasangan suami istri dengan usia berturut-turut x dan y tahun, dengan pembayaran uang pertanggungan sebagai berikut :

a. Jika setelah masa kontrak berakhir pada t tahun dan kedua peserta asuransi *joint life* masih hidup, yaitu kedua peserta asuransi telah mencapai usia $x + t$ dan $y + t$ tahun, maka akan diberikan uang pertanggungan sebesar Q dan kontrak asuransi berakhir.

b. Jika salah satu peserta asuransi *joint life* meninggal sebelum masa kontrak berakhir pada t tahun, pembayaran premi dihentikan dan pasangannya akan diberikan uang pertanggungan sejumlah premi yang telah dibayarkan. Dan jika pasangannya tetap hidup hingga kontrak berakhir pada t tahun, maka perusahaan asuransi akan memberikan uang pertanggungan sebesar R setiap tahun seumur hidup kepada pasangannya yang masih hidup.

c. Jika x dan y meninggal ditahun yang sama sebelum masa kontrak berakhir pada t tahun, maka ahli waris akan menerima uang pertanggungan sejumlah premi yang telah dibayarkan dan kontrak berakhir.

Berdasarkan kontrak asuransi tersebut, maka langkah-langkah yang digunakan untuk menghitung cadangan premi asuransi *joint life* dwiguna dengan metode retrospektif adalah sebagai berikut :

1. Menentukan formula cadangan premi tahunan pada asuransi *joint life* dengan perhitungan cadangan premi secara retrospektif

Formula cadangan premi tahunan pada asuransi *joint life* dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan :

Cadangan retrospektif pada akhir tahun pertama (R.K Sembiring, 1986) :

$$ {}_1V = \frac{l_x \, . \; P(1+i) - \; 1. d_x}{l_{x+1}} \qquad (3.3.1)$$

dengan :

${}_1V$: cadangan pada akhir tahun pertama

l_x : jumlah orang yang hidup pada usia x tahun

$P(1+i)$: premi yang dibayarkan pada permulaan tahun pertama dan dibungakan selama setahun.

1 : santunan yang dibayarkan

d_x : banyaknya orang berusia x yang meninggal dalam satu tahun

l_{x+1} : banyaknya orang berusia x tahun yang hidup satu tahun kemudian

Cadangan pada akhir tahun kedua :

$$_2V = \frac{\left(l_{x+1} \cdot \ {}_1V + l_{x+1} \cdot \ P\right)(1+i) - \ 1. d_{x+1}}{l_{x+2}} \qquad (3.3.2)$$

Sehingga secara umum cadangan pada akhir tahun t adalah :

$$_tV = \frac{\left(l_{x+t-1} \cdot \ {}_{t-1}V + l_{x+t-1} \cdot \ P\right)(1+i) - \ 1. d_{x+t-1}}{l_{x+t}} \qquad (3.3.3)$$

2. Menghitung mortalitas *joint life* untuk jumlah peserta asuransi dua orang berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 2011

a. Fungsi hidup bersama untuk orang berusia (x) dan (y), berdasarkan persamaan (2.6.1) yaitu :

$$l_{xy} = \ l_x \ \times \ l_y$$

b. Peluang orang berusia (x) dan (y) tahun akan bertahan hidup selama t tahun dengan asumsi saling bebas, berdasarkan persamaan (2.6.3) yaitu:

$$ {}_tp_{xy} = {}_tp_x \cdot {}_tp_y $$

c. Peluang salah satu orang berusia (x) dan (y) tahun akan meninggal t tahun kemudian, berdasarkan persamaan (2.6.5) yaitu :

$$ {}_tq_{xy} = 1 - {}_tp_{xy} $$

3. Menghitung nilai premi tahunan asuransi *joint life*

Langkah-langkah yang akan dilakukan untuk menghitung nilai premi tahunan asuransi *joint life* adalah sebagai berikut :

a. Menghitung nilai anuitas hidup yang ditunda

Anuitas hidup yang ditunda n tahun selama seumur hidup untuk orang berusia (x) tahun, berdasarkan persamaan (2.8.11) yaitu :

$$ {}_{n|}\bar{a}_x = \int_n^{\infty} v^t \,.\, {}_tp_x \; dt $$

sedangkan untuk seseorang yang berusia (y) tahun yaitu :

$$ {}_{n|}\bar{a}_y = \int_n^{\infty} v^t \,.\, {}_tp_y \; dt $$

b. Menghitung nilai anuitas berjangka *joint life*

Nilai anuitas berjangka *joint life* n tahun untuk orang berusia (x) dan (y), berdasarkan persamaan (2.8.10) yaitu :

$$\bar{a}_{xy:\overline{n|}} = \int_0^n v^t \, . \ {}_tp_{xy} \, dt = \frac{1 - \bar{A}_{xy:\overline{n|}}}{\delta}$$

c. Menghitung nilai premi tunggal *joint life endowment* murni

Nilai premi tunggal asuransi *joint life endowment* murni, berdasarkan persamaan (2.9.4) yaitu :

$$\bar{A}_{xy:\overset{1}{\overline{n|}}} = v^n \, . \ {}_np_{xy}$$

d. Menghitung nilai premi tunggal asuransi *joint life* berjangka dengan pembayaran membesar

Nilai premi tunggal untuk asuransi *joint life* berjangka dengan pembayaran membesar, berdasarkan persamaan (2.9.10) yaitu :

$$(\bar{I}\bar{A})^1_{xy:\overline{n|}} = \int_0^n t \, . \ v^t \, . \ {}_tp_{xy} \, . \ \mu_{x+t;y+t} \, dt$$

e. Menghitung nilai premi tahunan asuransi *joint life*

Berdasarkan kontrak asuransi *joint life* dan persamaan (2.9.13) premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna dengan model perhitungan kontinu dapat dirumuskan dengan menggunakan prinsip ekuivalensi, yaitu :

$$P = \frac{Q.\bar{A}_{xy:\overset{1}{\overline{n|}}} + R_x \,.\, {}_{n|}\bar{a}_x \,.\, {}_n q_y + R_y \,.\, {}_{n|}\bar{a}_y \,.\, {}_n q_x}{\bar{a}_{xy:\overline{n|}} - (\bar{I}\bar{A})^1_{xy:\overline{n|}}}$$

4. Menghitung nilai cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna dengan menggunakan formula yang diperoleh pada langkah pertama.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat diperoleh kesimpulan dari tulisan ini yaitu :

1. Formula cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna menggunakan perhitungan cadangan secara retrospektif adalah :

   Cadangan pada akhir tahun pertama :

$$ {}_1V = \frac{l_{xy}\,.P\,(1+i) - 1.P\left(d_{xy}\right)}{l_{x+1:y+1} + l_{x+1}\left(l_y - l_{y+1}\right) + l_{y+1}(l_x - l_{x+1})} $$

   Cadangan pada akhir tahun ke- t :

$$ {}_tV = \frac{\left(k_{t-1}\,.\ {}_{t-1}V + P.\ l_{x+t-1:y+t-1}\right)(1+i) - tP\left(l_{x+t-1:y+t-1} - l_{x+t:y+t}\right)}{k_t} $$

   Cadangan pada akhir tahun ke- $t+1$:

$$ {}_{t+1}V = \frac{\left(k_t\,.\ {}_tV\right)(1+i)}{u_{t+1}} - \frac{Q\left(l_{x+t;y+t}\right)(1+i)}{u_{t+1}} - $$

$$ \frac{R_x(l_{x+t})\left(l_y - l_{y+t}\right)(1+i)}{u_{t+1}} - \frac{R_y\left(l_{y+t}\right)(l_x - l_{x+t})(1+i)}{u_{t+1}} $$

Cadangan pada akhir tahun ke- $\omega - 1$:

$$ {}_{\omega-1}V = \frac{\left(u_{\omega-2}\cdot {}_{\omega-2}V\right)(1+i)}{u_{\omega-1}} - \frac{R_x(l_{x+\omega-2})\left(l_y - l_{y+t}\right)(1+i)}{u_{\omega-1}} $$

$$ - \frac{R_y\left(l_{y+\omega-2}\right)(l_x - l_{x+t})(1+i)}{u_{\omega-1}} $$

2. Nilai cadangan premi tahunan asuransi *joint life* dwiguna dengan menggunakan perhitungan cadangan secara retrospektif untuk santunan sebesar satu satuan pada akhir tahun pertama adalah 0,083169 dan terus membesar hingga cadangan pada akhir tahun ke-20 yaitu sebesar 2,343411. Nilai cadangan pada akhir tahun ke-21 mengalami kenaikan yang signifikan yaitu sebesar 7,401899 dan terus mengecil hingga cadangan akhir tahun ke-31 yaitu sebesar -0,42662. Meskipun nilai cadangan pada akhir tahun usia seumur hidup peserta asuransi adalah negatif, tetapi dalam asuransi nilai tersebut dapat ditafsirkan sama dengan nol.

5.2 Saran

Untuk peminat kajian cadangan pada Asuransi Jiwa dengan produk asuransi *joint life* selanjutnya dapat melakukan penelitian lebih jauh dengan menggunakan formula cadangan metode prosfektif atau dengan menggunakan metode cadangan yang disesuaikan.

DAFTAR PUSTAKA

Bowers, N. L., dkk. 1997. *Actuarial Mathematics.* The Society of Actuaries, United States of America.

Destriani, S. N. & Mara, M. N., 2014. Penentuan Nilai Cadangan Prospektif pada Asuransi Jiwa Seumur Hidup Menggunakan Metode New Jersey. *Buletin Ilmiah Mat.Stat dan Terapannya (BIMASTER)*, 03, pp.7-12.

Frensidy, B., 2010. *Matematika Keuangan*. Salemba Empat, Jakarta.

Frostig, E. B. L., 2003. *The Impact of Statistical Dependence on Multiple Life Insurance Program*. Departement of Statistics, University of Haifa.

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc. Tokyo. Japan.

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc. Tokyo. Japan.

Matvejevs, A. & Matvejevs, A., 2001. Insurance Models for Joint Life and Last Survivor Benefit. *Informatika*, 12(4), pp.547-58

Prihantoro, M. W., 2000. *Aneka Produk Asuransi dan Karakteristiknya*. Kanisius, Yogyakarta.

Sembiring, R.K. 1986. *Asuransi I Modul 1-9*. Karunika Jakarta, Jakarta.

Sertdemir, B. H., 2013. *Multiple Life Insurance*. Dokuz Eylul University, Izmir.