II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Sistem Bilangan Riil

Definisi Bilangan Riil

Sekumpulan bilangan (rasional dan tak-rasional) yang dapat mengukur panjang, bersama-sama dengan negatifnya dan nol dinamakan bilangan bilangan riil (Purcell dan Varberg, 1987).

Definisi Bilangan Rasional

Bilangan-bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk ${}^{m}/_{n}$ dimana m dan n adalah bilangan-bilangan bulat dengan $n \neq 0$ disebut bilangan-bilangan rasional (Purcell dan Varberg, 1987).

Definisi Bilangan Irrasional (Tak-Rasional)

Bilangan irrasional adalah bilangan riil yang jika dinyatakan dalam bentuk desimal, bagian yang tertulis sesudah tanda koma tidak menunjukan perulangan (Budoyo dan Susila, 1995).

Akar kuadrat semua bilangan yang bukan rasional, akar kubik semua bilangan yang bukan dari pangkat tiga suatu bilangan rasional, dan seterusnya, serta bilangan-bilangan lain seperti π, bukan bilangan rasional, dan dinamakan bilangan irrasional (Nasoetion, 1978).

Operasi Bilangan Riil

Dengan dua bilangan riil x dan y, dapat ditambahkan atau dikalikan keduanya untuk memperoleh dua bilangan riil baru $x + y$ dan $x.y$ (biasanya cukup ditulis xy). Penambahan dan perkalian mempunyai sifat-sifat yang selanjutnya disebut sifat-sifat medan.

Sifat-sifat medan :

1. Hukum Komutatif. $x + y = y + x$ dan $xy = yx$
2. Hukum Asosiatif. $x + (y + z) = (x + y) + z$ dan $x(yz) = (xy)z$
3. Hukum Distribusi. $x(y + z) = xy + xz$
4. Elemen-elemen Identitas. Terdapat dua bilangan riil yang berlainan 0 dan 1 yang memenuhi $x + 0 = x$ dan $x.1 = x$
5. Balikan (Invers). Setiap bilangan x mempunyai balikan aditif (disebut juga negatif), $-x$, yang memenuhi $x + (-x) = 0$. Juga setiap bilangan x kecuali 0 mempunyai balikan perkalian (disebut juga kebalikan), x^{-1}, yang memenuhi $x.x^{-1} = 1$.

Pengurangan dan pembagian didefinisikan dengan :

$$x - y = x + (-y)$$

$$\frac{x}{y} = x.y^{-1}$$

(Purcell dan Varberg, 1987).

Definisi Nilai Mutlak

Nilai mutlak suatu bilangan riil x dinyatakan $|x|$ didefinisikan sebagai :

$$|x| = x \qquad \text{jika } x \geq 0$$

$$|x| = -x \qquad \text{jika } x < 0$$

Sifat-sifat nilai mutlak :

1. $|ab| = |a||b|$
2. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
3. $|a + b| \leq |a| + |b|$
4. $|a - b| \geq \big||a| - |b|\big|$

(Purcell dan Varberg, 1987).

Urutan Garis Bilangan Riil

Misal $x < y$ berarti x berada di sebelah kiri y pada garis bilangan riil.

Urutan bilangan-bilangan riil bukan nol secara baik dipisahkan menjadi dua himpunan terpisah, bilangan-blangan riil positif dan bilangan-bilangan riil negatif.

Sifat-sifat Urutan :

1. Trikotomi. Jika x dan y adalah bilangan-bilangan, maka pasti satu diantara berikut berlaku :

   $$x < y \quad \text{atau} \quad x = y \quad \text{atau} \quad x > y$$

2. Ketransitifan. $x < y$ dan $y < z \Rightarrow x < z$
3. Penambahan. $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$
4. Perkalian. Bilangan z positif, $x < y \Leftrightarrow xz < yz$

   Bilangan z negatif, $x < y \Leftrightarrow xz > yz$

(Purcell dan Varberg, 1987).

Teorema 2.1.1

Jumlah suatu bilangan rasional dan tak-rasional adalah tak-rasional.

Bukti :

Jika $x = \frac{m}{n}$ dimana m dan n bilangan bulat

y =bilangan tak-rasional

Misal $x + y$ rasional

$x + y = \frac{p}{q}$ dimana p dan q bilangan bulat

maka $y = \frac{p}{q} - x = \frac{p}{q} - \frac{m}{n} = \frac{np-mq}{nq}$

Ini menunjukan y adalah bilangan rasional, maka bertentangan dengan hipotesis. Teorema terbukti (Purcell dan Varberg, 1987).

2.2 Kartesius 2-dimensi

Kartesius 2-dimensi terdiri dari garis lurus mendatar x dan suatu garis tegak lurus y. Perpotongan sumbu x dan sumbu y disebut titik awal dan ditulis sebagai 0 (0, 0). Tiap titik pada sumbu x disebut absis dan tiap titik pada sumbu y disebut ordinat. Absis dan ordinat disebut koordinat. Suatu titik pada bidang dalam sistem kartesius ditulis dengan $P(x, y)$ dengan x absis dan y ordinat (Panggabean, 2008).

Pandanglah dua titik P dan Q sebarang, masing-masing dengan koordinat (x_1, y_1) dan (x_2, y_2). Bersama dengan R, titik koordinat (x_2, y_1), P dan Q adalah titik sudut sebuah segitiga siku-siku. Panjang PR dan RQ masing-masing $|x_2 - x_1|$ dan $|y_2 - y_1|$. Jarak antara P dan Q yaitu :

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(Purcell, Rigdon dan Varberg, 2003)

2.3 Kartesius 3-dimensi

Tiga garis koordinat yang saling tegak lurus (sumbu x, y, z), dengan titik 0 yang sama disebut titik asal (Purcell dan Varberg, 1987).

Teorema 2.3.1

Dua titik $P_1(x_1, y_1, z_1)$ dan $P_2(x_2, y_2, z_2)$ dalam ruang dimensi tiga dimana $(x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2, z_1 \neq z_2)$ jarak dalam ruang dimensi tiga :

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Bukti :

Pandanglah P_1 dan P_2 dalam ruang dimensi tiga menentukan balok genjang, dengan P_1 dan P_2 sebagai titik sudut yang berlawanan dan dengan sisi-sisi sejajar terhadap sumbu-sumbu koordinat, segitiga P_1RQ dan P_1QP_2 adalah segitiga siku-siku, maka :

$$|P_1P_2|^2 = |P_1Q|^2 + |QP_2|^2$$

dan

$$|P_1Q|^2 = |P_1R|^2 + |RQ|^2$$

jadi

$$|P_1P_2|^2 = |P_1R|^2 + |RQ|^2 + |QP_2|^2$$

$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

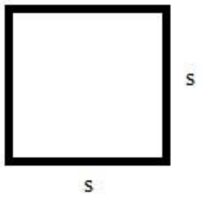
Terbukti.

(Purcell dan Varberg, 1988)

2.4 Luas

Luas merupakan besaran yang menyatakan ukuran dua dimensi suatu bagian permukaan yang dibatasi dengan jelas. Berikut ini rumus luas dari beberapa bentuk bangun dua dimensi.

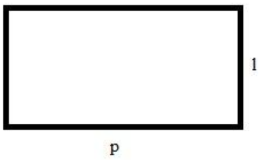
2.4.1 Persegi



Gambar 1. Persegi

$L = s^2$ di mana L adalah luas persegi dan s adalah panjang sisi

2.4.2 Persegi Panjang



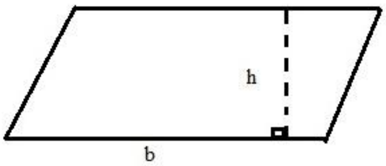
Gambar 2. Persegi Panjang

$L = p.l$ di mana L : luas persegi panjang

p : panjang sisi dan l : lebar sisi

(Hidayat, 1994).

2.4.3 Jajaran Genjang



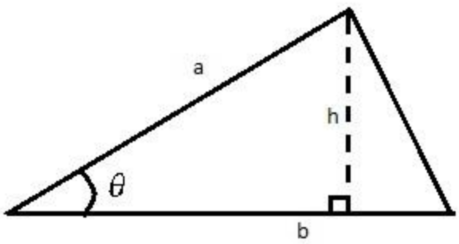
Gambar 3. Jajaran Genjang

$L = b.h$ di mana L : luas jajaran genjang

b : panjang sisi bawah

h : panjang sisi tegak lurus b (tinggi)

2.4.4 Segitiga



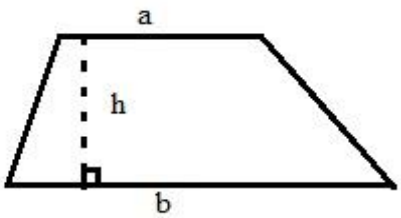
Gambar 4. Segitiga

$L = \frac{1}{2} b.h$ di mana L : luas segitiga

b : panjang sisi bawah

h : panjang sisi tegak lurus b (tinggi)

2.4.5 Trapesium



Gambar 5. Trapesium

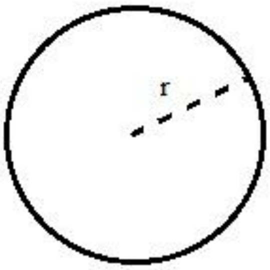
$L = \frac{a+b}{2} h$ di mana L : luas trapesium

a : panjang sisi atas

b : panjang sisi bawah

h : panjang sisi tegak lurus b (tinggi)

2.4.6 Lingkaran



Gambar 6. Lingkaran

$L = \pi r^2$ di mana L : luas lingkaran

π : 3,14 atau $^{22}/_{7}$

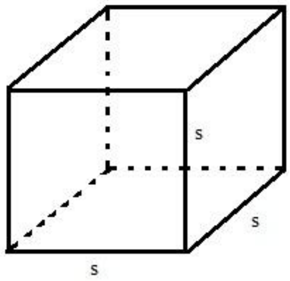
r : jari-jari lingkaran

(Purcell dan Varberg, 1987)

2.5 Volume

Volume merupakan penghitungan seberapa banyak ruang yang bisa ditempati dalam suatu objek. Berikut ini rumus volume dari beberapa bangun ruang.

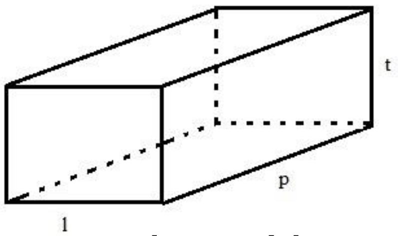
2.5.1 Kubus



Gambar 7. Kubus

$V = s^3$ di mana V : volume kubus ; s : panjang sisi

2.5.2 Balok



Gambar 8. Balok

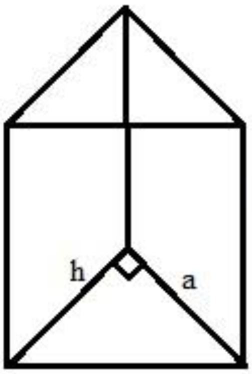
$V = p.l.t$ di mana V : volume balok

p : panjang sisi alas

l : lebar sisi alas

t : tinggi balok

2.5.3 Prisma Segitiga



Gambar 9. Prisma Segitiga

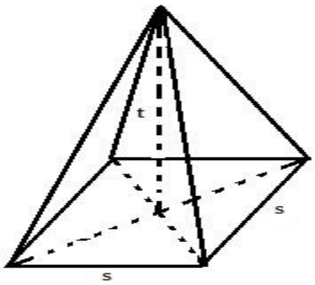
$V = \frac{1}{2} a.h.t$ di mana V : volume prisma segitiga

a : panjang alas segitiga

h : tinggi alas segitiga

t : tinggi prisma

2.5.4 Limas Segiempat



Gambar 10. Limas Segiempat

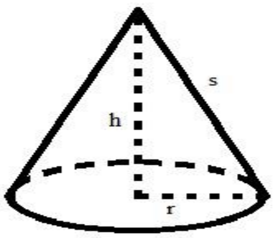
$V = \frac{1}{3} s.s.t$ di mana V : volume limas segiempat

s : panjang sisi alas

t : tinggi limas

(Hidayat, 1994).

2.5.5 Kerucut



Gambar 11. Kerucut

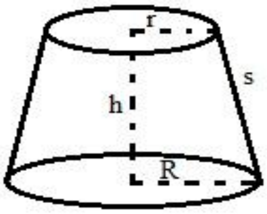
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ di mana V : volume kerucut

π : 3,14 atau $^{22}/_{7}$

r : jari-jari lingkaran

h : tinggi kerucut

2.5.6 Kerucut Tegak Terpancung



Gambar 12. Kerucut Tegak Terpancung

$V = \pi(r^2 + rR + R^2)h$ di mana V : volume kerucut tegak terpancung

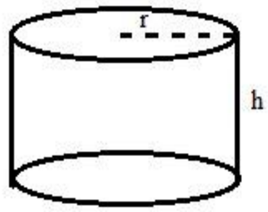
π : 3,14 atau $^{22}/_{7}$

r : jari-jari lingkaran atas

R : jari-jari lingkaran alas

h : tinggi kerucut tegak terpancung

2.5.7 Silinder (Tabung)



Gambar 13. Silinder (Tabung)

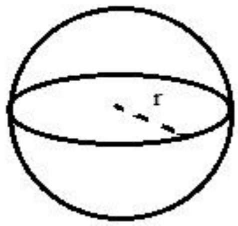
$V = \pi r^2 h$ di mana V : volume tabung

π : 3,14 atau $^{22}/_{7}$

r : jari-jari lingkaran alas

h : tinggi silinder

2.5.8 Bola



Gambar 14. Bola

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ di mana V : volume bola

π : 3,14 atau $^{22}/_{7}$

r : jari-jari bola

(Purcell dan Varberg, 1987)