METODE PERAMALAN MENGGUNAKAN MODEL VARIASI KALENDER

SKRIPSI

Oleh

Karindha Feka Ayu

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

ABSTRACT

METHOD OF FORECASTING USING CALENDAR VARIATION MODEL

Oleh

Karindha Feka Ayu

The aim of this study is to find the best model to forecast the inflation in Indonesia. The model used for this study is calendar variation model. Calendar variation model is technique that combines ARIMA modeling and *dummy* regression. Calendar variation is a cylical pattern with varying periods due to different calendar date position for each year. The best model choose based on the criteria of Schwarz Bayesian Criterion (SBC). From the analysis the best model is ARIMA (1,0,0) $D_t\, D_{t-1}$ is the best model to forecast the number of inflation in Indonesia in the future.

Keywords : ARIMA, *Dummy regression*, Calendar Variation Model , Forecasting

ABSTRAK

METODE PERAMALAN MENGGUNAKAN MODEL VARIASI KALENDER

Oleh

Karindha Feka Ayu

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model terbaik untuk meramalkan jumlah inflasi di Indonesia. Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model variasi kalender. Model variasi kalender merupakan teknik pemodelan yang mengkombinasikan model ARIMA dan model regresi *Dummy*. Variasi kalender merupakan pola berulang dengan panjang periode yang bervariasi akibat pengaruh penanggalan kalender yang berbeda-beda setiap tahunnya. Model terbaik dipilih berdasarkan *Schwarz Bayesian Criteria* (SBC). Dari hasil analisa didapat model terbaik yaitu ARIMA (1,0,0) D_t D_{t-1} yang dapat digunakan untuk meramalkan jumlah inflasi di Indonesia pada masa yang akan datang.

Kata kunci: ARIMA, Regresi *Dummy,* model variasi kalender , Peramalan

METODE PERAMALAN MENGGUNAKAN MODEL VARIASI KALENDER

Oleh

Karindha Feka Ayu

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Lampung

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
2017

Judul Skripsi	: **METODE PERAMALAN MENGGUNAKAN MODEL VARIASI KALENDER**
Nama Mahasiswa	: *Karindha Feka Ayu*
No. Pokok Mahasiswa	: 1317031045
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Drs. Nusyirwan, M.Si.
NIP 19661010 199205 1 001

Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.
NIP 19760411 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Drs. Nusyirwan, M.Si.** ....

Sekretaris : **Dr. Asmiati, S.Si., M.Si.** ....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D.** ....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **20 September 2017**

PERNYATAAN SKRIPSI MAHASISWA

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : **Karindha Feka Ayu**

Nomor Pokok Mahasiswa : **1317031045**

Jurusan : **Matematika**

Fakultas : **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul **"Metode Peramalan Menggunakan Model Variasi Kalender"** merupakan hasil karya saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya bukan merupakan hasil yang telah dipublikasikan atau ditulis orang lain atau telah dipergunakan dan diterima sebagai persyaratan penyelesaian studi pada universitas atau institut lain.

Bandar Lampung, September 2017
Penulis,

METERAI TEMPEL
6FDFBAEF686812856
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Karindha Feka Ayu
NPM. 1317031045

RIWAYAT HIDUP

Penulis yang dilahirkan di Sindangsari, Lampung Selatan pada tanggal 05 Februari 1995, merupakan anak pertama dari tiga bersaudara, dari Bapak Idhamsyah, M.Pd. dan Ibu Kamti Rahayu, S.Pd.

Menempuh pendidikan di Taman Kanak-Kanak Dewi Sartika dari tahun 1999-2001, Pendidikan Sekolah Dasar di SDN 1 Sukabumi Bandar Lampung pada tahun 2001-2007, Sekolah Menengah Pertama di SMPN 4 Bandar Lampung pada tahun 2007-2010, dan menyelesaikan Sekolah Menengah Atas di SMA YP Unila Bandar Lampung pada tahun 2010-2013.

Tahun 2013, penulis terdaftar sebagai sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif menjadi anggota biro dana dan usaha Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) Unila 2013-2015. Pada Januari 2016, penulis melaksanakan kegiatan Kerja Praktik di Bank Syariah Mandiri Bandar Lampung. Selanjutnya pada Januari 2017 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Kedatuan, Kecamatan Bekri, Kabupaten Lampung Tengah.

KATA INSPIRASI

“Kesenangan dalam sebuah pekerjaan membuat kesempurnaan pada hasil yang dicapai”
(Aristoteles)

“Dan bersabarlah kamu, sesungguhnya janji allah adalah benar”
(Q.S Ar-Rum :60)

“Usaha akan membuahkan hasil setelah seseorang tidak menyerah”
(Napoleon Hill)

“Percaya bahwa hidup itu pantas dijalani dan kepercayaan anda akan membantu anda membuat kenyataan hidup anda”
(William James)

“Orang sukses akan mengambil keuntungan dari kesalahan dan mencoba lagi dengan cara yang berbeda”
(Dale Carnegie)

Dengan mengucap Alhamdulillah, puji dan syukur kepada Allah SWT. atas berkat, rahmat, dan karunia-Nya, serta kepada suri tauladan Nabi Muhammad SAW. Yang menjadi pedoman hidup dalam berikhtiar.

Kupersembahkan sebuah karya sederhana ini untuk :

Ayahanda Idhamsyah & Ibunda Kamti Rahayu

Terimakasih Ayah, Bunda atas semua limpahan kasih sayang, perjuangan, pengorbanan, doa, dan dukungan kalian selama ini. Karena atas ridho kalianlah Allah memudahkan setiap langkah-langkah yang kutapaki.

Saudara & Sahabat Tersayang

Adik-adikku Adhiyaksa, Adhitya, dan Sahabat yang selalu memberikan dukungan, saran, semangat, bantuan, bahkan kritikan yang membangun.

Dosen pembimbing dan dosen penguji yang selalu memberikan arahan dan dukungan kepada penulis.

Serta,

Almamater tercinta yang turut andil dalam pembentukan karakter pribadi menjadi lebih dewasa dalam berpikir, bertutur kata, dan bertindak.

SANWACANA

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan sebaik-baiknya. Shalawat dan salam semoga selalu tercurah kepada nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi kita.

Skripsi dengan judul "*Metode Peramalan Menggunakan Model Variasi Kalender*" adalah salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Matematika di Universitas Lampung.

Dengan ketulusan hati penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Nusyirwan, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama atas kesediaannya untuk membimbing, dan mengarahkan penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini.
2. Ibu Dr. Asmiati, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Kedua atas kesediaannya untuk memberikan pengarahan dalam proses penyelesaian skripsi ini;
3. Ibu Ir. Netti Herawati, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji atas kesediaannya untuk memberikan, arahan, dan saran dalam proses penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Drs. Eri Setiawan M.Si. selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis selama mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung.
5. Ibu Dra. Wamiliana, MA., Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan F Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Seluruh dosen, staff dan, karyawan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Lampung atas bimbingan beserta ilmu yang telah diberikan selama masa perkuliahan.
8. Ayah, Ibu dan adik-adikku yang telah mencurahkan seluruh kasih sayang tulus dan tiada henti mengucap doa serta memberikan dukungan kepada penulis.
9. Sahabat seperjuangan Suci, Heni, Vinny, Sinta, Zefni, dan Eky yang selalu memberikan dukungan dan berbagi suka dan duka.
10. Sahabat-sahabatku tercinta Henny, Afida, Dyah, Lena, dan Fenny yang selalu memberikan Canda tawa dan semangat sampai saat ini.
11. Teman seperjuangan Fahmi, Septina, Evi, Rasyid, Budi, dan, Annisa yang selalu memberikan masukan dan motivasi.
12. Teman-teman Matematika 2013 atas bantuan, semangat dan rasa kekeluargaan yang telah diberikan.
13. Seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu, atas peran dan dukungannya dalam menyusun laporan ini.

Akhir kata, Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan, akan tetapi sedikit harapan semoga skripsi yang sederhana ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua. Amiin.

Bandar Lampung, September 2017

Penulis,

Karindha Feka Ayu

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR iii

DAFTAR TABEL vi

I. PENDAHULUAN **1**

1.1 Latar Belakang dan Masalah 1
1.2 Tujuan Penelitian 2
1.3 Manfaat Penelitian 2

II. TINJAUAN PUSTAKA **3**

2.1 Regresi *Dummy* 3
2.2 Analisis Deret Waktu 3
2.3 Stasioneritas 4
2.4 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial 4
2.4.1 Fungsi Autokorelasi 5
2.4.2 Fungsi Autokorelasi Parsial 7
2.5 Model Deret Waktu Box Jenkins 12
2.5.1 Proses *Autoregressive* 12
2.5.2 Proses *Moving-Average* 13
2.5.3 Proses *Autoregressive Moving-Average* 15
2.5.4 Proses *Autoregressive Integrated Moving-Average* 15
2.6 Model Variasi Kalender 16
2.7 Estimasi Parameter Model Variasi Kalender 17
2.8 Proses *White Noise* 21
2.9 Uji *Augmented Dickey-Fuller* 22
2.10 Homoskedastisitas 23
2.11 Pemilihan Model Terbaik 23

III. METODOLOGI PENELITIAN 24

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 24
3.2 Data Penelitian 24
3.3 Metode Penelitian 25

IV. HASIL DAN PEMBAHASAAN 27

4.1 Identifikasi 27
4.2 Identifikasi Variabel *Dummy* 28
4.3 Uji Signifikansi Parameter Menggunakan Metode Regresi 29
4.4 Pengujian Asumsi *White Noise* 31
4.5 Uji Stasioneritas 32
4.6 Identifikasi Model Variasi Kalender 34
4.7 Estimasi Model Variasi Kalender 36
4.8 Uji Kecocokan Model 41
4.9 Uji ARCH Lagrange Multiplier 42
4.10 Pemilihan Model Terbaik 44
4.11 Peramalan 44

V. KESIMPULAN 45

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. *Time Series Plot* Inflasi di Indonesia Tahun 2006-2016 27
2. *Time Series Plot* Stasioneritas Inflasi di Indonesia Tahun 2006-2016 33
3. Grafik ACF dari *Residua*l Model Efek Kalender... 35
4. Grafik PACF dari *Residua*l Model Efek Kalender 35

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Inflasi di Indonesia 2006-2016 24
2. Hasil Estimasi Model Regresi *Dummy* dengan Parameter β_0, β_1, β_2, β_3, β_4. 29
3. Hasil Estimasi Model Regresi *Dummy* dengan Parameter β_0, β_1, β_2 30
4. Hasil Uji *White Noise* Regresi *Dummy* 33
5. Hasil Uji *Augmented Dickey Fuller* 34
6. Hasil Estimasi Parameter Dugaan Sementara 36
7. Hasil Uji *White Noise* Model Variasi Kalender 42
8. Hasil Uji ARCH *Lagrange Multiplier* 42
9. Hasil Nilai SBC 43
10. Hasil Peramalan Periode Januari- Desember 2017 44

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Model variasi kalender merupakan teknik pemodelan yang mengkombinasikan model ARIMA dan model Regresi. Variasi kalender merupakan pola berulang dengan panjang periode yang bervariasi akibat pengaruh penanggalan kalender yang berbeda-beda setiap tahunnya. Salah satu parameter yang dapat menjadi tolak ukur adalah inflasi di Indonesia

Inflasi adalah kecenderungan naiknya harga barang dan jasa pada umumnya yang berlangsung secara terus menerus. Jika inflasi meningkat, maka harga barang dan jasa di dalam negeri mengalami kenaikan. Naiknya harga barang dan jasa tersebut menyebabkan turunnya nilai mata uang . Inflasi dapat juga diartikan sebagai penurunan nilai mata uang terhadap nilai barang dan jasa secara umum.

Hal ini disebabkan karena mayoritas masyarakat Indonesia merupakan masyarakat yang sangat konsumtif serta menginginkan hal yang praktis dan instan. Sehingga ketika permintaan jelang hari raya meningkat dan persediaan kurang atau tidak bertambah, maka kenaikan harga pasti akan terjadi.

Peningkatan inflasi di Indonesia menjelang lebaran memiliki corak tersendiri. Adanya pencilan pada periode yang bervariasi ini menyebabkan data tidak stasioner, sehingga pemodelan ARIMA biasa kurang cocok untuk data deret waktu seperti ini. Salah satu metode pemodelan deret waktu yang datanya tidak stasioner yang disebabkan oleh adanya data pencilan karena kegiatan tertentu dapat menggunakan model variasi kalender.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bentuk model variasi kalender yang sesuai untuk menggambarkan dan menjelaskan perilaku dan pola dataInflasi di Indonesia. Selain itu dapat juga meramalkan inflasi di Indonesia di waktu mendatang.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh model terbaik dan memprediksi atau meramalkan Inflasi di Indonesia.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Dapat mengetahui tahap-tahap analisis deret waktu dengan model variasi kalender.
2. Dapat memperoleh model terbaik untuk model deret waktuyang sesuai untuk menggambarkan dan menjelaskan pola Inflasi di Indonesia
3. Dapat meramalkan Inflasi di Indonesia pada masa yang akan datang.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Regresi *Dummy*

Metode regresi *dummy* adalah salah satu metode yang mengkuantitatifkan atribut yang bersifat kualitatif dengan cara membentuk variabel yang sifatnya artificial *(dummy*) kedalam model persamaan regresi dengan cara memberi nilai 1 atau 0. Nilai 1 menunjukkan adanya atribut sedangkan 0 menunjukkan tidak adanya atribut. Suatu model regresi *dummy* dengan *m* variable *predictor* kualitatif dapat ditulis dalam bentuk :

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 D_{1t} + \beta_2 D_{2t} + \cdots + \beta_m D_{mt} + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

dengan β_0 adalah intersep dan $\beta_{1,}\beta_{2,\ldots,}\beta_m$ adalah koefisien parameter, dimana ε_t adalah residual model regresi *dummy* (Gujarati, 1978).

2.2 Analisis Deret Waktu

Deret Waktu merupakan serangkaian observasi terhadap suatu variabel yang diambil secara beruntun berdasarkan interval waktu yang tetap (Wei, 2006).

Rangkaian data pengamatan deret waktu dinyatakan dengan variabel x_t dimana t adalah indeks waktu dari urutan pengamatan.

2.3 Stasioneritas

Stasioneritas berarti bahwa tidak terdapat perubahan dratis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktusi tersebut. Stasioneritas dibagi menjadi 2 yaitu :

1. Stasioneritas dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi berikut. Dari bentuk plot data seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Apabila dilihat dari plot fungsi autokorelasi, maka nilai- nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun menuju nol sesudah time *lag* (selisih waktu) kelima atau keenam.
2. Sebuah data deret waktu dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-berubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot deret waktu, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu (Wei, 2006).

2.4 Fungsi Autokorelasi dan Fungsi Autokorelasi Parsial

Dalam metode deret waktu, alat utama untuk mengidentifikasi model dari data yang akan diramalkan adalah dengan menggunakan *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF).

2.4.1 Fungsi Autokorelasi

Dari proses stasioner suatu data deret waktu (x_t) diperoleh E(x_t) = μ dan variansi Var (x_t) = E ($x_t - \mu)^2 = \sigma^2$, yang konstan dan covarian Cov ($x_{t,} x_{t+k,}$), yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t-(t-k)|$. Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai covarian antara x_t dan x_{t+k} sebagai berikut :

$$\gamma = Cov\left(x_{t,} x_{t+k}\right) = E(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)$$

dan korelasi antara x_t dan x_{t+k} didefinisikan sebagai

$$\rho_k = \frac{Cov\left(x_{t,} x_{t+k}\right)}{\sqrt{Var\ (x_t) \text{Var}\ (x_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_o}$$

dengan notasi $Var\ (x_t)$ dan $Var\ (x_{t+k})$ = γ_o. Sebagai fungsi k, $\gamma_k$disebut fungsi autokovarian dari ρ_k disebut fungsi autokorelasi. Dalam analisis deret waktu, γ_k dan ρ_k menggambarkan kovarian dan korelasi antara x_t dan x_{t+k} dari proses yang sama, hanya dipisahkan *lag* ke-k.

Fungsi autokorelasi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k memiliki sifat-sifat sebagai berikut:

1. $\gamma_0 = Var\ (x_t)\ ;\ \rho_0 = 1$
2. $|\gamma_k| = \leq \gamma_0\ ;\ |\rho_k|\ \leq 1$
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$ untuk semua k, γ_k dan ρ_k adalah fungsi yang sama dan simetrik *lag* k=0. Sifat tersebut diperoleh dari perbedaan waktu antara $x_t$dan x_{t+k}. Oleh sebab itu, fungsi autokorelasi sering hanya diplotkan untuk *lag* non negatif plot tersebut korrelogram (Wei, 2006).

Pendugaan koefisien (ρ_k) adalah dugaan dari koefisien autokorelasi secara teoritis yang bersangkutan. Galat baku dari distribusi sampling adalah akar dari penduga variansnya.

Pengujian koefisien autokorelasi :

$H_0 = \rho_k = 0$ (Koefisien autokorelasi tidak berbeda secara signifikan)

$H_0 = \rho_k \neq 0$ (Koefisien autokorelasi berbeda secara signifikan)

Stasistik uji : $t = \frac{\rho_k}{SE\rho_k}$

dengan :

$$\rho_k = \frac{Cov\left(x_{t,} x_{t+k}\right)}{\sqrt{Var\ (x_t)\mathrm{Var}\ (x_{t+k})}} \qquad \text{dan} \qquad \mathrm{SE}(\rho_k) = \sqrt{\frac{1+2\sum_{j=1}^{k-1} r_j^2}{T}}$$

SE(ρ_k) : *standard error* autokorelasi pada *lag* ke k

ρ_k : autokorelasi pada saat *lag* ke k

k : time *lag*

T : banyaknya observasi dalam data deret waktu

Kriteria keputusan :

Tolak H_0 jika nilai $\left|t_{hitung}\right| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas *df* = T-1, T merupakan banyaknya data dan k adalah *lag* koefisien autokorelasi yang diuji (Pankratz, 1991).

2.4.2. Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara x_t dan x_{t+k}, apabila pengaruh dari *time lag* 1,2,3,...., dan seterusnya sampai k-1 dianggap terpisah. Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk fungsi autokorelasi parsial yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut. Fungsi autokorelasi parsial dapat dinotasikan dengan :

$$\text{Corr}\ (x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, x_{t+3}, \ldots., x_{t+k}).$$

Misalkan x_t adalah proses yang stasioner dengan E $(x_t) = 0$, selanjutnya x_{t+k} dapat dinyatakan sebagai model linier.

$$x_{t+k} = \emptyset_{k1} x_{t+k-1} + \emptyset_{k2} x_{t+k-2} + \ldots. + \emptyset_{kk} x_t + \varepsilon_{t+k} \qquad (2.2)$$

dengan $\emptyset_k$ adalah parameter regresi ke-i dan ε_{t+k} adalah nilai kesalahan yang tidak berkorelasi dengan x_{t+k-j} dengan j = 1,2,...,k. Untuk mendapatkan nilai fungsi autokorelasi parsial, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.2) dengan x_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh :

$$x_{t+k-j} x_{t+k} = \emptyset_{k1} x_{t+k-1}\, x_{t+k-j} + \emptyset_{k2} x_{t+k-2}\, x_{t+k-j} + \ldots + \emptyset_{kk} x_t\, x_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k} x_{t+k-j}$$

selanjutnya nilai harapan adalah

$$\text{E}\ (x_{t+k-j} x_{t+k}) = \text{E}(\emptyset_{k1} x_{t+k-1}\, x_{t+k-j} + \emptyset_{k2} x_{t+k-2}\, x_{t+k-j} + \ldots + \emptyset_{kk} x_t\, x_{t+k-j} + \varepsilon_{t+k} x_{t+k-j}$$

dimisalkan nilai E$(x_{t+k-j} x_{t+k}) = \gamma_{j,}$ j = 0,1,…,k dan karena E $(\varepsilon_{t+k} x_{t+k-j})$ = 0, maka diperoleh

$$\gamma_j = \emptyset_{k1}\gamma_{j-1} + \emptyset_{k2}\gamma_{j-2} + \ldots + \emptyset_{kk}\gamma_{j-k} \tag{2.3}$$

Persamaan (2.3) dibagi dengan γ_0

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \emptyset_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \emptyset_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \cdots + \emptyset_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0}$$

diperoleh

$\rho_j = \emptyset_{k1}\rho_{j-1} + \emptyset_{k2}\rho_{j-2} + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{j-k},$ j= 1,2,3,….,k

diberikan $\rho_0 = 1$.

Untuk j = 1,2,3,…,k didapatkan sistem persamaan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \emptyset_{k1}\rho_0 + \emptyset_{k2}\rho_1 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-1} \\ \rho_2 &= \emptyset_{k1}\rho_1 + \emptyset_{k2}\rho_0 + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_{k-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \emptyset_{k1}\rho_{k-1} + \emptyset_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \emptyset_{kk}\rho_0, \end{aligned} \tag{2.4}$$

Sistem persamaan (2.4) dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan Cramer. Persamaan (2.4) untuk j =1,2,3,…,k digunakan untuk mencari nilai-nilai fungsi autokorelasi parsial *lag* k yaitu $\emptyset_{k1}, \emptyset_{k2,..,}\emptyset_{kk}$.

a. Untuk *lag* pertama (k =1) dan (j =1) diperoleh sistem persamaan sebagai berikut :

   $\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = 1$ sehingga $\rho_1 = \emptyset_{11}$ yang berarti bahwa fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan fungsi autokorelasi pada *lag* pertama.

b. Untuk lag kedua (k=2) dan (j=1,2) diperoleh sistem persamaan.

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 \\ \rho_1 &= \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Persamaan (2.5) jika ditulis dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_{11} \\ \emptyset_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

A = $\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dan dengan menggunakan Cramer diperoleh.

$$\emptyset_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

c. Untuk *lag* ketiga (k =3) dan (j = 1,2,3) diperoleh sistem persamaan.

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2$$

$$\rho_2 = \emptyset_{11}\rho_1 + \emptyset_{22}\rho_0 + \emptyset_{33}\rho_1$$

$$\rho_3 = \emptyset_{11}\rho_2 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33} \quad (2.6)$$

Persamaan (2.6) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_{11} \\ \emptyset_{22} \\ \emptyset_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$$

A = $\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$ dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\emptyset_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

d. Untuk *lag* j = 1,2,3,…,k diperoleh sistem persamaannya adalah

$$\rho_1 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2 + \ldots + \emptyset_{kk}\rho_{k-1}$$

$$\rho_2 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2 + \ldots + \emptyset_{kk}\rho_{k-2}$$

$$\rho_3 = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2 + \ldots + \emptyset_{kk}\rho_{k-3} \tag{2.7}$$

$$\rho_k = \emptyset_{11}\rho_0 + \emptyset_{22}\rho_1 + \emptyset_{33}\rho_2 + \ldots + \emptyset_{kk}\rho_0.$$

Persamaan (2.7) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots\rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots \quad \rho_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \emptyset_{11} \\ \emptyset_{22} \\ \emptyset_{33} \\ \vdots \\ \emptyset_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan aturan Cramer diperoleh

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots\rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots \quad \rho_k \end{bmatrix}$$

nilai autokorelasi parsial *lag* k hasilnya adalah

$$\emptyset_{kk} = \frac{\det(A_{k)}}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \ldots\rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \ldots\rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots\rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots\rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \ldots\rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots\rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \quad \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots \quad 1 \end{vmatrix}}$$

dengan $\emptyset_{kk}$ disebut fungsi autokorelasi parsial antara $x_t$dan x_{t+k}.

Fungsi autokorelasi parsial.

$$\emptyset_{kk} = \begin{cases} 1 \; k = 0 \\ 0 \; k \neq 0 \end{cases}$$

Jadi diperoleh autokorelasi parsial dari x_t pada lag k didefinisikan sebagai.

$$\emptyset_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \dots \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots \rho_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \dots \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots \rho_{k-2} \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \cdots \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots 1 \end{vmatrix}}$$

Himpunan dari $\emptyset_{kk}\{\emptyset_{kk}; k = 1,2,..\}$, disebut sebagai fungsi autokorelasi parsial. Fungsi $\emptyset_{kk}$ menjadi notasi standar untuk autokorelasi parsial antara observasi x_t dan x_{t+k} dalam analisis deret waktu. Fungsi $\emptyset_{kk}$ akan bernilai nol untuk k > p. Sifat ini dapat digunakan untuk identifikasi model *Autoregressive* dan *Moving Averange* , yaitu pada model *Autoregressive* berlaku fungsi autokorelasi akan menurun secara bertahap menuju nol dan *Moving Averange* berlaku fungsi autokorelasi menuju ke-0 setelah *lag* ke-q, sedangkan nilai fungsi autokorelasi parsial model *Autoregressive* yaitu $\emptyset_{kk}$= 0, k > p dan model *Moving Averange* yaitu $\emptyset_{kk} = 0$, k > q.

Hipotesis untuk menguji koefisien autokorelasi parsial adalah sebagai berikut

$H_0 = \emptyset_{kk} = 0$

$H_1 = \emptyset_{kk} \neq 0$

Taraf singnifikansi : $\alpha = 5\%$

Stasistik uji t = $\frac{\emptyset_{kk}}{SE(\emptyset_{kk})}$

dengan:

SE ($\emptyset_{kk}$) = $\frac{1}{T}$

Kriteria keputusan :

Tolak H_0 jika nilai $|t_{hitung}| > t_{\alpha/2,df}$ dengan derajat bebas *df* = T-1, T merupakan banyaknya data dan k adalah *lag* autokorelasi parsial yang akan diuji (Wei, 2006).

2.5 Model Deret Waktu Box Jenkins

Menurut Box dan Jenkins (1976), adapun macam-macam model *time series* diantaranya model *autoregressive* (AR), *moving-average* (MA), *autoregressive moving-average* (ARMA), dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

2.5.1 Proses *Autoregressive* (AR)

Bentuk umum orde ke-p model *Autoregressive* adalah

$$x_t = \delta + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2.8}$$

dengan ε_t *white noise*. Persamaan (2.8) dapat juga ditulis

$$\phi(\mathrm{B})\, x_t = \delta + \varepsilon_t$$

untuk *Autoregressive* (p) stasioner

$$\mathrm{E}\,(x_t) = \mu = \frac{\delta}{1-\phi_1-\phi_1-\cdots-\phi_p}$$

dan

$$\gamma_y(k) = cov\,(x_t, x_{t-k})$$

$$= cov(\delta + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t x_{t-k}$$

$$= \sum_{i=1}^{p} \phi_1\ cov\,(x_t, x_{t-k}) + cov(\varepsilon_t x_{t-k})$$

$= \sum_{i=1}^{p} \phi_1 \ \gamma_y(k-1) + \begin{cases} \sigma^2, jika\ k = 0 \\ 0, jika\ k > 0 \end{cases}$

kemudian diperoleh

$$\gamma_y(0) = \sum_{i=1}^{p} \phi_1 \ \gamma_y(i) + \sigma^2$$

$$\Rightarrow \quad \gamma_y(0)\left[1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_1 \ \rho_y(i)\right] = \sigma^2.$$

Hasil pembagian persamaan (2.8) dengan $\gamma_y(0)$ untuk k > 0 dapat digunakan untuk mencari nilai fungsi autokorelasi pada proses *Autoregressive* (p) yang memenuhi persamaan *Yule-Walker*. $\rho_y(k) = \sum_{i=1}^{p} \phi_1 \ \gamma_y(k-i)$ k = 1,2,…

(Montgomery dkk, 2008).

2.5.2 Proses *Moving-Average* (MA)

Model *Moving-Average* dengan order q dinotasikan *Moving-Average* (q) didefinisikan sebagai :

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \theta_3\varepsilon_{t-3} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q}\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

dengan :

x_t : nilai variabel pada waktu ke-t

ε_t : nilai-nilai *error* pada waktu ke-t

θ_i : koefisien regresi, i: 1,2,3,…,q

q : order *moving average*

persamaan di atas dapat ditulis dengan operator *backshif*t (B), menjadi :

$$x_t = \mu + \left(\theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right)\varepsilon_t$$

$$= \mu + (1 - \textstyle\sum_{i=1}^{q} \theta_i \ B^i) \ \varepsilon_t$$

$= \mu + \Theta(B)\ \varepsilon_t$(2.11)

dengan $\Theta(B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} \theta_i\ B^i$.

Karena ε_t *white noise*, nilai harapan *Moving average* (q) adalah

$$E\ (x_t) = E(\mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \theta_3\varepsilon_{t-3} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t+q})$$

$$= \mu$$

dan varian

$$\text{Var}\ (x_t) = \gamma_y(0) = Var\ (\mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \theta_3\varepsilon_{t-3} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t+q})$$

$$= \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2)$$

dengan cara yang sama diperoleh nilai autokovarian pada *lag* k

$$\gamma_y(k) = cov\ (x_t, x_{t-k})$$

$$= E[(\mu + \varepsilon_t - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_2\varepsilon_{t-2} - \theta_3\varepsilon_{t-3} - \cdots - \theta_q\varepsilon_{t-q})(\mu + \varepsilon_{t+k} - \theta_1\varepsilon_{t+k-1} - \cdots - \theta_1\varepsilon_{t+k-q)]}$$

$$= \begin{cases} \sigma^2\left(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \ldots + \theta_{q-k}\theta_q\right), & k = 1,2,3,\ldots q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

diperoleh nilai autokorelasi pada *lag* k yaitu

$$\rho_y(k) = \frac{\gamma_y(k)}{\gamma_y(0)} = \begin{cases} \dfrac{\left(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \ldots + \theta_{q-k}\theta_q\right),\ k = 1,2,3,\ldots q}{(1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2)} \\ 0 \qquad\qquad k > q \end{cases}$$

Dari bagian ini diperoleh bahwa nilai fungsi autokorelasi sangat membantu mengidentifikasi model *Moving Average* dan order *cut off* tepat setelah *lag* q (Montgomery dkk, 2008).

2.5.3 Proses *Autoregressive Moving –Average* (ARMA)

Model *Autoregressive Moving –Average* merupakan bentuk model deret waktu linier yang mengidentifikasi persamaan regresinya menggunakan nilai masa lalunya atau kombinasi nilai masa lalu dan *error* masa lalunya.

Misalkan $\{x_t\}$ adalah proses stasioner, stasioner sendiri berarti bila suatu data deret waktu mempunyai nilai tengah yang konstan dan varians yang konstan.

Maka model *Autoregressive Moving –Average* (p,q) adalah :

$$x_t = \delta + \emptyset_1 x_{t-1} + \emptyset_2 x_{t-2} + .. + \emptyset_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - .. - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$= \delta + \sum_{i=1}^{p} \emptyset_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

atau

(B) $x_t = \delta + \Theta(B)\ \varepsilon_t$ (Wei, 2006).

2.5.4 Proses *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

Jika d adalah bilangan bulat non negative, maka $\{x_t\}$ dikatakan proses *Autoregressive Integrated Moving Average* jika $Y_t \coloneqq (1-B)^d x_t$ merupakan akibat dari proses *Autoregressive Integrated Moving Average*.

Definisi diatas berarti bahwa $\{x_t\}$ memenuhi persamaan :

Φ*(B)$x_t \equiv \Phi(B)(1-B)^d x_t = \theta(B)\varepsilon_t$, $\{\varepsilon_t\} \sim WN\ (0, \sigma^2)$

dengan $\Phi(B)$ dan $\theta(B)$ adalah derajat *polynomial* dari p dan q, $\Phi(B) \neq 0$ untuk $|\Phi(B)| < 1$ (Brockwell, 2002).

2.6 Model Variasi Kalender

Model variasi kalender merupakan teknik pemodelan yang mengkombinasikan model ARIMA dan model Regresi. Variasi kalender merupakan pola berulang dengan panjang periode yang bervariasi akibat pengaruh penanggalan kalender yang berbeda-beda setiap tahunnya. Menurut Bell dan Hilmer (1983), deret waktu y_t yang memuat variasi kalender dapat dinyatakan sebagai :

$$Y_t = f(x_t;\xi) + N_t \tag{2.9}$$

dengan $f(x_t;\xi)$ adalah fungsi dari vektor parameter ξ dan vektor x_t yang terdiri dari variable-variabel bebas yang diamati saat t, sedangkan N_t merupakan proses stokastik yang disebut gangguan atau *noise*. Jika N_t bukan *white noise*, maka $N_t$belum tentu stasioner dan dapat di pandang sebagai model ARIMA (p,d,q) yaitu :

$$\phi_{p.}(B)(1-B)^d N_t = \theta_q(B)a_t$$

$$N_t = \frac{\theta_q(B)a_t}{\phi_{p.}(B)(1-B)^d}$$

dengan $(1-B)^d$ merupakan operator diferensi dan a_t merupakan barisan variabel acak *iid* dengan rata-rata 0 dan variansi σ^2, dan B merupakan operator *backshift* $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots . -\phi_p B^p, (B^k N_t = N_{t-k}), \theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \cdots - \theta_q B^q$. Persamaan (2.9), fungsi $f(x_t;\xi)$dapat dianggap sebagai model regresi yang membuat efek variasi kalender. Apabila efek yang berpengaruh terhadap variansi kalender hanya efek liburan maka fungsi $f(x_t;\xi)$ disebut fungsi efek variasi liburan, dinotasikan dengan L_t, sehingga model variasi kalender pada persamaan (2.9) dapat dinyatakan sebagai :

$$Y_t = L_t + N_t \tag{2.10}$$

2.7 Estimasi Parameter Model Variasi Kalender

Estimasi model variasi kalender AR (1)

$$Y_t = L_t + N_t$$

$$Y_t = L_t + \frac{a_t}{\Phi_1(B)}$$

$$a_t = (Y_t - L_t) - \Phi_1((Y_{t-1} - L_{t-1})$$

Estimasi model variasi kalender AR (1) diperoleh dengan meminimumkn jumlah kuadrat residual yakni

$$L = \sum_{t=2}^{n} a_t^2$$

$$L = \sum_{t=2}^{n} (Y_t - L_t - \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_1 L_{t-1})^2$$

$$L = \sum_{t=2}^{n} ((Y_t^2 - Y_t L_t - Y_t \Phi_1 Y_{t-1} + Y_t \Phi_1 L_{t-1} - Y L_t + L_t{}^2 + L_t \Phi_1 Y_{t-1}$$

$$- L_t \Phi_1 L_{t-1} - Y_t \Phi_1 Y_{t-1} + L_t \Phi_1 Y_{t-1} + (\Phi_1 Y_{t-1})^2 - \Phi_1^2 Y_{t-1} L_{t-1} +$$

$$Y_t \Phi_1 L_{t-1} - L_t \Phi_1 L_{t-1} - \Phi{}_1^2 Y_{t-1} L_{t-1} + (\Phi_1 L_{t-1})^2)$$

$$L = \sum_{t=2}^{n}(Y_t^2 - L_t^2 - (\Phi_1 Y_{t-1})^2 + (\Phi_1 L_{t-1})^2 - 2\ Y_t L_t - 2Y_t\Phi_1 Y_{t-1} + 2Y_t\Phi_1 L_{t-1} +$$

$$2\ L_t\Phi_1 Y_{t-1} - 2L_t\Phi_1 L_{t-1} - 2\Phi_1^2 Y_{t-1}L_{t-1})$$

$$L = \sum_{t=2}^{n} Y_t^2 + \sum_{t=2}^{n} L_t^2 + \sum_{t=2}^{n}(\Phi_1 Y_{t-1})^2 + \sum_{t=2}^{n}(\Phi_1 L_{t-1})^2 - 2\sum_{t=2}^{n} Y_t L_t - 2\sum_{t=2}^{n} Y_t\Phi_1 Y_{t-1}$$

$$+2\sum_{t=2}^{n} Y_t\Phi_1 L_{t-1} + 2\sum_{t=2}^{n} L_t\Phi_1 Y_{t-1} - 2\sum_{t=2}^{n} L_t\Phi_1 L_{t-1} - \sum_{t=2}^{n}\Phi_1^2 Y_{t-1}L_{t-1}$$

Setelah itu diturunkan terhadap parameter (Φ_1), didapat hasil sebagai berikut :

$$\frac{\partial L}{\partial \Phi_1} = (\ 0 + 0 + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1})^2 + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n}({L_{t-1}}^2) - 0 - 2\sum_{t=2}^{n} Y_t Y_{t-1} + 2\sum_{t=2}^{n} Y_t$$

$$L_{t-1} + 2\sum_{t=2}^{n} L_t Y_{t-1} - 2\sum_{t=2}^{n} L_t L_{t-1} - 4\,\Phi_1\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}L_{t-1} = 0$$

$$= 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n} {Y_{t-1}}^2 + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n} {L_{t-1}}^2 - 2\sum_{t=2}^{n} Y_t Y_{t-1} + 2\sum_{t=2}^{n} Y_t L_{t-1}$$

$$+2\sum_{t=2}^{n} L_t Y_{t-1} - 2\sum_{t=2}^{n} L_t L_{t-1} - 4\Phi_1\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}L_{t-1} = 0$$

$$= 2\Phi_1\left(\sum_{t=2}^{n}({Y_{t-1}}^2) + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n}({L_{t-1}}^2) - 2\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}L_{t-1}\right) - 2\ (\sum_{t=2}^{n} Y_t Y_{t-1} +$$

$$\sum_{t=2}^{n} Y_t L_{t-1} - \sum_{t=2}^{n} L_t Y_{t-1} + \sum_{t=2}^{n} L_t L_{t-1}) = 0$$

$$2\Phi_1\left(\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1}{}^2) + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n}(L_{t-1}{}^2) - 2\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}L_{t-1}\right) = 2\,(\sum_{t=2}^{n} Y_tY_{t-1} +$$

$$\sum_{t=2}^{n} Y_tL_{t-1} - \sum_{t=2}^{n} L_tY_{t-1} + \sum_{t=2}^{n} L_tL_{t-1})$$

$$\Phi_1 = \frac{2\,(\sum_{t=2}^{n} Y_tY_{t-1} + \sum_{t=2}^{n} YL_{t-1} - \sum_{t=2}^{n} L_tY_{t-1} + \sum_{t=2}^{n} L_tL_{t-1})}{2\Phi_1(\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1})^2 + 2\Phi_1\sum_{t=2}^{n}(L_{t-1})^2 - 2\sum_{t=2}^{n} Y_{t-1}L_{t-1})}$$

$$\Phi_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1}(Y_t - L_t) - L_{t-1} - (Y_t - L_t))}{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - L_{t-1})^2}$$

$$\Phi_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - L_{t-1}) - (Y_t - L_t))}{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - L_{t-1})^2}$$

diperoleh nilai taksiran parameter untuk Φ_1 dari model variasi kalender AR (1) sebagai berikut :

$$\hat{\Phi}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n}(Y_t - L_t)\,(Y_{t-1} - L_{t-1})}{\sum_{t=2}^{n}(Y_{t-1} - L_{t-1})^2}$$

Dimisalkan juga estimasi parameter untuk model variasi kalender MA (1), dan didapat

$$Y = L_t + N_t$$

$$Y_t = L_t + \theta_1(B)\,a_t$$

$$a_t = (X_t - L_t + \theta_1 a_{t-1})$$

Selanjutnya estimasi parameter model variasi kalender MA (1) yaitu :

$$Y_t = L_t + \theta_1(B)a_t$$

$$a_t = (Y_t - L_t + \theta_1 a_{t-1})$$

$$L = \sum_{t=2}^{n} a_t^2$$

$$= \sum_{t=2}^{n} (Y_t - L_t + \theta_1 a_{t-1})^2$$

$$= \sum_{t=2}^{n} (Y_t - L_t + \theta_1 a_{t-1})(Y_t - L_t + \theta_1 a_{t-1})$$

$$= \sum_{t=2}^{n} \left(Y_t^2 - Y_t L_t + Y_t \theta_1 a_{t-1} - L_t Y_t + {L_t}^2 - L_t \theta_1 a_{t-1} + \theta_1 a_{t-1} Y_t - \theta_1 a_{t-1} L_t\right)$$

$$+ \theta_1 {a_{t-1}}^2)$$

$$= \sum_{t=2}^{n} Y_t^2 + \sum_{t=2}^{n} L_t^2 + \sum_{t=2}^{n} \theta_1 {a_{t-1}}^2 - 2 \sum_{t=2}^{n} Y_t L_t + 2 \sum_{t=2}^{n} Y_t \theta_1 a_{t-1} - 2 \sum_{t=2}^{n} L_t \theta_1 a_{t-1}$$

Setelah itu diturunkan terhadap parameter (θ_1), dengan menggunakan turunan parsial didapat hasil sebagai berikut

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 + 0 + 2 \sum_{t=2}^{n} \theta_1 {a_{t-1}}^2 - 0 + 2 \sum_{t=2}^{n} Y_t\, a_{t-1} - 2 \sum_{t=2}^{n} L_t\, a_{t-1} = 0$$

$$\hat{\theta}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} (L_t)(\, a_{t-1}) - \sum_{t=2}^{n} \quad (Y_t)(a_{t-1})}{\sum_{t=2}^{n} (a_{t-1})^2}$$

diperoleh nilai estimasi parameter untuk $\theta_1$dari model variasi kalender MA(1) sebagai berikut :

2.8 Proses *White Noise*

Suatu proses $\{\varepsilon_t\}$ disebut proses *white noise* jika data terdiri dari variable acak yang tidak berkorelasi dan berdistribusi normal dengan rata-rata konstan E $(\varepsilon_t) = 0$, variansi konstan Var (ε_t) = σ^2 dan $\gamma_k = Cov\ (\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$ untuk k ≠ 0. Dengan demikian proses *white noise* stasioner dengan fungsi autokovariansi

$$\gamma_k \begin{cases} \sigma^2, jika\ k = 0 \\ 0, jika\ k\ \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi

$$\rho_k \begin{cases} 1, jika\ k = 0 \\ 0, jika\ k\ \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi parsial

$$\varphi_{kk} \begin{cases} 1, jika\ k = 0 \\ 0, jika\ k\ \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis *error*-nya. Uji korelasi residual digunakan untuk mendektesi ada tidaknya korelasi residual antar *lag*. Langkah-langkah pengujian korelasi residual yaitu :

H_0 : $\rho_1 = \ \rho_2 = \ \rho_3 = 0$ (residual tidak terdapat korelasi)

H_1 : $\exists \rho_k = 0$, k =1,2,3…,K (residual terdapat korelasi)

Taraf singnifikansi α = 5%.

Stasistik uji Ljung *Box-Pierce*. Rumus uji Ljung *Box-Pierce* :

$$\varrho_k = T(T+2) \sum_{k-1}^{k} \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k}$$

dengan :

T : banyaknya data

K : banyaknya *lag* yang diuji

$\hat{\rho}_k^2$: dugaan autokorelasi residual periode k

Kriteria keputusan :

Tolak H_0 jika Q-hitung >$\chi^2_{(\alpha,df)}$tabel, dengan derajat kebebasn K dikurangi banyaknya parameter pada model (Wei, 2006).

2.9 Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Kestasioneran data selain dengan melihat plot dari fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial, dapat juga mengujinya dengan menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller*. Dimisalkan persamaan regresi

$$\Delta x_t = \Phi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha *_j \Delta x_{t-j} + u_t \qquad (2.11)$$

dengan Φ = -$\alpha(1)$dan $\alpha *_j = -(\alpha_{j+1} + .. + \alpha_p)$. Uji stasistik pada *Augmented Dickey –Fuller* berdasarkan pada t-*statistic* koefisien Φ dari estimasi metode kuadrat terkecil biasa. Pada model ini hipotesis yang diuji adalah

H_0 : $\Phi = 0$ (terdapat unit *Root* atau *time series* tidak stasioner)

H_0 : $\Phi < 0$ (tidak terdapat unit *Root* atau *time series* stasioner)

(Gujarati & Porter, 2009)

2.10 Homoskedastisitas

Homoskedastisitas atau variansi konstan dapat dilihat dari plot *erro*r model rata-rata bersyarat. Apabila plot memperlihatkan adanya fluktuasi yang tinggi pada berapa periode dan fluktuasi yang rendah pada berapa periode yang lain, maka residual model rata-rata bersyarat memiliki efek heteroskedatisitas (Wagle, 2009).

2.11 Pemilihan Model Terbaik

Model terbaik adalah model yang memiliki nilai *Schrwarz Bayesian Criteriation* (SBC) terkecil. Kriteria tersebut dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{SBC} = n \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + f \ln n + n \ln(2\pi)$$

Dengan SSE adalah nilai kuadrat residual dan f adalah banyaknya parameter dalam model (Aswin dkk, 2006).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun akademik 2016/2017, yang bertempat di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan adalah data sekunder yaitu data Inflasi di Indonesia tahun 2006-2016. Data diperoleh dari Badan Pusat Statistik.

Tabel 1. Inflasi di Indonesia tahun 2006-2016

Bulan	**Tahun**					
	2006	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**
januari	1.36	1.04	1.77	-0.07	0.84	0.89
februari	0.58	0.62	0.65	0.21	0.3	0.13
Maret	0.03	0.24	0.95	0.22	-0.14	-0.32
April	0.05	-0.16	0.57	-0.31	0.15	-0.31
Mei	0.37	0.1	1.41	0.04	0.29	0.12
Juni	0.45	0.23	2,46	0.11	0.97	0.55
July	0.45	0.72	1.37	0.45	1.57	0.67
Augustus	0.33	0.75	0.51	0.56	0.76	0.93
September	0.38	0.8	0.97	1.05	0.44	0.27
Oktober	0.86	0.79	0.45	0.19	0.06	-0.12
November	0.34	0.18	0.12	-0.03	0.6	0.34
Desember	1.21	1.1	-0.04	0.33	0.92	0.57

Tabel 1 : (Lanjutan)

Bulan	Tahun				
	2012	2013	2014	2015	2016
januari	0.76	1.03	1.07	-0.24	0.51
februari	0.05	0.75	0.26	-0.36	-0.09
Maret	0.07	0.63	0.08	0.17	0.19
April	0.21	-0.1	-0.02	0.36	-0.45
Mei	0.07	-0.03	0.16	0.50	0.24
Juni	0.62	1.03	0.43	0.54	0.66
July	0.7	3.29	0.93	0.93	0.69
Augustus	0.95	1.12	0.47	0.39	-0.02
September	0.01	-0.35	0.27	-0.05	0.22
Oktober	0.16	0.09	0.47	-0.08	0.14
November	0.07	0.12	1.5	0.21	0.47
Desember	0.54	0.55	2.46	0.96	0.96

3.3 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan secara Studi Pustaka yaitu dengan mempelajari buku-buku teks dan jurnal-jurnal yang menunjang proses penelitian. Adapun langkah-langkah analisis penelitian sebagai berikut:

1. Melakukan identifikasi model untuk mengecek data tersebut memiliki pola berulang dengan panjang periode yang bervariasi atau tidak dengan menggunakan plot *time series.*
2. Menentukan variabel *dummy* untuk model regresi
3. Melakukan pengujian signifikansi parameter model regresi *dummy*
4. Melakukan uji diagnostic *white noise* pada residual regresi variabel *dummy*. Jika residual tidak *white noise*, maka dilanjutkan dengan pendugaan model ARIMA.
5. Melakukan uji stasioneritas menggunakan uji akar unit *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Jika tidak stasioner maka lakukan *differencing*

6. Mengidentifikasi plot ACF dan PACF untuk menentukan orde AR dan MA
7. Melakukan pengujian model ARIMA yang diperoleh pada langkah di atas digunakan untuk memodelkan data serta variabel *dummy* pada variasi kalender sebagai input secara simultan dimodelkan.
8. Uji kesignifikan parameter dengan menggunkan uji t dan uji asumsi residual yaitu memenuhi asumsi residual *white noise* menggunakan uji *Ljung-B0x.*
9. Melakukan deteksi adanya heteroskedastisitas menggunakan uji ARCH-LM. Jika homoskedastisitas, artinya stasioner dalam varian terpenuhi. namun, jika residual mengandung unsur heteroskedastisitas maka model ARIMA harus di estimasi menggunakan model ARCH/GARCH.
10. Pemilihan model terbaik berdasarkan nilai *Schrwarz Bayesian Criteriation* (SBC) terkecil.
11. Peramalan data inflasi di Indonesia menggunakan model terbaik.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

- Model terbaikdari jumlah inflasi di Indonesia pada tahun 2006-2016 adalah ARIMA (1,0,0) $D_t D_{t-1}$:

  $\hat{Y}_t = 0{,}4270 + 0{,}4738 D_{t-1} + 0{,}3917 D_{t-2} + N_t$

  dengan $N_t = \frac{1}{(1-0{,}4165)}$

- Model ARIMA (1,0,0) $D_t D_{t-1}$:dapat digunakan untuk meramalkan jumlah inflasi di Indonesia pada masa yang akan datang.

DAFTAR PUSTAKA

Aswin and Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu dan Aplikas*i. Andira Publisher, Makassar

Bell, W.R. and Hillmer, S. 1983. Modeling Time Series With Calendar Variation, *Journal of American Statistical Association*, **78,**526-534.

Box, G.E.P. and G.M. Jenkins. 1976. *Time Series Analysis, Forecasting, and*. *Control*. edisi revisi. Holden-Day , San Fransisco.

Brockwell, P.J. and Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecastin.* 2nd ed. Springer-Verlag New York, Inc., New York.

Brooks, C. 2014. *Introductory Econometrics for Finance.* 3rd ed. Cambrigde University Press, New York.

Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Prince ton University Press, New Jersey.

Gujarati, D.N. 1978. *Ekonometrika Dasar*. Erlangga, Jakarta

Gujarati, D.N. and Porter, D.C. 2009. *Basic Econometrics.* 5th ed. Mc Graw-Hill Irwin, New York.

Makridakis, S., Wheelwright, S. C., and McGee, V. E. 1999.*Metode dan Aplikasi Peramalan* .Jilid 1 edisi kedua. Terjemahan Ir. Untung S. Andriyanto dan Ir. Abdul Basith,. Erlangga, Jakarta.

Montgomery, D.C., Jennings, C.L., and Kulachi, M. 2015. *Introduction to Time Series Analysis and Forcesting.* 2nd ed . John Wiley & Sons, New Jersey.

Pankratz, A. 1991. *Forcesting with Dynamic Regression models*. Willey Intersciences Publication, Canada.

Wagle, G. 2009. *Financial Forecasting and Volatility Mo*dels. Computer Science and Engineering Indian Institute of Technology, Bombay.

Wei, W.W. 2006. *Time series Analysis : Univariate and Multivariate Methods*. 2nd ed. Pearson, New York.

Walpole, R.E and Myers, R.H. 1986. *Ilmu Peluang dan Stasistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. ITB, Bandung.