

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika (*Mathematical Modeling*)

Model adalah representasi penyederhanaan dari sebuah realita yang complex (biasanya bertujuan untuk memahami realita tersebut) dan mempunyai *feature* yang sama dengan tiruannya dalam menyelesaikan permasalahan. Model adalah karakteristik umum yang mewakili sekelompok bentuk yang ada, atau representasi suatu masalah dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dikerjakan. Dalam matematika, teori model adalah ilmu yang menyajikan konsep-konsep matematis melalui konsep himpunan, atau ilmu tentang model-model yang mendukung suatu sistem matematis. Teori model diawali dengan asumsi keberadaan obyek-obyek matematika (misalnya keberadaan semua bilangan) dan kemudian mencari dan menganalisis keberadaan operasi-operasi, relasi-relasi, atau aksioma-aksioma yang melekat pada masing-masing obyek atau pada obyek-obyek tersebut. Model matematika yang diperoleh dari suatu masalah matematika yang diberikan, selanjutnya diselesaikan dengan aturan-aturan yang ada. Penyelesaian yang diperoleh, perlu diuji untuk mengetahui apakah penyelesaian tersebut valid atau tidak. Hasil yang valid akan menjawab secara tepat model matematikanya dan disebut solusi matematika. Jika penyelesaian tidak valid atau tidak memenuhi model matematika maka solusi masalah belum ditemukan, dan perlu dilakukan pemecahan ulang atas model matematikanya. (Frederich H. Bell, 1978)

2.2 Fungsi

Definisi:

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi (padanan) yang menghubungkan setiap obyek x dalam suatu himpunan, yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi. (Purcell, 2003)

2.3 Fungsi Linear

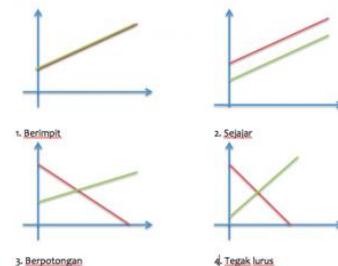
Fungsi linier adalah fungsi yang paling sederhana dikarenakan hanya mempunyai satu variabel bebas dan berpangkat satu pada variabel bebas tersebut, sehingga sering disebut sebagai fungsi berderajat satu.

Bentuk umum persamaan linier adalah :

$$Y = a + bX$$

Ket: a = intersep ; b = gradien/ kemiringan

Intersep a merupakan titik potong antara fungsi linier dengan sumbu y . Gradien b merupakan kemiringan fungsi linier terhadap sumbu x (Panggabean, 2008).



2.4 Persamaan Diferensial

Suatu persamaan diferensial biasa orde n adalah persamaan yang berbentuk :

$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ yang menyatakan hubungan antara peubah bebas x , peubah tak bebas $y(x)$ dan turunannya yaitu $y', y'', \dots, y^{(n)}$. Jadi suatu persamaan diferensial disebut mempunyai orde (tingkat) n jika turunan yang tertinggi dalam persamaan diferensial itu adalah turunan ke n . Dan suatu persamaan diferensial

disebut mempunyai degree (derajat) k jika turunan yang tertinggi dalam persamaan diferensial itu berderajat k . (Kartono, 1999).

2.5 Persamaan Diferensial Ordo Satu

Persamaan diferensial orde satu merupakan persamaan yang mempunyai turunan pertama dari suatu fungsi, dalam arti dunia nyata yaitu menyatakan perilaku perubahan yang hanya melibatkan laju perubahan saja. Berikut ini diberikan definisi persamaan diferensial orde satu :

Definisi 1 *Diberikan persamaan diferensial orde satu :*

$$\dot{x} = f(t, x) \quad ; \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad 2.1.1$$

dengan $f : E \rightarrow \mathbb{R}^n$ adalah fungsi kontinu, $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^n$, dan $E \subset \mathbb{R}^n$.

Solusi dari persamaan (2.1.1) diberikan dalam teorema berikut :

Teorema 2 *Diberikan persamaan diferensial orde satu (2.1.1) yaitu :*

$$\dot{x} = f(t, x)$$

memiliki solusi jika fungsi f dan $\frac{\partial f}{\partial t}$ kontinu pada domainnya. (Logan, 2006)

2.6 Laju Perubahan

1. Laju Perubahan Rata-rata

Laju perubahan rata-rata fungsi $y = f(x)$ dalam selang tertutup $[x_1, x_2]$ ialah:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

2. Laju Perubahan Sesaat

Misalkan fungsi $y = f(x)$ didefinisikan di sekitar $x = c$. Yang dimaksud dengan laju perubahan sesaat pada $x = c$ ialah :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(c+\Delta x) - f(c)}{\Delta x}, \text{ asalkan limitnya ada.}$$

Bahwa $\Delta x = x - c$. Dengan demikian jika $\Delta x = 0$, maka $x = c$. Oleh karena itu:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

(Martono dan Krisna, 1993).

2.7 Rotasi

Dalam gerak rotasi, benda mengalami pergeseran, kecepatan dan percepatan sudut, ini analogi dengan pergeseran, kecepatan dan percepatan linier pada gerak translasi. Titik-titik yang berbeda pada suatu benda yang berotasi bergerak dengan jarak yang berbeda dalam selang waktu tertentu, tergantung dari seberapa jauh titik tersebut terhadap sumbu rotasi. Tetapi karena benda itu tegar, semua titik berotasi melalui sudut yang sama pada waktu yang sama. Kecepatan sudut akan positif jika benda berotasi ke arah penambahan sudut θ (berlawanan dengan arah jarum jam) dan negatif jika benda berotasi ke arah mengurangi sudut θ (searah dengan jarum jam).

Kecepatan sudut (ω) merupakan limit dari kecepatan sudut rata-rata (ω_{rt}) saat Δt mendekati nol. Kecepatan sudut rata-rata didefinisikan sebagai rasio perpindahan sudut $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ terhadap Δt :

$$\omega_{rt} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

Dan ketika kecepatan suatu benda tegar mengalami perubahan, maka benda tersebut memiliki percepatan sudut (α) :

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

Jika sudut θ dalam radian, satuan kecepatan sudut adalah radian per sekon (rad/s).

Satuan lain yang juga sering digunakan adalah putaran (revolusi) per menit (rev/menit atau rpm). Terdapat dua konversi yang berguna yang menghubungkan rpm dengan rad/s . Karena 1 putaran = 2π rad, maka:

$$1 \text{ rev/s} = 2\pi \text{ rad/s, dan } 1 \text{ rev/menit} = 1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s.}$$

(Young,2002)

2.8 Angin

Angin adalah udara yang bergerak yang diakibatkan oleh rotasi bumi, dan juga karena adanya perbedaan tekanan udara disekitarnya. Angin bergerak dari tempat bertekanan udara yang tinggi ke tempat yang bertekanan udara rendah. Apabila dipanaskan, udara memuai. Udara yang telah memuai menjadi lebih ringan sehingga naik. Apabila hal ini terjadi, tekanan udara turun karena udaranya berkurang. Di atas tanah udara menjadi panas lagi dan naik kembali. Aliran naiknya udara panas dan turunnya udara dingin ini dikarenakan konveksi.

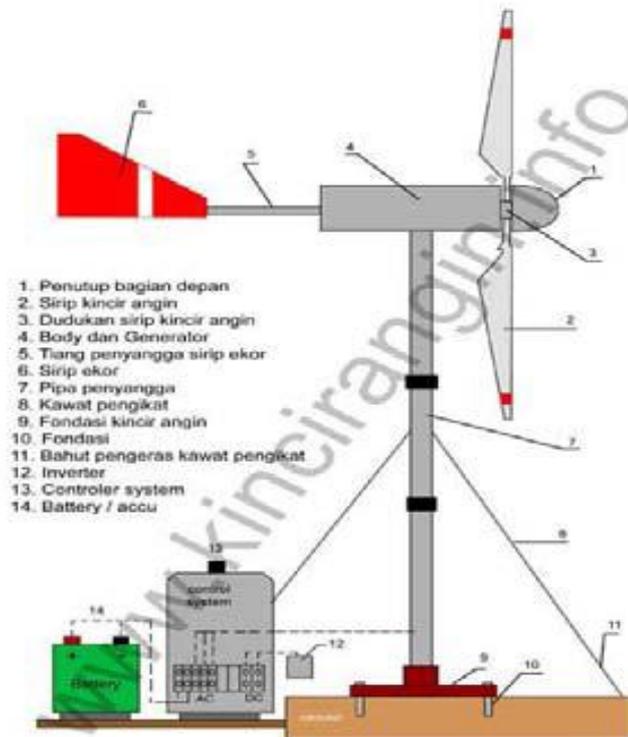
2.9 Turbin Angin

Turbin angin adalah kincir angin yang digunakan untuk membangkitkan tenaga listrik. Turbin angin ini pada awalnya dibuat untuk mengakomodasi kebutuhan para petani dalam melakukan penggilingan padi, keperluan irigasi, dll. Turbin angin terdahulu banyak digunakan di Denmark, Belanda, dan Negara-negara Eropa lainnya dan lebih dikenal dengan windmill.

Kini turbin angin lebih banyak digunakan untuk mengakomodasi kebutuhan listrik masyarakat, dengan menggunakan prinsip konversi energi dan menggunakan sumber daya alam yang dapat diperbaharui yaitu angin. walaupun sampai saat ini penggunaan turbin angin masih belum dapat menyaingi pembangkit listrik konvensional (Co: PLTD, PLTU, dll), turbin angin masih lebih dikembangkan oleh para ilmuwan karena dalam waktu dekat manusia akan dihadapkan dengan masalah kekurangan sumber daya alam tak terbarui (Co: batubara dan minyak bumi) sebagai bahan dasar untuk membangkitkan listrik.

Angin adalah salah satu bentuk energi yang tersedia di alam, Pembangkit Listrik Tenaga Angin mengkonversikan energi angin menjadi energi listrik dengan menggunakan turbin angin atau kincir angin. Cara kerjanya cukup sederhana, energi angin yang memutar turbin angin, diteruskan untuk memutar rotor pada generator dibelakang bagian turbin angin, sehingga akan menghasilkan energi listrik. Energi listrik ini biasanya akan disimpan kedalam baterai sebelum dapat dimanfaatkan.

Secara sederhana sketsa kincir angin adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Sketsa Sederhaana Kincir Angin

2.10 Jenis Turbin Angin

2.10.1 Turbin Angin Sumbu Horizontal

Turbin angin sumbu horizontal memiliki poros *rotor* utama dan *generator listrik* di puncak menara. Turbin berukuran kecil diarahkan oleh sebuah baling-baling angin (baling-baling cuaca) yang sederhana, sedangkan turbin berukuran besar pada umumnya menggunakan sebuah sensor angin yang digandengkan ke sebuah *servo motor*. Sebagian besar memiliki sebuah *gearbox* yang mengubah perputaran kincir yang pelan menjadi lebih cepat berputar.



Gambar 2. Turbin angin sumbu horizontal

2.10.2 Turbin Angin Sumbu Vertikal

Turbin angin sumbu vertikal/tegak memiliki poros/sumbu rotor utama yang disusun tegak lurus. Kelebihan utama susunan ini adalah turbin tidak harus diarahkan ke angin agar menjadi efektif. Kelebihan ini sangat berguna di tempat-tempat yang arah anginnya sangat bervariasi. Dengan sumbu yang vertikal, generator serta gearbox bisa ditempatkan di dekat tanah, jadi menara tidak perlu menyokongnya dan lebih mudah diakses untuk keperluan perawatan. Tapi ini menyebabkan sejumlah desain menghasilkan tenaga putaran yang berdenyut. *Drag* (gaya yang menahan pergerakan sebuah benda padat melalui fluida (zat cair atau gas) bisa saja tercipta saat kincir berputar. Karena sulit dipasang di atas menara, turbin sumbu tegak sering dipasang lebih dekat ke dasar tempat ia diletakkan, seperti tanah atau puncak atap sebuah bangunan. Kecepatan angin lebih pelan pada ketinggian yang rendah, sehingga yang tersedia adalah energi angin yang sedikit. Aliran udara di dekat tanah dan obyek yang lain mampu menciptakan aliran yang bergolak, yang bisa menyebabkan berbagai permasalahan yang berkaitan dengan getaran, diantaranya kebisingan dan *bearing wear* yang akan meningkatkan biaya pemeliharaan atau mempersingkat umur turbin angin. Jika tinggi puncak atap yang dipasangi menara turbin kira-kira 50%

dari tinggi bangunan, ini merupakan titik optimal bagi energi angin yang maksimal dan turbulensi angin yang minimal.

Varian turbin angin sumbu vertikal antar lain :

1. Savonius

Turbin angin poros tegak tipe Savonius, kebanyakan menggunakan sudu tipe pelat lengkung . Berbagai model pelat lengkung untuk sudu tipe turbin angin savonius telah banyak dikembangkan dan diujicobakan. Sejauh ini, kapasitas turbin angin tipe savonius baru dikembangkan untuk skala 10 an kilowatt. Namun lebihnya, bahwa tipe turbin angin ini tidak memerlukan yaw system dan dapat beroperasi pada lokasi yang kondisi angin tidak laminar.

2. Darrieus

Turbin angin Darrius merupakan salah satu tipe turbin angin poros tegak yang menggunakan sudu profil propeller. Dalam aplikasinya turbin angin Darrius umumnya memerlukan kecepatan angin awal yang lebih tinggi untuk start up. Dengan kondisi demikian, seringkali tipe turbin ini memerlukan penggerak mula (prime mover) untuk start up dan penggerak mula akan berhenti setelah dicapai batas minimum untuk menggerakan turbin secara mandiri.

3. Giromill.

Turbin angin Girromill mempunyai konstruksi dan karakteristik yang mirip dengan tipe Darrius, bedanya hanya pada posisi rotor, dimana untuk turbin angin Giromill, sudu sama–sama menggunakan profil propeller dan dipasang tegak sejajar dengan poros. Sedangkan pada tipe Darrius, sudu

propeller dipasangkan melengkung. Dalam aplikasi turbin angin Darrius umumnya memerlukan kecepatan angin awal yang lebih tinggi untuk start up dan kadang-kadang memerlukan penggerak mula (prime mover) untuk start up dan penggerak mula akan berhenti setelah dicapai batas minimum untuk menggerakkan turbin secara mandiri.

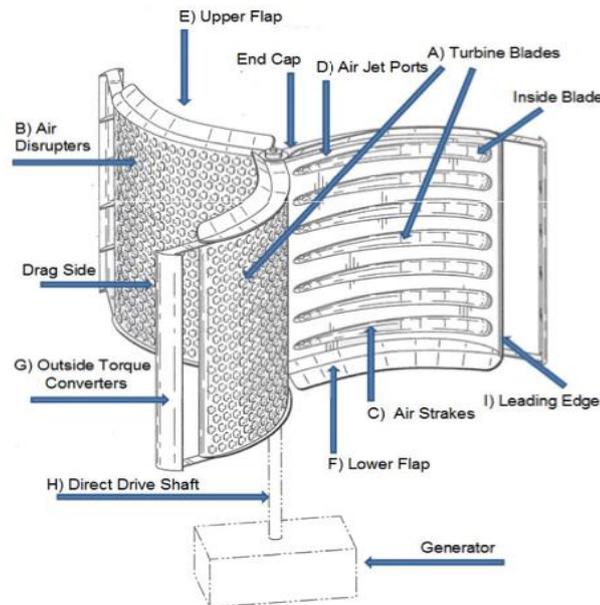


Gambar 3. Varian turbin angin sumbu vertikal (Adityo Putranto dkk,2011)

2.10.3 Turbin Angin Savonius Tiga Sayap

Salah satu jenis turbin angin sumbu vertikal yang dapat digunakan pada angin dengan kecepatan rendah adalah turbin angin Savonius. Turbin ini ditemukan oleh sarjana Finlandia bernama Sigurd J. Savonius pada tahun 1922. Konstruksi turbin sangat sederhana, tersusun dari dua buah sudu setengah silinder.

Pada perkembangannya turbin Savonius ini banyak mengalami perubahan bentuk rotor, seperti desain rotor yang berbentuk tiga sayap (lihat Gambar 2.4).



Gambar 4. Kincir Angin Vertikal Savonius Tiga Sayap.(Soelaiman,2006)

2.11 Dinamo

Dynamo adalah generator kecil yang biasa dipasang pada kendaraan sepeda motor atau mobil. Dynamo sepeda turbinnya diputar dengan menggunakan roda sepeda. Dynamo merupakan generator listrik pertama yang mampu menghantarkan tenaga untuk industry, dan masih merupakan generator terpenting pada abad ke-21. Dynamo menggunakan prinsip elektromagnetisme untuk mengubah putaran mekanik menjadi listrik arus bolak balik. (Sutanto,2014)

2.12 Gearbox

Dalam beberapa unit mesin memiliki system pemindah tenaga yaitu gearbox yang berfungsi untuk menyalurkan tenaga atau daya mesin kesalah satu bagian mesin lainnya, sehingga unit tersebut dapat bergerak menghasilkan pergerakan baik

putaran maupun pergeseran. Gearbox merupakan suatu alat khusus yang diperlukan untuk menyesuaikan daya atau torsi (momen/daya) dari motor yang berputar. (Mechanical Engineer, 2012)