

**PENYELESAIAN PERMAINAN
CHALLENGER PUZZLE, LATTICE PUZZLE, DAN SUDOKU
DENGAN INTEGER LINEAR PROGRAMMING MENGGUNAKAN GLPK**

(Skripsi)

Oleh

HANIFAH SHERLIANA



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

ABSTRACT

THE SOLUTIONS OF CHALLENGER PUZZLE, LATTICE PUZZLE, AND SUDOKU GAMES USING INTEGER LINEAR PROGRAMMING KIT (GLPK)

By

Hanifah Sherliana

The purpose of this research is to formulate some mathematical puzzle games such as Challenger Puzzle, Lattice Puzzle, and Sudoku with Integer Linear Programming and solve them using GNU Linear Programming Kit (GLPK). Mathematics is a tool used to simplify problems in everyday life, but it is often considered difficult and boring, so many people are not interested in learning it. Therefore by using media to learn mathematic such as puzzle, mathematics become more interesting. In order to solve those puzzles, we use integer linear programming to formulate it and then use GLPK version 4.61 to solve the problem.

Keyword : Linear Programming, Challenger Puzzle, Lattice Puzzle, Sudoku

ABSTRAK

**PENYELESAIAN PERMAINAN
CHALLENGER PUZZLE, LATTICE PUZZLE, DAN SUDOKU
DENGAN INTEGER LINEAR PROGRAMMING MENGGUNAKAN
GNU LINEAR PROGRAMMING KIT (GLPK)**

Oleh

Hanifah Sherliana

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memformulasikan beberapa permainan *Mathematical Puzzle* antara lain *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dengan *Integer Linear Programming* dan menyelesaiakannya menggunakan *GNU Linear Programming Kit (GLPK)*. Matematika merupakan alat yang digunakan untuk menyederhanakan masalah dalam kehidupan sehari-hari, namun sering kali dianggap sulit dan membosankan, sehingga banyak masyarakat yang tidak tertarik untuk mempelajarinya. Oleh karena itu dibutuhkan media pembelajaran matematika, salah satunya adalah media puzzle atau media dalam bentuk teka-teki. Penyederhanaan masalah ini dapat diselesaikan dengan bantuan beberapa software, salah satunya adalah software GLPK. Permainan *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* yang merupakan beberapa contoh dari permainan *Mathematical Puzzle* dapat diformulasikan dengan *Integer Linear Programming* dan dapat diselesaikan menggunakan bantuan software GLPK versi 4.61.

Kata Kunci: Program Linear, *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, *Sudoku*

**PENYELESAIAN PERMAINAN
CHALLENGER PUZZLE, LATTICE PUZZLE, DAN SUDOKU
DENGAN INTEGER LINEAR PROGRAMMING MENGGUNAKAN GLPK**

Oleh

Hanifah Sherlina

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh Gelar
SARJANA SAINS**

Pada

Jurusan Matematika



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

Judul Skripsi

: PENYELESAIAN PERMAINAN
**CHALLENGER PUZZLE, LATTICE PUZZLE,
DAN SUDOKU DENGAN INTEGER LINEAR
PROGRAMMING MENGGUNAKAN GLPK**

Nama Mahasiswa

: Hanifah Sherliana

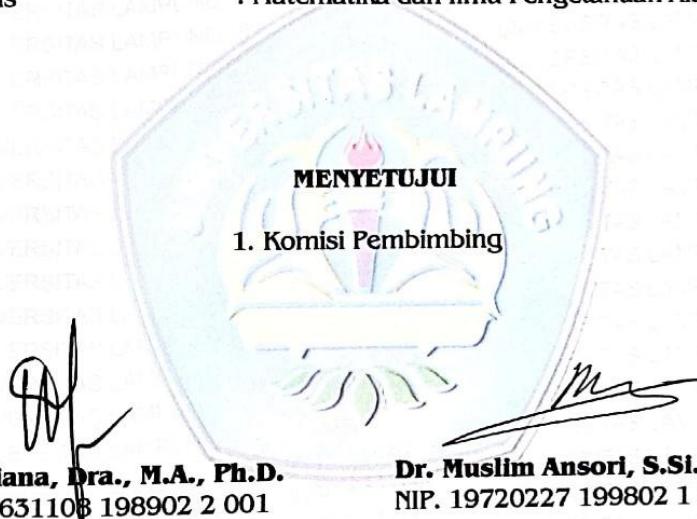
Nomor Pokok Mahasiswa : 1317031038

Jurusan

: Matematika

Fakultas

: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Wamiliana, Dra., M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.
NIP. 19720227 199802 1 001

2. Ketua Jurusan Matematika


Wamiliana, Dra., M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Wamiliana, Dra., M.A., Ph.D.**

Sekretaris : **Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si.**

Penguji
Bukan Pembimbing : **Amanto, S.Si., M.Si.**



Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.

NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **31 Juli 2017**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul “Penyelesaian Permainan *Challenger Puzzle, Lattice Puzzle, Dan Sudoku Dengan Integer Linear Programming Menggunakan GLPK*” adalah hasil pekerjaan saya sendiri, bukan hasil orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam tulisan ini telah mengikuti kaidah tulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, 13 November 2017
Yang menyatakan



Hanifah Sherliana
NPM. 1317031038

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Tangerang pada tanggal 7 Maret 1995, kemudian berdomisili di Indramayu, Jawa Barat yang kemudian pindah domisili ke Lampung, sebagai anak pertama dari dua bersaudara, pasangan Bapak Suparjo dan Ibu Nidawati.

Pendidikan Taman Kanak-kanak (TK) Kriya Bhakti diselesaikan tahun 2001, Sekolah Dasar (SD) Negeri Tugu 1 diselesaikan pada tahun 2007, Sekolah Menengah Pertama (SMP) Negeri 2 Talang Padang diselesaikan pada tahun 2010, dan Sekolah Menengah Atas (SMA) Negeri 1 Pulau Panggung diselesaikan pada tahun 2013.

Tahun 2013, melalui jalur SNMPTN penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Penulis juga ditetapkan sebagai penerima beasiswa Bidik Misi selama 8 semester. Selama menjadi mahasiswa, Alhamdulillah penulis diamanahkan sebagai asisten Dosen beberapa mata kuliah seperti Program Linier dan Riset Operasi. Penulis juga aktif organisasi di Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika (HIMATIKA) sebagai Wakil Sekretaris Umum periode 2014/2015, dan sebagai Sekretaris Umum periode 2015/2016. Penulis melaksanakan Kerja Praktek (KP) di Kantor Cabang Utama (KCU) Bank Lampung di Jl. Wolter Monginsidi No.182, Teluk Betung pada tahun 2016, dan penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) Kebangsaan di Desa Sebong Pereh, Kecamatan Teluk Sebong, Kabupaten Bintan, Provinsi Kepulauan Riau pada tahun 2016.

PERSEMPAHAN

Dengan mengucap Alhamdulillah, Segala Puji Bagi Allah SWT.

Aku persembahkan skripsi ini untuk ;

*Kedua Orang Tua Tercinta,
Ayahanda Suparjo dan Ibunda Nidawati*

Orang terhebat dalam hidupku

Adikku Tersayang, Hanna Tamara

Penyemangat kecilku

KALIMAT INSPIRASI

“Barang siapa yang menghendaki kehidupan dunia maka wajib baginya memiliki ilmu, dan barang siapa yang menghendaki kehidupan akhirat, maka wajib baginya memiliki ilmu, dan barang siapa menghendaki keduanya (kehidupan dunia dan akhirat) maka wajib baginya memiliki ilmu”

~ HR. Turmudzi ~

“Tidak peduli seberapa sulit atau tidak mungkin untuk dicapai, kamu tidak boleh kehilangan pandangan terhadap tujuanmu”

~ Monkey D. Luffy (One Piece) ~

“Jika kau tidak dapat menahan lelahnya belajar, maka kau harus sanggup menahan perihnya kebodohan”

~ Imam Syafi'i ~

“Satu-satunya yang boleh memanggilku bodoh adalah diriku sendiri”

~ Zoro (One Piece) ~

SANWACANA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Penyelesaian Permainan Challenger Puzzle, Lattice Puzzle, Dan Sudoku Dengan Integer Linear Programming Menggunakan GLPK**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Sains di Universitas Lampung.

Dalam penulisan skripsi ini banyak pihak yang telah membantu, baik secara langsung maupun tidak langsung sehingga skripsi ini dapat diselesaikan. Untuk itu penulis menyampaikan rasa terimakasih kepada:

1. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D. selaku dosen pembimbing utama sekaligus Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah membimbing, mengarahkan, dan memberi kepercayaan kepada penulis sebagai Asisten Program Linier dan Riset Operasi, serta menjadi dosen yang menginspirasi penulis.
2. Bapak Dr. Muslim Ansori, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing kedua yang memberikan bantuan dan keringanan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Bapak Amanto, S.Si., M.Si. selaku dosen pembahas dan dosen Pembimbing Akademik sekaligus Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA UNILA yang telah banyak memberikan saran, ide, dan motivasi kepada penulis. Terimakasih atas kebaikan dan kesabaran selama membimbing penulis pada delapan semester ini.

4. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
5. Bapak Suharsono S., M.S., M.Sc., Ph.D. selaku dosen yang memberikan motivasi serta kepercayaan kepada penulis sebagai Asisten pembantu.
6. Seluruh staff dosen Jurusan Matematika atas ilmu yang telah diberikan dan seluruh staff karyawan yang tidak dapat disebutkan satu per satu.
7. Papah dan Mamahku yang selalu mendoakan, memotivasi dan memberi dukungan baik moril maupun materil, juga adikku yang memberikan semangat kepada penulis, serta keluarga besarku atas kasih sayangnya.
8. M. Taufik Rizal yang banyak meluangkan waktu, memberikan nasehat, membuat canda tawa, semangat, juga amarah kepada penulis.
9. Kak Dahiri, atas ilmu dan inspirasinya, Mas Dafri (Math 2013) dan Bang Gerry (Math 2012) atas bantuannya menyelesaikan sintaks dari skripsi ini.
10. Sahabatku Aulianda, Dita, Eka, Evi, Galuh, Imelda, Karina, Lia, Nafisah, Nina, Rifa, Tiyas. Tetangga kamar kosan (Mba Astri, Popi, Selpi), teman-teman angkatan 2013, dan seluruh pihak yang telah membantu penulis yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kesempurnaan, untuk itu penulis menerima kritik dan saran demi perbaikan kedepannya. Penulis berharap skripsi yang sederhana ini dapat berguna dan bermanfaat bagi kita semua

Bandar Lampung, November 2017
Penulis,

Hanifah Sherliana

DAFTAR ISI

halaman

DAFTAR GAMBAR i

I. PENDAHULUAN

1.1	Latar Belakang dan Masalah	1
1.2	Tujuan Penelitian.....	2
1.3	Manfaat Penelitian.....	3

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1	Formulasi	4
2.2	Program Linear	5
2.2.1	Ide Dasar Program Linear	5
2.2.2	Bentuk Umum Model Program Linear	6
2.3	Fungsi	7
2.4	Fungsi Linear.....	8
2.5	Matriks.....	8
2.6	Persamaan Linear	9
2.7	GLPK.....	9

III. METODE PENELITIAN

3.1	Waktu dan Tempat Penelitian	11
3.2	Langkah-langkah Penelitian	11
3.3	Deskripsi Masalah	12
3.3.1	<i>Challenger Puzzle</i>	12
3.3.2	<i>Lattice Puzzle</i>	13
3.3.3	Sudoku	13

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Pembahasan	15
4.1.1	Formulasi Masalah dengan <i>Integer Linear Programming</i>	15
4.1.2	Penyelesaian Permainan menggunakan GLPK.....	18
4.2	Hasil.....	19
4.2.1	<i>Challenger Puzzle</i>	19
4.2.2	<i>Lattice Puzzle</i>	19
4.2.3	Sudoku	20
4.3	Detail Solusi Manual	20
4.3.1	Solusi Manual Permainan <i>Challenger Puzzle</i>	20
4.3.2	Solusi Manual Permainan <i>Lattice Puzzle</i>	32
4.3.3	Solusi Manual Permainan Sudoku	45

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1	Kesimpulan.....	87
5.2	Saran	87

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Gambar	halaman
1. Fungsi	7
2. Contoh <i>Challenger Puzzle</i> berukuran 6×6 yang belum diselesaikan	12
3. Contoh <i>Lattice Puzzle</i> dengan $n = 7$ yang belum diselesaikan	13
4. Contoh Sudoku berukuran 9×9 yang belum diselesaikan	14
5. Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	19
6. Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	19
7. Solusi Sudoku	20
8. Diagram 1 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	20
9. Diagram 2 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	21
10. Diagram 3 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	22
11. Diagram 4 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	23
12. Diagram 5 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	23
13. Diagram 6 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	24
14. Diagram 7 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	25
15. Diagram 8 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	25
16. Diagram 9 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	26
17. Diagram 10 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	27
18. Diagram 11 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	27
19. Diagram 12 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	28
20. Diagram 13 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	29
21. Diagram 14 Solusi <i>Challenger Puzzle</i>	30
22. <i>Challenger Puzzle</i> yang belum diselesaikan	31
23. Solusi Manual <i>Challenger Puzzle</i>	31
24. Diagram 1 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	32
25. Diagram 2 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	32
26. Diagram 3 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	33

27. Diagram 4 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	33
28. Diagram 5 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	33
29. Diagram 6 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	34
30. Diagram 7 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	34
31. Diagram 8 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	34
32. Diagram 9 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	35
33. Diagram 10 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	35
34. Diagram 11 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	35
35. Diagram 12 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	36
36. Diagram 13 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	36
37. Diagram 14 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	36
38. Diagram 15 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	37
39. Diagram 16 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	37
40. Diagram 17 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	37
41. Diagram 18 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	38
42. Diagram 19 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	38
43. Diagram 20 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	38
44. Diagram 21 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	39
45. Diagram 22 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	39
46. Diagram 23 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	39
47. Diagram 24 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	40
48. Diagram 25 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	40
49. Diagram 26 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	40
50. Diagram 27 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	41
51. Diagram 28 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	41
52. Diagram 29 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	41
53. Diagram 30 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	42
54. Diagram 31 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	42
55. Diagram 32 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	42
56. Diagram 33 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	43
57. Diagram 34 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	43
58. Diagram 35 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	43

59. Diagram 36 Solusi <i>Lattice Puzzle</i>	44
60. <i>Lattice Puzzle</i> yang belum diselesaikan.....	44
61. Solusi Manual <i>Lattice Puzzle</i>	44
62. Diagram 1 Solusi Sudoku	45
63. Diagram 2 Solusi Sudoku	46
64. Diagram 3 Solusi Sudoku	47
65. Diagram 4 Solusi Sudoku	48
66. Diagram 5 Solusi Sudoku	51
67. Diagram 6 Solusi Sudoku	53
68. Diagram 7 Solusi Sudoku	55
69. Diagram 8 Solusi Sudoku	56
70. Diagram 9 Solusi Sudoku	58
71. Diagram 10 Solusi Sudoku	59
72. Diagram 11 Solusi Sudoku	61
73. Diagram 12 Solusi Sudoku	62
74. Diagram 13 Solusi Sudoku	63
75. Diagram 14 Solusi Sudoku	63
76. Diagram 15 Solusi Sudoku	63
77. Diagram 16 Solusi Sudoku	64
78. Diagram 17 Solusi Sudoku	65
79. Diagram 18 Solusi Sudoku	66
80. Diagram 19 Solusi Sudoku	67
81. Diagram 20 Solusi Sudoku	68
82. Diagram 21 Solusi Sudoku	68
83. Diagram 22 Solusi Sudoku	69
84. Diagram 23 Solusi Sudoku	70
85. Diagram 24 Solusi Sudoku	71
86. Diagram 25 Solusi Sudoku	72
87. Diagram 26 Solusi Sudoku	73
88. Diagram 27 Solusi Sudoku	74
89. Diagram 28 Solusi Sudoku	74
90. Diagram 29 Solusi Sudoku	75

91. Diagram 30 Solusi Sudoku	76
92. Diagram 31 Solusi Sudoku	77
93. Diagram 32 Solusi Sudoku	78
94. Diagram 33 Solusi Sudoku	78
95. Diagram 34 Solusi Sudoku	79
96. Diagram 35 Solusi Sudoku	80
97. Diagram 36 Solusi Sudoku	81
98. Diagram 37 Solusi Sudoku	82
99. Diagram 38 Solusi Sudoku	83
100. Diagram 39 Solusi Sudoku	84
101. Diagram 40 Solusi Sudoku	84
102. Diagram 41 Solusi Sudoku	85
103. Diagram 42 Solusi Sudoku	85
104. Sudoku yang belum diselesaikan	86
105. Solusi Manual Sudoku	86

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Matematika adalah disiplin ilmu yang digunakan untuk menyederhanakan masalah dalam kehidupan sehari-hari, namun tak sedikit masyarakat yang menganggap matematika sangat sulit dan membosankan sehingga tidak tertarik untuk mempelajarinya. Oleh karena itu, dibutuhkan media pembelajaran matematika untuk menarik masyarakat mempelajari matematika salah satunya adalah media puzzle atau media dalam bentuk teka-teki. Teka-teki akan mengundang rasa ingin tahu seseorang untuk memecahkan masalah yang kemudian jika masalah tersebut telah terpecahkan, secara tidak langsung ia telah mempelajari matematika.

Peran matematika sangatlah penting, sehingga ilmuan matematikawan pun terus mengembangkan matematika hingga memiliki banyak cabang ilmu. Salah satu cabang ilmu matematika yang digunakan dalam penyederhanaan masalah adalah Riset Operasi. Riset Operasi dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan dalam dunia nyata dengan menguraikan menjadi tiga unsur berikut yaitu; mengidentifikasi variabel keputusan, mengidentifikasi kendala dari masalah, dan mengidentifikasi kriteria objektif. Teknik yang banyak digunakan dalam Riset Operasi adalah Pemrograman Linear. Model *Integer*

Linear Programming merupakan kasus khusus dari model Pemrograman Linear di mana terdapat pembatasan nilai integer pada variabel keputusannya.

Saat ini sudah banyak permasalahan yang dapat disederhanakan dengan *Integer Linear Programming*, salah satunya yaitu *Mathematical Puzzle*. Terdapat beberapa macam *Mathematical Puzzle*, namun pada bahasan ini hanya akan dibahas *Mathematical Puzzle* tentang teka-teki penempatan angka-angka antara lain *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku*.

Penyederhanaan masalah ini dapat diselesaikan dengan bantuan beberapa software, salah satunya adalah software GNU *Linear Programming Kit* (GLPK). GLPK merupakan suatu bahasa pemograman matematika yang dapat membantu pemecahan masalah pemodelan *Integer Linear Programming*. Oleh karena itu, penulis ingin meneliti penyelesaian *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dengan *Integer Linear Programming* menggunakan GLPK.

1.2 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk memformulasikan beberapa permainan *Mathematical Puzzle* antara lain *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dengan *Integer Linear Programming* dan menyelesaikannya menggunakan GLPK.

1.3 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan aplikasi ilmu Matematika terhadap penyelesaian permainan *Mathematical puzzle* yaitu *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku*.
2. Memberikan informasi dan solusi penyelesaian permainan *Mathematical Puzzle* meliputi *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dengan *Integer Linear Programming* menggunakan GLPK.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Formulasi

Program linear (PL) terdiri dari satu fungsi tujuan (fungsi objektif) yang merupakan fungsi linear dan satu atau beberapa kendala (*constraints*) yang juga terdiri atas persamaan ataupun pertidaksamaan linear. Bentuk dari kendala kendala ini mungkin saja dapat berbeda dari satu masalah program linear dengan masalah program linear lainnya namun secara umum bentuk standar dari PL dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{array}{ll} \text{Obj. Min} & : c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\ \text{Kendala} & : a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ & \cdot \quad \quad \quad \cdot \\ & \cdot \quad \quad \quad \cdot \\ & \cdot \quad \quad \quad \cdot \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \\ & \text{dan } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \end{array} \tag{1}$$

Disini b_i , c_i dan a_{ij} adalah konstanta real dan x_i adalah nilai yang akan ditentukan.

Dalam bentuk vektor, program linear di atas dapat dinyatakan sebagai

$$\text{Obj. Min. } \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

$$\text{Kendala } \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \text{ dan } \mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

dengan $\mathbf{c}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ dan \mathbf{A} adalah matriks ukuran $m \times n$ (Wamiliana, 2015).

2.2 Program Linear

2.2.1 Ide Dasar Program Linear

Program linear (*Linear Programming*) ialah suatu model optimasi persamaan linear berkenaan dengan kendala-kendala pertidaksamaan linear yang dihadapinya. Masalah program linear berarti adalah masalah pencarian nilai-nilai optimum (maksimum atau minimum) sebuah fungsi linear pada suatu sistem himpunan kendala linear. Fungsi linear yang hendak dicari nilai optimumnya, berbentuk sebuah persamaan, disebut fungsi tujuan. Sedangkan fungsi-fungsi linear yang harus terpenuhi dalam optimisasi fungsi tujuan tadi, dapat berbentuk persamaan maupun pertidaksamaan, disebut fungsi kendala.

Agar suatu masalah optimisasi dapat diselesaikan dengan program linear, ada beberapa syarat atau karakteristik yang harus dipenuhi, yaitu :

1. Masalah tersebut harus dapat diubah menjadi permasalahan matematis. Ini berarti bahwa masalah tadi harus bisa dituangkan kedalam bentuk model matematik, dalam hal ini model linier, baik merupakan persamaan maupun pertidaksamaan.
2. Keseluruhan sistem permasalahan harus dapat dipilah-pilah menjadi satuan-satuan aktivitas; sebagai misal : $a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \leq k_1$, dimana X_1 dan X_2 adalah aktivitas.
3. Masing-masing aktivitas harus dapat ditentukan dengan tepat baik jenis maupun letaknya dalam program linear.
4. Setiap aktivitas harus dapat dikuantifikasikan sehingga masing-masing nilainya dapat dihitung dan dibandingkan.

Perumusan model program linear dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Menentukan aktivitas.
2. Menentukan sumber-sumber (masukan)
3. Menghitung jumlah masukan dan keluaran untuk setiap satuan aktivitas.
4. Menentukan kendala-kendala aktivitas.
5. Menyusun model, yakni membentuk fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendalanya.

(Dumairy, 1991)

2.2.2 Bentuk Umum Model Program Linier

Masalah-masalah tersebut secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut :

Masalah maksimasi

Maksimumkan fungsi tujuan

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

terhadap kendala-kendala

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

dimana :

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Ringkasnya, maksimumkan $z = \sum_{j=1}^n c_jx_j$

$$\text{terhadap} \quad \begin{matrix} n \\ j=1 \end{matrix} \quad a_{ij}x_j \leq b_i$$

$$x_j \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

Sedangkan pada masalah minimasi, minimumkan $z = \begin{matrix} n \\ j=1 \end{matrix} c_j x_j$

$$\text{terhadap} \quad \begin{matrix} n \\ j=1 \end{matrix} \quad a_{ij}x_j \geq b_i$$

$$x_j \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

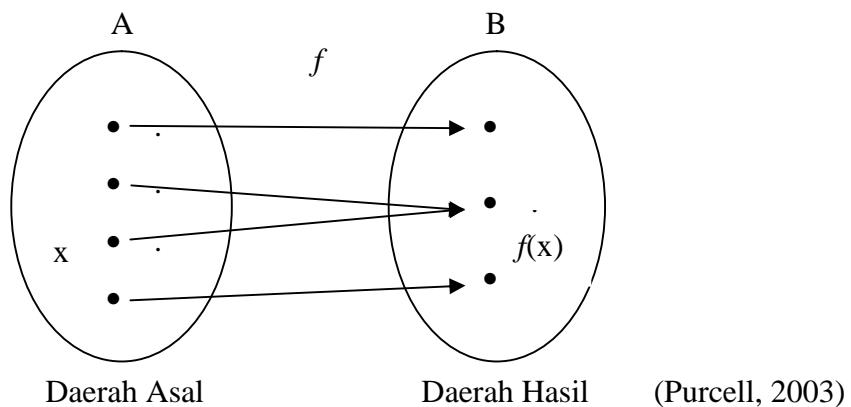
(Dumairy, 1991)

2.3 Fungsi

Definisi :

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan korespondensi (padanan) yang menghubungkan setiap obyek dalam suatu himpunan yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil fungsi.

Sebuah Fungsi



Gambar 1. Fungsi

2.4 Fungsi Linear

Fungsi linear adalah fungsi polinomial khusus yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu, oleh karenanya sering juga disebut fungsi berderajat satu. Bentuk umumnya: $y = a_0 + a_1x$; dengan a_0 adalah konstanta dan $a_1 \neq 0$, y melambangkan jumlah variabel tertentu yang sering diamati, x melambangkan jumlah variabel awal yang telah diketahui (Siringoringo, 2005).

2.5 Matriks

Matriks didefinisikan sebagai suatu himpunan angka, variabel atau parameter dalam bentuk suatu persegi panjang, yang tersusun didalam baris dan kolom. Pada umumnya matriks dinotasikan dalam huruf besar, sedangkan elemen-elemennya dalam huruf kecil sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

A = matriks A

[] atau () = notasi matriks

a_{ij} adalah elemen dari matriks A dimana i menyatakan baris dan j menyatakan kolom. Misalnya: a_{11} adalah elemen dari matriks A yang terletak pada baris ke-1 dan kolom ke-1. Selanjutnya jumlah baris dan kolom menentukan ordo (dimensi) dari matriks, jadi $A_{m \times n}$ dibaca sebagai A adalah matriks yang mempunyai m baris dan n kolom (Pudjiastuti, 2006).

2.6 Persamaan Linear

Sebuah garis yang terletak pada bidang xy dapat dinyatakan secara aljabar dalam suatu persamaan berbentuk:

$$a_1x + a_2y = b$$

dimana a_1 , a_2 , dan b merupakan konstanta real, dan a_1 dan a_2 tidak keduanya nol.

Persamaan semacam ini disebut persamaan linear dengan variabel x dan y . Secara umum kita mendefinisikan **persamaan linear**(*linear equation*) dengan n variabel x_1, x_2, \dots, x_n sebagai persamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

dimana a_1, a_2, \dots, a_n dan b merupakan konstanta real. Variabel-variabel dalam persamaan linear seringkali disebut sebagai **faktor-faktor yang tidak diketahui** (*unknowns*) (Anton and Rorres, 2004).

2.7 GLPK

GLPK (GNU *Linear Programming Kit*) merupakan paket yang ditujukan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear berskala besar (LP), *mixed integer programming* (MIP), dan masalah terkait lainnya. GLPK adalah rangkaian rutinitas yang ditulis dalam ANSI C dan disusun dalam bentuk perpustakaan yang mudah dipanggil dan termasuk dalam bagian dari proyek GNU yang dirilis dibawah naungan GNU. GLPK mendukung bahasa pemodelan GNU *MathProg*, yang merupakan bagian dari bahasa AMPL.

Paket GLPK mencakup komponen utama berikut ini:

- Metode primal dan dual simpleks
- Metode interior-point primer dual

- Metode *branch and cut*
- Penerjemah untuk GNU *MathProg*
- Antarmuka program aplikasi (API)
- Pemecah LP / MIP yang berdiri sendiri

Pengembang utama software GLPK ini adalah Andrew Makhorin yang merupakan mahasiswa Jurusan Teknik Informatika Terapan, Moscow Aviation Institute, Moskow, Rusia. Sofware ini dapat diunduh secara gratis di <http://ftp.gnu.org/gnu/glpk/> [via http] dan <ftp://ftp.gnu.org/gnu/glpk/> [via FTP]. Saat ini GLPK dikelola oleh mao@gnu.org dan mao@mai2.rcnet.ru dan memiliki dua *mailing list* yaitu *help-glpk@gnu.org* dan *bug-glpk@gnu.org* yang dapat digunakan untuk membahas semua aspek tentang GLPK (Anonim, 2012).

III. METODE PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2016/2017 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

3.2 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan bahan literature serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan masalah penelitian ini.
2. Mempelajari bahan literature serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan masalah penelitian yang telah dikumpulkan.
3. Mendeskripsikan permainan *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku*.
4. Memformulasikan permainan *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dengan *Integer Linear Programming*.
5. Menyelesaikan permainan *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, *River Crossing Puzzle*, dan *Sudoku* menggunakan GLPK.

3.3 Deskripsi Masalah

3.3.1 *Challenger Puzzle*

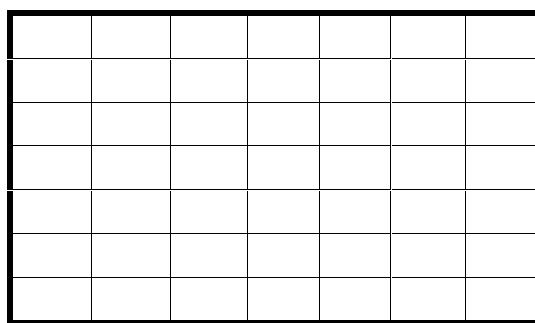
Challenger Puzzle adalah salah satu jenis teka-teki matematika. Pada teka-teki ini disediakan seperangkat sel berukuran $n \times n$ dan jumlah semua angka disetiap baris, kolom dan diagonal sudah ditetapkan, serta beberapa sel telah ditentukan secara acak nilai awalnya. Aturan *Challenger Puzzle* yaitu setiap sel-sel yang kosong diisi dengan angka 1 sampai dengan 9 dan angka-angka tersebut boleh berulang sehingga penjumlahan angka di setiap baris, kolom, dan diagonal sesuai dengan angka yang sudah ditetapkan. *Challenger Puzzle* yang memiliki solusi adalah *Challenger Puzzle* yang semua sel nya telah berisi angka dengan penjumlahan yang tepat. Pada penelitian ini akan dibahas *Challenger Puzzle* yang berukuran 6×6 .

						30
8			7			30
				3		30
	5					30
			2			30
		9			4	30
1						30
30	30	30	30	30	30	30

Gambar 2. Contoh *Challenger Puzzle* berukuran 6×6 yang belum diselesaikan

3.3.2 *Lattice Puzzle*

Lattice Puzzle adalah permainan teka-teki berbasis logika dengan penempatan angka-angka. Ada beberapa jenis *lattice puzzle*, baik dalam dua dimensi (2D) atau tiga dimensi (3D). *Lattice puzzle* memiliki aturan yang sederhana yaitu isilah dalam setiap sel $n \times n$ dengan sejumlah bilangan bulat positif (> 0) di mana bilangan tersebut boleh berulang, sehingga jumlah angka dalam setiap $m \times l$ dan $l \times m$ sub *lattice* sama dengan k . Pada kondisi awal *lattice* tidak ada angka yang ditetapkan terlebih dahulu. Penelitian ini hanya akan membahas *lattice puzzle* dua dimensi (2D) berukuran 7×7 dengan $m = 3$, $l = 2$, dan $k = 9$.



Gambar 3. Contoh *Lattice Puzzle* dengan $n = 7$ yang belum diselesaikan

3.3.3 *Sudoku*

Sudoku adalah sebuah permainan teka-teki berdasarkan logika dengan kombinasi penempatan angka. Aturan permainan Sudoku yaitu pemain diminta untuk mengisi $n \times n$ kotak, sehingga setiap kotak dapat diisi dengan angka 1 sampai dengan angka “ n ” itu sendiri dengan tidak ada angka yang sama pada setiap baris dan setiap kolomnya. Pada Sudoku terdapat *grid*, yaitu submatrix dari $n \times n$ kotak di mana *grid* atau submatrix tersebut memiliki jumlah kotak sebanyak n dan berisi

angka 1 sampai dengan n tanpa pengulangan angka. Bentuk *grid* sendiri ada yang beraturan dan ada pula yang acak. Sudoku yang memiliki solusi adalah Sudoku yang telang berisi angka 1 sampai dengan n pada setiap baris, kolom, dan *grid* sehingga tidak ada angka yang sama. Sudoku yang akan dibahas pada penelitian ini yaitu Sudoku berukuran 9×9 dengan *grid* yang beraturan.

	9							8
		3	2		7		9	
	6					7		
					1			6
		5	4	3	2	1		
4			7					
		7					3	
	2		9		8	6		
1							4	

Gambar 4. Contoh Sudoku berukuran 9×9 yang belum diselesaikan

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Permainan *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* yang merupakan beberapa contoh dari permainan *Mathematical Puzzle* dapat diformulasikan dengan *Integer Linear Programming* dan dapat diselesaikan menggunakan bantuan software *GNU Linear Programming Kit (GLPK)* versi 4.61.

5.2 Saran

Penelitian ini merupakan penelitian yang mengambil garis besar tema tentang *Integer Linear Programming*. Bahasan pada penelitian ini hanya beberapa contoh dari permainan *Mathematical Puzzle* yaitu *Challenger Puzzle*, *Lattice Puzzle*, dan *Sudoku* dan diselesaikan menggunakan bantuan software GLPK. Bagi peneliti yang tertarik membahas tentang *Integer Linear Programming* dapat mengembangkan contoh pada permainan lain dan dapat menyelesaikannya dengan bantuan software yang lain juga.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim. 2012. *GLPK (GNU Linear Programming Kit)*. [diakses 25 April 2017]; pada: <https://www.gnu.org/software/glpk/>
- Anton, H. and Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta : Erlangga.
- Dumairy. 1991. *Matematika Terapan untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta : BPFE.
- Pudjiastuti. 2006. *Matriks Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta : Penerbit Graha Ilmu.
- Purcell, J.E. 2003. *Kalkulus*. Jakarta : Erlangga.
- Siringoringo. 2005. *Sari Teknik Riset Operasional*. Yogyakarta : Penerbit Graha Ilmu.
- Wamiliana. 2015. *Program Linear Teori dan Terapannya*. Bandar Lampung : AURA.