PERBANDINGAN KARAKTERISTIK PENDUGAAN PARAMETER DISTRIBUSI PARETO DENGAN METODE MOMEN, METODE KEMUNGKINAN MAKSIMUM, METODE MOMEN PELUANG TERBOBOTI DAN METODE *GENERALIZED* MOMEN.

(Skripsi)

Oleh

EGA JHEA GUSTAVIA

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG

2017

ABSTRACT

THE CHARACTERISTICS COMPARISON OF PARETO DISTRIBUTION PARAMETER ESTIMATOR WITH METHOD OF MOMENTS, MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION METHOD, PROBABILITY WEIGHT MOMENTS, AND GENERALIZED METHOD OF MOMENTS

By

Ega Jhea Gustavia

Pareto Distribution is one of continued probability distribution with parameter shape β and K parameter in which $\beta > 0$ and $k > 0$. The probability of Pareto Distribution parameter is obtained by the best method among Method of Moments, Maximum Likelihood Estimation Method, Probability Weight Moments, and Generalized Method of Moments for estimation of Pareto Distribution parameter. This study provides discussion about the characteristics of Pareto Distribution estimator $(\hat{\beta}, \hat{k})$ which include unbiased-ness, minimum-variance, consistency, statistic sufficiency, and completeness. Based on the findings of this study, it is shown that parameter probability $(\hat{\beta}, \hat{k})$ has good characteristic estimator and Maximum Likelihood Estimation Method is the best method which obtains great sample value.

Key words: Pareto Distribution, Method of Moments, Maximum Likelihood Estimation Method, Generalized Method of Moments, Unbiased, Statistic Sufficiency, Consistency, Completeness

ABSTRAK

PERBANDINGAN KARAKTERISTIK PENDUGAAN PARAMETER DISTRIBUSI PARETO DENGAN METODE MOMEN, METODE KEMUNGKINAN MAKSIMUM, METODE MOMEN PELUANG TERBOBOTI DAN METODE *GENERALIZED* MOMEN.

Oleh

Ega Jhea Gustavia

Distribusi Pareto adalah salah satu dari distribusi peluang kontinu dengan parameter skala β dan parameter bentuk k dimana $\beta > 0$ dan $k > 0$. Penduga dari parameter distribusi Pareto ini diperoleh dengan menggunakan metode terbaik dari metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti dan metode *generalized* momen untuk pendugaan suatu parameter distribusi Pareto.Pada penelitian ini juga akan mengkaji tentang karakteristik penduga parameter distribusi Pareto $(\hat{\beta}, \hat{k})$ yang meliputi sifat tak bias, ragam minimum, kekonsistenan, statistik cukup dan kelengkapan. Berdasarkan hasil yang diperoleh menunjukan bahwa penduga parameter $(\hat{\beta}, \hat{k})$ memiliki karakteristik penduga yang baik dan metode kemungkinan maksimum merupakan metode terbaik dengan menggunakan nilai sempel yang besar.

Kata kunci : Distribusi Pareto, Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum, Metode Momen Peluang Terboboti, Metode *Generalized* Momen, Tak Bias, Ragam Minimum, Konsisten, Statistik Cukup, Kelengkapan.

PERBANDINGAN KARAKTERISTIK PENDUGAAN PARAMETER DISTRIBUSI PARETO DENGAN METODE MOMEN, METODE KEMUNGKINAN MAKSIMUM, METODE MOMEN PELUANG TERBOBOTI DAN METODE *GENERALIZED* MOMEN.

Oleh

EGA JHEA GUSTAVIA

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

Pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

Judul Skripsi	:	**PERBANDINGAN KARAKTERISTIK PENDUGAAN PARAMETER DISTRIBUSI PARETO DENGAN METODE MOMEN, METODE KEMUNGKINAN MAKSIMUM, METODE MOMEN PELUANG TERBOBOTI DAN METODE *GENERALIZED* MOMEN**
Nama Mahasiswa	:	*Ega Thea Gustavia*
Nomor Pokok Mahasiswa	:	1317031029
Jurusan/Program Studi	:	Matematika / S1 Matematika
Fakultas	:	Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Ir. Warsono, M.S., Ph.D.
NIP 19630216 198703 1 003

Amanto, S.Si., M.Si.
NIP 19730314 200012 2 001

2. Ketua Jurusan Matematika

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Ir. Warsono, M.S., Ph.D.** .....

Sekretaris : **Amanto, S.Si., M.Si.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing : **Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, D.E.A., Ph.D.
NIP 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : **10 November 2017**

PERNYATAAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama	: Ega Jhea Gustavia
No. Pokok Mahasiswa	: 1317031029
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

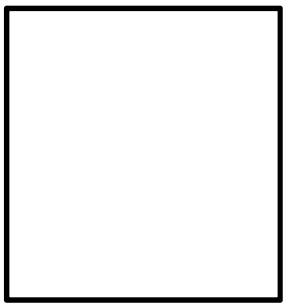
Dengan ini menyatakan bahwa, skripsi yang berjudul "Pendugaan Parameter Distribusi Pareto Menggunakan Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum, Metode Momen Peluang Terboboti dan Metode *Generalized* Momen " merupakan hasil karya saya sendiri. Semua hasil penulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung dan sepanjang pengetahuan saya skripsi ini tidak ada dan belum pernah ditulis oleh pihak lain atau tidak berisi materi yang telah dipublikasikan. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil karya pihak lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, November 2017

Penulis

Ega Jhea Gustavia
NPM. 1317031029

RIWAYAT HIDUP



Ega Jhea Gustavia merupakan anak bungsu dari lima bersaudara oleh pasangan Bapak Kr. Djaelani dan Ibu Siti Inganah yang lahir di Gunung Batin Baru, Lampung Tengah pada tanggal 14 Agustus 1994.

Penulis mengawali pendidikan dari Taman Kanak-Kanak di TK Xaverius Gunung Batin Baru pada tahun 2000. Kemudin, melanjutkan pendidikan Sekolah Dasar di SD Xaverius Gunung Batin Baru pada tahun 2001. Namun pada tahun 2002 pindah sekolah di SD PG Bungamayang . Setelah menamatkan pendidikan dasarnya penulis melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Pertama di SMP PG Bungamayang pada tahun 2007 dan melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 02 Kotabumi pada tahun 2010. Penulis melanjutkan pendidikan penguruan tinggi di Universitas Lampung pada tahun 2013 di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswi, penulis pernah aktif dalam berorganisasi dan pernah menjadi anggota Biro Dana dan Usaha HIMATIKA (Himpunan Mahasiswa Matematika), menjadi anggota Biro Dana dan Usaha ROIS (Rohani Islam) FMIPA UNILA. Pada tahun 2014 penulis melaksanakan Karya Wisata Ilmiah di Desa Mulyosari selama 7 hari.

Pada tanggal 22 Febuari sampai dengan 8 Maret 2017 penulis melaksanakan Kerja Praktik di PT Bank Syariah Mandiri Area Lampung selama 15 hari dengan judul "Analisis Hubungan Antara Jumlah Surat Gadai Emas/ NOA dengan Outsanding Pembiayaan Gadai Emas di Bank Syariah Mandiri (BSM) Area Lampung periode bulan Oktober 2015- Februari 2016 dengan Metode Analisis Regresi Linier Sederhana ". Pada tahun 2016 penulis melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Poncowarno Kecamatan Kalirejo Kabupaten Lampung Tengah selama 40 hari dari tanggal 19 Januari sampai dengan 27 Februari 2017.

Motto

Doa terindah adalah doa dari orang tua dan keluarga.

Maka sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan.

(Q.S. Al-Insyirah: 5-6)

Lakukan hal-hal yang kau pikir tidak bisa kamu lakukan.

(Eleanor Roosevelt)

Kesusksesan tidak akan bertahan jika dilalui dengan jalan pintas.

Hidup adalah pelajaran tentang kerendahan hati.

Kita tidak berjumpa orang-orang dengan tidak sengaja, mereka ditakdirkan untuk bertemu kita karena suatu alasan.

PERSEMBAHAN

Dengan mengucapkan rasa syukur Kepada Allah SWT

Kupersembahkan karya kecilku ini kepada :

Bapak dan Ibu yang menjadi penyemangat hidupku, yang selalu memanjatkan doa disetiap sujudnya untuk keberhasilanku

Seluruh keluarga besarku yang selalu memberikan semangat dan dukungan disetiap langkahku untuk menyelesaikan studiku

Bapak dan Ibu Dosen yang telah memberikan Ilmu dengan tulus iklas,

Sahabat – sahabatku tersayang yang selalu mendukung menemani saat suka maupun duka,

Dan Almamaterku tercinta

Universitas Lampung

SANWACANA

Puji dan syukur Penulis ucapkan kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan Skripsi yang berjudul "**Perbandingan Karakteristik Pendugaan Parameter Distribusi Pareto Dengan Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum, Metode Momen Peluang Terboboti dan Metode *Generalized* Momen** " dapat diselesaikan dengan baik.

Penulis menyadari banyak sekali pihak yang telah membantu penulis hingga terselesaikannya skripsi ini. Penulisan skripsi ini merupakan tugas akhir selama menempuh pendidikan Perguruan Tinggi di Jurusan Matematika Universitas Lampung. Dengan terselesainya skripsi ini penulis ingin mengucapkan rasa terima kasih yang tulus kepada :

1. Bapak Ir., Warsono, M.S., Ph.D., selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan ilmunya selama penulis melaksanakan penelitian hingga menyelesaikannya skripsi ini dengan baik.
2. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku Pembimbing II yang dengan sabar membimbing, memberikan saran serta pembelajaran yang membantu penulis selama melaksanakan penelitian hingga menyelesaikannya skripsi ini.
3. Ibu Dian Kurniasari, S.Si., M.Sc., selaku Pembahas atas bimbingan selama penulis melaksanakan penelitian hingga menyelesaikan skripsi ini.

4. Ibu Dra., Dorrah Aziz, M.Si., selaku Pembimbing Akademik yang telah memberikan dukungan dan semangat serta arahan selama masa studi.
5. Ibu Dra. Wamiliana, MA., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
6. Bapak Prof. Warsito.S.Si., DEA,. Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.
7. Dosen, staf dan karyawan Jurusan Matematika Universitas Lampung yang telah memberikan ilmu serta bantuan kepada penulis.
8. Ayah dan ibu tercinta, kakakku Nuraini, Syafei, Ida Yani dan Wiwin Winarti yang selalu membawa namaku dalam doa dan yang slalu memberi dukungan agar tetap tabah, kuat dan tawakal dalam menuntut ilmu sampai terselesainya skripsi ini.
9. Sahabat-sahabatku tersayang Tara Yunika Ferusia, Hanggita Sekar Teja Kusuma, Oktarini Husaini, Muna Sari, Refika Sinta yang telah menjadi tempat curahan penulis dan yang selalu memberi semangat, bantuan serta nasihat positif kepada penulis.
10. Teruntuk Joko Wijoyo Laksono yang dengan sabar mendengar keluh kesah dan curahan serta memberi semangat kepada penulis.
11. Teman - teman seperjuangan selama penelitian Tara, Hanggita, Rini, Afif, dan Dafri terima kasih untuk kerja samanya dalam susah dan senang.
12. Keluarga besar Matematika 2013, yang telah menjalin kekeluargaan selama ini semoga sukses selalu untuk kita semua.
13. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi yang tidak dapat penulis ucapkan satu – persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan sehingga penulis mengharapan saran dan kritik. Besar harapan penulis semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak.

Bandar Lampung, November 2017
Penulis,

Ega Jhea Gustavia

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL iv

DAFTAR GAMBAR v

I. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah 1
1.2. Rumusan Masalah 3
1.3. Tujuan Penelitian 4
1.4. Manfaat Penelitian 4

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Pareto 5
2.2 Metode Momen 6
2.3 Metode Kemungkinan Maksmum 7
2.4 Metode Momen Peluang Terboboti 9
2.5 Metode *Generalized* Momen 11
2.6 Pendugaan Parameter 11
2.7 Tak Bias 12
2.8 Ragam Minimum 13
2.9 Konsistensi 15
2.10 Statistik Cukup 16
2.11 Kelengkapan 17

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 19
3.2 Metode Penelitian 19
3.3 Skenario Simulasi 20

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Grafik Distribusi Pareto 21
4.2 Metode Momen Untuk Penduga Parameter Distribusi Pareto 22
4.2.1 Momen ke-1 23
4.2.2 Momen ke-2 23

4.3 Metode Kemungkinan Maksimum Untuk Penduga Parameter Distribusi Pareto 26
4.3.1 Penduga Parameter $\beta(\hat{\beta})$ 28
4.3.2 Penduga Parameter k $(\hat{k})$ 28
4.4 Metode Momen Peluang Terboboti Untuk Penduga Parameter Distribusi Pareto 31
4.4.1 Invers dari Distribusi Pareto 31
4.4.2 Mencari Momen ke-t 32
4.4.3 Penduga Parameter k 33
4.4.4 Penduga Parameter β 34
4.5 Metode *Generalized* Momen Untuk Penduga Parameter Distribusi Pareto 36
4.5.1. Penduga Parameter $\beta(\hat{\beta})$ 38
4.5.2. Penduga Parameter $k(\hat{k})$ 38
4.6 Karakteristik Penduga Parameter Distribusi Pareto 39
4.6.1 Memeriksa Ketakbiasan Penduga Parameter Distribusi Pareto 39
4.6.1.1 Memeriksa Ketakbiasan dengan Metode Momen 39
4.6.1.2 Memeriksa Ketakbiasan dengan Metode Momen Peluang Terboboti 42
4.6.1.3 Memeriksa Ketakbiasan dengan Metode *Generalize* Momen 44
4.6.2 Memeriksa Varian Minimum Penduga Parameter Distribusi Pareto 45
4.6.2.1 Matriks Informasi Fisher dari Penduga Parameter Distribusi Pareto 45
4.6.2.2 Persamaan *Cramer-Rao Lower Bound* 48
4.6.3 Memeriksa Kekonsistenan Penduga Parameter Distribusi Pareto 49
4.6.3.1 Penduga Parameter Pada Metode Momen 50
4.6.3.1 Penduga Parameter Pada Metode Momen Peluang Terboboti 52
4.6.3.1 Penduga Parameter Pada Metode *Generalize* Momen 54
4.6.4 Memeriksa Statistik Cukup Penduga Parameter Distribusi Pareto 57
4.6.5 Memeriksa Kelengkapan Penduga Parameter Distribusi Pareto 58
4.7 Simulasi Penduga Parameter β dan k dengan Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum, Metode Peluang Momen Terboboti dan *Genereized* Momen Menggunakan Sofware R versi 3.3.2 59
4.7.1 Untuk Nilai parameter $\beta = 1$ dan $k = 1$ 59
4.7.2 Untuk Nilai parameter $\beta = 1$ dan $k = 3$ 61
4.7.3 Untuk Nilai parameter $\beta = 1$ dan $k = 5$ 62

4.8 Pengaruh Nilai Mean dan *Mean Square Eror* (MSE) dari Penduga Parameter β dan k dengan Metode Momen, Metode Kemungkinan Maksimum, Metode Peluang Momen Terboboti dan *Genereized* Momen 63

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

Gambar Halaman

1. Grafik Fungsi Kepekatan Peluang Distribusi Pareto 21

DAFTAR TABEL

Tabel Halaman

1. Nilai Dugaan Parameter $\beta = 1$ dan $k = 1$ metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode peluang momen terboboti dan metode *generalized* momen 60

2. Nilai Dugaan Parameter $\beta = 1$ dan $k = 3$ metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode peluang momen terboboti dan metode *generalized* momen 61

3. Nilai Dugaan Parameter $\beta = 1$ dan $k = 5$ metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode peluang momen terboboti dan metode *generalized* momen 62

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu statistika merupakan ilmu yang berperan sebagai alat untuk mengumpulkan, menyusun, menyajikan, menganalisis serta mengambil kesimpulan yang bersifat objektif mengenai populasi berdasarkan data sampel. Sehingga, tidak dapat disangkal bahwa peran statistika di dalam keterbukaan dan ekonomi berbasis pengetahuan akan semakin signifikan.

Dalam teori statistika dan peluang, distribusi Pareto $f(x;\beta,k)$ adalah salah satu dari distribusi peluang kontinu dengan parameter skala β dan parameter bentuk k dimana $\beta > 0$ dan $k > 0$. Distribusi Pareto berasal dari nama seorang pofesor ekonom yaitu Vilfaredo Pareto. Umumnya distribusi Pareto digunakan dalam bidang sosial, ekonomi, bisnis, asuransi, politik, dan mempelajari tingkat ozon di atmosfer.

Untuk mengetahui karakteristik suatu distribusi perlu dilakukan pendugaan parameter pada distribusi tersebut dengan menggunakan metode pendugaan. Pendugaan parameter merupakan proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga parameter populasi yang tidak diketahui. Suatu penduga yang baik harus memenuhi beberapa sifat penduga yang diinginkan suatu peluang, yaitu tak bias, ragam

minimum, konsisten, statistik cukup dan kelengkapan. Beberapa metode pendugaan yaitu metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti dan metode *generalized* momen.

Metode momen ditemukan oleh Karl Pearson pada tahun 1800 yang merupakan metode tertua. Metode ini memiliki prosedur yang mudah untuk memperoleh penduga dari satu atau lebih parameter populasi. Dasar pemikiran dari metode momen adalah mendapatkan penduga parameter dengan menyamakan momen-momen populasi dengan momen-momen sampel. Metode ini juga dapat diterapkan untuk menduga parameter pada ukuran sampel kecil.

Selanjutnya metode kemungkinan maksimum merupakan metode yang sangat luas dipakai dalam pendugaan parameter suatu distribusi. Metode ini diperkenalkan oleh R.A Fisher pada tahun 1912. Prinsip kerja metode ini adalah dengan cara memaksimumkan fungsi kemungkinannya dan hanya bisa digunakan pada sampel yang berukuran besar. Namun, metode ini memiliki sifat berbias jika diterapkan untuk menduga parameter pada ukuran sampel yang kecil.

Kemudian metode momen peluang terboboti merupakan modifikasi dari metode "konvensional" momen yang pertama kali dikemukakan oleh Hosking et al., (1984). Didalam peneletian yang ditulis oleh Greenwood et al., (1979) metode momen peluang terboboti dapat diaplikasikan pada fungsi distribusi peluang yang memiliki invers yang didapat dari fungsi kumulatif suatu distribusi.

Metode *generalized* momen pertama kali diperkenalkan dalam literatur ekonometrik oleh Lars Hansen pada tahun 1982 dan merupakan pengembangan dari metode momen. Metode ini mengarah pada kelas penduga yang dibangun dari pengembangan anggota momen sampel dari kondisi momen populasi dari model data yang dibangkitkan (Hansen, 2007). Dasar dari penerapan metode ini adalah dengan menggunakan bentuk metode peluang momen terboboti . Metode *generalized* momen dapat digunakan pada data yang mengabaikan distribusinya dan tidak memerlukan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi seperti metode pendugaan klasik lainnya. Selain itu, metode menyediakan metode yang sesuai secara komputasi dalam memperoleh pendugaan parameter yang konsisten dan normal asimtotik dari suatu distribusi dari model statistik. Metode ini telah diterapkan dibanyak bidang seperti bidang ekonometrik, hidrologi, kesehatan, dan lain-lain.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang menjadi permasalahan dalam penelitian ini adalah “Bagaimana perbandingan karakteristik pendugaan parameter distribusi Pareto dengan metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti, dan Metode *Generalized* momen untuk mengetahui metode yang terbaik dari ke empat metode tersebut dalam menduga parameter distribusi Pareto ?”

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah :

1. Membuat grafik fungsi kepekatan peluang distribusi Pareto.
2. Menduga parameter distribusi Pareto dengan menggunakan metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti dan metode *generalized* momen .
3. Memeriksa sifat karakteristik penduga yang baik yaitu, tak bias, ragam minimum, kekonsistenan, statistik cukup, dan kelengkapan pada distribusi Pareto.
4. Membandingkan pendugaan parameter distribusi Pareto menggunakan metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti dan metode *generalized* momen serta mengetahui metode mana yang terbaik dalam menduga parameter distribusi Pareto.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk memberikan informasi metode terbaik dari ke empat metode di atas yaitu metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti dan metode *generalized* momen untuk pendugaan suatu parameter distribusi Pareto.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam proses penelitian untuk mengkaji perbandingan karakteristik pendugaan parameter distribusi Pareto dengan metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode momen peluang terboboti, dan metode *generalized* momen ini digunakan beberapa definisi dan konsep dasar yang berkaitan dengan penelitian ini. Berikut merupakan penjabaran sebagai berikut :

2.1 Distribusi Pareto

Distribusi Pareto berasal dari nama seseorang profesor ekonom berkembangsaan Italia yaitu Vilfredo Pareto pada tanggal 15 Juli 1848 – 19 Agustus 1923 yang menemukan sebuah fakta bahwa dari 80% tanah di Italia hanya dimiliki 20% penduduk saja. Dari fakta unik tersebut lahirlah Hukum Pareto *(Pareto's law)* yang menyatakan bahwa 20% usaha akan memberi hasil yang sebesar 80%, hukum ini dikenal juga sebagai hukum20/80 atau *law of the few*

(Pu dan Pan, 2013).

Distribusi pareto merupakan model probabiltas dengan variable continuous. Distribusi pareto umumnya digunakan dalam bidang sosial, ekonomi, bisnis, asuransi, politik, dan mempelajari tingkat ozon di atmosfer.

Definisi 2.1

Misalkan X adalah peubah acak berdistribusi pareto, maka fungsi distribusi kumulatif (CDF) adalah:

$$F(x;\beta,k) = 1 - \left(\frac{\beta}{x}\right)^{k} ; x \geq \beta, \beta > 0, k > 0 \qquad (2.1)$$

Dan fungsi kepekatan peluang (pdf) adalah :

$$f(x;\beta,k) = \frac{k\beta^{k}}{x^{k+1}} ; x \geq \beta, \beta > 0, k > 0 \qquad (2.2)$$

dengan

X : Peubah acak distribusi pareto

β : Parameter skala distribusi pareto

k : Parameter bentuk distribusi pareto

(Akinste *at all*, 2008).

Selanjutnya akan dijelaskan metode-metode yang digunakan dalam mengkaji penelitian ini yakni sebagai berikut :

2.2 Metode Momen

Metode momen yang diciptakan oleh Karl Person pada tahun 1800 merupakan metode tertua dalam menentukan pendugaan. Dasar pemikiran dari metode momen adalah mendapatkan penduga parameter populasi dengan menyamakan momen-momen populasi dengan momen-momen sampel.

Definisi 2.2

1. Misalkan suatu populasi dengan fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta)$ maka, momen populasi ke k didefinisikan sebagai berikut :

$$\mu_k = E(X^k) \qquad (2.3)$$

2. Jika $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak dari populasi dengan fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta)$ maka, momen sampel ke k didefinisikan sebagai berikut :

$$m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^k \qquad (2.4)$$

Momen populasi ke-k (μ_k) biasanya merupakan fungsi dari $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$. Pendugaan metode momen $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k)$ dari $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ diperoleh dengan cara menyelesaikan persamaan berikut :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= m_1 \\ \mu_2 &= m_2 \\ &\vdots \\ \mu_k &= m_k \end{aligned}$$

(Casella & Berger , 1990).

2.3 Metode Kemungkinan Maximum (MLE)

Definisi 2.3

Misalkan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah sampel acak berukuran n yang saling bebas stokastik identik dari suatu distribusi yang mempunyai fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega$. Fungsi kepekatan peluang bersama dari $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah peluang

$f(x_1;\theta)\,f(x_2;\theta)\,\dots f(x_n;\theta)$ yang merupakan fungsi kemungkinan. Untuk $x_1, x_2, \dots, x_n$tetap, fungsi kemungkinan merupakan fungsi dari θ dan dilambangkan dengan idefinisikan dengan $\mathcal{L}(\theta)$ dan dinotasikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\theta) &= f(\bar{\bar{x}};\theta)\\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n;\theta)\\ &= f(x_1;\theta)\,f(x_2;\theta)\,\dots f(x_n;\theta)\;;\theta \in \Omega\\ &= \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta) \qquad (2.5)\end{aligned}$$

Definisi 2.4

$\mathcal{L}(\theta) = f(x_1;\theta)\,f(x_2;\theta)\,\dots f(x_n;\theta)\;;\theta \in \Omega$ merupakan fuungsi kepeketan peluang dari $x_1, x_2, \dots, x_n$. Untuk hasil pengamatan $x_1, x_2, \dots, x_n$ nilai $\hat{\theta}$ berada dalam Ω ($\hat{\theta} \in \Omega$), dimana $\mathcal{L}(\theta)$ maksimum yang disebut sebagai pendugaan kemungkinan terkecil dari θ. Jika $f(x_1, x_2, \dots, x_n;\hat{\theta}) = \max f(x_1, x_2, \dots, x_n;\theta)$ maka untuk memaksimumkan $\mathcal{L}(\theta)$ dapat diperoleh dengan cara mencari turunan dari $\mathcal{L}(\theta)$ terhadap parameternya. Biasanya dalam mencari turunan dari $\mathcal{L}(\theta)$ terhadap parameternya relatif sulit sehingga, dalam penyelesaiannya dapat diatasi dengan menggunakan logaritma atau fungsi ln dari $\mathcal{L}(\theta)$ yaitu :

$$\ln \mathcal{L}(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i;\theta) \qquad (2.6)$$

Karena fungsi ln merupakan fungsi monoton naik, maka memaksimumkan $\ln \mathcal{L}(\theta)$ setara dengan memaksimumkan $\mathcal{L}(\theta)$. untuk memaksimumkan $\mathcal{L}(\theta)$ dapat diperoleh

dengan cara mencari turunan dari $\mathcal{L}(\theta)$ terhadap parameternya, dimana hasil turunannya disamadengankan nol

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\theta)}{\partial \theta} = 0 \qquad (2.7)$$

(Hoog & Craigh, 1995).

2.4 Metode Momen Peluang Terboboti (PWM)

Definisi 2.5

Fungsi metode momen peluang terboboti (PWM) dari variabel acak dengan fungsi distribusi kumulatif (CDF), maka didefinisikan sebagai berikut :

$$M_{r,s,t} = E([X^r F^s (1-F)^t])$$

$$= \int_0^1 \big(X(F)\big)^r F(x)^s (1-F(x))^t dF \qquad (2.8)$$

Dimana

$X(F)$: invers distribusi

$F(x)$: distribusi fungsi kumulatif

r, s, t : bilangan real

(Greenwood *at all*, 1979).

Bila s = t = 0 dan r merupakan bilangan bulat yang tidak negatif maka akan menjadi $M_{r,0,0}$ merupakan momen konvensional yang selama ini dikenal.

Adapun subclass dari fungsi PWM diatas dengan $X(F)$ adalah invers dari fungsi distribusi kumulatif maka fungsi PWM adalah

$M_{1,s,t}(r = 1, s = 0,1,2, \dots, t = 0,1,2, \dots)$. Sementara $M_{1,s,t}$ dapat dibagi menjadi dua bagian, yaitu $s = 0(M_{1,0,t})$ dan $t = 0(M_{1,s,0})$, sehingga fungsi diatas dapat dinyatakan dalam bentuk

$M_{1,0,t} = E([X(1-F)^t])$ dimana $M_{1,0,t} = \int_0^1 \big(X(F)\big)\,(1-F(x))^t\,dF$ dan

$M_{1,s,0} = E([X\,F^s])$ dimana $M_{1,s,0} = \int_0^1 \big(X(F)\big)\,F(x)^s dF$

Selain itu fungsi PWM dapat juga ditulis secara khusus yakni

$M_{r,s,t} = B(s+1, t+1)E\big[X^r_{(s+1),(s+t+1)}\big]$, dengan r,s,t adalah bilangan real dan B adalah fungsi beta. Dalam hal ini $M_{r,s,t}$ merupakan momen ke-r dari statistic tataan ke (t + 1) untuk sampel berukuran (s + t + 1). Sehingga, jika r = 1, s = 0, dan t = 1 maka

$$
\begin{aligned}
M_t = M_{1,0,t} &= B(s+1, t+1)E\big[X_{(1),(t+1)}\big] \\
&= \frac{\Gamma(1)\Gamma(t+1)}{\Gamma(t+2)}\,E\big[X_{(1),(t+1)}\big] \\
&= \frac{1}{t+1}E\big[X_{(1),(t+1)}\big] \\
&= \int_0^1 \big(X(F)\big)\,(1-F(x))^t\,dF
\end{aligned}
$$

Dengan menyelesaikan M_t akan didapatkan penduga bagi parameter yang masih dinyatakan dalam bentuk M_t. Selanjutnya dengan mengganti M_t dengan $\widehat{M}_t$ akan didapatkan penduga parameter dari setiap parameter distribusi.

2.5 Metode *Generalized* Momen (GMM)

Metode *generalized* momen (GMM) adalah suatu metode statistik yang umum untuk memperoleh pendugaan parameter dari model statistik dan merupakan bentuk perumuman dari metode momen

(Hall, 2009).

Untuk menduga parameter dari suatu distribusi, maka digunakan bentuk umum dari metode momen peluang terboboti (PWM) sebagai berikut:

$$M_{l,r} = E[X^l F^r] = \int_{-\infty}^{\infty} X^l \, [F(x)]^r \, f(x)dx$$

$$= \int_0^1 X^l \, [F(x)]^r \, dF \qquad (2.9)$$

$M_{l,r}$ ini bertindak sebagai suatu dasar untuk menerapkan Metode *generalized* momen (GMM), r diambil sama dengan 0, dan l diambil sembarang yang tidak harus bilangan bulat, maupun positif

(Ashkar dan Mahdi, 2006).

2.6 Penduga Parameter

Sebarang fungsi dari sampel acak yang digunakan untuk menduga suatu parameter disebut dengan statistik atau penduga. Jika merupakan parameter yang dapat diduga, maka penduga dinotasikan dengan head atau topi yang dilambangkan seperti $(\hat{a})$

(Larsen dan Marx, 2012).

Dalam statistika inferensia, dibutuhkan pemahaman mengenai kaidah-kaidah pengambilan kesimpulan tentang suatu parameter populasi berdasarkan karakteristik sampel. Hal ini membangun apa yang disebut dengan pendugaan titik dari suatu fungsi kepekatan peluang parameter yang tidak diketahui.

Definisi 2.6

Misal suatu peubah acak X memiliki fungsi kepekatan peluang yang bergantung pada suatu parameter yang tidak diketahui θ dengan sebarang nilai dalam suatu himpunan ruang parameter Ω, maka dinotasikan dengan

$$f(x,\theta);\theta \in \Omega$$

(Hogg and Craig, 1995).

Berkaitan dengan perbandingan karakteristik pendugaan parameter distribusi Pareto dengan metode momen (MM), metode kemungkinan maksimum (MLE), metode momen peluang terboboti (PWM), dan Metode *Generalized* Momen (GMM) ini maka akan dijelaskan ciri-ciri penduga yang baik sebagai berikut :

2.7 Takbias

Sifat penduga yang baik salah satunya adalah sifat takbias. Suatu penduga dikatakan takbias apabila asumsi yang telah ditentukan terpenuhi, adapun penjelasannya sebagai berikut:

Definisi 2.7

Seandainya $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ merupakan sampel acak dari fungsi kepekatan peluang kontinu $f_y(y;\theta)$ dimana θ merupakan parameter yang tidak diketahui. Penduga $\hat{\theta}$ $[= h(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)]$ dikatakan takbias bagi θ, jika $E(\hat{\theta}) = \theta$ (semua θ)

(Larsen dan Marx, 2012).

2.8 Ragam Minimum

Selain sifat ketakbiasan, penduga parameter dikatakan baik apabila memenuhi sifat penduga ragam minimum. Adapun definisi ragam minimum suatu penduga sebagai berikut:

Definisi 2.8

Misalkan U($\boldsymbol{X}$) adalah penduga tak bias bagi g (θ), maka untuk sebarang penduga tak bias U_1 ($\boldsymbol{X}$) bagi g (θ), disebut penduga varians minimum jika Var (U($\boldsymbol{X}$)) ≤ Var (U_1($\boldsymbol{X}$)) untuk setiap $\boldsymbol{\theta} \in \Omega$, dimana

$$\text{Var}\,(U_1(\boldsymbol{X})) \geq \frac{\left(\frac{\partial}{\partial\theta} g(\theta)\right)^2}{n.E\left[\frac{\partial}{\partial\theta} \ln f(\boldsymbol{X};\theta)^2\right]} \qquad (2.10)$$

(Bain and Engelhardt, 1992).

Berkaitan dengan sifat varian minimum dari suatu penduga parameter digunakan faktor pendukung seperti informasi Fisher, matriks informasi Fisher dan pertidaksamaan Cramer-Rao Lower Bound (CRLB).

Definisi 2.9 Inforamsi Fisher

Misalkan X variabel acak dengan fungsi kepekatan peluang (*pdf*) (x;θ), θ ϵ Ω, *Informasi Fisher* dinotasikan dengan I(θ), dimana:

$$I(\theta) = E\left\{\left[\frac{\partial \ln f(x;\theta)}{\partial \theta}\right]^2\right\}$$

Atau

$$I(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(x;\theta)}{\partial \theta^2}\right] \qquad (2.11)$$

(Hogg and Craig, 1995).

Definisi 2.10 Matriks Informasi Fisher

Pada kasus multivariat, jika θ merupakan suatu vektor dari parameter, maka $I(\theta)$ adalah matriks informasi Fisher. Misalkan sampel acak $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dari suatu distribusi dengan fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta_1,\theta_2)$, $(\theta_1,\theta_2) \in \Omega$, dengan syarat keteraturannya ada. Tanpa menggambarkan syaratnya secara detail, misalkan ruang dari X dimana $f(x;\theta_1,\theta_2 > 0)$ tidak melibatkan θ_1 dan θ_2, serta dapat diturunkan dibawah integral. Sehingga , matriks informasi Fisher dapat dituliskan sebagai berikut:

$$l_n = -n\begin{bmatrix} E\left[\frac{\partial^2 \ln f(x;\theta_1,\theta_2)}{\partial {\theta_1}^2}\right] & E\left[\frac{\partial^2 \ln f(x;\theta_1,\theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2}\right] \\ E\left[\frac{\partial^2 \ln f(x;\theta_1,\theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2}\right] & E\left[\frac{\partial^2 \ln f(x;\theta_1,\theta_2)}{\partial {\theta_2}^2}\right] \end{bmatrix} \qquad (2.12)$$

(Hogg and Craig, 1995).

Definisi 2.11 *Cramer-Rao Lower Bound* (CRLB)

Pertidaksamaan *Cramer-Rao Lower Bound* didefinisikan sebagai berikut:

$$Var\left(\hat{\theta}\right) \geq -\frac{1}{nE\left(\frac{\partial^2 \ln p}{\partial \theta^2}\right)} = -\frac{1}{E\left(\frac{\partial^2 \ln p}{\partial \theta^2}\right)}$$

Atau

$$Var\left(\hat{\theta}\right) \geq \frac{1}{nE\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \theta}\right)^2\right]} = \frac{1}{E\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \theta}\right)^2\right]}$$

Karena - $nE\left(\frac{\partial^2 \ln p}{\partial \theta^2}\right) = E\left(\frac{\partial^2 \ln p}{\partial \theta^2}\right) = nE\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \theta}\right)^2\right] = E\left[\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \theta}\right)^2\right] = I\ (\theta)$

Maka $Var\left(\hat{\theta}\right) \geq \frac{1}{I\ (\theta)}$

Dimana $\frac{1}{I\ (\theta)}$ disebut sebagai *Lower bound of the variance* dari penduga θ

(Jhonshon, 1970).

2.9 Konsistensi

Sifat lain yang harus dimiliki oleh suatu penduga tak bias adalah sifat kekonsistenan dari penduga tersebut, dimana saat ukuran sampel semakin besar maka penduga tersebut akan semakin mendekati parameter populasi sesungguhnya.

Definisi 2.13

U(X) dikatakan sebagai penduga konsisten bagi g (θ) jika $U(\boldsymbol{X})^P \rightarrow$ g (θ) untuk n $\rightarrow \infty$, ∀θ ϵ Ω yaitu bila:

$$\lim_{n\to\infty} P\{\,|\,U(\boldsymbol{X}) - g\,(\theta)\,|\,\geq \varepsilon\} = 0$$

atau ekuivalen dengan

$$\lim_{n\to\infty} P\{\,|\,U(\boldsymbol{X}) - g\,(\theta)\,|\,< \varepsilon\} = 1$$

(Hogg and Craig, 1995).

Selanjutnya akan diberikan teorema pendukung yang berkaitan dengan pengujian sifat konsistenan penduga parameter.

Teorema Pertidaksamaan *Chebyshev* yang akan diberikan dengan teorema 2.1 sebagai berikut :

Teorema 2.1 (Teorema Pertidaksamaan *Chebyshev*)

Misalkan X variabel acak dengan rata-rata μ dan ragam σ^2. Untuk $\forall\ \varepsilon > 0, k > 0$

$P(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}$

Atau ekuivalen dengan

$P(|X - \mu| < k\sigma) \leq 1 - \frac{1}{k^2}$

Dan jika dimisalkan $\varepsilon = k\sigma$ maka

$P(|X - \mu| \geq \varepsilon) \leq \frac{Var\,(X)}{\varepsilon^2}$ untuk $\forall\ \varepsilon > 0$

Atau ekuivalen dengan

$P(|X - \mu| < \varepsilon) \leq 1 - \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ untuk $\forall\ \varepsilon > 0$

2.10 Statistik Cukup

Statistic cukup untuk parameter θ adalah statistik dalam arti tertentu dapat menyerap informasi tentang θ yang termuat dalam sampel. Bila U($\boldsymbol{X}$) adalah statistic cukup untuk θ maka setiap inferensi tentang θ harus tergantung pada sampel $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ hanya melalui U($\boldsymbol{X}$). Adapun definisinya sebagai berikut :

Definisi 2.14

Statistik U($\boldsymbol{X}$) disebut statistik cukup untuk θ bila distribusi bersyarat sampel $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ tidak tergantung θ.Dengan menggunakan Teorema 2.2 faktorisasi Neyman dapat mempermudah menidentifikasi statistic cukup.

Teorema 2.2 (Teorema Faktorisasi Fisher-Neyman)

Misalkan variabel $X_1, X_2, \dots, X_n$ random saling bebas dan berdistribusi identik dengan fungsi kepekatan peluang $f(x;\theta)$. $Y_i = U_i(\underline{X})$ dikatakan statistic cukup jika dan hanya jika $f(x;\theta) = k_1\big(U_i(\underline{X});\theta\big)\,.\;k_2(\underline{X})$. Dimana untuk setiap nilai Y_i yang diberikan maka $k_2(\underline{X})$ tidak lagi tergantung pada θ (Roussas,1973).

2.11 Statistik Lengkap

Misalkan $\mathcal{F} = (f(x;\theta),\ \theta\epsilon\Omega)$. $\mathcal{F}$ merupakan keluarga distribusi. Fungsi kepekatan peluang tersebut dikatakan lengkap jika $E\big(g(x)\big) = 0\ \forall\theta\epsilon\Omega$. Kemudian implikasinya

(maka) $(g(x) = 0) = 1\ \forall\theta\epsilon\Omega$. Suatu statistik $Y = U(X)$ dikatakan lengkap apabila familinya lengkap (Roussas,1973).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada Semester Genap Tahun Akademik 2017/2018, bertempat di Jurususan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah study yang menggunakan buku-buku penunjang skripsi dan jurnal yang berhubungan dengan penelitian ini. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Membuat grafik fungsi kepekatan peluang distribusi Pareto menggunakan software R 3.1.2.
2. Menduga parameter pada distribusi Pareto (β, k) dengan metode :
    - Metode momen

      Langkah yang dilakukan metode momen akan dicari terlebih dahulu momen ke-1 dan momen ke-2 untuk mendapatkan dugaan parameter yang diperoleh dengan mencari nilai harapannya.
    - Metode kemungkinan maksimum

Langkah yang harus dilakukan dalam metode kemungkinan maksimum yaitu memaksimumkan fungsi kepekatan peluang untuk mendapatkan dugaan parameter yang diperoleh dengan mencari turunan pertama dari logaritma natural fungsi kepekatan peluang terhadap parameter-parameter yang akan diduga dan selanjutnya menyamakannya dengan nol.

- Metode momen peluang terboboti

  Langkah yang harus dilakukan dalam metode ini adalah dengan mencari nilai invers dari fungsi kumulatif dan dengan mencari momen ke- r atau fungsi PWM untuk memperoleh dugaan parameternya.

- Metode *generalized* momen

  Langkah yang dilakukan dalam metode ini menggunakan dasar theorema PWM untuk memperoleh dugaan parameter dengan cara mencari momen ke-l atau fungsi GMM untuk memperoleh dugaan parameternya.

3. Memeriksa sifat pendugaan distribusi Pareto (β, k) yang baik yang diinginkan suatu peluang yakni :

   a. Takbias

   b. Ragam minimum

      - Mencari matriks informasi Fisher dari penduga parameter (β, k) pada distribusi Pareto
      - Mencari invers matriks informasi Fisher dari penduga parameter (β, k) pada distribusi Pareto

- Menentukan pertidaksamaan *Cramer-Rao* untuk ragam dari penduga parameter (β, k) pada distribusi Pareto

c. Kekonsistenan

d. Statistik cukup dan Kelengkapan

4. Melakukan simulasi menggunakan *Software* R versi 3.3.2
5. Membandingkan hasil penduga dari ke empat metode tersebut dengan melihat *mean square eror* (MSE) dimana metode yang memiliki nilai MSE terendah merupakan metode terbaik.

3.3 Skenario Simulasi

Skenario simulasi yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah

- Menentukan masing – masing nilai parameter yang telah ditentukan dengan melihat dari kurva fungsi kepekatan peluang yang telah dibuat.
- Membangkitkan data dari distribusi Pareto dengan ukuran sampel masing-masing (n=5; n=10; n=20; n=40; n=60; n=80; dan n=100) dengan pengulangan yang sama yaitu 100 kali menggunakan program simulasi yang dibuat dengan menggunakan *software* R 3.3.2.
- Mencari nilai dugaan parameter dari penduga yang telah dicari menggunakan keempat metode tersebut.
- Menentukan nilai mean, dan MSE dari masing – masing penduga.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil danpembahasan dapat disimpulkan bahwa :

1. Berdasarkan kurva fungsi kepekatan peluang distribusi Pareto dengan menggunakan software R versi 3.3.2 yaitu diperoleh bahwa grafik tersebut bahwa ketiga grafik diatas memiliki keragaman data yang tidak jauh berbeda, di karenakan nilai parameter skala pada grafik diatas adalah sama.
2. Parameter (β, k) diduga dalam distribusi Pareto menghasilkan penduga yaitu :
   - untuk metode momen diperoleh penduga parameter :

     $\widehat{\beta} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)$ dan $\hat{k} = \frac{{m_1}^2}{{n_1}^2 - m_2}$

   - untuk metode kemungkinan maksimum diperoleh penduga :

     $\hat{\beta} = \min x_i$ dan $\hat{k} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \ln x_i - n \ln \beta}$

     Tetapi, penduga parameter k ini masih mengandung parameter β dengan kata lain penduga parameter k tersebut tidak eksak. Sehingga, diperlukan metode Newton Rapshon untuk mendapatkan parameter k dan β tersebut dengan metode Newton Rapshon

   - untuk metode momen peluang terboboti diperoleh penduga parameter :

     $\hat{\beta} = \frac{M_1 M_0}{M_0 - M_1}$ dan $\hat{k} = \frac{M_0 - M_1}{M_0 - 2M_1}$

- untuk metode *generalized* momen diperoleh penduga parameter :

$$\hat{\beta} = \left(\frac{M_{l_1} l_1 - M_{l_1} k}{k}\right)^{\frac{1}{l_1}} \text{ dan } \hat{k} = \frac{M_{l_2} l_2}{(\beta^{l_2} + M_{l_2})}$$

3. Penduga parameter (β, k) dengan menggunakan metode momen, metode kemungkinan maksimum, metode peluang momen terboboti, dan metode *generalized* momen merupakan penduga yang baik memenuhi sifat karakteristik ketakbiasan, varians minimum, kekonsistenan, statistic cukup dan kelengkapan.
4. Berdasarkan hasil simulasi dengan menggunakan software R 3.3.2 diketahui bahwa nilai *mean square eror* untuk metode kemungkinan maksimum memiliki nilai yang rendah dibandingkan metode momen, metode momen peluang terboboti dan *generalized* momen sehingga dapat disimpulkan bahwa metode kemungkinan maksimum merupakan metode terbaik yang digunakan untuk menduga parameter distribusi Pareto dengan menggunakan nilai sampel yang besar.

DAFTAR PUSTAKA

Akinsete, F at all. 2008. The beta-Pareto distribution. *Statistic*.

Ashkar, F. dan Mahdi, S.2006.Fithing the log-logistik distribution by generalized moment.*Journal of Hidrologi.*

Bain, L.J.and Engelhardt, M.1992.*Introduction to Probability and Mathematichal Statistick.*Brooks/Cole, Duxbury.

Cassela, G. And Berger, R. L. 2002. *Statistical Inference.* Second Edition. Thomsom Learning Inc., USA.

Hall, A.R. 2009. *Generalized Method of Moment.* The University of Manchester. Manchester,UK^2.

Hogg, R.V. and Craigh, A.T.1995.*Introduction to Mathematical Statistics.*Edisi kelima Pretince-Hall Inc.,New jersey.

Jhonshon, N.L. and Kotz, S. 1970. *Continous Univariate Distribution*. Jhon Wiley, New York.

Lersen, R.J and Marx, M.L.2012.*An Introduction to Mathematical Statistics and Its Aplication.Fift edition.*Pearson Education Inc., United States of Amrika.

Pu, C.dan Pan, X. 2013. On The Actuarial Simulation of The general Pareto Distribution of Catastrophe Loss.Lecture Notes in Electrical Engineering, 242, 1153-1164.

Roussas, G.G. 1973. *A First Course in Mathematical Statistics.* Addidon-Wesley Publishing Company, Reanding Massachusetts.