ANALISIS PERSAMAAN RANGKAIAN RESISTOR, INDUKTOR DAN KAPASITOR (RLC) DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAMS BASHFORTH MOULTON

(SKRIPSI)

Oleh

YUDANDI KUPUTRA AJI

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

ABSTRACT

EQUATION ANALYSIS OF RESISTORS, INDUCTORS AND CAPACITORS CIRCUITS (RLC) WITH RUNGE-KUTTA AND ADAMS BASHFORTH MOULTON METHOD

By

Yudandi Kuputra Aji

RLC circuit is a circuit with differential homogen equation. Model of circuit RLC's series is $L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = 0$, which is this model using two numeric method, there are fourth orde of Runge-Kutta and third orde of Adams Bashforth Moulton as a predictor and the fourth orde as corrector. The solution that count by analytic method is using as a comparison to find the best solution from the two methods before. The graphic vizualitation is using Matlab R2013b. By using Adams Bashforth Moulton method, the computation and iteration are faster and the error is smaller than fourth orde of Runge-Kutta. The best method to find the solution of the circuit resistors, inductors and capacitors circuits (RLC) is Adams Bashforth Moulton Method.

Keywords : *RLC's Circuit, Numeric Method, Runge-Kutta, Adams Bashforth Moulton.*

ABSTRAK

ANALISIS PERSAMAAN RANGKAIAN RESISTOR, INDUKTOR DAN KAPASITOR (RLC) DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAMS BASHFORTH MOULTON

Oleh

Yudandi Kuputra Aji

Rangkaian RLC dapat berupa rangkaian dengan persamaan diferensial homogen. Model pada rangkaian RLC seri yaitu $L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = 0$, dimana di analisis menggunakan dua metode numerik yaitu metode Runge-Kutta orde empat dan Adams Bashforth Moulton orde 3 sebagai prediktor, orde empat sebagai korektor. Penyelesaian secara analitik digunakan sebagai pembanding dalam mencari solusi terbaik dari kedua metode numerik yang digunakan. Visualisasi grafik menggunakan aplikasi Matlab R2013b. Dengan menggunakan metode Adams Bashforth Moulton waktu komputasi lebih cepat, waktu iterasi lebih cepat dan galat lebih kecil jika dibandingkan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Metode terbaik dalam penyelesaian model rangkaian resisitor, induktor dan kapasitor (RLC) adalah metode Adams Bashforth Moulton.

Kata Kunci : *Rangkaian RLC, Metode numerik, Runge-Kutta, Adams Bashforth Moulton.*

ANALISIS PERSAMAAN RANGKAIAN RESISTOR, INDUKTOR DAN KAPASITOR (RLC) DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAMS BASHFORTH MOULTON

Oleh

Yudandi Kuputra Aji

Skripsi

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS

pada

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017

Judul Skripsi : **ANALISIS PERSAMAAN RANGKAIAN RESISTOR, INDUKTOR DAN KAPASITOR (RLC) DENGAN METODE RUNGE-KUTTA DAN ADAMS BASHFORTH MOULTON**

Nama Mahasiswa : **Yudandi Kuputra Aji**

Nomor Pokok Mahasiswa : 1417031133

Program Studi : Matematika

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

MENYETUJUI

1. Komisi Pembimbing

Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.	**Amanto, S.Si., M.Si.**
NIP. 19700831 199903 1 002	NIP. 19730314 200012 1 002

2. Ketua Jurusan Matematika

Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua : **Agus Sutrisno, S.Si.,M.Si.** .....

Sekretaris : **Amanto, S.Si., M.Si.** .....

Penguji
Bukan Pembimbing :**Dra. Dorrah Azis, M.Si.** .....

2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.
NIP. 19710212199512100 1

Tanggal Lulus Ujian Skripsi :**18 Desember 2017**

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **"Analisis Persamaan Rangkaian Resistor, Induktor, dan Kapasitor (RLC) dengan Metode Runge-Kutta dan Adams Bashforth Moulton"** merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Desember 2017

Penulis,

METERAI TEMPEL
DBCC6AEF850225271
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Yudandi Kuputra Aji
NPM. 1417031133

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Pangkalpinang pada tanggal 09 Juli 1996, sebagai putra ketiga dari tiga bersaudara, pasangan Bapak Sugeng Budiyono dan Destati Mumaidi. Saudara kandung penulis yaitu Sugestyarini dan Devistyarini.

Pendidikan Taman Kanak – Kanak diselesaikan penulis pada tahun 2002 di TK Pertiwi Pangkalpinang, Sekolah Dasar diselesaikan di SD Negeri 36 Bengkulu pada tahun 2008, Sekolah Menengah Pertama diselesaikan penulis di SMP Negeri 2 Bengkulu pada tahun 2011 dan Sekolah Menengah Atas diselesaikan penulis di SMA Negeri 1 Pangkalpinang pada tahun 2014.

Pada tahun 2014, penulis terdaftar sebagai mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung. Selama menjadi mahasiswa, penulis ikut serta dalam organisasi Himpunan Mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung.

Pada tahun 2017, penulis melaksanakan Kerja Praktik di PT. Asuransi Jiwasraya (Persero), cabang Pangkalpinang, Provinsi Kepulauan Bangka Belitung. Pada tahun yang sama penulis juga melaksanakan Kuliah Kerja Nyata di Desa Suban Kecamatan Merbau Mataram, Kabupaten Lampung Selatan, Provinsi Lampung.

MOTTO

"Hai manusia, sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu disisi Allah ialah orang yang paling takwa diantara kamu. Sesungguhnya Allah Maha Mengetahui lagi Maha Mengenal"

(Q.S. Al-Hujurat : 13)

Jadilah pribadi yang terbaik diantara pribadi – pribadi yang baik

(Yudandi Kuputra Aji)

PERSEMBAHAN

Dengan Penuh rasa syukur kepada Allah SWT, kupersembahkan hasil karyaku ini untuk orang – orang yang selalu menyayangi dan memotivasiku menuju kearah yang lebih baik.

Mama dan Papa tersayang yang telah membesarkan dan merawatku dengan penuh kasih sayang yang tak terhingga dan selalu mendoakanku agar dipermudah dalam langkah dan semua hal yang aku lakukan.

Ayuk Ririn, Ayuk Devis, Nyai, serta seluruh keluarga besar yang selalu memberikan motivasi, semangat dan pengalaman hidup serta mendoakan kesuksesanku.

Dea Yoshe yang selalu memberikan semangat dan motivasi dalam penyelesaian karya ini.

Dosen pembimbing, Dosen penguji serta Dosen pengajar mata kuliah yang tidak ada bosan dan henti – hentinya memberikan ilmu dan pelajaran yang bermanfaat kepadaku selama ini.

Sahabat – sahabatku yang selalu berbagi kebahagiaan saling mendukung dan memberi semangat.

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah serta nikmat yang tak kurang-kurangnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Persamaan Rangkaian Resistor, Induktor dan Kapasitor (RLC) dengan Metode Runge-Kutta dan Adams Bashforth Moulton". Terselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan kerja sama berbagai pihak yang telah membantu dan memberikan bimbingan, saran maupun motivasi sehingga skripsi dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Agus Sutrisno, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing pertama yang tidak hanya memberikan bimbingan serta motivasi, tetapi juga telah banyak membantu mempermudah penulis selama proses penulisan skripsi.
2. Bapak Amanto, S.Si., M.Si., selaku dosen pembimbing kedua yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama proses penulisan skripsi.
3. Ibu Dra. Dorrah Azis, M.Si., selaku dosen penguji dan dosen pembimbing akademik yang telah memberikan ide, kritik dan saran yang membangun serta membimbing penulis sehingga terselesainya skripsi ini, serta memberikan selamat selama masa perkuliahan.
4. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

5. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
6. Papa, Mama, Ayuk Ririn dan Ayuk devis yang selalu mendukung, menemani, mendoakan serta memberikan semangat dengan penuh kasih sayang sehingga menguatkan penulis dalam menjalani setiap proses meraih gelar sarjana.
7. Nyai serta keluarga besar yang selalu mendoakan dan menjadi tempat tinggal penulis selama perkuliahan sampai mendapatkan gelar sarjana ini.
8. Dea Yoshe yang selalu mendampingi, memberikan semangat serta tak pernah bosan mendengarkan keluhan penulis.
9. Ojan dan Manda yang menemani suka duka penulis selama di Lampung serta memberikan masukan, semangat, saran dan mendengarkan keluhan penulis.
10. Zulfi,, Fajar, Arif, Kiki, Ecy, Wika, Dea, Magdalena, Geta, Pule, Amoy, Olin, Yola, Ananda, Tika, Vivi, Hage, Rahmat dan keluarga besar Matematika 2014 yang telah membuat“Matematika” menjadi tidak suram.
11. Teman-teman keluarga Masutri dan seluruh teman-teman KKN Kecamatan Merbau Mataram yang telah memberikan warna selama pelaksanaan KKN.
12. Seluruh serta seluruh pihak yang telah banyak membantu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran. Terimakasih.

Bandar Lampung, Oktober 2017

Penulis

Yudandi Kuputra Aji

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Rangkaian RLC adalah jenis rangkaian osilator yang paling banyak dipakai diantara banyaknya jenis rangkaian osilator lain. Seperti pada televisi ataupun radio, terdapat alat penerima yang disebut tuning. Rangkaian tuning ini sangat penting, karena kenggunaannya untuk memilih rentang dari frekuensi sempit pada gelombang radio.

Rangkaian RLC merupakan rangkaian yang dihubungkan secara pararel ataupun seri. Rangkaian tersebut harus terdiri dari kapasitor, induktor dan resistor. Penamaan RLC sendiri juga memiliki alasan tersendiri, yaitu disebabkan nama yang menjadi simbol listrik biasanya pada kapasitansi, induktansi dan ketahanannya masing-masing. Sesuai dengan namanya, susunan seri RLC merupakan susunan yang terdiri dari sebuah resistor (R), induktor (L), dan kapasitor (C) yang disusun secara seri dan dihubungkan dengan sumber tegangan. Karena terdiri dari tiga komponen, maka besar hambatan juga berasal dari ketiga komponen tersebut. Hambatan yang dihasilkan resistor disebut sebagai resistansi, hambatan yang dihasilkan oleh induktor biasa disebut reaktansi induktif yang disimbolkan dengan XL, sedangkan hambatan yang dihasilkan oleh kapasitor

disebut raktansi kapasitif yang sering disimbolkan dengan XC. Besar hambatan gabungan yang dihasilkan dalam rangkaian seri RLC disebut hambatan total atau impedansi.

Banyak metode untuk menyelesaikan rangkaian RLC baik secara analitik maupun numerik. Beberapa metode numerik diantaranya Newton Raphson, Euler, Heun, Runge-Kutta dan Adams Bashforth Moulton. Terkait penelitian ini, metode perhitungan secara numerik yang digunakan untuk menganalisis persamaan rangkaian RLC adalah metode Adams Bashforth Moulton dan Runge-Kutta orde empat. Penyelesaian numerik yang dihasilkan dapat digunakan untuk membandingkan hasil penyelesaian rangkaian RLC antara metode Adams Bashforth Moulton dan Runge-Kutta orde empat.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah :

1. Menyelesaikan persamaan rangkaian RLC secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Adams Bashforth Moulton.
2. Mengetahui perbandingan hasil penyelesaian persamaan rangkaian RLC antara metode Runge-Kutta orde empat dan Adams Bashforth Moulton.

1.3 Manfaat Penelitian

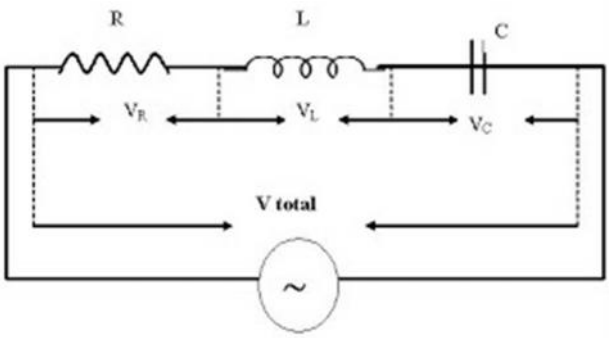
Adapun manfaat dari penelitian ini adalah untuk menganalisis persamaan rangkaian RLC dengan metode Runge-Kutta dan metode Adams Bashforth Moulton.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Rangkaian RLC

Rangkaian RLC adalah rangkaian yang terdiri dari resistor, induktor,dan kapasitor, dihubungkan secara seri atau paralel. Mengapa di namakan RLC, karena nama ini menjadi simbol listrik biasa untuk ketahanan, induktansi dan kapasitansi masing-masing.

Untuk rangkaian RLC seri yang menggunakan arus AC, maka arus listrik akan mendapat hambatan dari R, L dan C. Hambatan tersebut dinamakan Impedansi (Z). Impedansi merupakan gabungan secara vektor dari XL, XC dan R yang besarannya dilihat dari satuan Z.



Gambar 2.1 Rangkaian RLC seri dihubungkan dengan sumber tegangan arus bolak balik

Ada berbagai macam jenis RLC untuk sirkuit ini. Sehingga rangkaian ini paling banyak digunakan dalam berbagai jenis rangkaian osilator. Rangkaian yang terpenting adalah untuk tuning, seperti di penerima radio atau televisi, di mana digunakan untuk memilih rentang frekuensi yang sempit dari gelombang radio

Model pada rangkaian RLC seri dapat di tunjukkan pada persamaan berikut :

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = 0 \qquad (2.1)$$

Dengan,

R : Nilai Resistor dalam Rangkaian (*ohm*)

L : Nilai Induktor dalam Rangkaian (*henry*)

C : Nilai Kapasitor dalam Rangkaian (*farad*)

I : Arus yang Mengalir dalam Rangkaian (*Ampere*)

(Sutrisno, 1986).

2.2 Hukum Kirchoff

Hukum kirchoff adalah hukum yang digunakan untuk mengetahui arus yang mengalir pada tiap bagian rangkaian yang rumit. Hukum kirchoff mempelajari hukum tegangan Kirchoff dan hukum arus Kirchoff, serta mempelajari hukum rangkaian loop banyak. Pada rangkaian tertutup suatu cabang sama dengan jumlah arus lewat dari cabang tersebut. Terdapat dua hukum yang berlaku, diantaranya hukum Kirchoff I dan hukum Kirchoff II (Sutrisno, 1979).

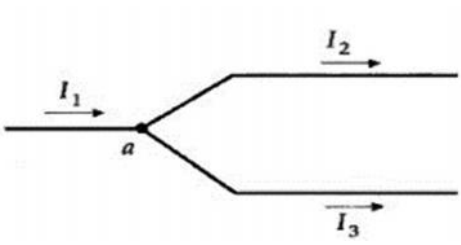
2.2.1 Hukum Kirchoff I

Hukum Kirchhoff I dikenal sebagai hukum percabangan (junction rule), karena hukum ini memenuhi kekekalan muatan. Hukum ini diperlukan untuk rangkaian yang multisimpal yang mengandung titik-titik percabangan ketika arus mulai terbagi. Pada keadaan tunak, tidak ada akumulasi muatan listrik pada setiap titik dalam rangkaian.

Dengan demikian, jumlah muatan yang masuk di dalam setiap titik akan meninggalkan titik tersebut dengan jumlah yang sama.

Hukum Kirchhoff I menyatakan bahwa:

“Jumlah arus listrik yang masuk melalui titik percabangan dalam suatu rangkaian listrik sama dengan jumlah arus yang keluar melalui titik percabangan tersebut”



Gambar 2.2 Arus I_1 yang mengalir melalui titik percabangan “a” akan sama dengan jumlah $I_2 + I_3$ yang keluar dari titik percabangan.

Secara umum rumus hukum Kirchhoff 1 dapat dituliskan sebagai berikut:

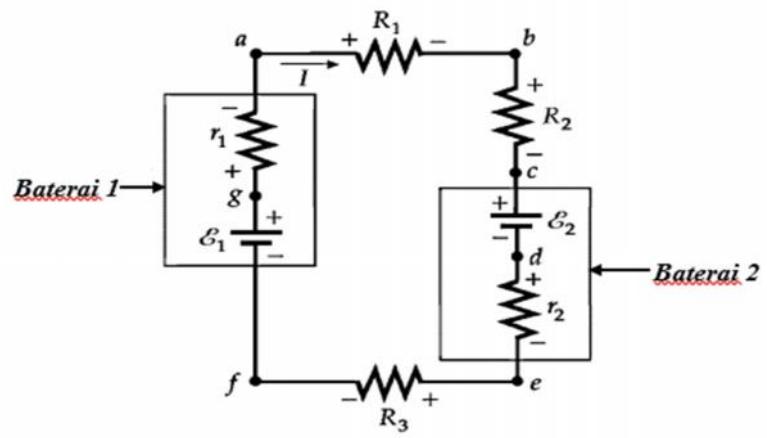
$$\sum I\ masuk = \sum I\ keluar \tag{2.2}$$

(Sutrisno, 1979).

2.2.2 Hukum Kirchoff II

Bunyi hukum Kirchhoff II adalah sebagai berikut: “Pada setiap rangkaian tertutup, jumlah beda potensialnya harus sama dengan nol” Hukum Kirchhoff II juga sering disebut sebagai hukum simpal (loop rule), karena pada kenyataannya beda potensial diantara dua titik percabangan dalam satu rangkaian pada keadaan tunak adalah konstan. Hukum ini merupakan bukti dari adanya hukum konservasi energi. Jika kita memiliki suatu muatan Q pada sembarang titik dengan potensial V, dengan demikian energi yang dimiliki oleh muatan tersebut adalah QV. Selanjutnya, jika muatan mulai bergerak melintasi simpal tersebut, maka muatan yang kita miliki akan mendapatkan tambahan energi atau kehilangan sebagian energinya saat melalu resistor baterai atau elemen lainnya. Namun saat kebali ke titik awalnya, energinya akan kembali menjadi QV.

Sebagai contoh penggunaan hukum ini dua baterai yang berisi hambatan dalam r_1 dan r_2 serta ada 3 hambatan luar. Akan bisa menenutukan arus dalam rangkaian tersebut sebagai fungsi GGL dan hambatan.



Gambar 2.3 Rangkaian berisi 2 buah baterai dan 3 resistor eksternal

Tanda plus minus pada resistor digunakan untuk mengetahui sisi mana pada setiap resistor yang berada pada potensial lebih tinggi untuk arah arus yang diasumsikan. Secara umum rumus hukum Kirchhoff II dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\sum IR + \sum \epsilon \tag{2.3}$$

(Sutrisno, 1979).

2.3 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang melibatkan variabel-variabel tak bebas dan derivatif-derivatifnya terhadap variabel-variabel bebas.

Berikut ini contoh persamaan diferensial :

$$\frac{dy}{dx} = e^x + \sin(x), \tag{2.4}$$

$$y'' - 2y' + y = \cos(x) \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.6}$$

$$3x^2 dx + 2y dy = 0 \tag{2.7}$$

(Nugroho, 2011).

2.3.1 Persamaan Diferensial Homogen

Fungsi *F(x,y)* disebut fungsi homogen bila terdapat *n X R* sehingga berlaku *F(kx,ky) = k nF(x,y),* dengan *n* disebut order dari fungsi homogen *F(x,y).* Ciri umum PD Homogen adalah tiap suku derajatnya sama.

Bentuk persamaan diferensial homogen sebagai berikut :

$$M\,x, y\, dx + N\, x, y\, dy = 0 \tag{2.8}$$

Atau

$$f\, x, y = -M(x,y)\, N(x,y) = t\, 0\, f(x, y) \tag{2.9}$$

disebut persamaan diferensial homogen orde satu, jika M dan N adalah fungsi homogen yang berderajat sama, atau *f* fungsi homogen berderajat nol (Darmawijoyo, 2011).

2.3.2 Persamaan Diferensial Non Homogen

Fungsi $F(x,y)$ disebut fungsi homogen bila terdapat $n \; X \; R$ sehingga berlaku $F(kx,ky) = k \; nF(x,y)$, dengan n disebut order dari fungsi homogen $F(x,y)$. Jika syarat di atas tidak terpenuhi, maka disebut dengan PD non Homogen yang mempunyai bentuk :

$$(ax + by + c)dx + (px + qy + r)dy = 0 \tag{2.10}$$

dengan a, b, c, p, q, r adalah konstanta (Darmawijoyo, 2011).

2.4 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa suatu persamaan diferensial biasa yang melibatkan hanya satu variabel bebas. Jika diambil y(x) sebagai suatu fungsi suatu variabel , dengan x dinamakan variabel bebas dan y dinamakan variabel tak bebas, maka suatu persamaan diferensial biasa dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$F\left(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}\right) = 0 \tag{2.11}$$

(Nugroho, 2011).

2.5 Persamaan Diferensial dengan Order Lebih dari Satu

Persamaan diferensial dengan order lebih dari satu dapat dapat diubah menjadi sistem persamaan diferensial order satu dan dapat diselesaikan dengan beberapa metode penyelesaian secara numerik.

Contoh persamaan diferensial dengan order lebih dari satu adalah sebagai berikut:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} + x = 0 \qquad (2.12)$$

$$misal\ x = u_1, \frac{dx}{dt} = u_2\ dan\ \frac{d^2x}{dt^2} = u_3, diperoleh\ persamaan\ persamaan$$

$$\frac{du_3}{dt} = -u_3 + u_2 - u_1 = f_1(t, u_1, u_2, u_3)$$

$$\frac{du_2}{dt} = u_3 = f_2(t, u_1, u_2, u_3)$$

$$\frac{du_1}{dt} = u_2 = f_3(t, u_1, u_2, u_3)$$

yang merupakan sistem persamaan diferensial order satu (Sahid, 2006).

2.6 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara hitungan atau aritmatika biasa. Berbagai permasalahan yang ada didalam

berbagai disiplin ilmu pengetahuan dapat digambarkan dalam bentuk matematis. Metode numerik digunakan apabila permasalahan matematika tidak dapat diselesaikan secara analitik.

Perbedaan antara metode analitik dan metode numerik adalah metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sederhana dan menghasilkan solusi yang sebenarnya atau solusi sejati. Sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sangat kompleks dan non linier.

Solusi yang dihasilkan dari penyelesaian secara numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan yang mendekati solusi eksak atau solusi sebenarnya. Hasil penyelesaian yang didapatkan dari metode numerik dan metode analitik memiliki selisih, dimana selisih tersebut dinamakan kesalahan numerik (Triatmodjo, 2002).

2.7 Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta merupakan metode satu langkah yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Metode Runge-Kutta yang sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial adalah metode Runge-Kutta orde empat. Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta yang berorder di bawahnya.

Metode Runge-Kutta orde empat memiliki bentuk sebagai berikut :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{2.13}$$

dengan,

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$k_2 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1)$$

$$k_3 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2)$$

$$k_4 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_3\right)$$

(Triatmodjo, 2002).

2.8 Metode Adams Bashforth Moulton

Metode ABM merupakan salah satu metode banyak langkah yang dapat digunakan untuk meyelesaikan suatu persamaan diferensial dengan cukup akurat. Tujuan dari metode ini adalah menggunakan informasi dari beberapa titik sebelumnya $x_r, x_{r-1}, x_{r-2}, \cdots x_{r-m}$ yang dapat diperoleh dari metode satu langkah untuk menghitung nilai hampiran x_{r+1} yang lebih baik.

Metode Adams Bashforth Moulton disebut juga metode prediktor-korektor Adams Bashforth Moulton karena dalam penyelesaiannya terdiri dari dua tahap yaitu

tahap prediktor dan tahap korektor. Metode Adams Bashforth Moulton merupakan gabungan dari dua metode yaitu metode Adams Bashforth sebagai prediktor dan metode Adams Moulton sebagai korektor (Sahid, 2006).

2.8.1 Metode Adams Bashforth Moulton Orde Tiga

Nilai fungsi $f\big(t, x(t)\big)$ di dekati dengan menggunakan polinomial interpolasi kuadratik yang melalui titik-titik berabsis t_{k-2}, t_{k-1}, dan t_k, sehingga diperoleh rumus :

$$x_{k-1} = x_k + \frac{h}{12}(23f(t_k, x_k) - 16f\big(t_{k-1,}x_{k-1}\big) + 5f\big(t_{k-2,}x_{k-2}\big) \qquad (2.14)$$

Untuk

$$k = 2, 3, 4, \ldots$$

Pada metode ini galat hampiran adalah $0(h^3)$. Untuk menggunakan metode ini diperlukan tiga nilai awal $x_0, x_1, dan\ x_2$. Oleh karena yang diketahui $x_0 = x(t_0)$ nilai-nilai $x_1\ dan\ x_2$ perlu dihitung dengan menggunakan metode lain yang memiliki galat hampiran pada akhir setiap langkah $0(h^n)$ dengan h merupakan ukuran langkah Δt, m merupakan order dari metode dan nilai $m \geq 3$, misalnya metode Runge-Kutta orde empat (Sahid, 2006).

2.8.2 Metode Adams Bashforth Moulton Orde Empat

Nilai fungsi $f\big(t, x(t)\big)$ di dekati dengan menggunakan interpolasi kubik yang melalui titik-titik berabsis t_{k-2}, t_{k-1}, t_k dan t_{k+1}, sehingga diperoleh rumus

$$x_{k+1} = x_k + \frac{h}{24}(9f(t_{k+1}, x_{k+1}) + 19f\big(t_{k,}x_k\big) - 5f\big(t_{k-1,}x_{k-1}\big) + f\big(t_{k-2,}x_{k-2}\big) \tag{2.15}$$

Untuk

$$k = 2, 3, 4, \ldots$$

Galat hampiran di dalam metode ini adalah $0(h^4)$, untuk hampiran ke-*k*. Metode ini juga merupakan metode implisit yang memerlukan tiga buah nilai awal $x_0, x_1, dan\ x_2$. Oleh karena itu yang diketahui hanya $x_0 = x(t_0)$ nilai $x_1\ dan\ x_2$ perlu dihitung dengan menggunakan metode lain yang memiliki galat hampiran setiap langkah $0(h^m)$ dengan *h* merupakan ukuran langkah Δt, *m* merupakan order dari metode dan nilai $m \geq 4$, misalnya metode Runge-Kutta orde empat (Sahid, 2006).

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung. Untuk mendapatkan hasil program numerik penelitian ini menggunakan software Matlab R2013b. Waktu penelitian dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2017-2018.

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan bahan literature serta studi kepustakaan yang berhubungan dengan masalah penelitian ini.
2. Menentukan model rangkaian RLC seri.
3. Menyelesaikan persamaan model rangkaian RLC seri secara analitik.

4. Menyelesaikan persamaan model rangkaian RLC seri dengan metode Runge-Kutta Orde Empat dan Adams Basfourth Moulton.

5. Membuat program dari rangkaian RLC menggunakan software Matlab R2013b.

6. Mencari metode terbaik untuk menyelesaikan persamaan rangkaian RLC dengan metode Runge-Kutta orde empat dan metode Adams Bashforth Moulton.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan mengenai model rangkaian reduktor, induktor dan kapasitor (RLC) dengan menggunakan metode Runge-Kutta dan Adams Bashforth Moulton didapatkan kesimpulan bahwa hasil simulasi yang di dapat dengan metode analitik sebagai pembandingnya menunjukkan bahwa waktu komputasi yang dibutuhkan metode Adams Bashforth Moulton untuk menyelesaikan model rangkaian reduktor, induktor dan kapasitor (RLC) lebih cepat dibandingkan metode Runge-Kutta orde empat. Metode terbaik pada penelitian ini adalah metode Adams Basforth Moulton yang merupakan metode numerik dengan penyelesaian dua langkah perhitungan sedangkan metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode numerik dengan penyelesaian satu langkah perhitungan.

Galat yang dihasilkan dengan metode Adams Bashforth Moulton telah mencapai nilai 0 pada tingkat ketelitian 10^{-5} di iterasi ke 136, sedangkan Galat yang dihasilkan dengan metode Runge-Kutta orde empat mencapai nilai 0 pada tingkat ketelitian 10^{-5} di iterasi ke 149, nilai iterasi secara lengkap terlampir. Pada gambar 4.6 dan gambar 4.7 terdapat grafik nilai galat dari metode Runge-Kutta orde empat dan Adams Bashforth Moulton, dapat dilihat galat dengan metode Adams Bashforth Moulton terlihat lebih mendekati nilai 0 dibandingkan metode

Runge-Kutta orde empat. Waktu komputasi yang dibutuhkan oleh metode Runge-Kutta orde empat adalah 0,044583. Sedangkan waktu komputasi yang dibutuhkan oleh metode Adams Bashforth Moulton adalah 0,034363. Solusi terbaik yang dihasilkan dari kedua metode numerik yang digunakan untuk mencari solusi dari model rangkaian RLC yaitu di dapat dengan metode Adams Bashforth Moulton.

DAFTAR PUSTAKA

Darmawijoyo. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa : Suatu Pengantar*. Erlangga, Jakarta.

Nugroho, D.B. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya.* Graha Ilmu, Salatiga.

Sahid. 2006. *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB*. Andi, Yogyakarta.

Sutrisno. 1979. *Fisika Dasar*. ITB, Bandung.

Sutrisno. 1986. *Elektronika dan Aplikasinya.* ITB, Bandung.

Triatmodjo. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Beta Offset, Yogyakarta.