

**PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI
PERTUMBUHAN PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG DENGAN
METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON**

SKRIPSI

Oleh

Wika Oktavia Mawarni



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

ABSTRAK

PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG DENGAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON

oleh

Wika Oktavia Mawarni

Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial biasa non linier adalah metode Adams-Bashforth-Moulton. Metode ini merupakan metode dua langkah yang terdiri dari metode Adams-Bashforth sebagai metode prediktor dan metode Adams-Moulton sebagai metode korektor. Persamaan logistik terlebih dahulu diselesaikan dengan metode Runge-Kutta orde empat, kemudian dilanjutkan dengan metode Adams-Bashforth-Moulton. Hasil prediksi pertumbuhan penduduk Provinsi Lampung diproses dengan ukuran langkah $h = 1$ dan kapasitas tampung Provinsi Lampung yaitu 20.000.000 jiwa dengan laju pertumbuhan penduduk 1,3%. Solusi numerik dari persamaan logistik pertumbuhan penduduk Provinsi Lampung pada tahun 2020 adalah 8.256.313 jiwa.

Kata Kunci : *Persamaan Logistik, Metode Runge-Kutta, Metode Adams-Bashroth-Moulton,*

ABSTRACT

SOLUTION OF LOGISTIC EQUATION IN GROWTH PREDICTION OF LAMPUNG PROVINCES WITH ADAMS-BASHFORTH METHOD

by

Wika Oktavia Mawarni

One of the numerical methods that can be used to solve a nonlinear non-linear differential equation is the Adams-Bashforth-Moulton method. This method is a double-step method consisting of Adams-Bashforth method as predictor method and Adams-Moulton method as corrector method. First logistic equations are solved by the fourth-order Runge-Kutta method, followed by the Adams-Bashforth-Moulton method. The predicted result of population growth of Lampung Province is processed with step size $h = 1$ and capacity of Lampung Province that is 20.000.000 soul with population growth rate 1,3%. The numerical solution of logistic equation of population growth of Lampung Province in 2020 is 8,256,313 people.

Key Words : Logistic Equation, Runge-kutta Method, *Adams-Bashroth-Moulton Method*

**PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK PADA PREDIKSI
PERTUMBUHAN PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG
DENGAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON**

Oleh

Wika Oktavia Mawarni

Skripsi

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar
SARJANA SAINS**

pada

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAAHUAN ALAM
UNIVERSITAS LAMPUNG
BANDAR LAMPUNG
2017**

Judul Skripsi

: **PENYELESAIAN PERSAMAAN LOGISTIK
PADA PREDIKSI PERTUMBUHAN
PENDUDUK PROVINSI LAMPUNG DENGAN
METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON**

Nama Mahasiswa

: **Wika Oktavia Mawarni**

Nomor Pokok Mahasiswa: 1417031127

Program Studi

: **Matematika**

Fakultas

: **Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam**



Dorra

Dra. Dorrah Aziz, M.Si.
NIP. 19610128 198811 2 001

Agus Sutrisno

Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.
NIP. 19700831 199903 1 002

2. **Ketua Jurusan Matematika**

Wamiliana

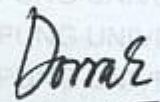
Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D.
NIP. 19631108 198902 2 001

MENGESAHKAN

1. Tim Penguji

Ketua

: Dra. Dorrah Aziz, M.Si.



Sekretaris

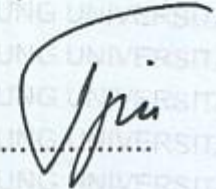
: Agus Sutrisno, S.Si., M.Si.



Penguji

Bukan Pembimbing

: Drs. Tiryono Ruby, M.Sc., Ph.D.



Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D.

NIP. 19710212 199512 1 001

Tanggal Lulus Ujian Skripsi : 21 Desember 2017

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, menyatakan bahwa skripsi saya yang berjudul **“Penyelesaian Persamaan Logistik pada Prediksi Pertumbuhan Penduduk Provinsi Lampung dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton ”** merupakan hasil karya saya sendiri dan bukan hasil karya orang lain. Semua hasil tulisan yang tertuang dalam skripsi ini telah mengikuti kaidah penulisan karya ilmiah Universitas Lampung. Apabila kemudian hari terbukti bahwa skripsi ini merupakan hasil salinan atau dibuat oleh orang lain, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan akademik yang berlaku.

Bandar Lampung, Desember 2017

Penulis,



Wika Oktavia Mawarni
NPM. 1417031127

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Bandar Lampung pada tanggal 3 Oktober 1996 dengan nama lengkap Wika Oktavia Mawarni, anak kedua dari pasangan Bapak Yuni Erwanto dan Ibu Purtianingsih. Penulis memiliki tiga orang saudara kandung perempuan.

Penulis mengawali pendidikan Taman Kanak-kanak di TK Xaverius Panjang pada tahun 2000-2002, pada tahun 2002-2008 menempuh pendidikan Sekolah Dasar di SD Negeri 1 Karang Maritim, kemudian pendidikan menengah di SMP Negeri 11 Bandar Lampung pada tahun 2008-2011, dan pendidikan lanjutan di SMA Negeri 10 Bandar Lampung pada tahun 2011-2014.

Pada tahun 2014 penulis melanjutkan pendidikan Strata Satu (S1) Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung melalui jalur SNMPTN.

Penulis melaksanakan kerja praktik pada tanggal 18 Januari 2017 sampai dengan 3 Maret 2017 di PT. Pertamina (Persero) TBBM Panjang bertempat di Jalan Sumatra No. 1 Panjang Utara, Bandar Lampung. Dan mengikuti kuliah kerja nyata (KKN) periode II tahun 2017 pada tanggal 24 Juli sampai 31 Agustus 2017,

ditempatkan selama 40 hari di Desa Sumber Jaya, Kecamatan Way Ratai,
Kabupaten Pesawaran, Lampung.

SANWACANA

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah serta nikmat yang tak kurang-kurangnya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **“Penyelesaian Persamaan Logistik pada Prediksi Pertumbuhan Penduduk Provinsi Lampung”**. terselesaikannya skripsi ini tidak terlepas dari bantuan dan kerja sama berbagai pihak yang telah membantu dan memberikan bimbingan, saran maupun motivasi sehingga skripsi dapat diselesaikan. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada :

1. Ibu Dra. Dorrah Aziz, M.Si., selaku dosen pembimbing I yang tidak hanya memberikan bimbingan serta motivasi, tetapi juga telah banyak membantu mempermudah penulis selama proses penulisan skripsi.
2. Bapak Agus Sutrisno, S.Si, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama proses penulisan skripsi.
3. Bapak Drs. Tiryono Rubby, Ph.D.,selaku dosen penguji yang telah memberikan ide, kritik dan saran yang membangun serta membimbing penulis sehingga terselesainya skripsi ini.
4. Ibu Ir. Dr. Netti Herawati, M.Sc., selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan semangat selama masa perkuliahan.
5. Ibu Dra. Wamiliana, M.A., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Lampung.

6. Bapak Prof. Warsito, S.Si., D.E.A., Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Papa, Mama, dan Pakwo yang selalu mendukung, menemani, mendoakan serta memberikan semangat dengan penuh kasih sayang sehingga menguatkan penulis dalam menjalani setiap proses meraih gelar sarjana.
8. Wita, Mba Mega, Shinta yang selalu memberikan semangat dan kasih sayang kepada penulis.
9. Anisa, Syafa, Ecy, Dea, Magdalena yang menemani suka duka penulis serta memberikan masukan, semangat, saran dan mendengarkan keluhan penulis.
10. Dandi, Maget, Pule, Amoy, Olin, Yola, Ananda, Tika, Manda, Vivi, Hage, Arif, Zulfi, Widi, Kiki, dan keluarga besar Matematika 2014 yang telah membuat “Matematika” menjadi lebih berwarna.
11. Teman-teman KKN Kecamatan Way Ratai yang telah memberikan warna selama pelaksanaan KKN.
12. Seluruh serta seluruh pihak yang telah banyak membantu.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran. Terimakasih.

Bandar Lampung, Desember 2017

Penulis

Wika Oktavia Mawarni

DAFTAR ISI

	Halaman
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
I. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang dan Masalah	1
1.2 Tujuan Penelitian	2
1.3 Manfaat Penelitian	3
II. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Persamaan Diferensial Biasa	4
2.2 Persamaan Diferensial Biasa Linear dan Non Linear	4
2.3 Model Pertumbuhan Populasi.....	5
2.4 Model Logistik.....	6
2.5 Metode Numerik	8
2.6 Metode Runge-Kutta.....	9
2.7 Metode Adams-Bashforth-Moulton.....	10
2.8 Pengendalian Ukuran Langkah h	11
2.9 Pertumbuhan Penduduk.....	11
III. METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Waktu dan Tempat Penelitian.....	13
3.2 Data Penelitian.....	13
3.3 Metode Penelitian	13

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Pengolahan Data	15
4.2	Persamaan Logistik.....	16
4.3	Penentuan Solusi Awal	19
4.4	Penyelesaian Persamaan Logistik dengan Metode Adams- Bashforth-Moulton.....	22
4.5	Perbandingan Hasil Sensus dengan Hasil Prediksi.....	26

V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
1. Data Jumlah Penduduk Provinsi Lampung	15
2. Pertambahan Penduduk Provinsi Lampung	16
3. Solusi awal menggunakan metode Runge-Kutta pada Persamaan Logistik	21
4. Hasil Prediksi Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton ...	24
5. Hasil Prediksi Populasi Penduduk Provinsi Lampung dengan Galat Realtif	26

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
1. Grafik Solusi Awal dengan Metode Runge Kutta.....	22
2. Perbandingan Hasil Sensus dengan Hasil Prediksi	27

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang dan Masalah

Pertumbuhan penduduk suatu daerah dapat mempengaruhi kemajuan dan kemakmuran daerah tersebut. Tingkat pertumbuhan penduduk yang terlalu tinggi akan beresiko menimbulkan berbagai masalah pada daerah tersebut, seperti tingkat pengangguran yang tinggi, kemiskinan, dan kelaparan. Namun disisi lain, dampak-dampak negatif tersebut dapat dikurangi jika dipersiapkan sarana yang cukup untuk menganstisipasi hal tersebut. Seperti diketahui bahwa hampir semua rencana pembangunan dibuat berdasarkan data jumlah penduduk. Proyeksi penduduk kota dapat dilakukan melalui pemodelan secara matematis.

Pemodelan matematika adalah suatu ekspresi matematika yang berupa persamaan, sistem persamaan atau ekspresi matematika yang lain seperti fungsi maupun relasi yang diturunkan dari fenomena dikehidupan sehari-hari. Pemodelan matematika digunakan untuk memperkirakan jumlah penduduk dan mengetahui angka pertumbuhan penduduk (Cahyono, 2013).

Permasalahan tersebut merupakan fenomena kehidupan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan diferensial yaitu model logistik menurut *Verhulst*. Persamaan diferensial biasa terbagi menjadi dua, yakni persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa non linier. Model logistik merupakan model persamaan diferensial biasa non linier. Suatu persamaan diferensial dapat diselesaikan secara analitik dan secara numerik.

Sebagian besar persamaan biasa non linier sulit ditemukan solusinya secara analitik, sehingga penyelesaian secara numerik dapat digunakan untuk memperoleh solusi dari persamaan diferensial non linier tersebut. Dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa secara numerik, terdapat dua metode yaitu metode satu langkah dan metode banyak langkah. Salah satu metode banyak langkah adalah metode Adams-Bashforth-Moulton. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai penyelesaian persamaan logistik dengan metode Adams-Bashforth-Moulton.

1.2 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini yaitu sebagai berikut.

1. Menyelesaikan persamaan logistik dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton
2. Memprediksi pertumbuhan penduduk di Provinsi Lampung.

1.3 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini yaitu sebagai berikut.

1. Menambah wawasan tentang penerapan ilmu matematika.
2. Mengetahui pertumbuhan penduduk Provinsi Lampung di tahun mendatang, sebagai acuan pemerintah dalam mengambil kebijakan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Biasa

Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan suatu fungsi yang akan dicari turunannya. Suatu persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial biasa jika fungsi yang tidak diketahui hanya terdiri dari satu variabel independen (Bronson dan Costa, 2007).

Suatu persamaan diferensial yang memuat turunan biasa dinamakan persamaan diferensial biasa. Selanjutnya persamaan yang memuat turunan parsial disebut persamaan diferensial parsial. Beberapa contoh persamaan diferensial biasa dituliskan sebagai berikut.

$$m \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = F \left(t, u(t), \frac{du(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{C} Q(t) = E(t) \quad (2)$$

2.2 Persamaan Diferensial Biasa Linear dan Non Linier

Klasifikasi dari persamaan diferensial adalah linear dan non linear. Suatu persamaan diferensial biasa,

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (3)$$

dikatakan linear jika F merupakan suatu fungsi linear dari peubah $y, y', y^{(n)}$, definisi tersebut juga berlaku untuk persamaan diferensial parsial. Secara umum persamaan diferensial linear orde ke- n dituliskan sebagai berikut ;

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = g(x) \quad (4)$$

Suatu persamaan diferensial biasa yang tidak memiliki bentuk seperti persamaan (4) dinamakan persamaan non linear. Tinjau persamaan

$$y''' + 2e^x y'' + yy' = x^4 \quad (5)$$

Persamaan (5) non linier karena persamaan (5) memuat bentuk yy' (Marwan dan Munzir, 2009).

2.3 Model Pertumbuhan Populasi

Populasi adalah sekumpulan individu dari suatu spesies yang sama menempati suatu tempat tertentu. Kedua kekuatan utama yang mempengaruhi pertumbuhan populasi yaitu angka kelahiran dan angka kematian yang mana dapat diukur dan digunakan untuk memprediksi bagaimana ukuran populasi akan berubah menurut waktu.

Berdasarkan segi waktu, model pertumbuhan populasi dapat dibagi menjadi model pertumbuhan kontinu dan model pertumbuhan diskrit. Model pertumbuhan kontinu meliputi model eksponensial dan model logistik. Sedangkan model pertumbuhan diskrit meliputi model linier homogen dan model diskrit logistik.

2.4 Model Logistik

Contoh yang mempunyai kemiripan perilaku fenomena perubahannya, misalnya jika populasi yang berukuran cukup kecil (manusia, hewan, bakteri, dan sebagainya) dibiarkan berkembang tanpa gangguan maka populasi tersebut seringkali berkembang menurut model Hukum Malthus yang menyatakan bahwa laju pertumbuhan sebanding dengan besar ukuran populasi saat itu.

Model matematika dari Hukum Malthus berbentuk sebagai berikut:

$$\frac{dN(t)}{dt} = kN(t), k > 0 \quad (6)$$

Dimana $N(t)$ adalah ukuran populasi saat t dan k adalah konstanta proporsionalnya, $k < 0$ maka persamaan diferensial (6) menyatakan fenomena penyusutan ukuran populasi. Meskipun model (6) belum cukup akurat mencerminkan eksperimental dalam tahap awal, namun harus disadari bahwa tidak ada populasi yang akan tumbuh secara eksponensial tak terbatas. Oleh karena itu model pertumbuhan populasi yang lebih realistis sangatlah diperlukan. Pada umumnya laju pertumbuhan tidak dapat selalu konstan tetapi bergantung juga pada kondisi lingkungannya (*carrying capacity*). Ketika ukuran populasi yang semakin membesar maka laju pertumbuhan spesifik dapat semakin mengecil, hal ini cukup beralasan karena laju pertumbuhan spesifik $\mu, \frac{1}{N}, \frac{dN}{dt}$, tidaklah selalu konstan tetapi bergantung pada ukuran populasi N . Model menurut Hukum Logistik disajikan sebagai berikut.

$$\frac{dN(t)}{dt} = pN(t) - qN^2(t); p, q > 0 \quad (7)$$

Suku $-qN^2(t)$ disebut suku nonlinier, yang mengakibatkan populasi tersebut tidak dapat tumbuh dalam jangka waktu yang tidak terbatas, q merepresentasikan efek dari densitas populasi yang meningkat, sedangkan p adalah laju pertumbuhan relatif tanpa pengaruh lingkungan (Kartono, 2012).

Model logistik adalah model yang menggambarkan pertumbuhan populasi. Misalnya $P(t)$ adalah jumlah penduduk di suatu kota saat t . Selanjutnya diasumsikan laju kelahiran dan laju kematian sebanding dengan jumlah penduduk saat itu. Misalnya laju kelahiran dan δ laju kematian, maka selama selang waktu t terdapat kelahiran sejumlah $\beta\Delta tP(t)$ dan kematian $\delta\Delta tP(t)$. Maka

$$\Delta P = (\beta - \delta)P(t)\Delta t \quad (8)$$

$$\frac{dP}{dt} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta t} = mP(t) \quad (9)$$

Solusi persamaan diferensial (9) adalah

$$P(t) = P_0 e^{mt}, \quad (10)$$

dengan P_0 menyatakan jumlah populasi awal.

Jika laju kelahiran merupakan fungsi P , dan $\beta(P) = \text{konstanta} - aP$, sedemikian sehingga

$$\frac{dP}{dt} = (m - aP) = \left(m - \frac{m}{K}P\right)P \quad (11)$$

$$\frac{dP}{dt} = m \left(1 - \frac{P}{K}\right)P \quad (12)$$

$$P(t_0) = P_0 \quad (13)$$

Dimana $K = \frac{m}{a}$. Persamaan (11) merupakan persamaan diferensial biasa orde satu non linier dan disebut sebagai persamaan logistik (Redjeki, 2011). Model ini merupakan penyempurnaan dari model eksponensial dan pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhulst pada tahun 1838.

2.5 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat diselesaikan dengan operasi perhitungan atau aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi). Metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sistem persamaan yang besar, persamaan-persamaan non linear, masalah geometri yang rumit serta suatu persamaan yang sangat kompleks yang sulit untuk diselesaikan secara analitik.

Metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial biasa terbagi atas dua metode, yaitu metode *one-step* dan metode *double-step*. Dalam memperoleh solusi menggunakan metode *one-step*, dibutuhkan sebuah nilai awal. Sedangkan dalam metode *double-step* dibutuhkan beberapa solusi awal yang dapat diperoleh dari metode *one-step*. Metode *double-step* biasa disebut sebagai metode prediktor-korektor karena dalam penyelesaiannya digunakan persamaan prediktor dan persamaan korektor (Munir, 2003)

2.6 Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode deret Taylor yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindari keperluan mencari turunan yang lebih tinggi dengan jalan mengevaluasi fungsi $f(x, y)$ pada titik terpilih dalam setiap selang langkah. Metode Runge Kutta adalah metode persamaan diferensial biasa yang paling populer karena banyak dipakai dalam praktek (Munir, 2003).

Diperhatikan persamaan diferensial orde satu:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y), a \leq x \leq b \quad (14)$$

$$y(x_0) = y_0 \quad (15)$$

Tahap awal penyelesaian numerik adalah dengan menentukan titik-titik dalam jarak yang sama di dalam interval $[a, b]$ yaitu dengan menerapkan

$$x_r = x_0 + rh, r = 0, 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

dimana h menyatakan jarak antar titik yang dirumuskan $h = \frac{b-a}{n}$ yang biasa juga dikenal sebagai lebar langkah (Nugroho, 2009).

$$k_1 = hf(x_r, y_r) \quad (17)$$

$$k_2 = hf\left(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_1\right) \quad (18)$$

$$k_3 = hf\left(x_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_2\right) \quad (19)$$

$$k_4 = hf(x_r + h, y_r + k_3) \quad (20)$$

$$y_{r+1} = y_r + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (21)$$

Metode Runge-Kutta merupakan metode *one-step*, karena dalam penggunaannya hanya dibutuhkan sebuah nilai awal. Metode Runge-Kutta orde empat dapat digunakan sebagai metode pendahuluan untuk mendapatkan solusi awal yang dibutuhkan pada metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat (Munif dan Hidayatullah, 2003).

2.7 Metode Adams-Bashforth-Moulton

Metode Adams-Bashforth-Moulton melibatkan dua langkah. Langkah pertama adalah prediksi dan langkah kedua adalah koreksi (Buyung, 2006).

Metode prediktor-korektor adalah suatu himpunan dua persamaan untuk y_{n+1} .

Persamaan pertama disebut prediktor, digunakan untuk memprediksi (memperoleh aproksimasi pertama untuk) y_{n+1} . Persamaan kedua, yang disebut korektor, kemudian digunakan untuk memperoleh nilai hasil koreksi (aproksimasi kedua untuk) y_{n+1} .

Persamaan pada metode Adams-Bashforth-Moulton dapat diringkas sebagai berikut.

$$\text{Prediktor : } y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (55y'_n - 59y'_{n-1} + 37y'_{n-2} - 9y'_{n-3}) \quad (22)$$

$$\text{Korektor : } y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} (9py'_{n+1} + 19y'_n - 5y'_{n-1} + y'_{n-2}) \quad (23)$$

(Bronson dan Costa, 2007).

2.8 Pengendalian Ukuran Langkah h

Dalam menyelidiki prosedur pengendalian ukuran langkah h terlebih dahulu ditinjau galat pemotongan Adams-Bashforth dan galat pemotongan untuk metode Adams-Moulton berorde empat.

Korektor Adams-Moulton orde empat di iterasikan sampai k sampai memenuhi,

$$\frac{|y_{n+1}^k - y_{n+1}^{k-1}|}{|y_{n+1}^k|} < \varepsilon \quad (24)$$

Untuk $k = 1, 2, 3, \dots$ dan ε adalah kriteria pemberhentian yang dikehendaki. Jika kriteria pemberhentian tidak terpenuhi, maka dilakukan analisis kriteria pemilihan ukuran langkah h sebagai berikut:

1. Jika $10^{-10} < \frac{19}{270} \cdot \frac{|y_{n+1}^1 - y_{n+1}^0|}{|y_{n+1}^1|} < 10^{-8}$ (25), maka langkah berikutnya digunakan nilai h yang sama.
2. Jika $\frac{19}{270} \cdot \frac{|y_{n+1}^1 - y_{n+1}^0|}{|y_{n+1}^1|} > 10^{-8}$ (26), maka h diganti dengan $\frac{h}{2}$.
3. Jika $\frac{19}{270} \cdot \frac{|y_{n+1}^1 - y_{n+1}^0|}{|y_{n+1}^1|} > 10^{-10}$ (27), maka h diganti dengan $2h$.

2.9 Pertumbuhan Penduduk

Pertumbuhan penduduk adalah perubahan populasi sewaktu-waktu dan dapat dihitung sebagai perubahan dalam jumlah individu dalam sebuah populasi menggunakan per

waktu unit untuk pengukuran. Sebutan pertumbuhan penduduk merujuk pada semua spesies, tetapi selalu mengarah pada manusia dan sering digunakan secara informal untuk sebutan demografi nilai penambahan penduduk dan digunakan untuk merujuk pada pertumbuhan penduduk dunia.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilakukan di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lampung pada semester ganjil tahun ajaran 2017/2018 dengan bantuan *software* Matlab R2013.

3.2 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah penduduk Provinsi Lampung pada tahun 2010-2015.

3.3 Metode Penelitian

Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menyelesaikan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan data yang akan digunakan dalam persamaan
 - a. Data jumlah penduduk
 - b. Laju Pertumbuhan

- c. Kapasitas tampung daerah
2. Memberikan persamaan logistik.
 3. Menghitung menggunakan metode Runge-Kutta orde empat.
 4. Menentukan solusi numerik dari persamaan prediktor dan korektor.
 5. Membandingkan hasil prediksi dengan hasil sensus.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Metode Adams-Bashforth-Moulton dapat digunakan sebagai metode penyelesaian persamaan diferensial biasa non linier.
2. Jumlah penduduk Provinsi Lampung meningkat setiap tahunnya. Pada tahun 2016 menjadi 8.005.412 dan tahun 2017 sebesar 8.067.906. Kemudian pada tahun 2018 sebesar 8.130.557 dan meningkat pada tahun 2019 menjadi 8.193.361 serta pada tahun 2020 jumlah penduduk Provinsi Lampung sebesar 8.256.313.

DAFTAR PUSTAKA

- Bronson, R. dan Costa, G. 2007. *Persamaan Diferensial Biasa Edisi Ketiga*. Erlangga, Jakarta.
- Buyung, P.K. 2006. *Komputasi Numerik Teori dan Aplikasi*. ANDI, Yogyakarta.
- Cahyono, E. 2013. *Pemodelan Matematika*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Hidayatullah, A. P.dan Munif, A. 2003. *Cara Praktis Penguasaan dan Penggunaan Metode Numerik*. Guna Widya, Surabaya.
- Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Marwan dan Munzir, S. 2009. *Persamaan Diferensial*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Munir, R. 2003. *Metode Numerik*. Informatika, Bandung.
- Redjeki, S.P. 2011. *Persamaan Diferensial*. ITB, Bandung.